

# DRGANIA MECHANICZNE

materiały uzupełniające do ćwiczeń

Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych  
studia inżynierskie

prowadzący: mgr inż. Sebastian Korczak

## część 7 – przykłady powtórzeniowe

*Poniższe materiały tylko dla studentów uczęszczających na zajęcia.  
Zakaz rozpowszechniania i powielania bez zgody autora.*

### Zadanie 1

Narysować wykres energii potencjalnej układu o podanym równaniu ruchu. Znaleźć położenia równowagi i zbadać ich stateczność. Narysować portret fazowy z oznaczeniem kierunku przykładowych trajektorii.

a)  $2\ddot{x} - 2x + x^3 = 0$

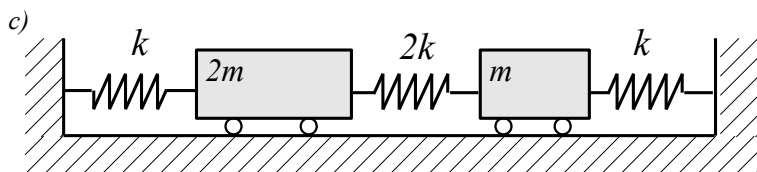
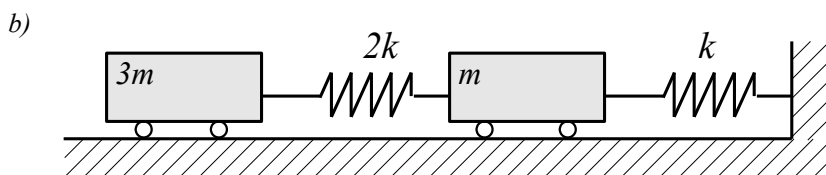
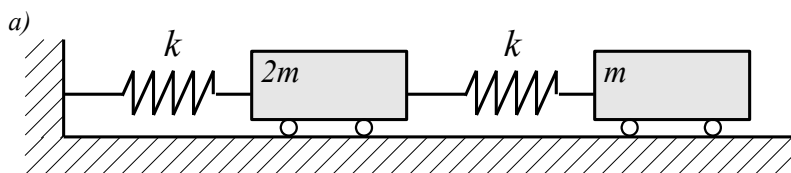
b)  $\ddot{x} + 2x^4 - x = 0$

c)  $\ddot{x} - x^2 + 2x^3 = 0$

d)  $\ddot{x} + x^3 - x^4 = 0$

### Zadanie 2

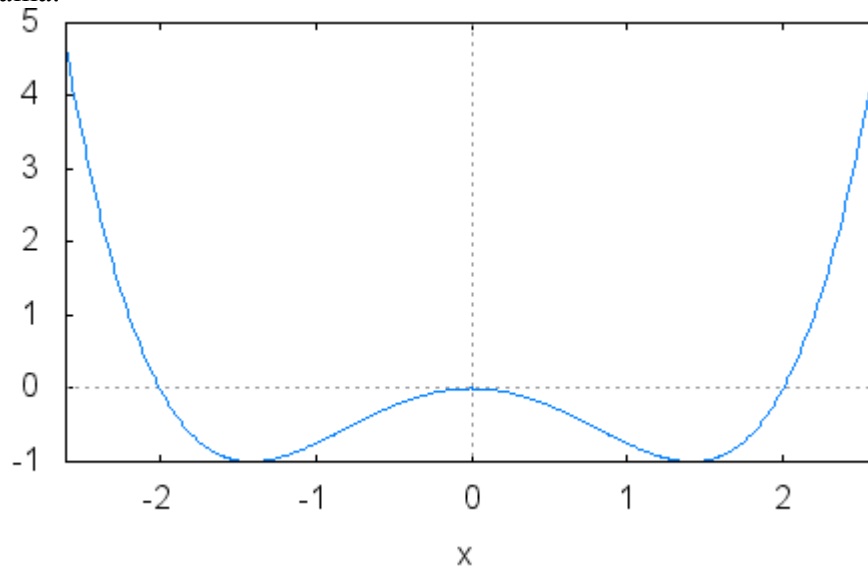
Zbudować równania ruchu układu przedstawionego na rysunku, korzystając z równań Lagrange'a II rodzaju. Zapisać równanie w postaci macierzowej. Podać rozwiązanie ogólne bez uwzględnienia warunków początkowych.



