



Politechnika Warszawska

Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

Instytut Podstaw Budowy Maszyn

Zakład Mechaniki

<http://www.ipbm.simr.pw.edu.pl/>



Teoria maszyn i podstawy automatyki

semestr zimowy 2017/2018

dr inż. Sebastian Korczak

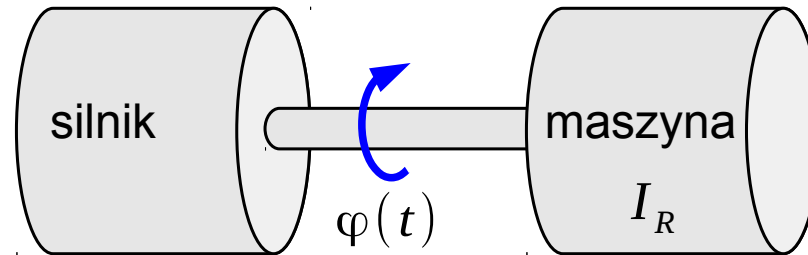
Wykład 7

Nierównomierność ruchu maszyny. Wstęp do automatyki.

Licencja: tylko do edukacyjnego użytku studentów Politechniki Warszawskiej.

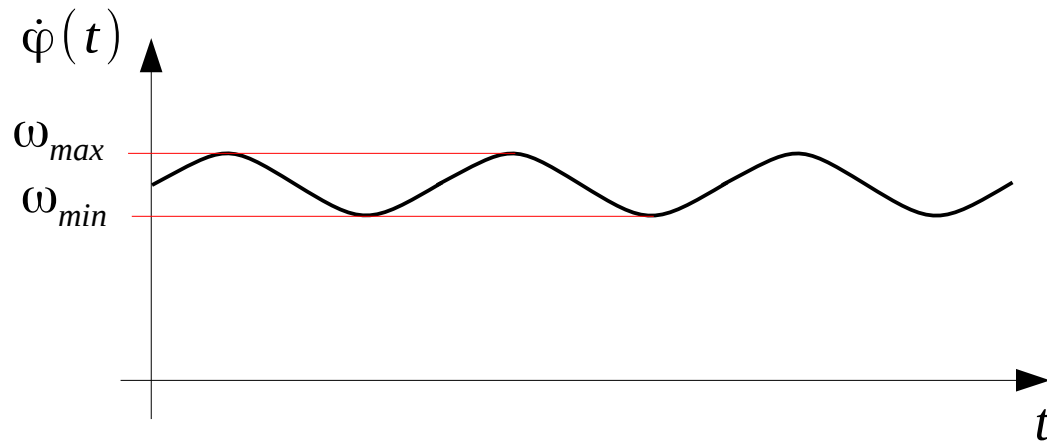
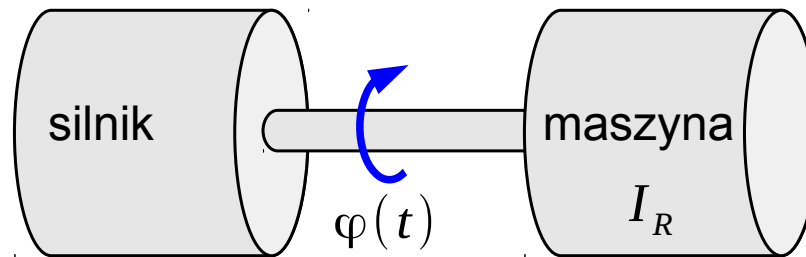
Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



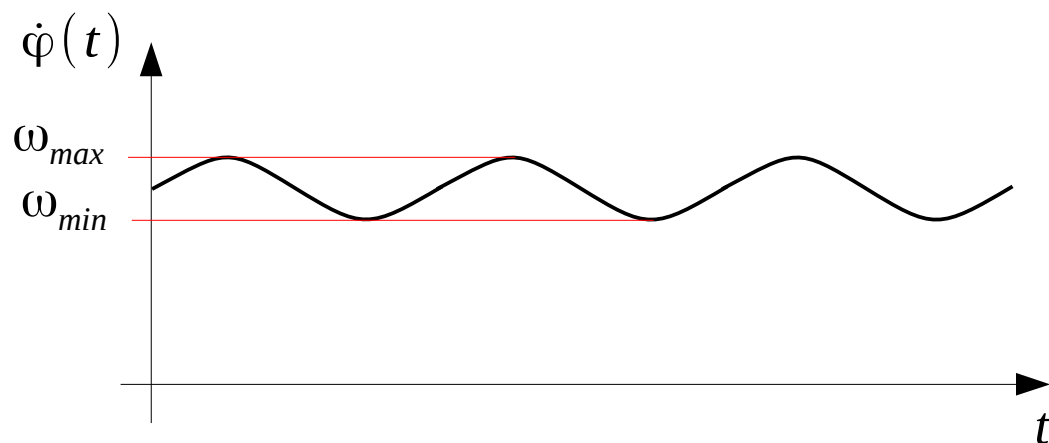
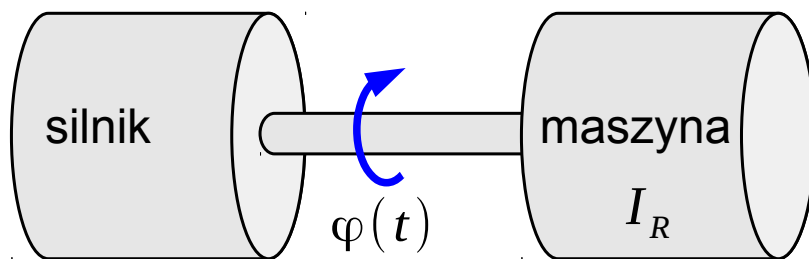
Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym

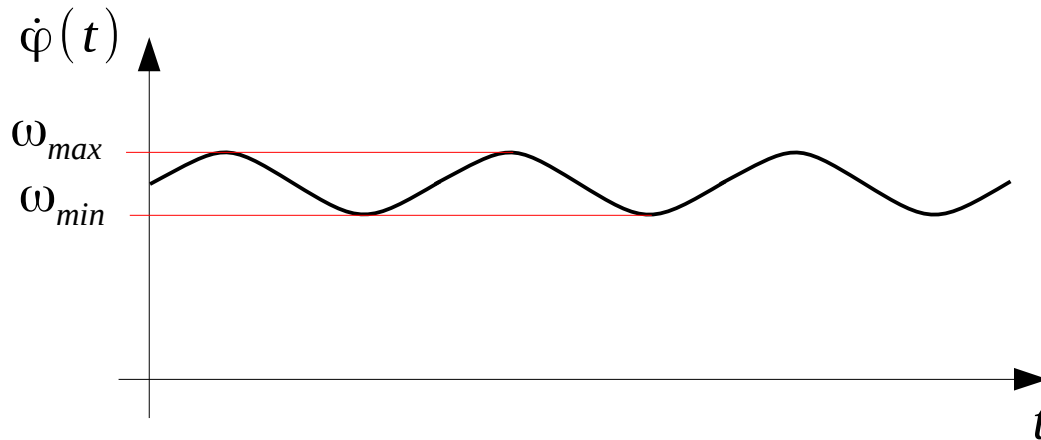
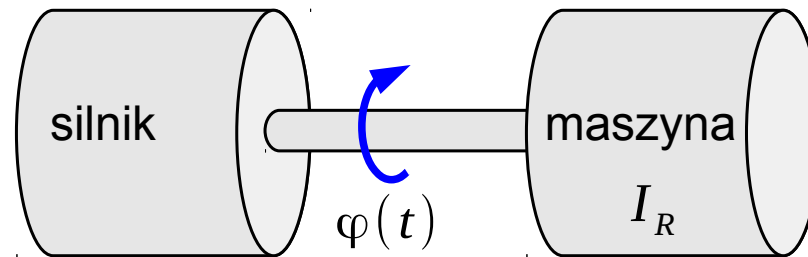


Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{sr}} \quad \omega_{sr} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

Pompy

$$\delta = 1/5 \div 1/30$$

silniki spalinowe

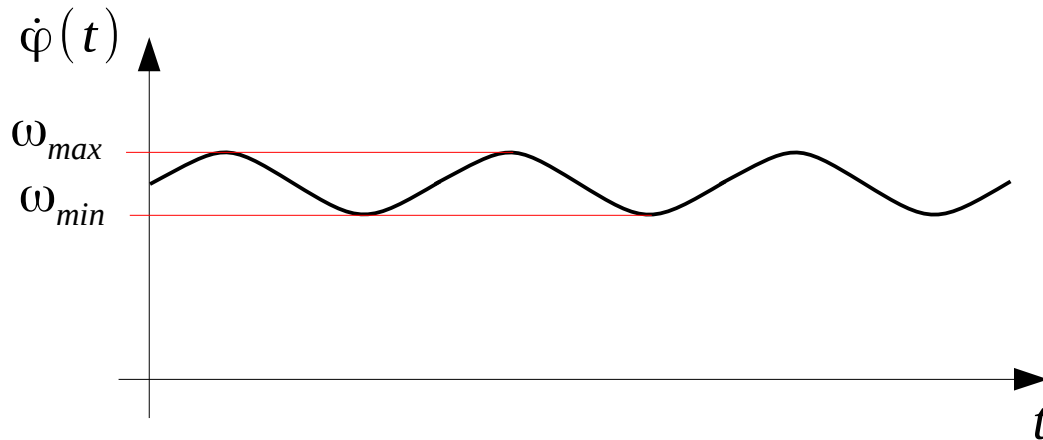
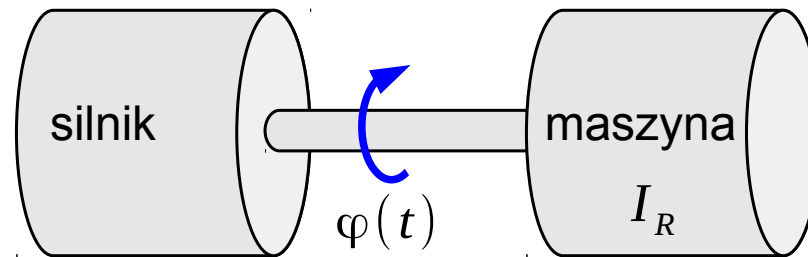
$$\delta = 1/50 \div 1/150$$

generatory

$$\delta = 1/200 \div 1/300$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



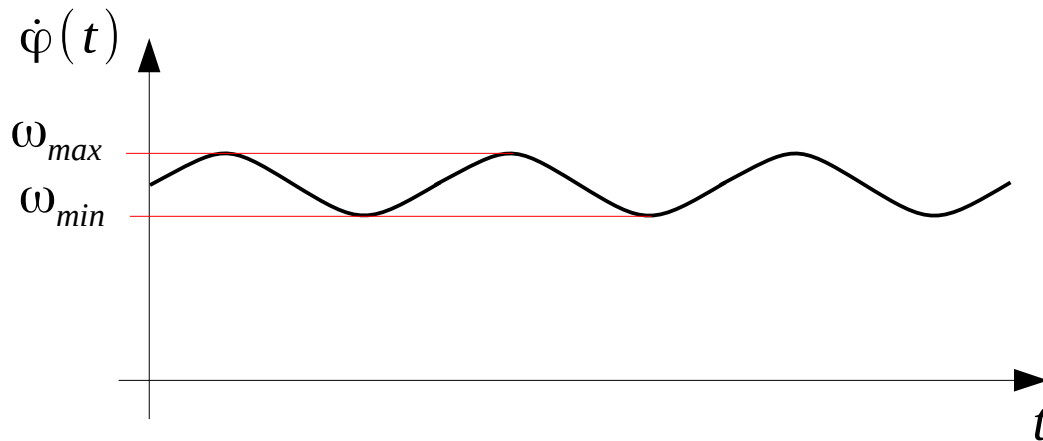
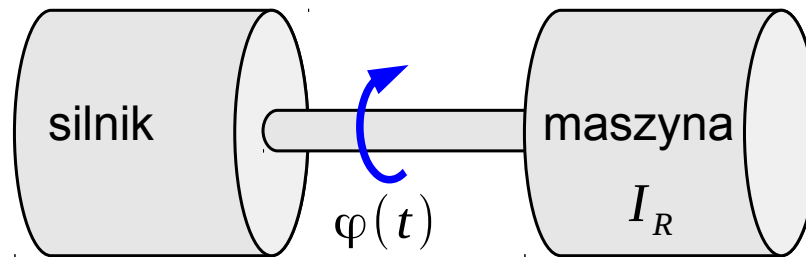
Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

$$E_{k.max} = \frac{1}{2} I_R \omega_{max}^2 \quad E_{k.min} = \frac{1}{2} I_R \omega_{min}^2$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

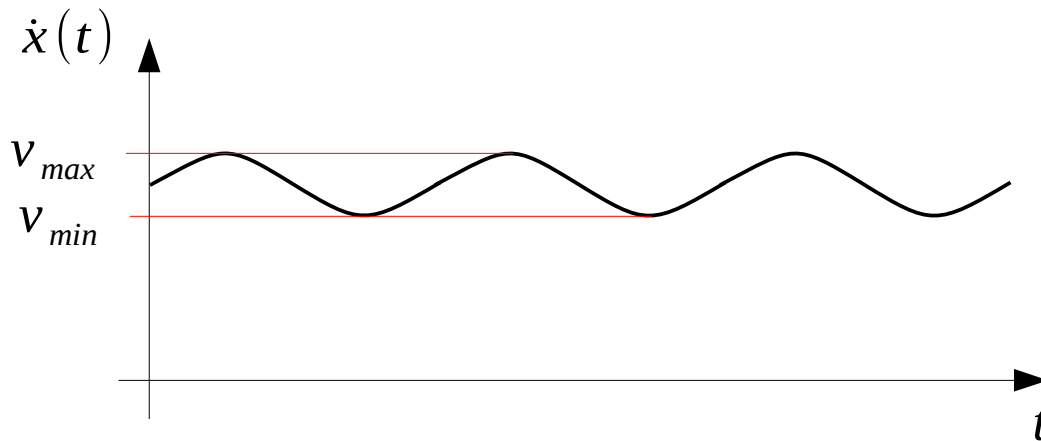
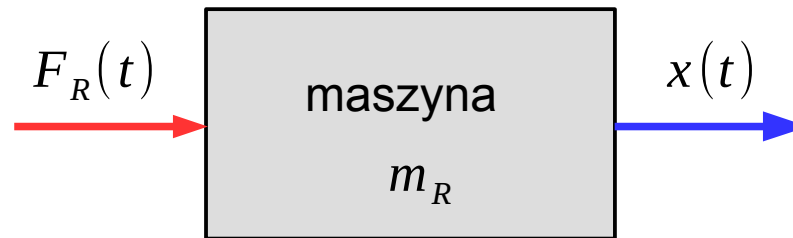
$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

$$E_{k.max} = \frac{1}{2} I_R \omega_{max}^2 \quad E_{k.min} = \frac{1}{2} I_R \omega_{min}^2$$

$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



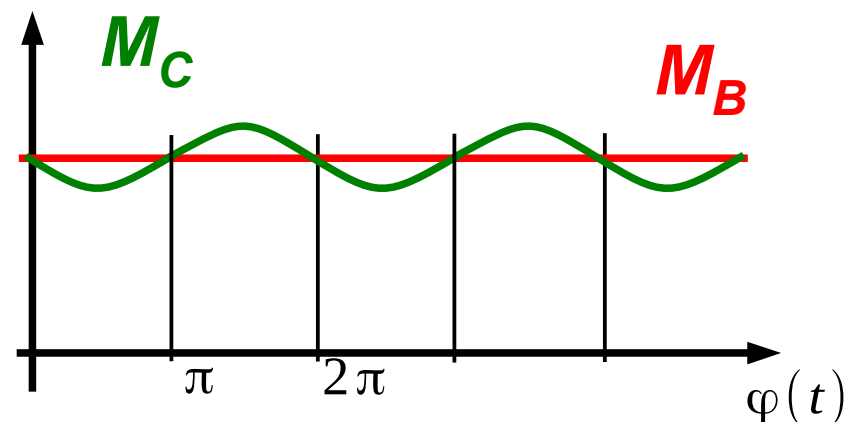
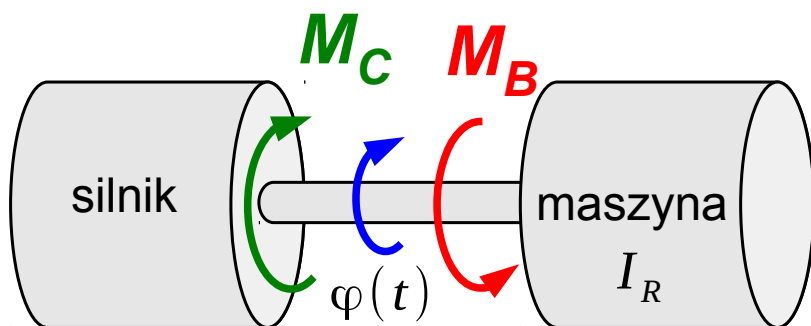
Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{v_{max} - v_{min}}{v_{\acute{s}r}} \quad v_{\acute{s}r} = \frac{v_{max} + v_{min}}{2}$$

$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta m_R v_{\acute{s}r}^2$$

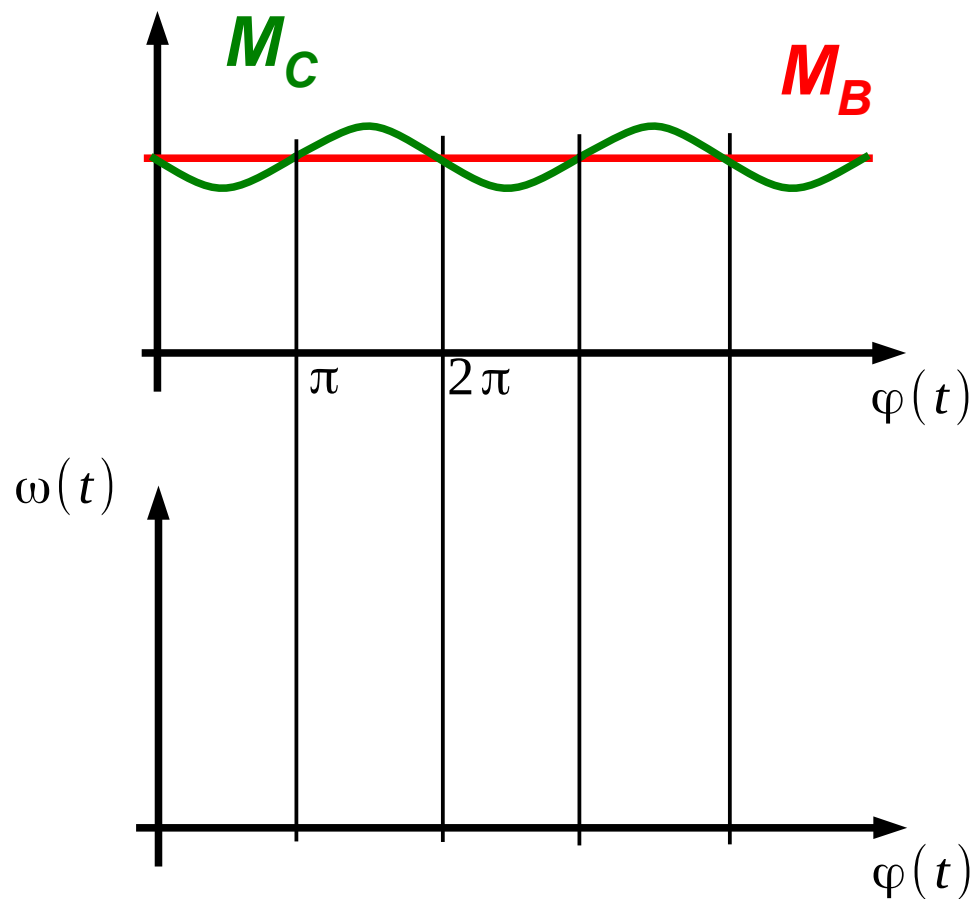
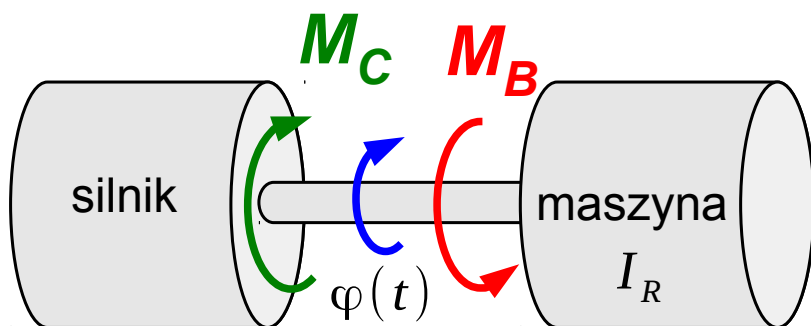
Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



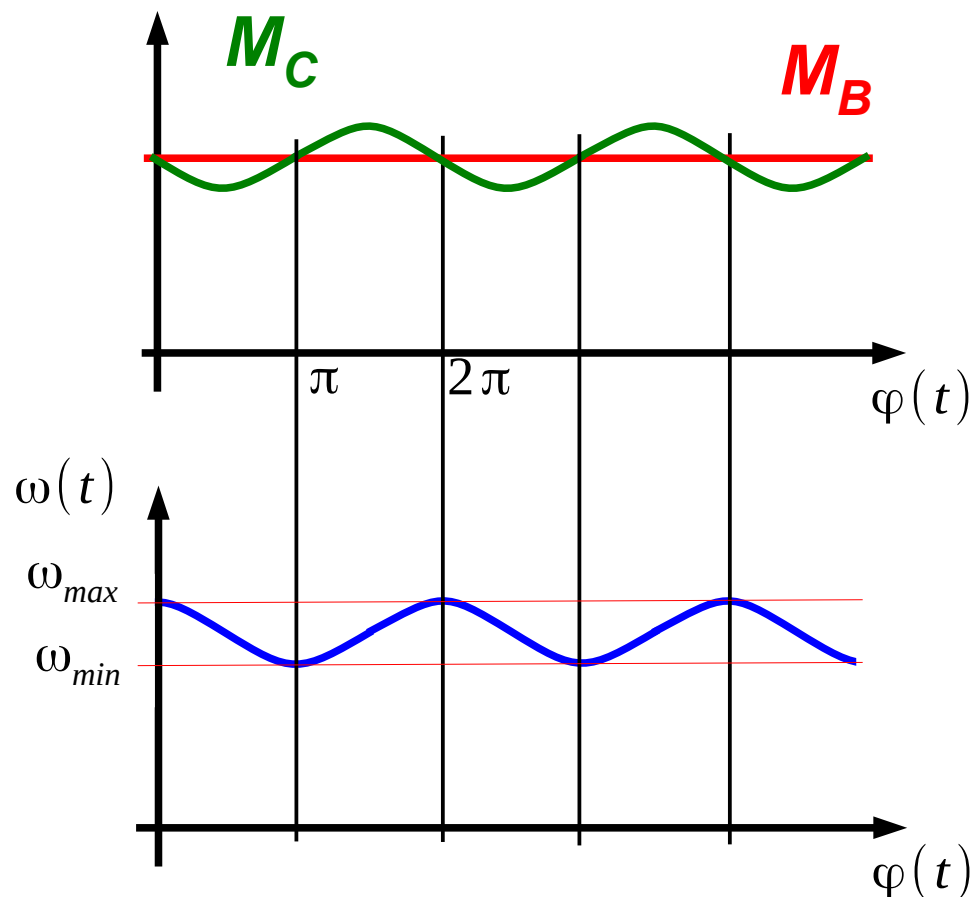
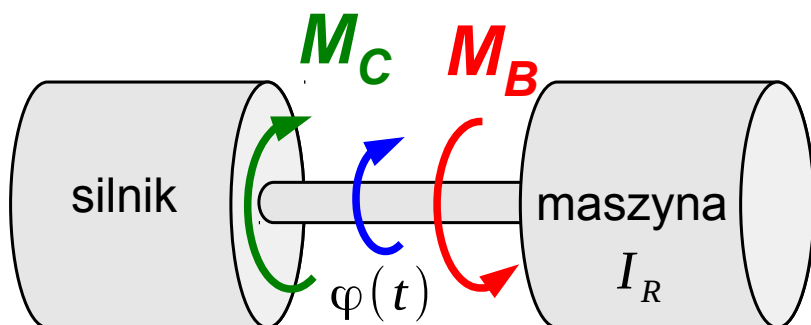
Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



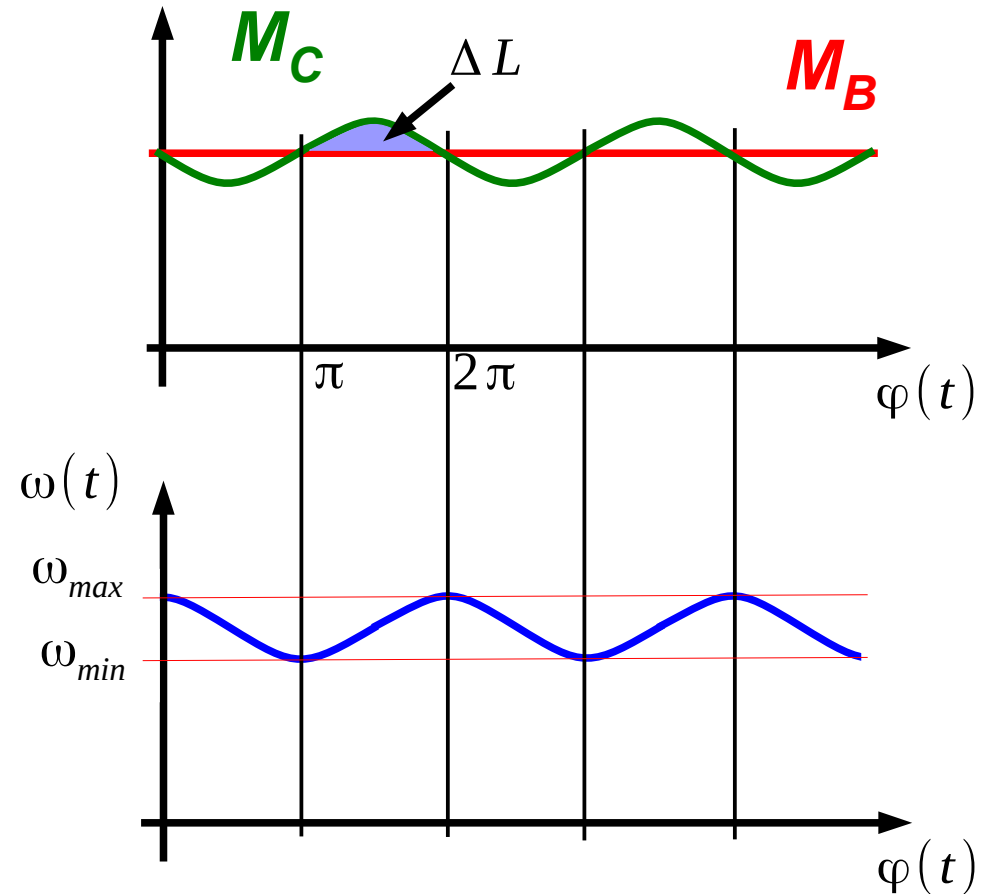
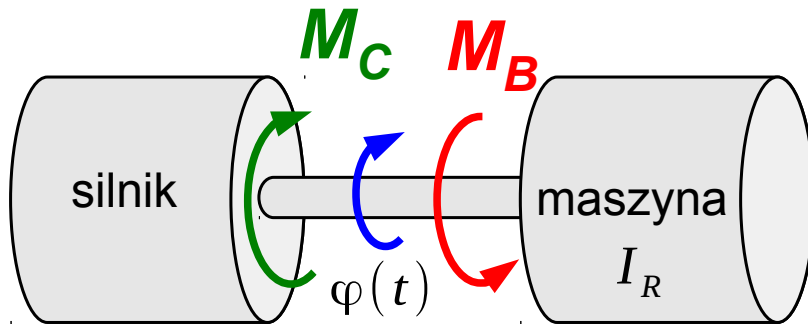
Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



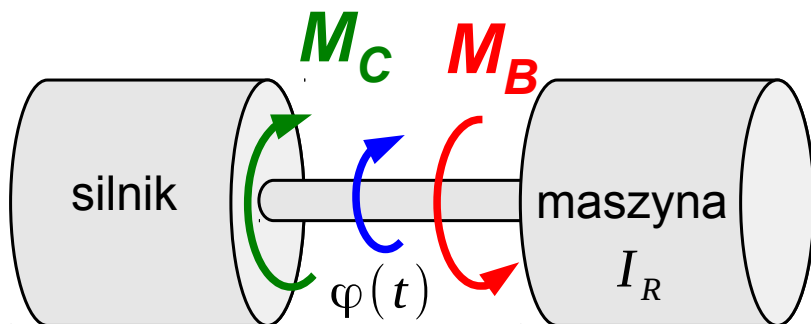
Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym
przyczyna nierównomierności biegu - przykład

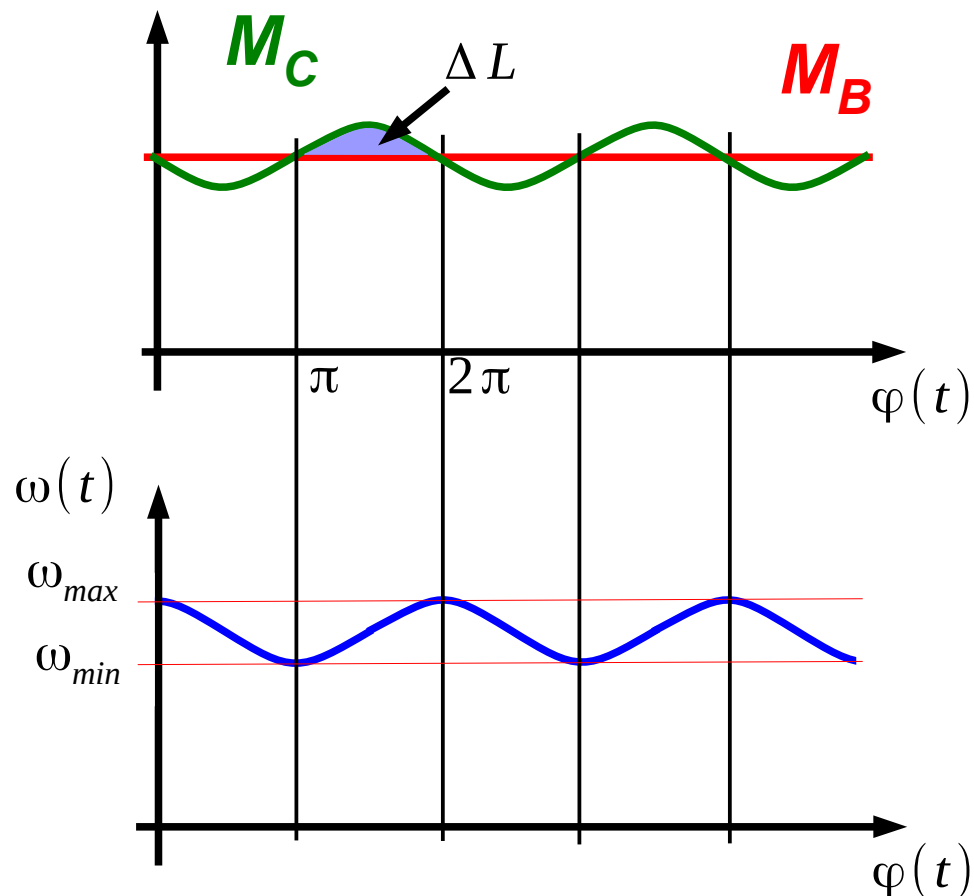


Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym
przyczyna nierównomierności biegu - przykład

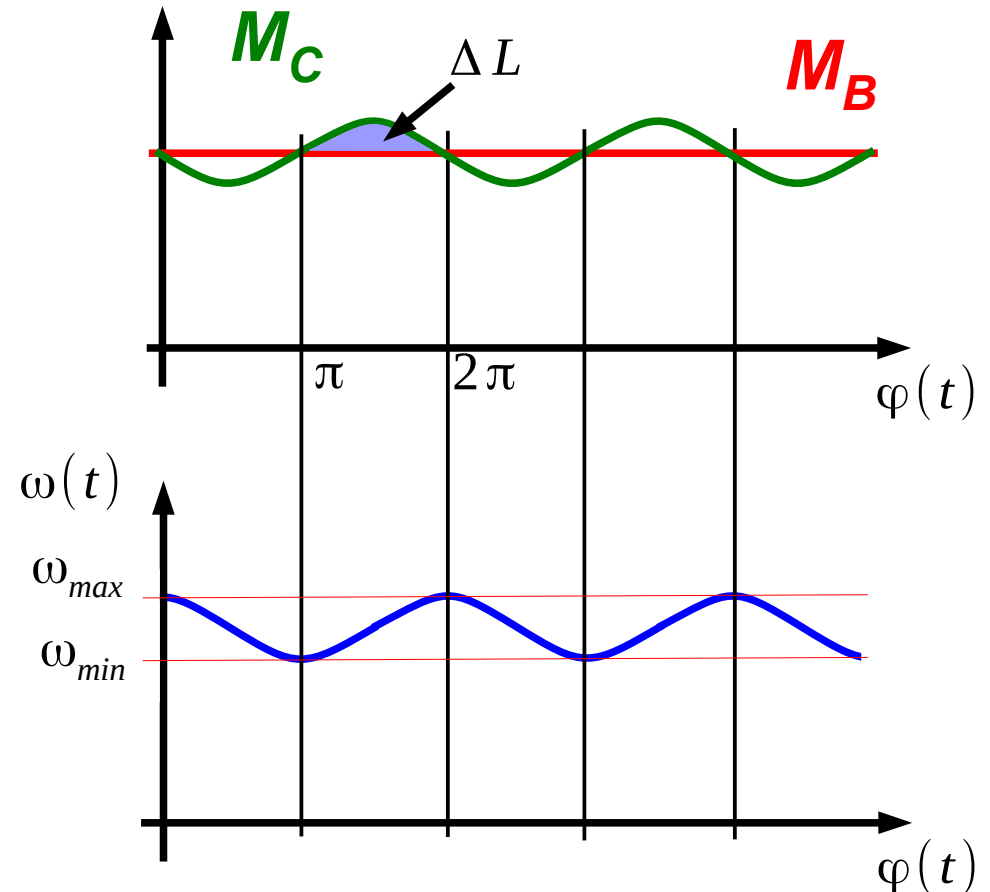
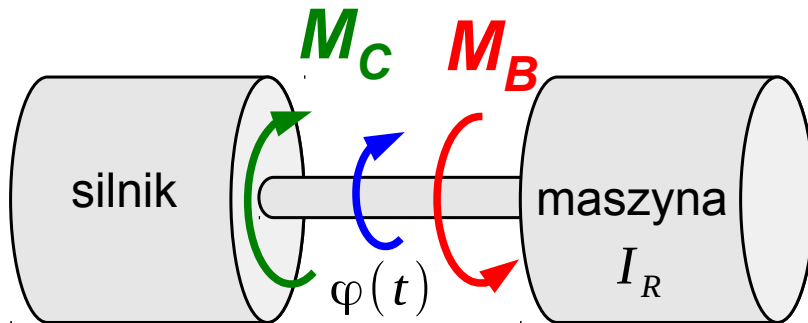


$$\Delta L = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} (M_C - M_B) d\varphi$$



Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym
przyczyna nierównomierności biegu - przykład

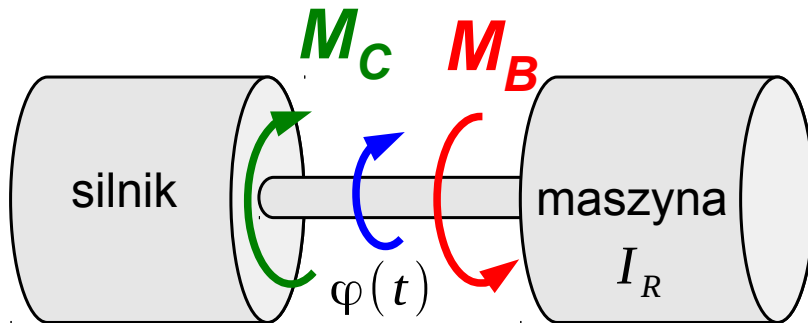


$$\Delta L = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} (M_C - M_B) d\varphi$$

$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta I_R \omega_{sr}^2$$

Nierównomierność biegu maszyny

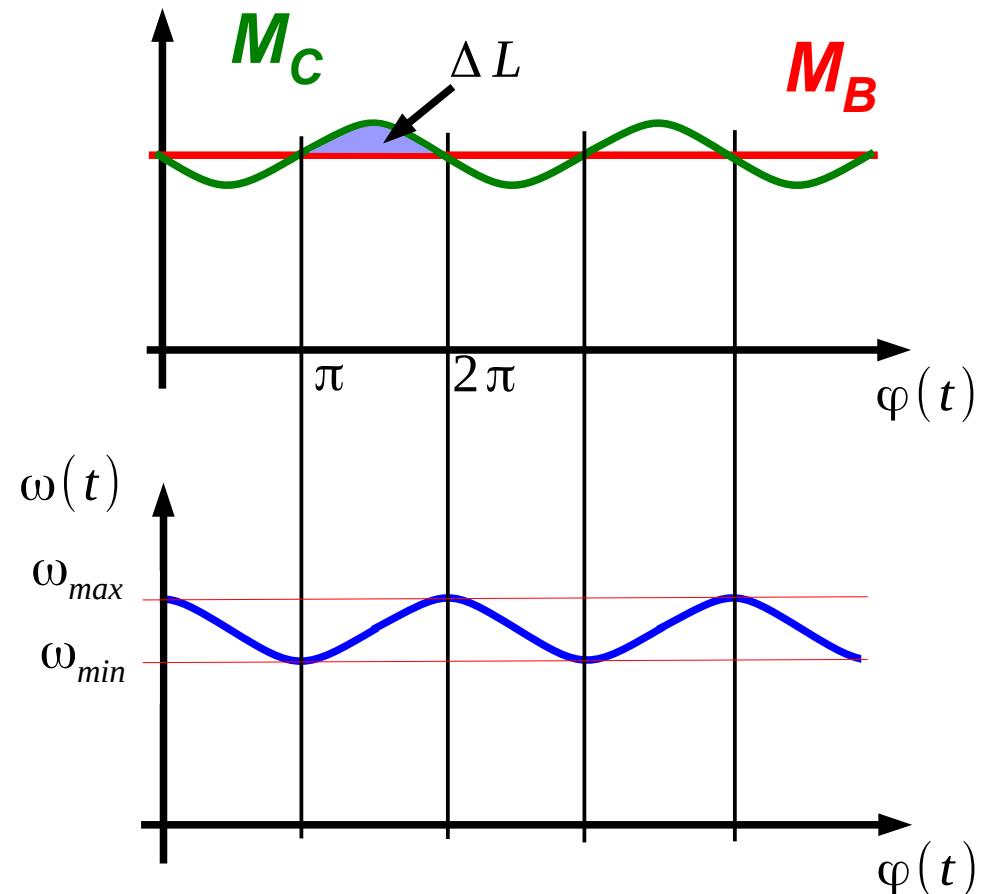
w ruchu ustalonym
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



$$\Delta L = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} (M_C - M_B) d\varphi$$

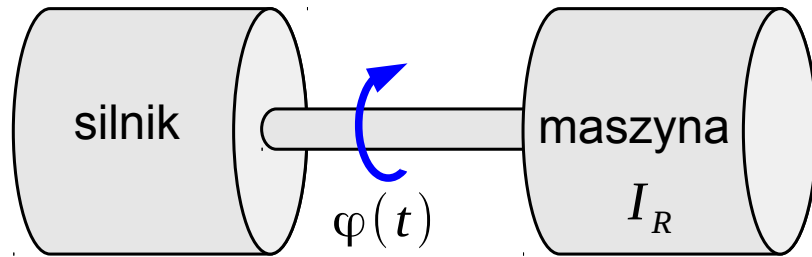
$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta I_R \omega_{sr}^2$$

$$\delta = \frac{\Delta L}{I_R \omega_{sr}^2}$$



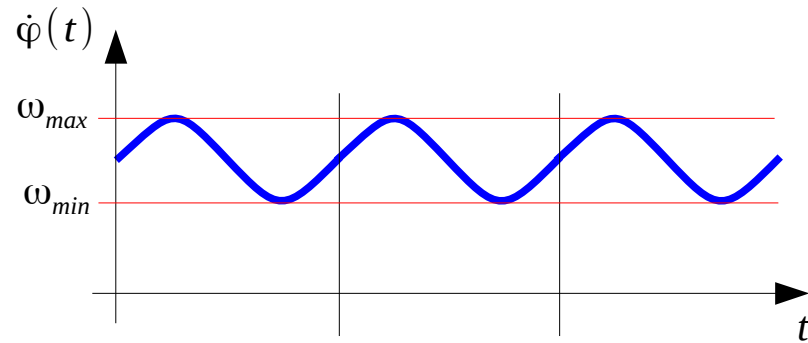
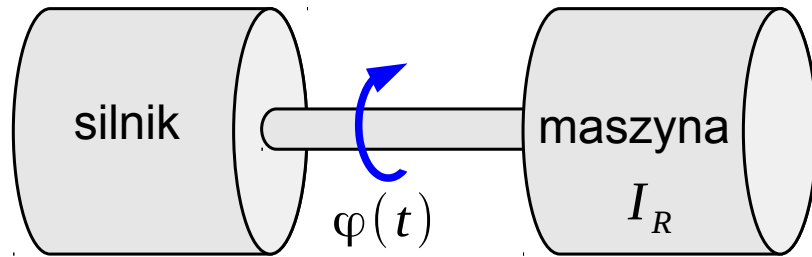
Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



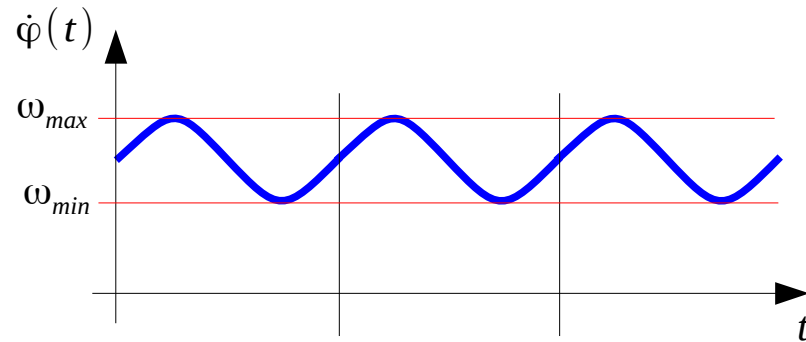
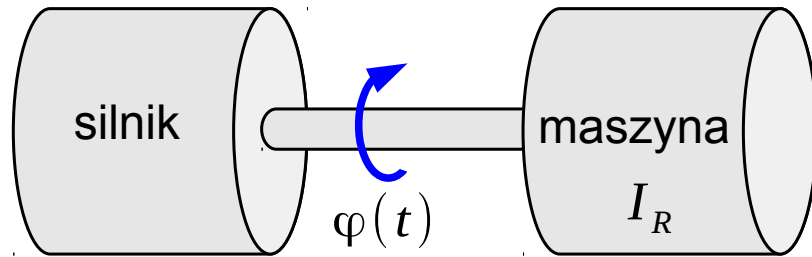
Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



Koło zamachowe

w ruchu ustalonym

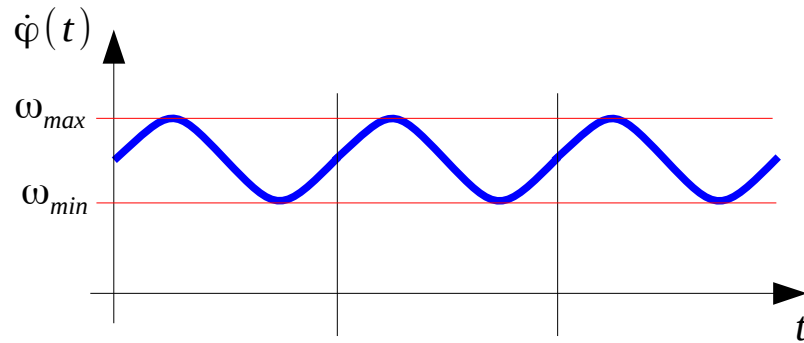
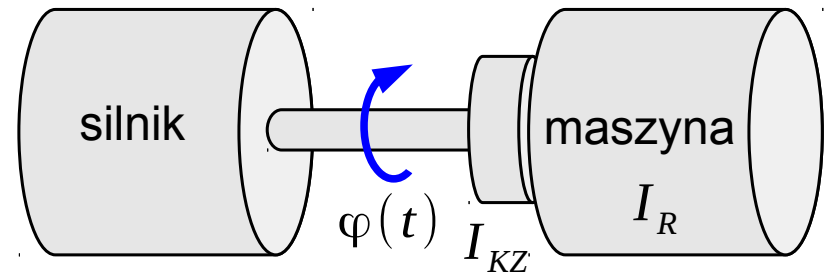
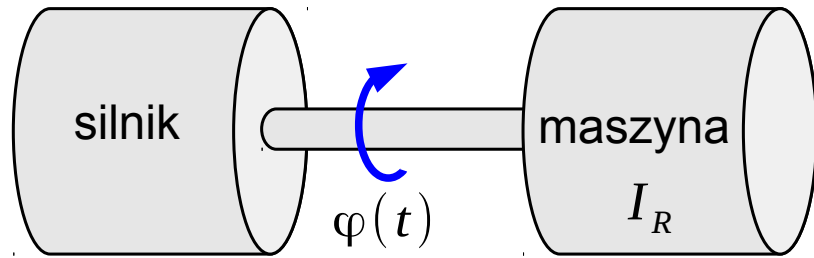


$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$

założenie
 $I_R \approx const.$

Koło zamachowe

w ruchu ustalonym

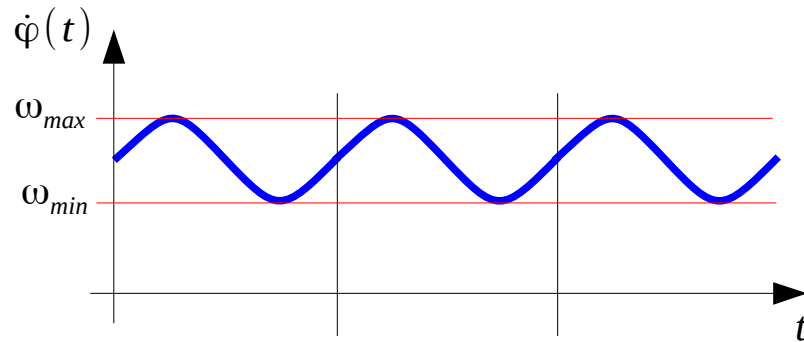
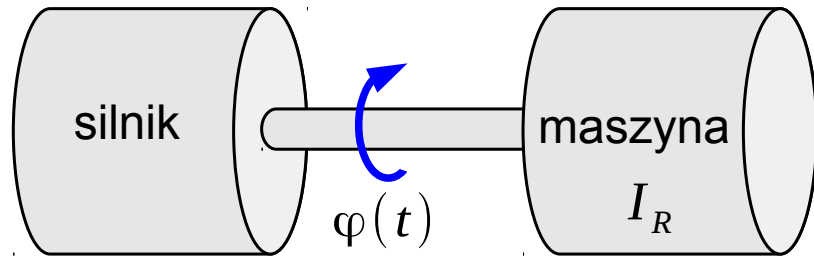


$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$

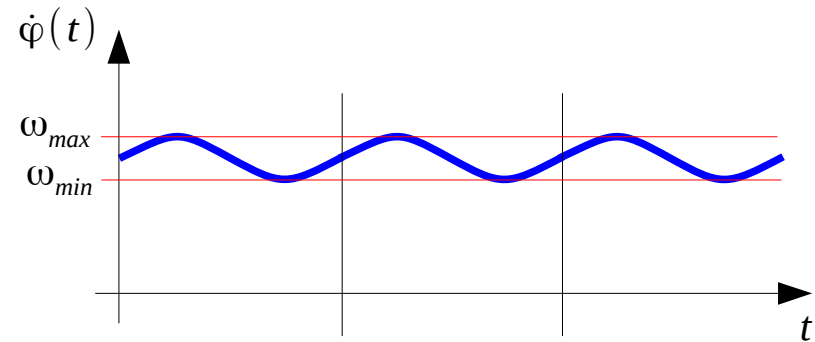
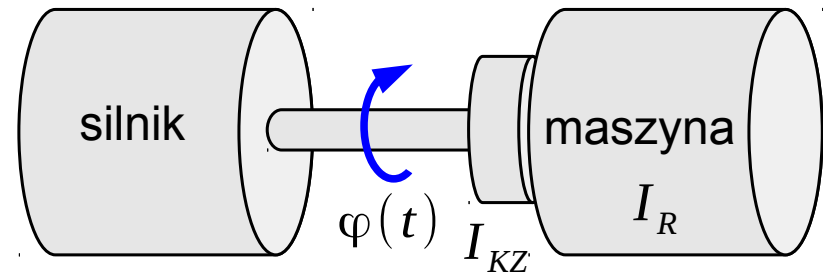
założenie
 $I_R \approx const.$

Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



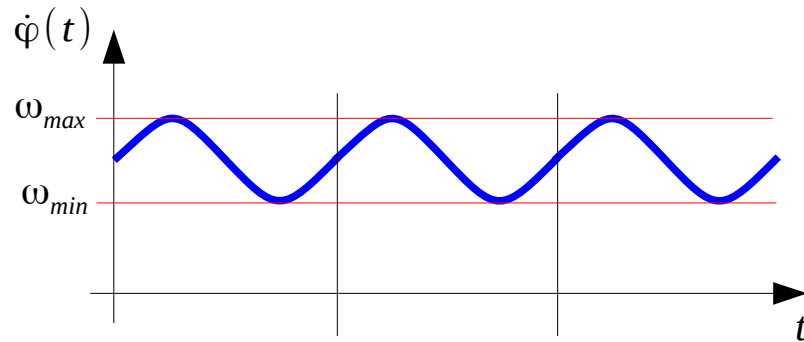
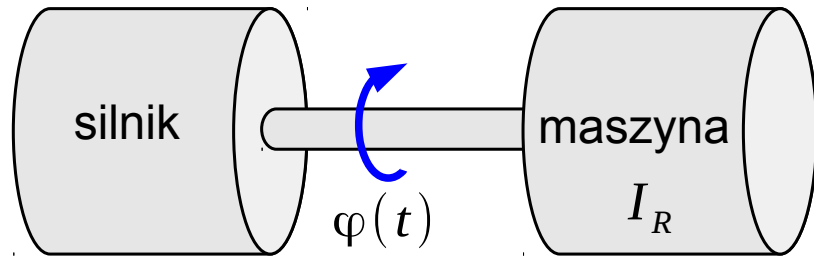
$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$



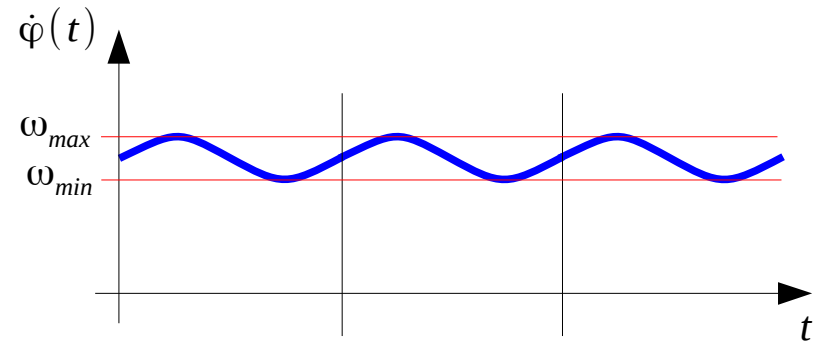
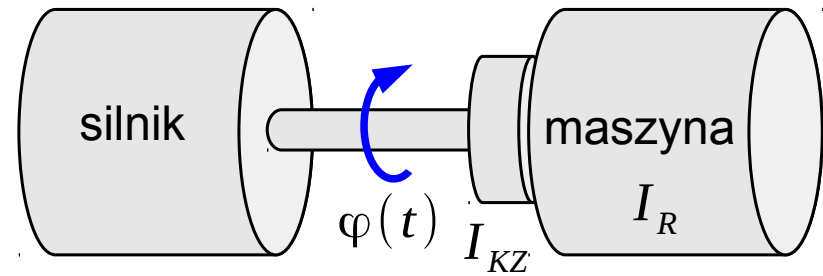
założenie
 $I_R \approx const.$

Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

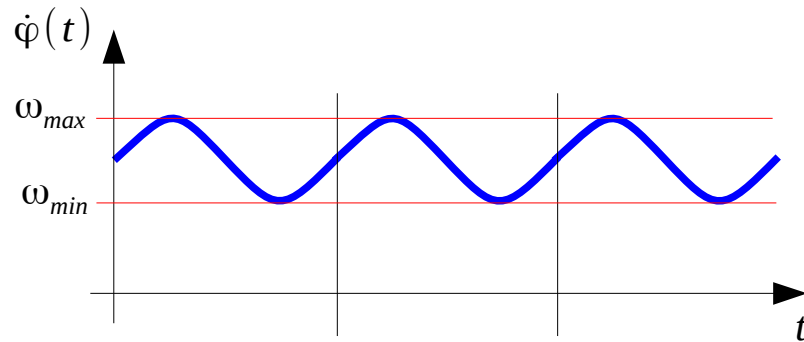
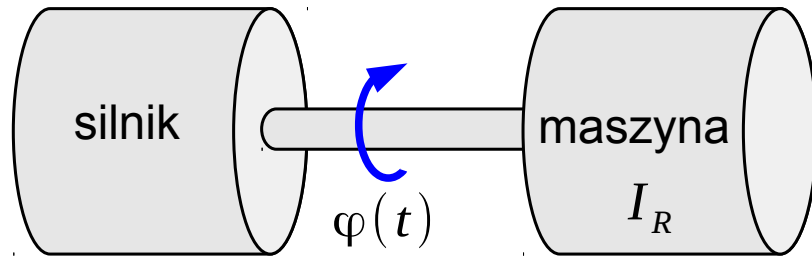


założenie
 $I_R \approx const.$

$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{FW}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

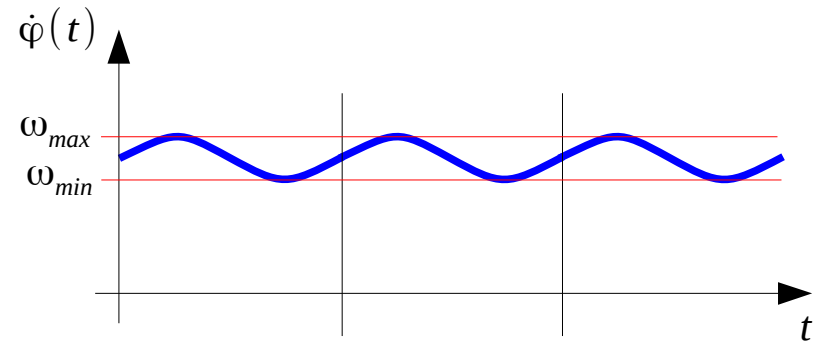
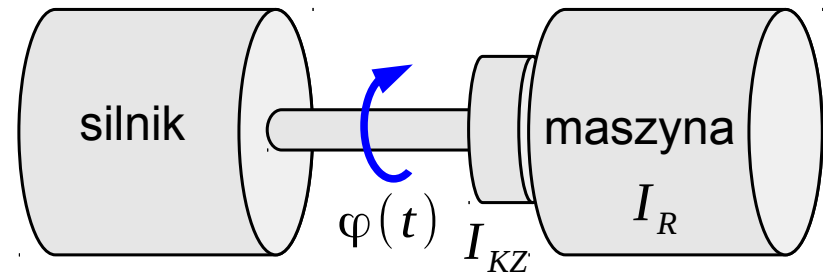
Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

założenie
 $I_R \approx const.$

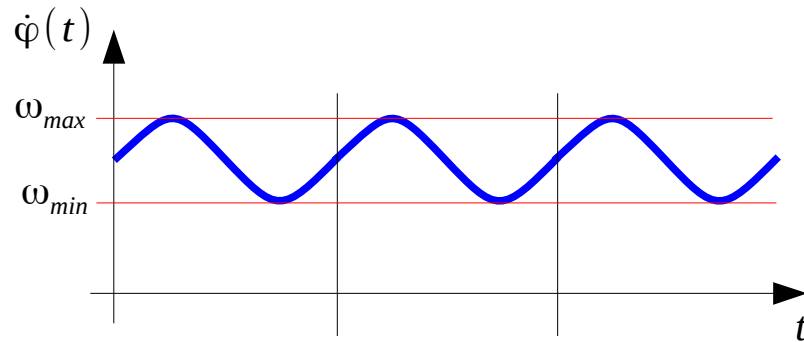
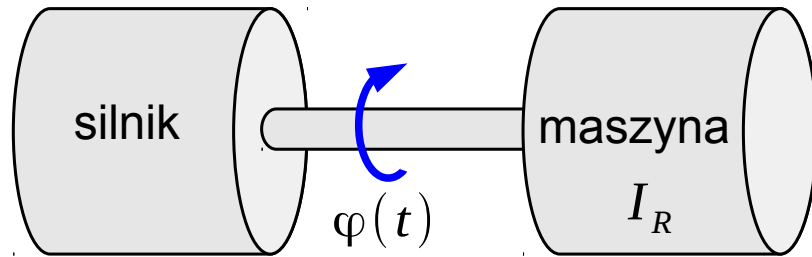


$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{FW}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

$$\delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

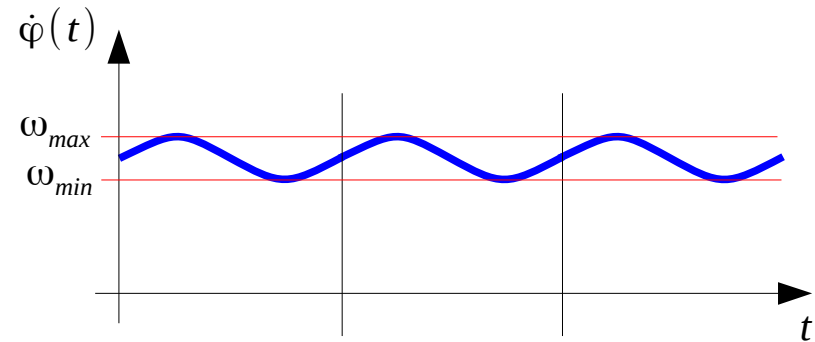
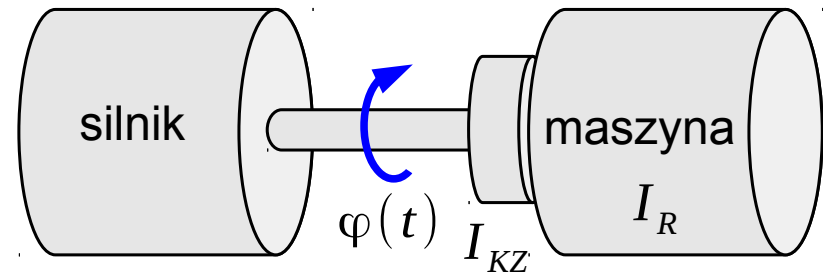
Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

założenie
 $I_R \approx const.$



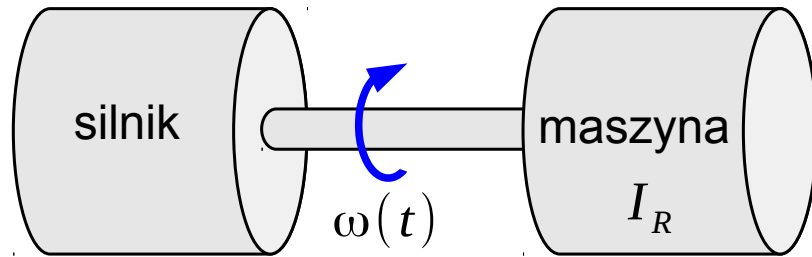
$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

$$\delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

$$I_{KZ} = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} - 1 \right) I_R$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

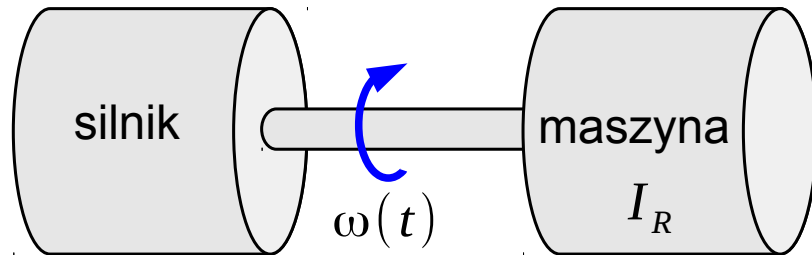
$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10obr/min.

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

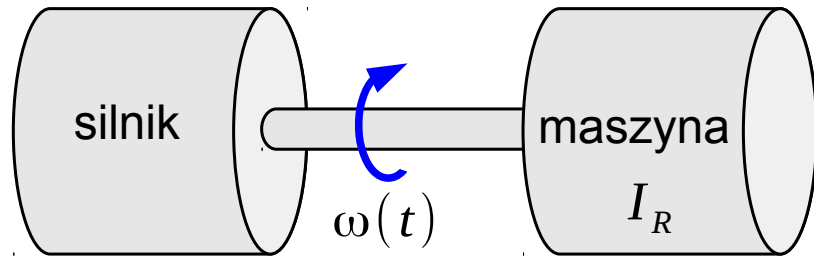
$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10 obr/min.

$$\omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 975 \frac{\text{obr}}{\text{min}} = 975 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 102,10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

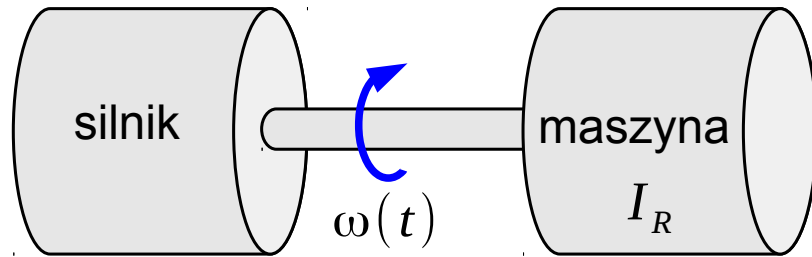
Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10 obr/min.

$$\omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 975 \frac{\text{obr}}{\text{min}} = 975 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 102,10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} = \frac{50}{975} = 0,0513$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10obr/min.

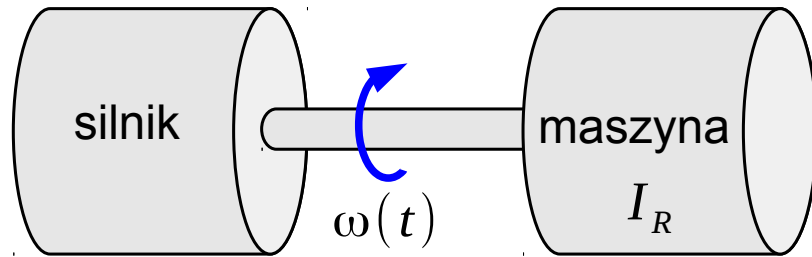
$$\omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 975 \frac{\text{obr}}{\text{min}} = 975 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 102,10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} = \frac{50}{975} = 0,0513$$

$$\Delta L = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = 0,0513 \cdot 10 \text{ kg m}^2 \cdot \left(102,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 = 5347,72 \text{ J}$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10 obr/min.

$$\omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 975 \frac{\text{obr}}{\text{min}} = 975 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 102,10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

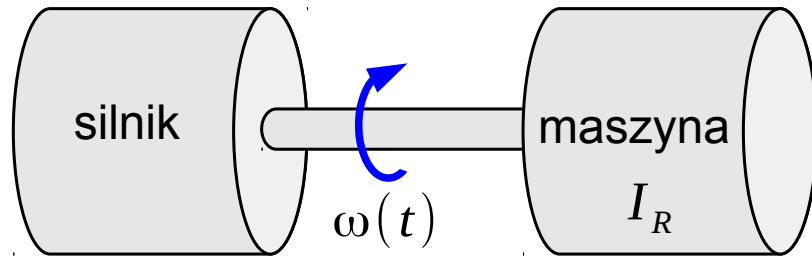
$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} = \frac{50}{975} = 0,0513$$

$$\Delta L = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = 0,0513 \cdot 10 \text{ kg m}^2 \cdot \left(102,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 = 5347,72 \text{ J}$$

$$\delta_{KZ} = \frac{10 \text{ obr/min}}{975 \text{ obr/min}} = 0,010256$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10 obr/min.

$$\omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 975 \frac{\text{obr}}{\text{min}} = 975 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 102,10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} = \frac{50}{975} = 0,0513$$

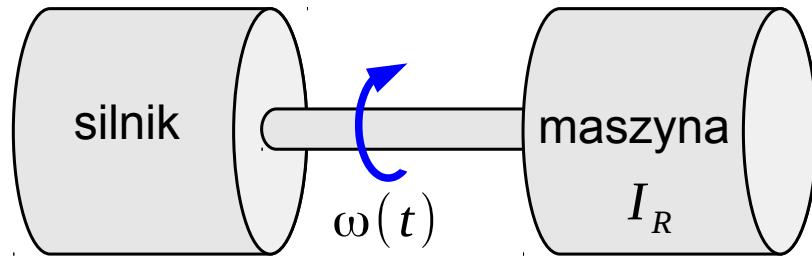
$$\Delta L = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = 0,0513 \cdot 10 \text{ kg m}^2 \cdot \left(102,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 = 5347,72 \text{ J}$$

$$\delta_{KZ} = \frac{10 \text{ obr/min}}{975 \text{ obr/min}} = 0,010256$$

$$\Delta L = \delta_{KZ} (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10 obr/min.

$$\omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 975 \frac{\text{obr}}{\text{min}} = 975 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 102,10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} = \frac{50}{975} = 0,0513$$

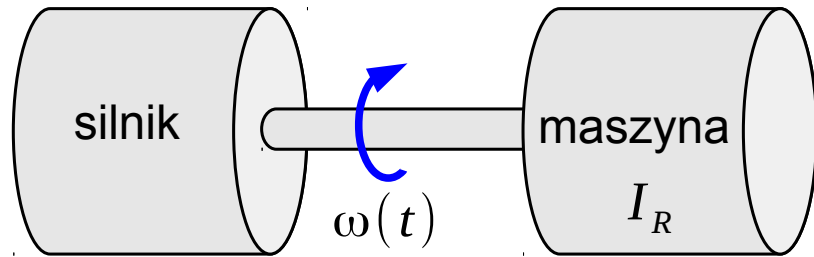
$$\Delta L = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = 0,0513 \cdot 10 \text{ kg m}^2 \cdot \left(102,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 = 5347,72 \text{ J}$$

$$\delta_{KZ} = \frac{10 \text{ obr/min}}{975 \text{ obr/min}} = 0,010256$$

$$\Delta L = \delta_{KZ} (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2 \Rightarrow I_{KZ} = \frac{\Delta L}{\delta_{KZ} \omega_{\acute{s}r}^2} - I_R = 41,3 \text{ kg m}^2$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10 obr/min.

$$\omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 975 \frac{\text{obr}}{\text{min}} = 975 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 102,10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} = \frac{50}{975} = 0,0513$$

$$\Delta L = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = 0,0513 \cdot 10 \text{ kg m}^2 \cdot \left(102,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 = 5347,72 \text{ J}$$

$$\delta_{KZ} = \frac{10 \text{ obr/min}}{975 \text{ obr/min}} = 0,010256$$

$$\Delta L = \delta_{KZ} (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2 \Rightarrow I_{KZ} = \frac{\Delta L}{\delta_{KZ} \omega_{\acute{s}r}^2} - I_R = 41,3 \text{ kg m}^2$$

ale można policzyć to również krótszym wzorem:

$$I_{KZ} = \left(\frac{\delta}{\delta_{KZ}} - 1\right) I_R = 40 \text{ kg m}^2$$

...i tu widać jak zaokrąglenia w poszczególnych etapach obliczeń z lewej strony zawyżyły wynik...

Koło zamachowe

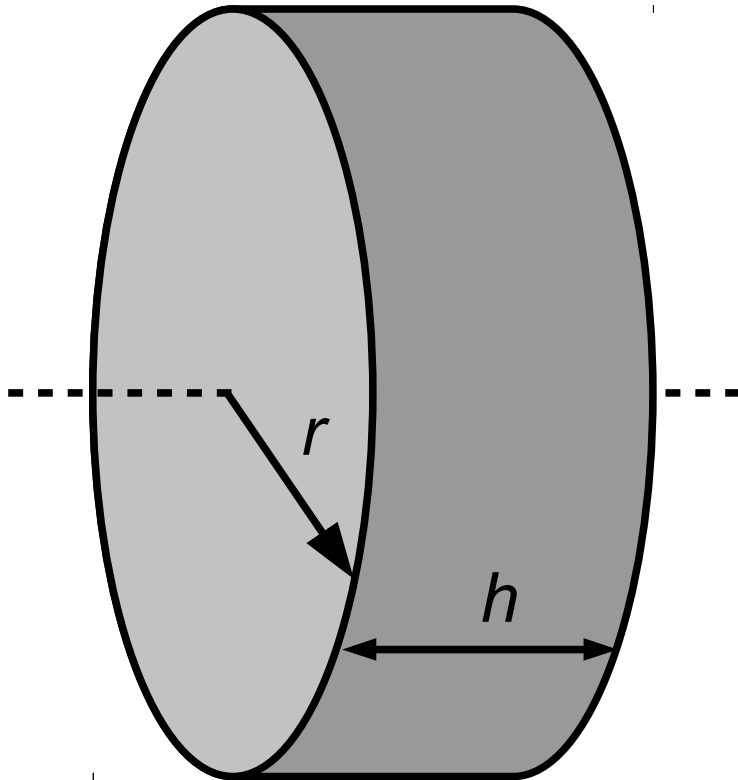
Przykład 1

Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$

$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

$$\rho_{stal} =$$

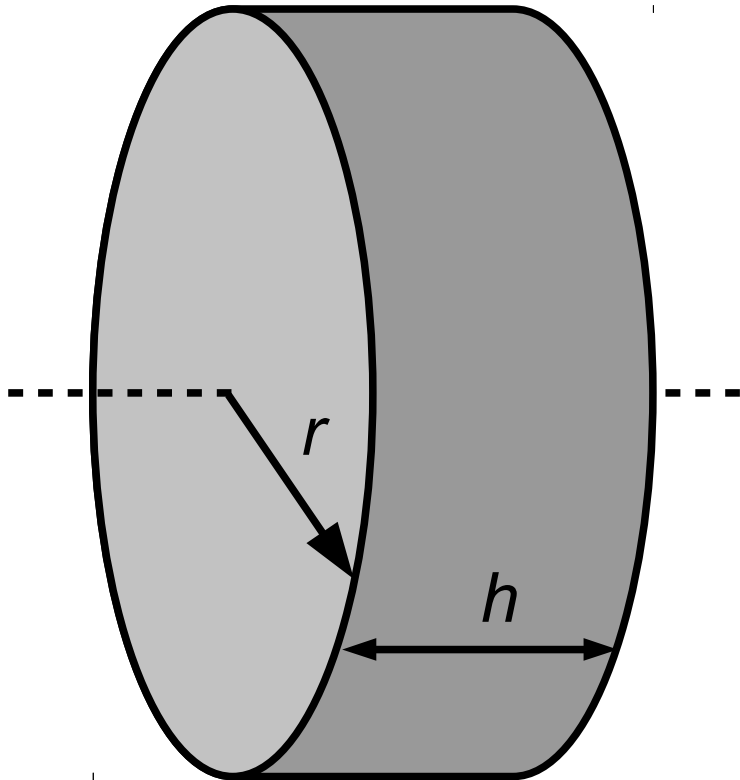


Koło zamachowe

Przykład 1

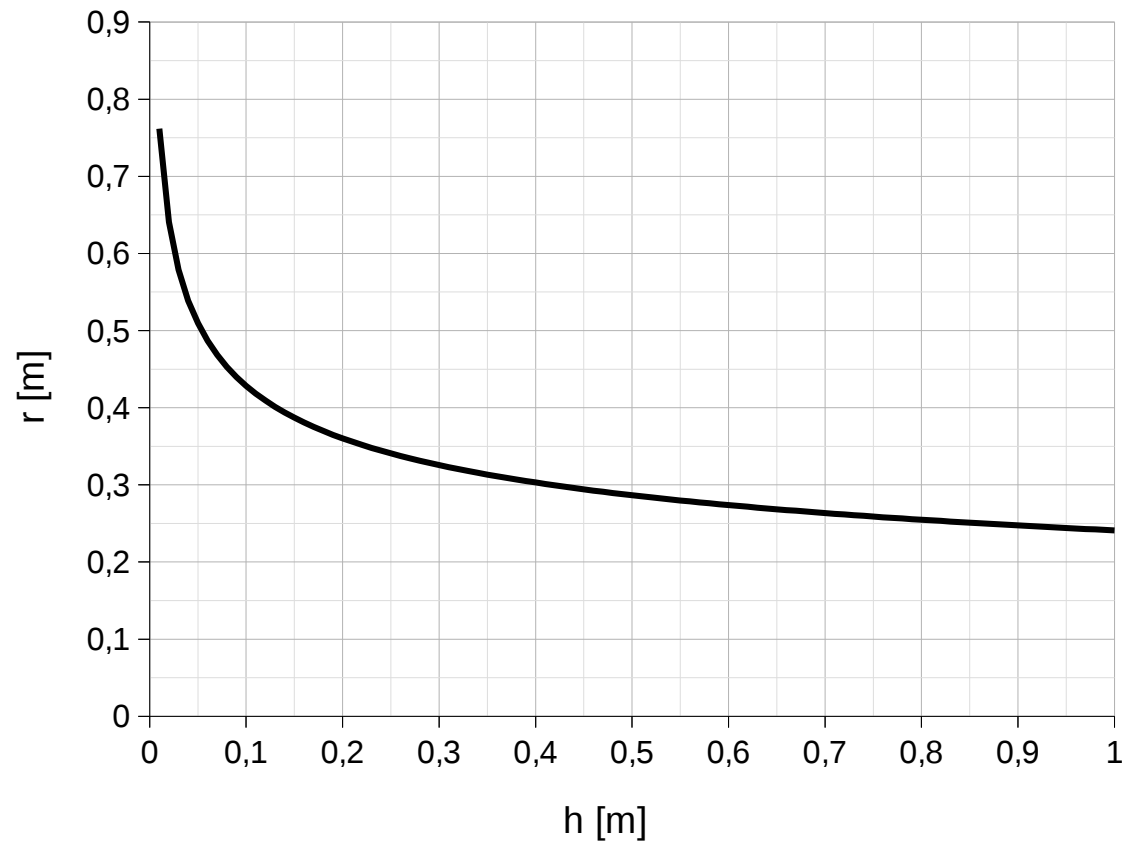
Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$



$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

$$\rho_{stal} = 7800 \text{ kg/m}^3$$

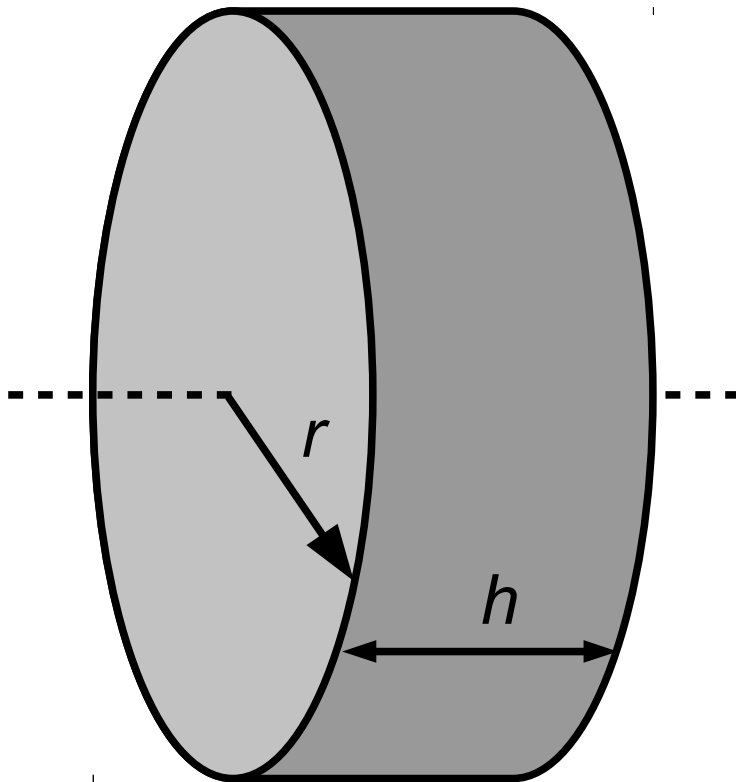


Koło zamachowe

Przykład 1

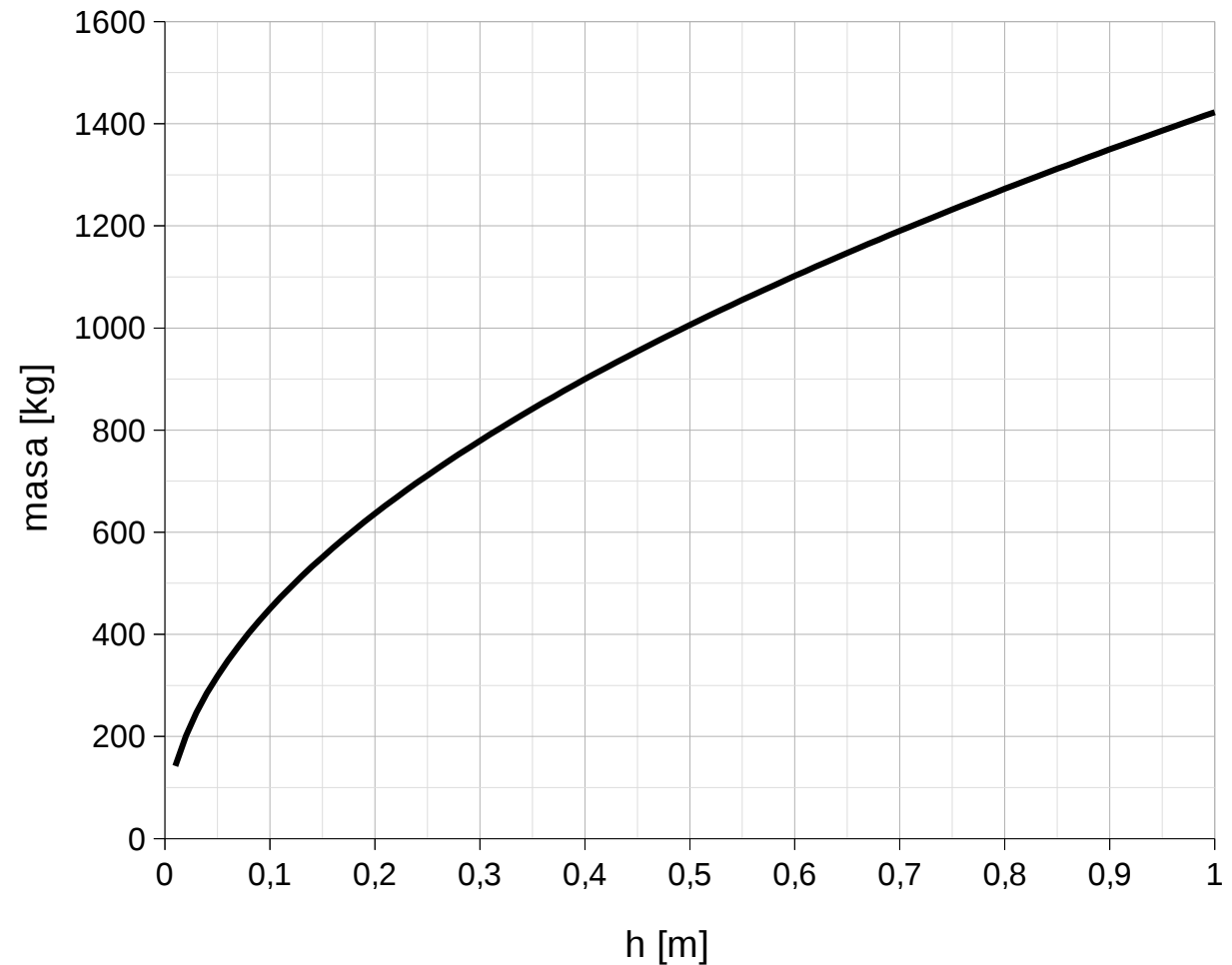
Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$



$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

$$\rho_{\text{stal}} = 7800 \text{ kg/m}^3$$



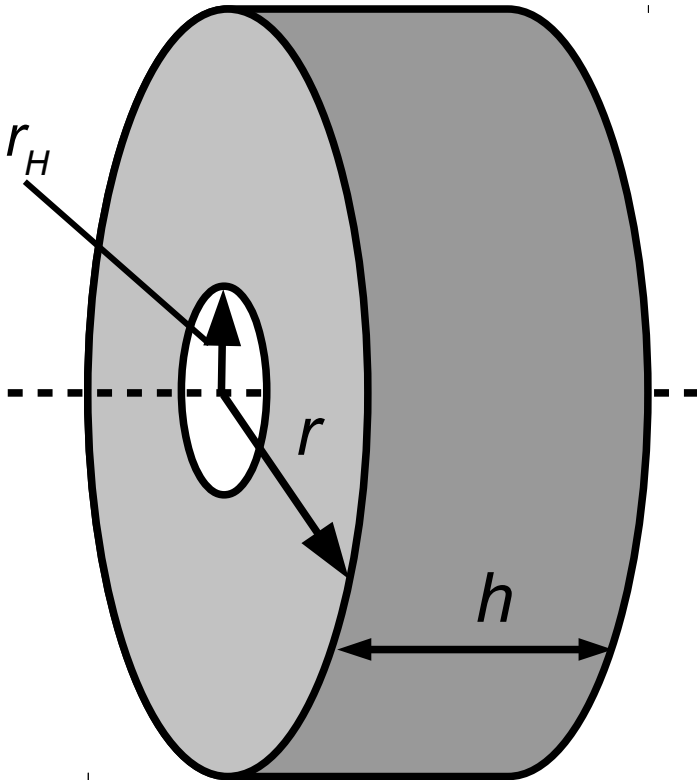
Koło zamachowe

Przykład 1

Walec z otworem

$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_H^4$$

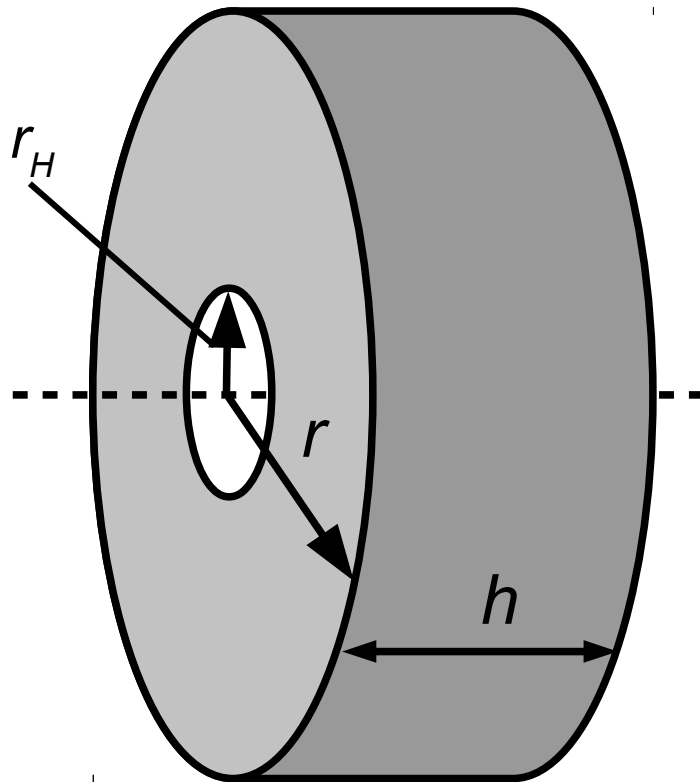


Koło zamachowe

Przykład 1

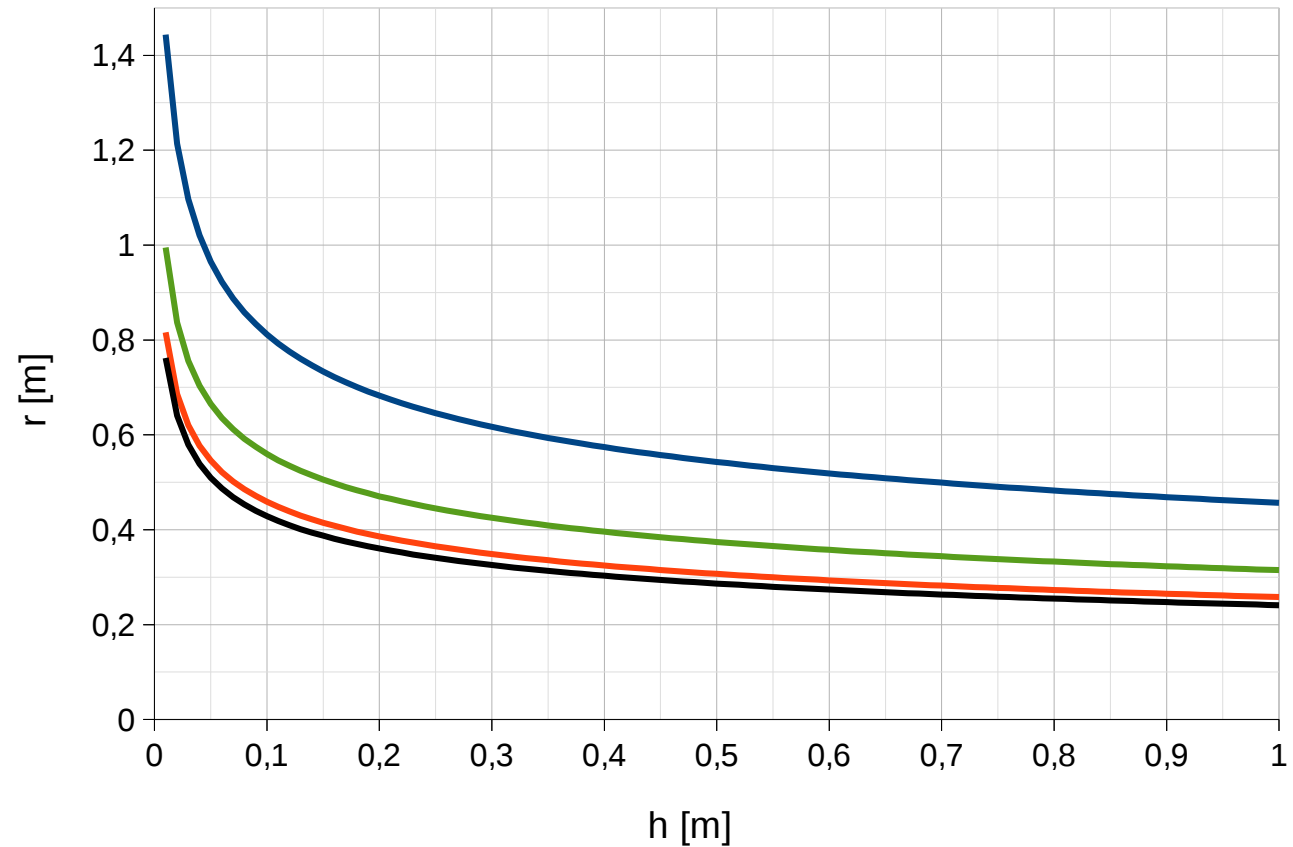
Walec z otworem

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_H^4$$



$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

- r (lity walec)
- r(70% otworu)
- r(90% otworu)
- r(98% otworu)

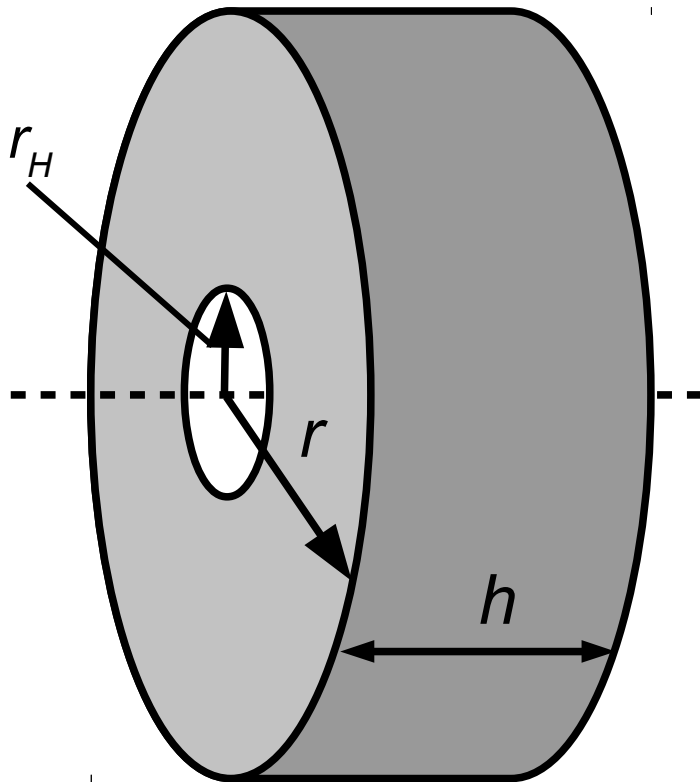


Koło zamachowe

Przykład 1

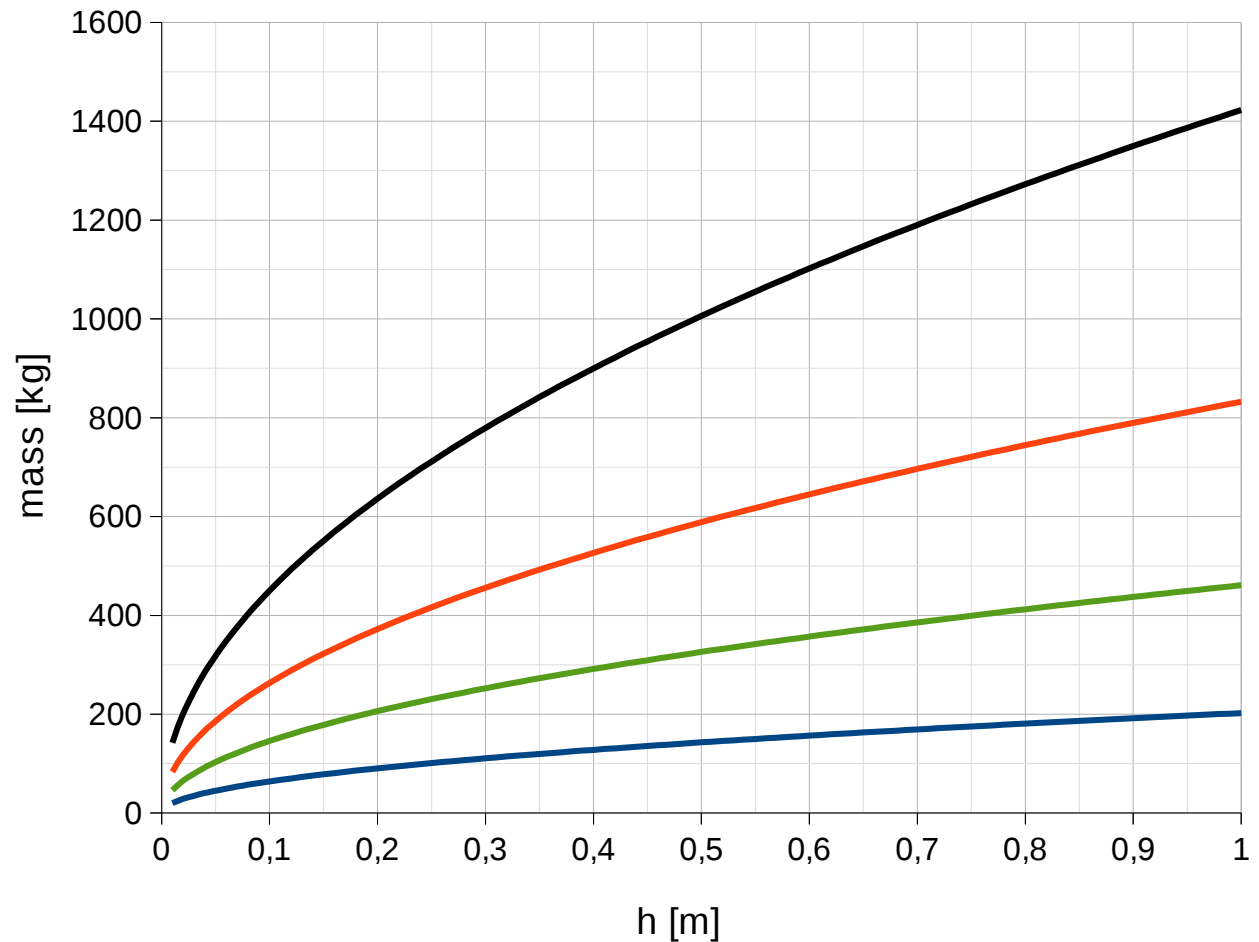
Walec z otworem

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_H^4$$



$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

- masa (lity walec)
- masa (70% otworu)
- masa (90% otworu)
- masa (98% otworu)



Podstawy automatyki

Podstawy automatyki

Automatyka – dyscyplina naukowa (z dziedziny nauk technicznych, wymieniana razem z robotyką) zajmująca się zagadnieniami sterowania procesami bez stałego nadzoru człowieka

Podstawy automatyki

Automatyka – dyscyplina naukowa (z dziedziny nauk technicznych, wymieniana razem z robotyką) zajmująca się zagadnieniami sterowania procesami bez stałego nadzoru człowieka

automatyka \neq automatyzacja

Podstawy automatyki

Automatyka – dyscyplina naukowa (z dziedziny nauk technicznych, wymieniana razem z robotyką) zajmująca się zagadnieniami sterowania procesami bez stałego nadzoru człowieka

automatyka \neq automatyzacja

Teoria sterowania – gałąź matematyki i cybernetyki zajmująca się analizą i modelowaniem matematycznym układów i procesów traktowanych jako układy dynamiczne ze sprzężeniem zwrotnym.

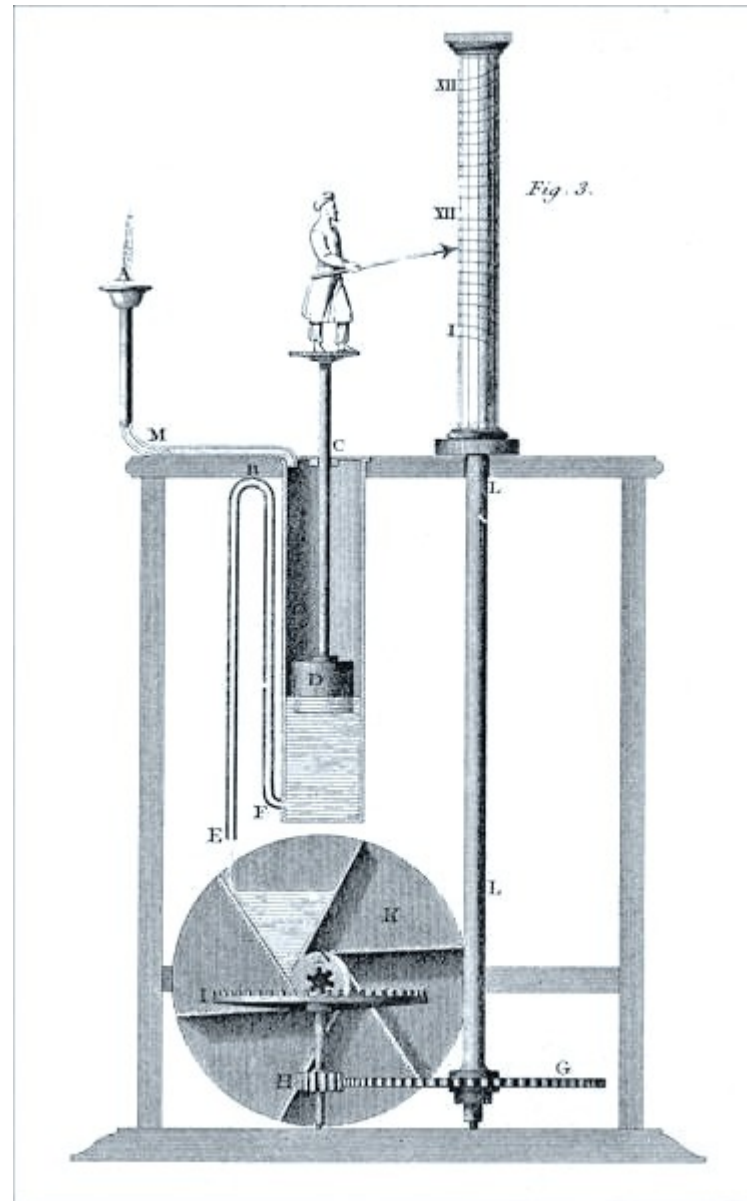
Historia automatyki

Starożytna Grecja, Egipt, Państwo Arabskie

układy utrzymywania
poziomu płynów

Klepsydra Ktesibiosa
(3w. p.n.e.)

Źródło-wikipedia: Abraham Rees (1819) "Clepsydra" in Cyclopædia: or, a New Universal Dictionary of Arts and Sciences The image is the JPEG reproduction published 2007-02-01 by the Horological Foundation.



Teoria sterowania

Klasyczna teoria sterowania	
układy o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO)	
układy liniowe	
układy niezależne od czasu	
opis za pomocą transmitancji	
analiza w dziedzinie czasu i częstości	
zainteresowanie odpowiedzią układu	

Teoria sterowania

Klasyczna teoria sterowania	Współczesna teoria sterowania (od około 1950)
układy o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO)	układy o wielu wejściach i wyjściach
układy liniowe	często układy nieliniowe
układy niezależne od czasu	układy zależne od czasu
opis za pomocą transmitancji	opis równaniami stanu
analiza w dziedzinie czasu i częstości	analiza w dziedzinie czasu
zainteresowanie odpowiedzią układu	zainteresowanie stanem układu

Single Input Single Output (SISO) system



Single Input Multiple Output (SIMO) system



Multiple Input Single Output (MISO) system



Multiple Input Multiple Output (MIMO) system



Historia automatyki

XVII-XVIII

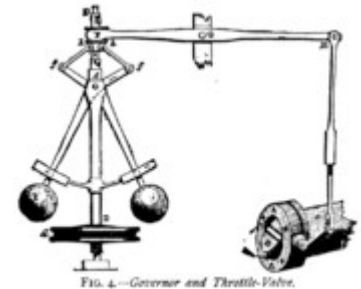
Regulacja temperatury pieców i kotłów
regulacja ciśnienia

XVIII-XIX

regulacja przepływu w dystrybucji wody i silnikach parowych
regulacja prędkości i siły w młynach wiatrakowych
regulator Watta dla silników parowych

XIX-XX

Transformata Laplace'a i Z-transformata
Lapunow – analiza stabilności
Routh – analiza stabilności
Hurwitz – analiza stabilności
Nyquist – analiza stabilności i częstościowa
Bode, Nichols – analiza w dziedzinie częstości
Evans – linia pierwiastkowa
Sperry, Minorsky – PID



Układy liniowe niezależne od czasu (Linear time-invariant LTI)

Układ liniowy

$x(t)$ - wejście, $y(t) = h(x(t))$ - wyjście

$h(\alpha x(t)) = \alpha h(x(t)) = \alpha y(t)$ skalowanie

$h(x_1(t) + x_2(t)) = h(x_1(t)) + h(x_2(t))$ superpozycja

Układy liniowe niezależne od czasu (Linear time-invariant LTI)

Układ niezależny od czasu

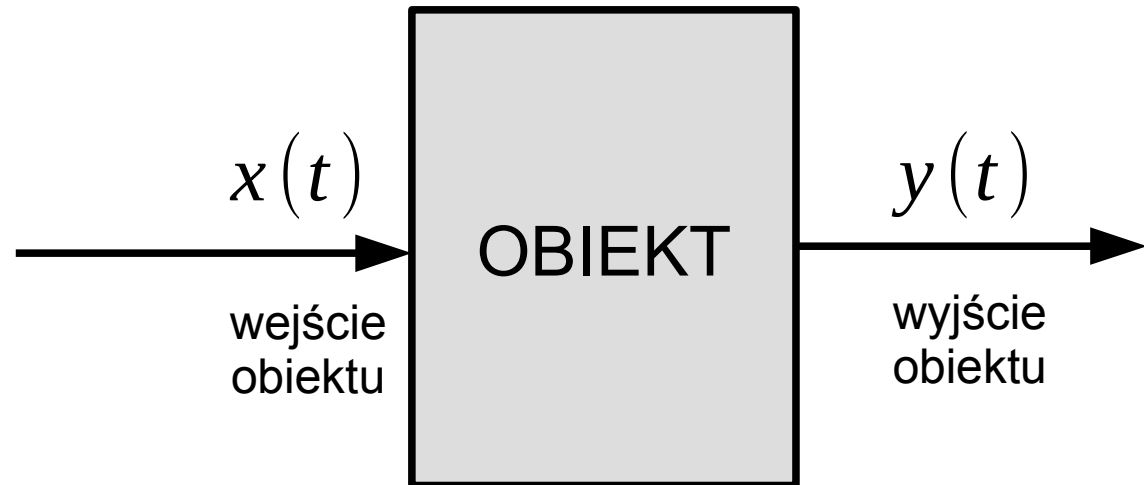
wyjście układu nie zależy wprost od czasu

jeżeli $y(t) = h(x(t))$ to $y(t - \tau) = h(x(t - \tau))$

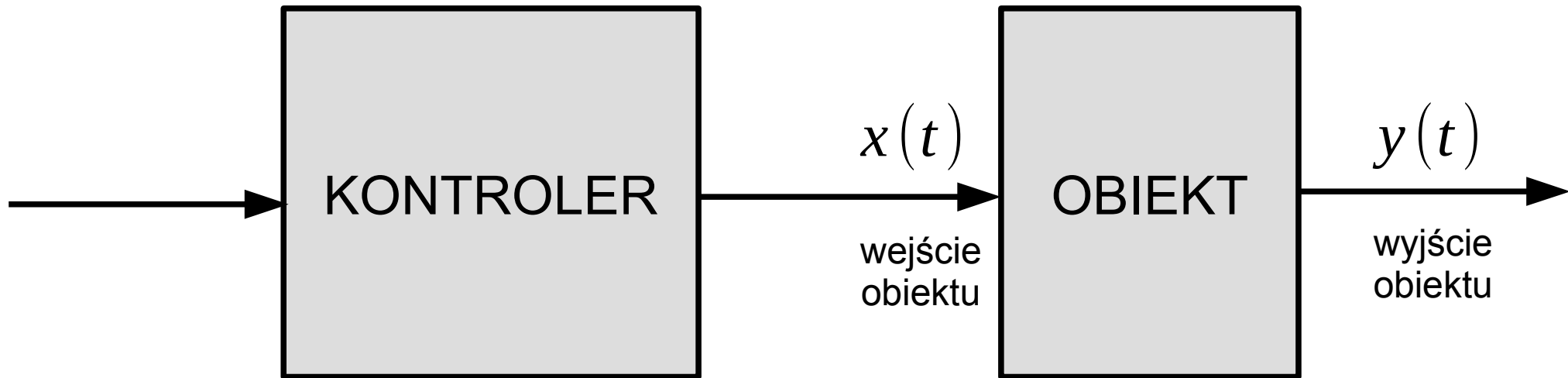
Układ zależny od czasu

jeżeli $y(t) = h(x(t))$ to $y(t - \tau) \neq h(x(t - \tau))$

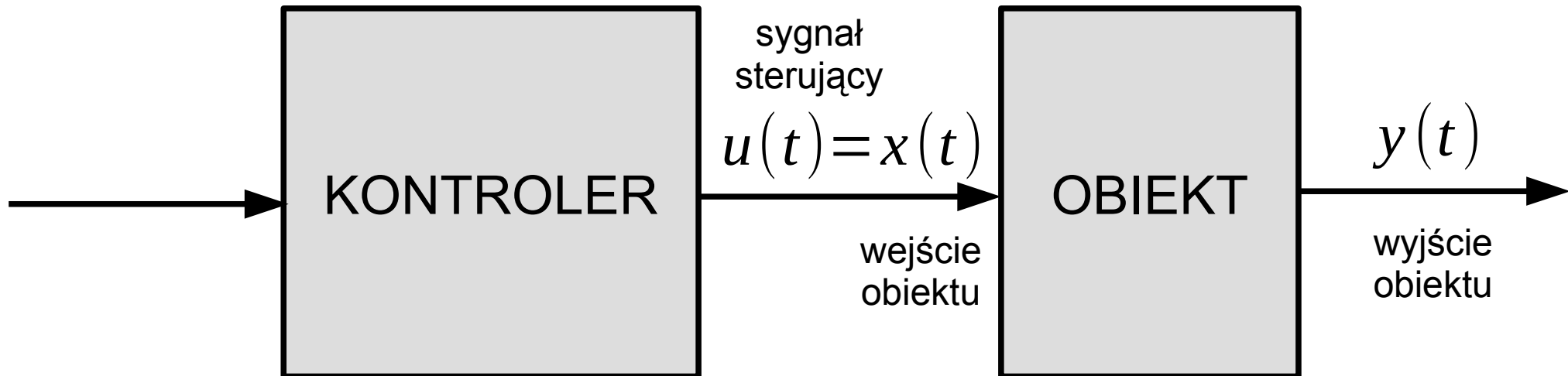
Sterowanie w otwartej pętli



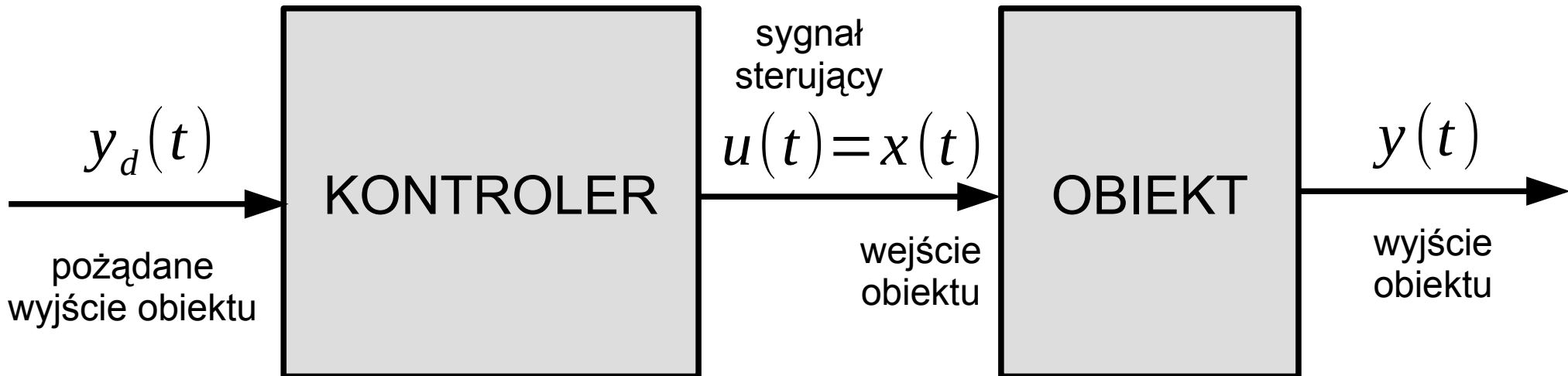
Sterowanie w otwartej pętli



Sterowanie w otwartej pętli



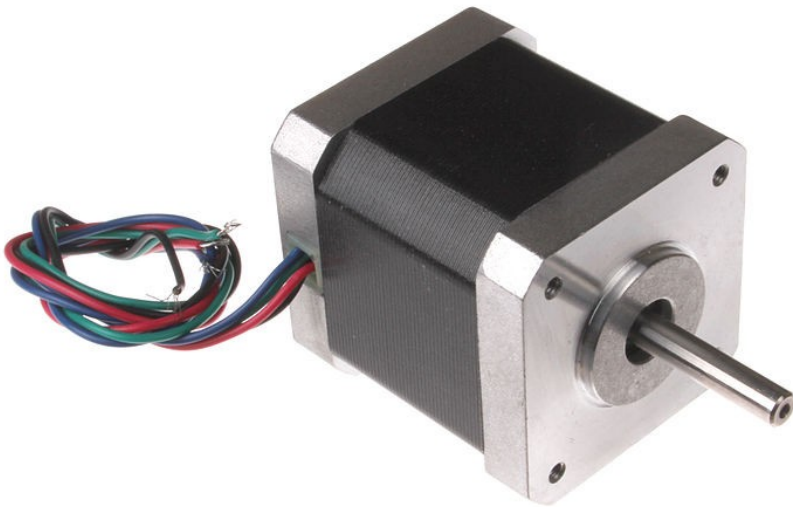
Sterowanie w otwartej pętli



Sterowanie w otwartej pętli

Zastosowania

silniki krokowe



źródło: wikimedia.org; author: oomlout

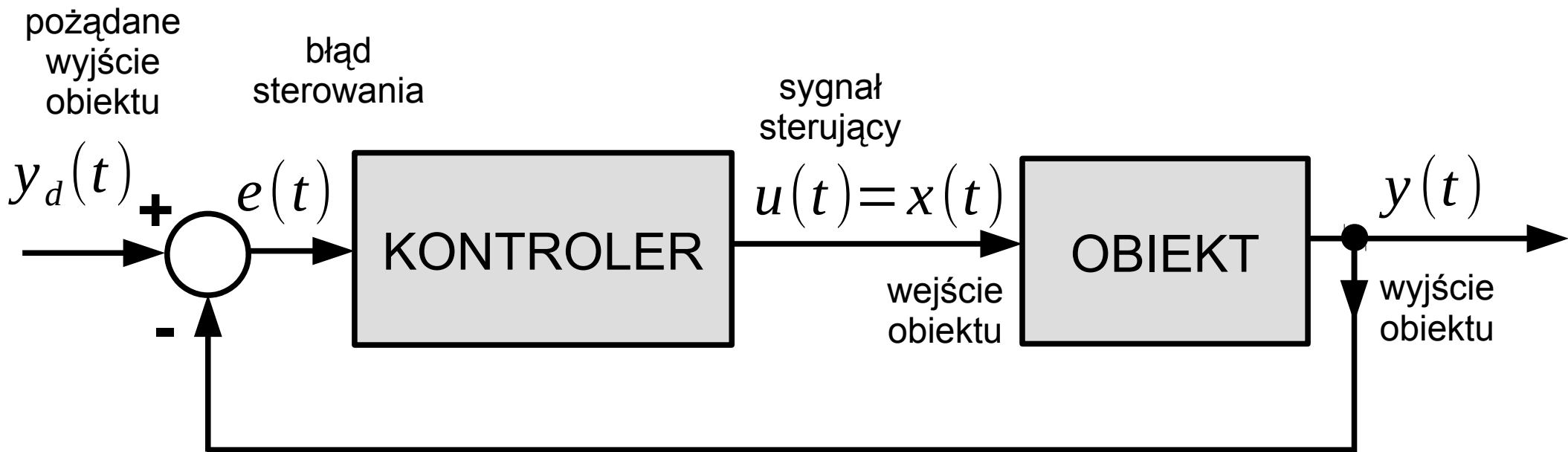
platformy mobilne
(płaskie podłoże, brak poślizgu)



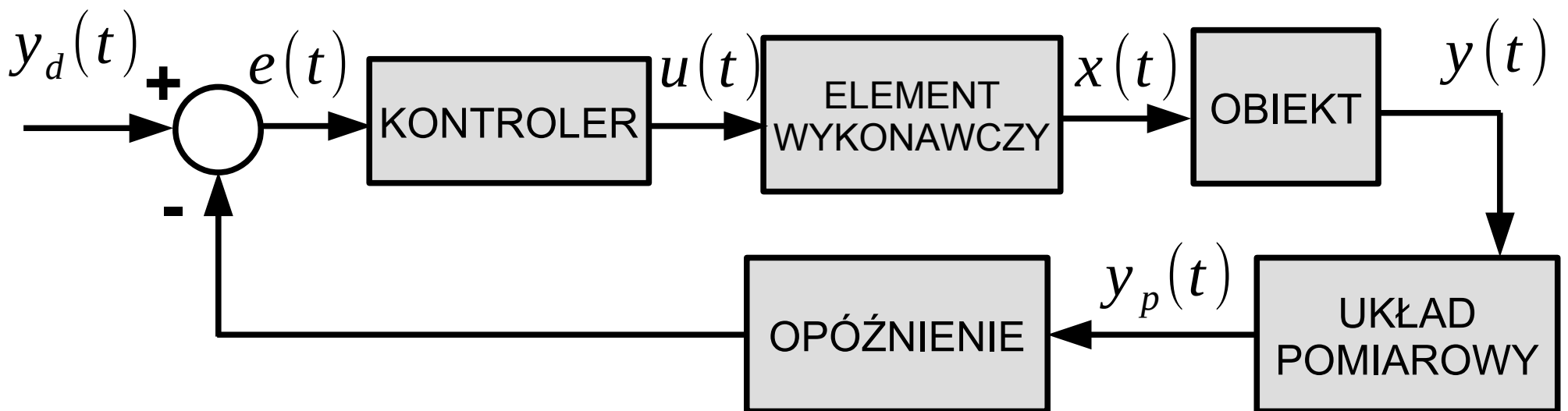
źródło: <http://www.robotliving.com>

Sterowanie w zamkniętej pętli

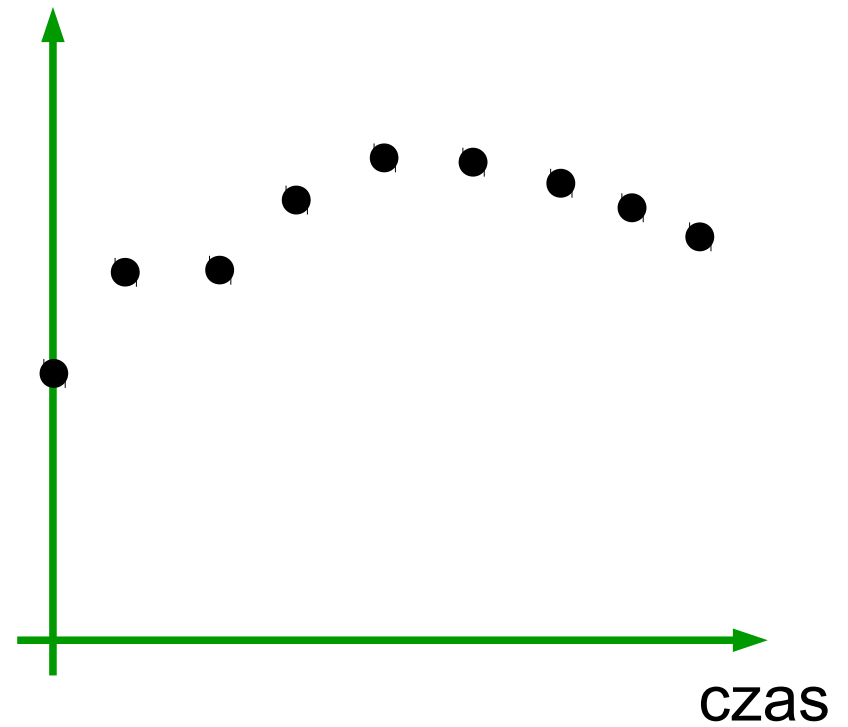
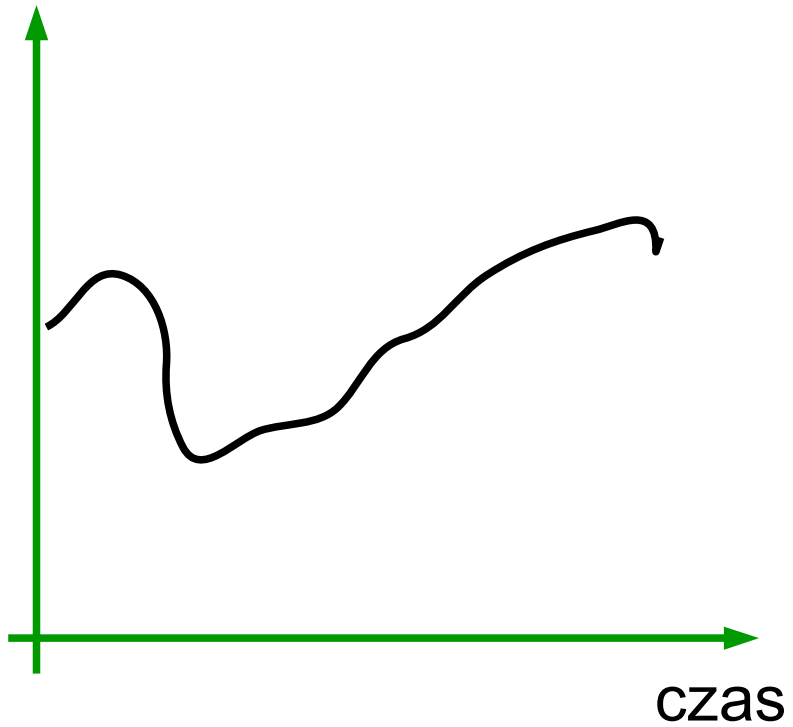
Sterowanie w zamkniętej pętli



Sterowanie w zamkniętej pętli



Sygnały ciągłe/dyskretne



Modelowanie matematyczne

Równania różniczkowe zwyczajne

Równania różniczkowe cząstkowe

Równania całkowe

Równania rekurencyjne

Tabele danych

Reprezentacja stochastyczna

Sieci logiczne

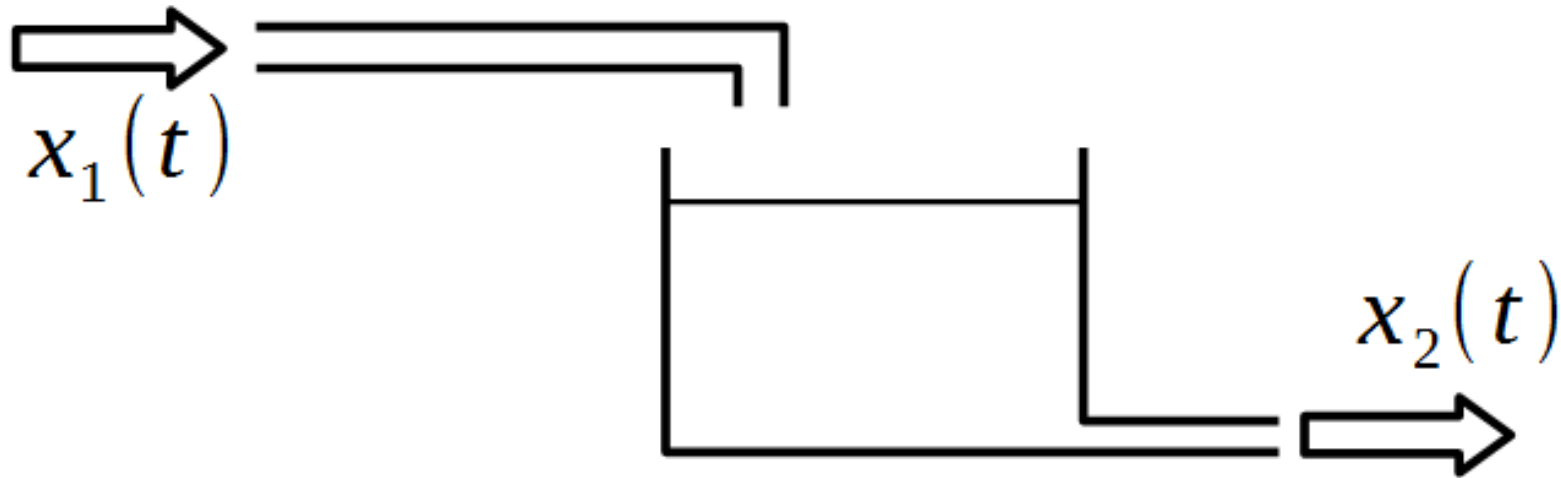
Sieci neuronowe

Kombinacje powyższych

...

Modelowanie matematyczne

Przykład 1



$x_1(t) [m^3/s]$ - dopływ ciecży

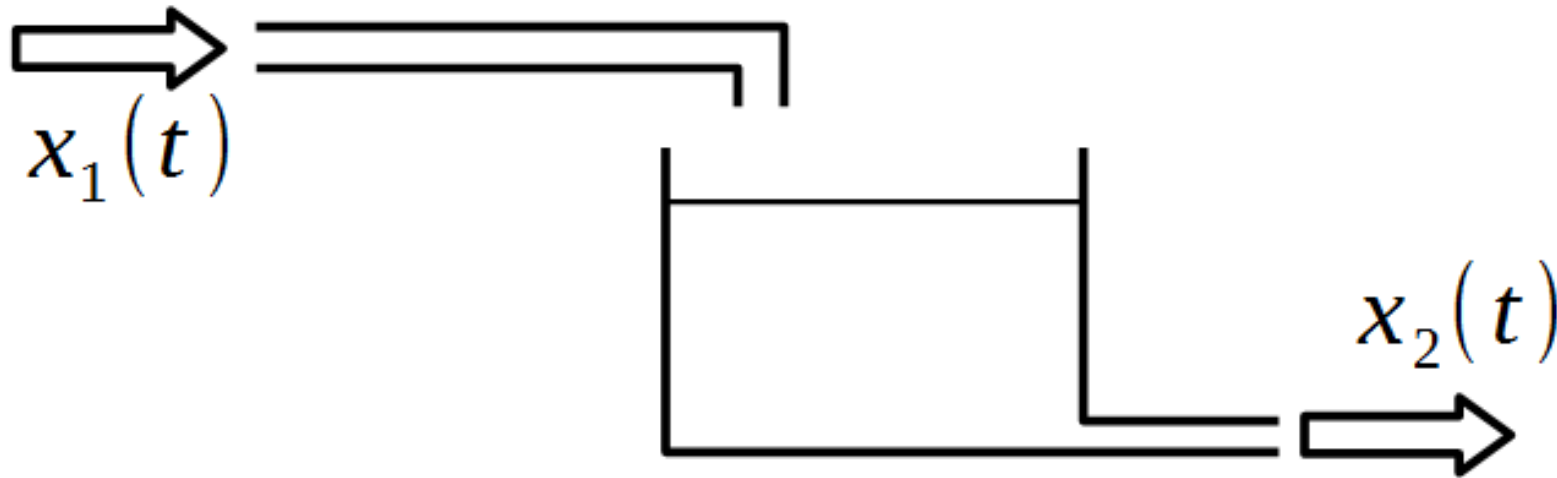
$x_2(t) [m^3/s]$ - odpływ ciecży

$v(t) [m^3]$ - objętość ciecży w zbiorniku

Zadanie: Stworzyć model matematyczny opisujący relację dopływu, odpływu i objętości ciecży.

Modelowanie matematyczne

Przykład 1



$x_1(t)$ [m^3/s] - dopływ cieczy

$x_2(t)$ [m^3/s] - odpływ cieczy

$v(t)$ [m^3] - objętość cieczy w zbiorniku

Zadanie: Stworzyć model matematyczny opisujący relację dopływu, odpływu i objętości cieczy.

Odpowiedź:

$$t_2 = t_1 + \Delta$$

$$v(t_2) \approx v(t_1) + \Delta (x_1(t_2) - x_2(t_2))$$

$$\frac{v(t_2) - v(t_1)}{\Delta} \approx x_1(t_2) - x_2(t_2)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

Modelowanie matematyczne

Przykład 1

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$



OBIEKT

Modelowanie matematyczne

Przykład 1

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$



Modelowanie matematyczne

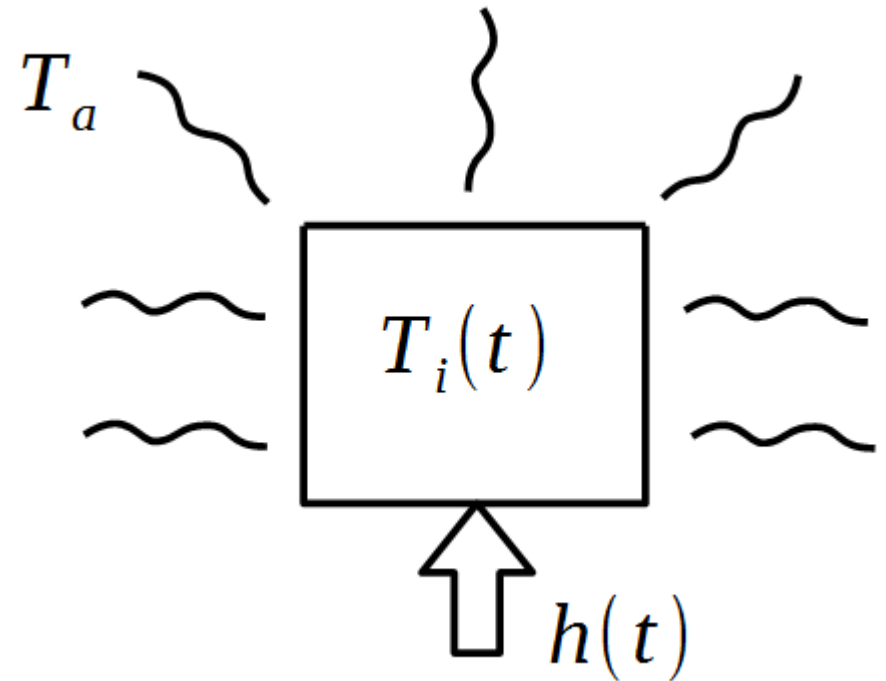
Przykład 2

$h(t)[W]$ - moc grzałki

$T_a(t)[K]$ - temperatura otoczenia

$T_i(t)[K]$ - temperatura obiektu

Zadanie: opisać relację między mocą grzałki (wejściem) a temperaturą obiektu (wyjściem).
Założyć straty energii tylko przez konwekcję.



Modelowanie matematyczne

Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

Modelowanie matematyczne

Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_H - Q_L$$

Modelowanie matematyczne

Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_H - Q_L$$

$Q[J] = c_p m T_i$ - ciepło zgromadzone w obiekcie

$c_p[J/kg K]$ - ciepło właściwe, $m[kg]$ - masa obiektu

Modelowanie matematyczne

Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_H - Q_L$$

$Q[J] = c_p m T_i$ - ciepło zgromadzone w obiekcie

$c_p[J/kg K]$ - ciepło właściwe, $m[kg]$ - masa obiektu

$Q_H[W] = h(t)$ - wzrost ciepła przez ogrzewanie grzałką

Modelowanie matematyczne

Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_H - Q_L$$

$Q [J] = c_p m T_i$ - ciepło zgromadzone w obiekcie

$c_p [J/kg K]$ - ciepło właściwe, $m [kg]$ - masa obiektu

$Q_H [W] = h(t)$ - wzrost ciepła przez ogrzewanie grzałką

$Q_L [W] = \alpha (T_i - T_a)$ - straty ciepła przez konwekcję

$\alpha [W/K]$ - współczynnik konwekcji (z zał. stały)

Modelowanie matematyczne

Przykład 2

$$c_p m \frac{dT_i(t)}{dt} = h(t) - \alpha (T_i(t) - T_a(t))$$

Modelowanie matematyczne

Przykład 2

$$c_p m \frac{dT_i(t)}{dt} = h(t) - \alpha(T_i(t) - T_a(t))$$

$$c_p m \frac{dT_i(t)}{dt} + \alpha T_i(t) = h(t) - \alpha T_a(t)$$



Modelowanie matematyczne

Przykład 2

Pytanie: Czy możemy przekształcić ten model na model o jednym wejściu i jednym wyjściu?

$$c_p m \frac{dT_i(t)}{dt} + \alpha T_i(t) = h(t) - \alpha T_a(t)$$