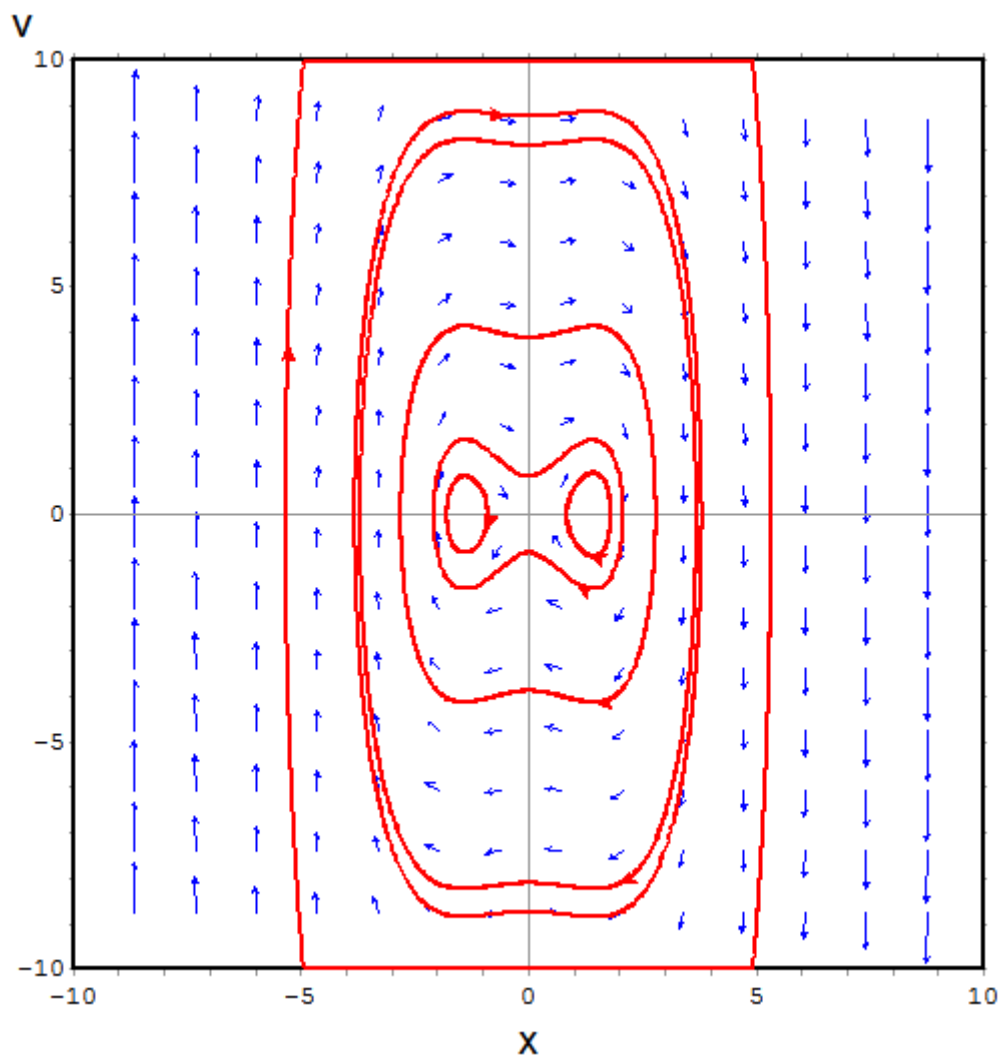
## Ilustracje rozwiązania zadania 1 (numeryczne)

1a)

Energia potencjalna:

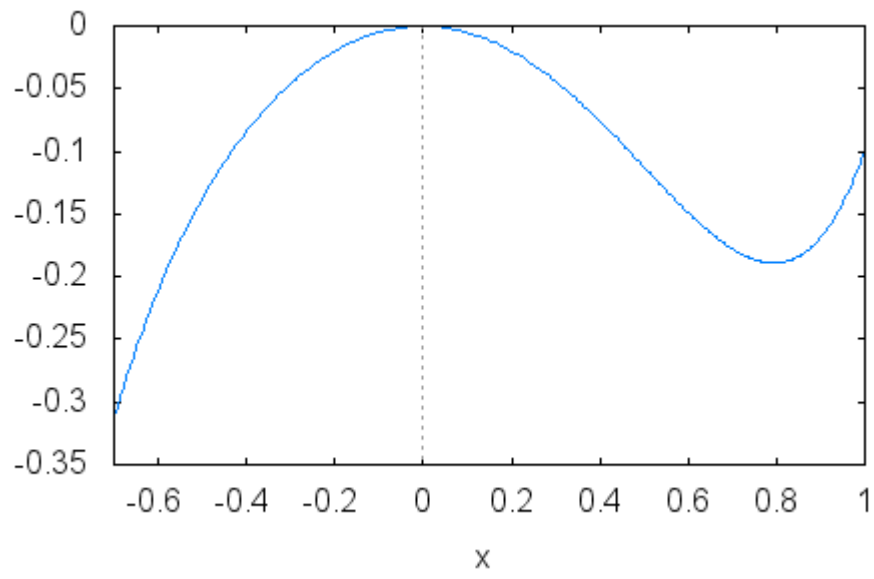


płaszczyzna fazowa z kilkoma trajektoriami:

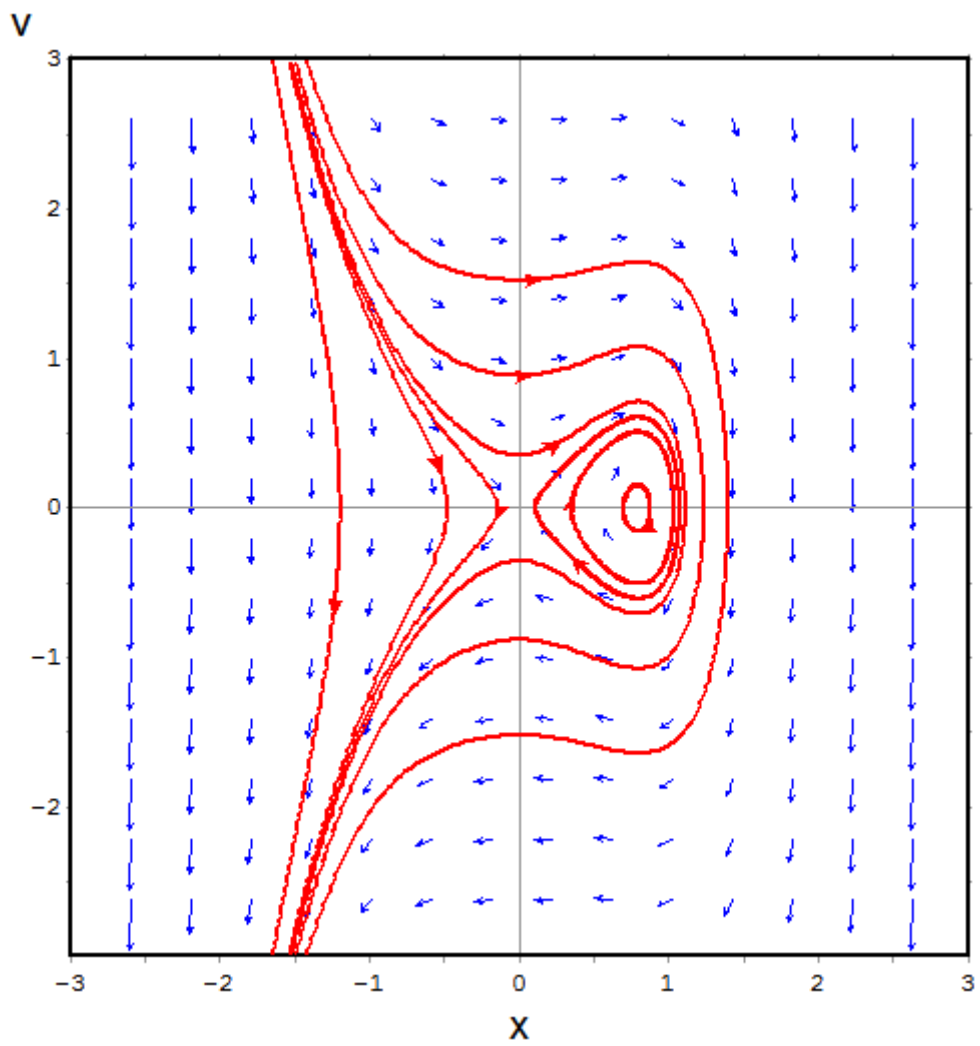


1b)

Energia potencjalna:

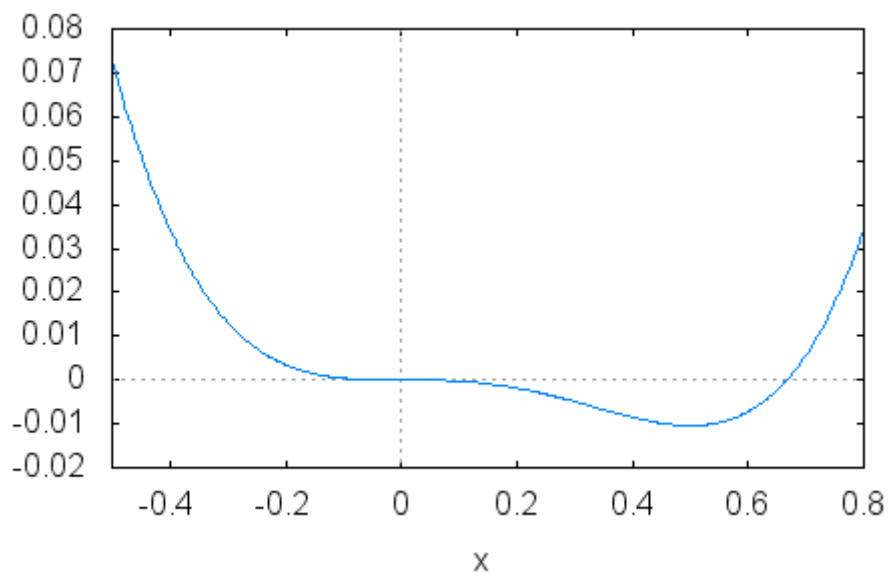


płaszczyzna fazowa:

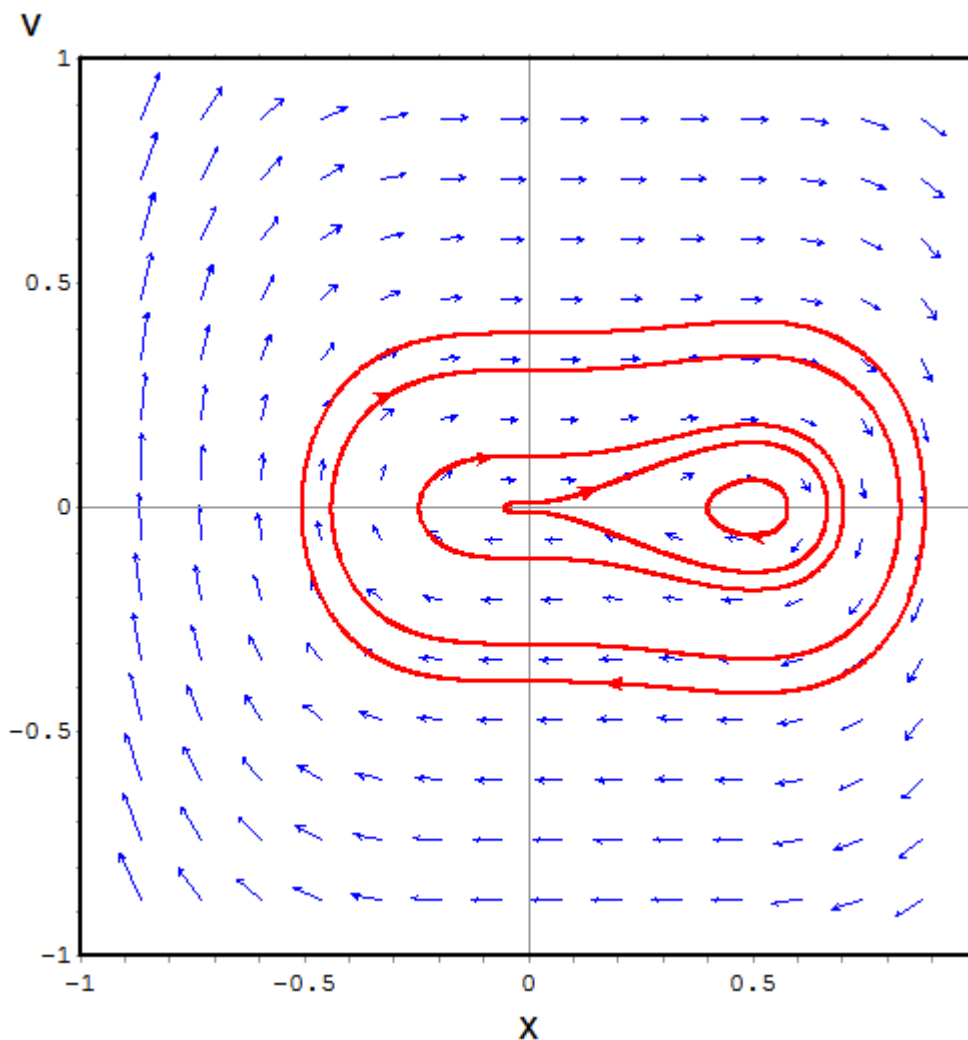


1c)

Energia potencjalna:



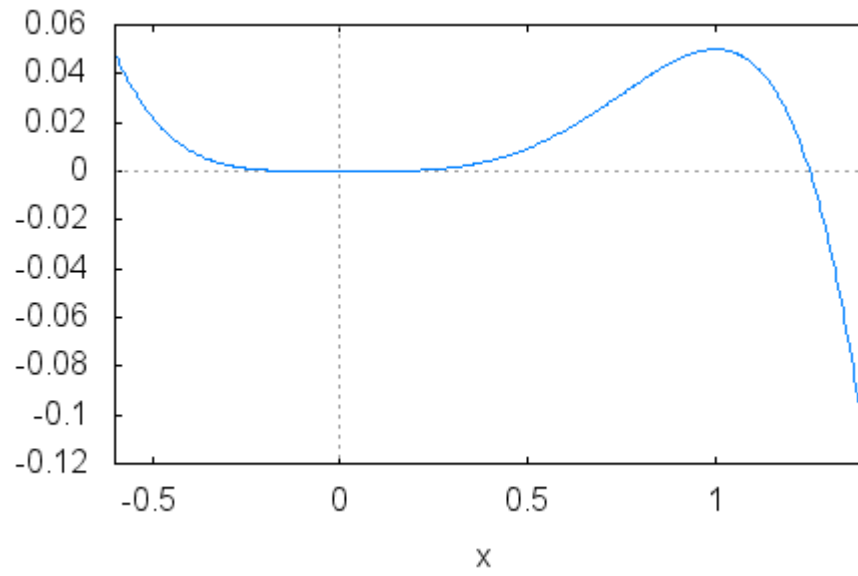
płaszczyzna fazowa:



Tu widać jak wyglądają trajektorie w punkcie, gdzie mamy przegięcie wykresu energii potencjalnej (druga pochodna  $E_p = 0$ ). To samo wystąpiło w przykładzie z zajęć.

1d)

Energia potencjalna:



płaszczyzna fazowa:

