Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Teoria maszyn i podstawy automatyki

semestr zimowy 2019/2020

dr inż. Sebastian Korczak

Wykład 6

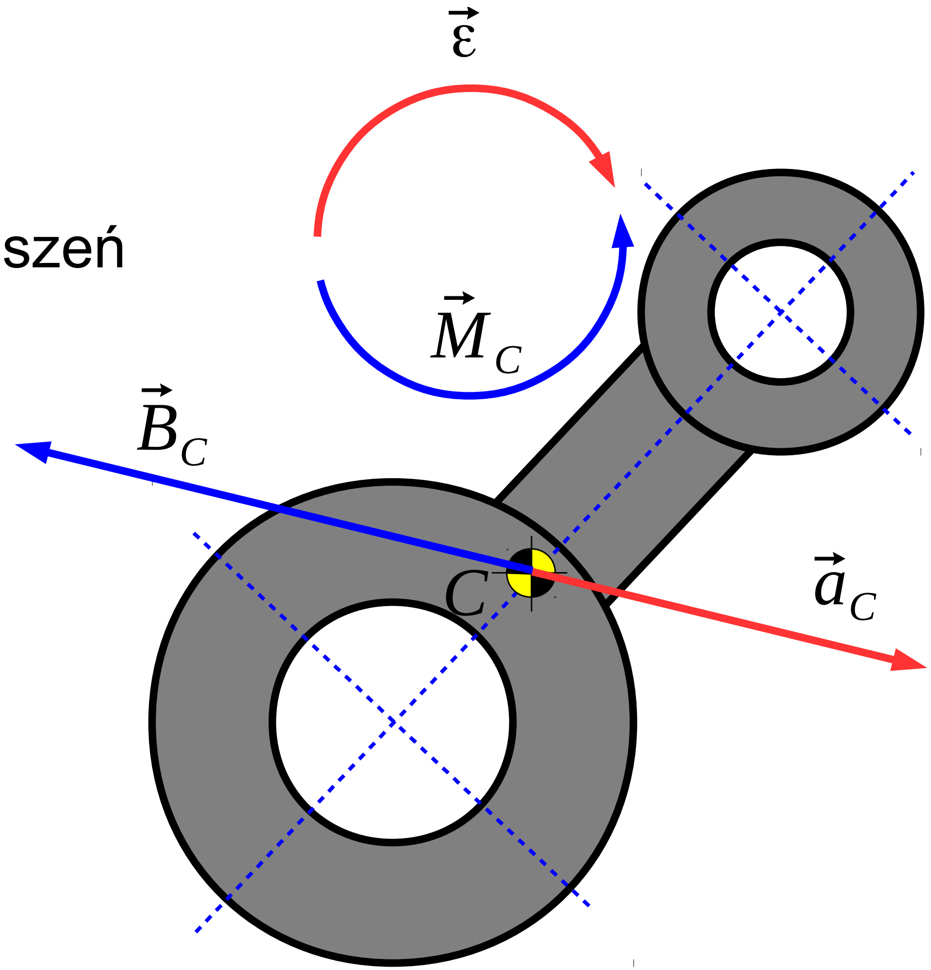
Dynamika mechanizmów płaskich.
Dynamika maszyn.
Redukcja mas i sił.
Równanie ruchu maszyny.

Dynamika mechanizmów

Siły i momenty sił bezwładności

Dane:

z planu przyspieszeń



siła bezwładności

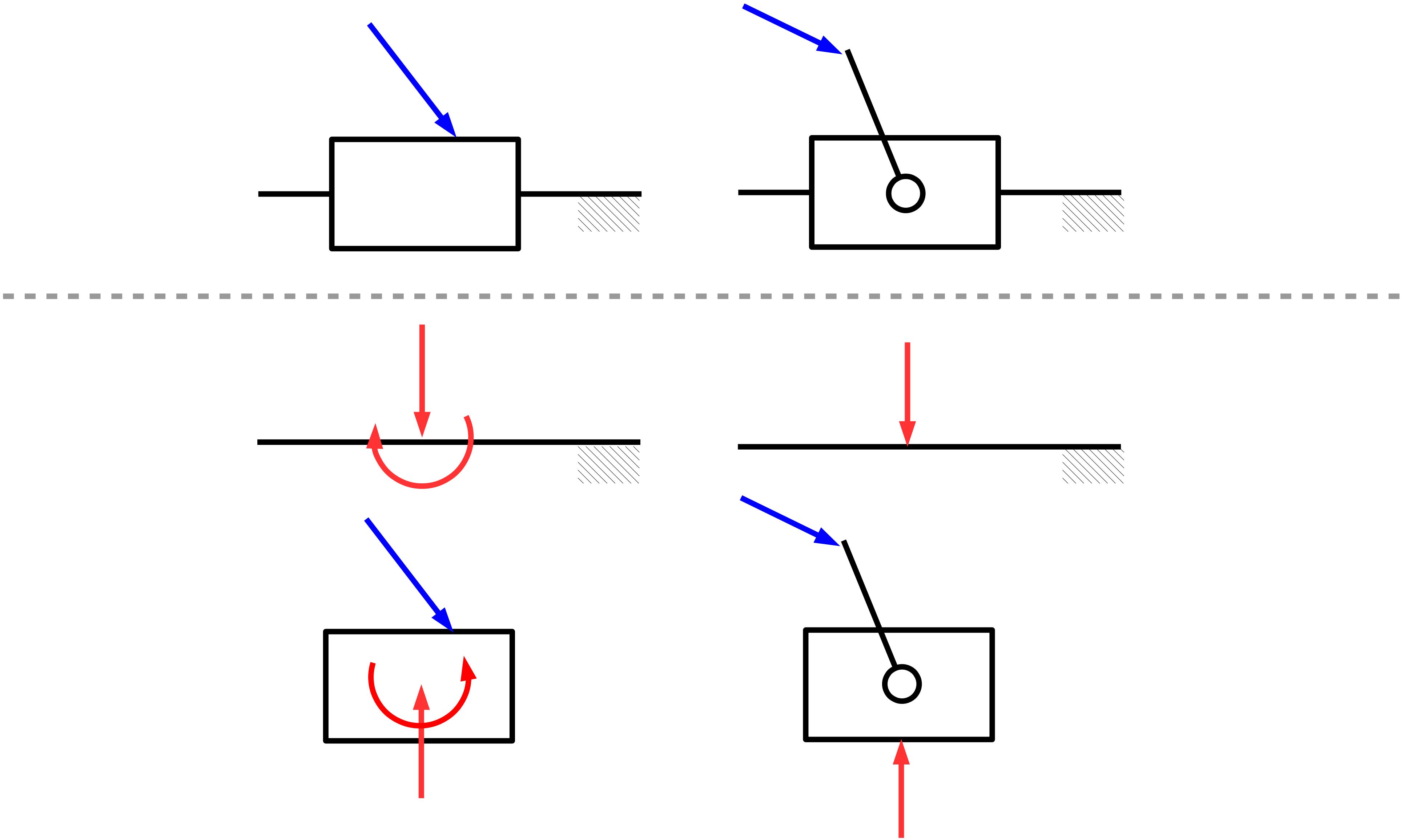
$$\vec{B}_C = -m\,\vec{a}_C$$

Moment od sił bezwładności

$$\vec{M}_C = -I_C\,\vec{\varepsilon}$$

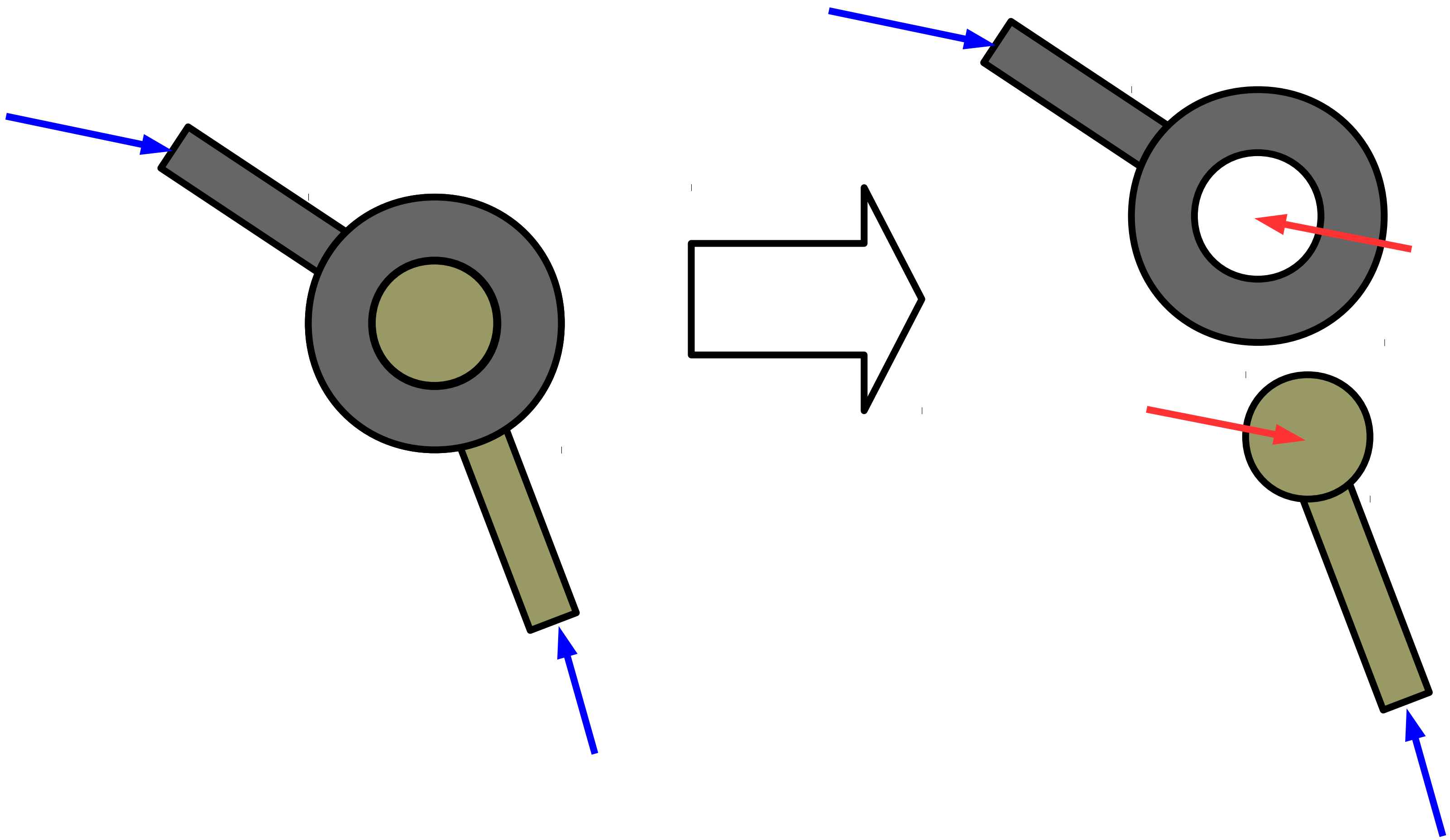
Dynamika mechanizmów

Reakcje w parach kinematycznych (bez tarcia)



Dynamika mechanizmów

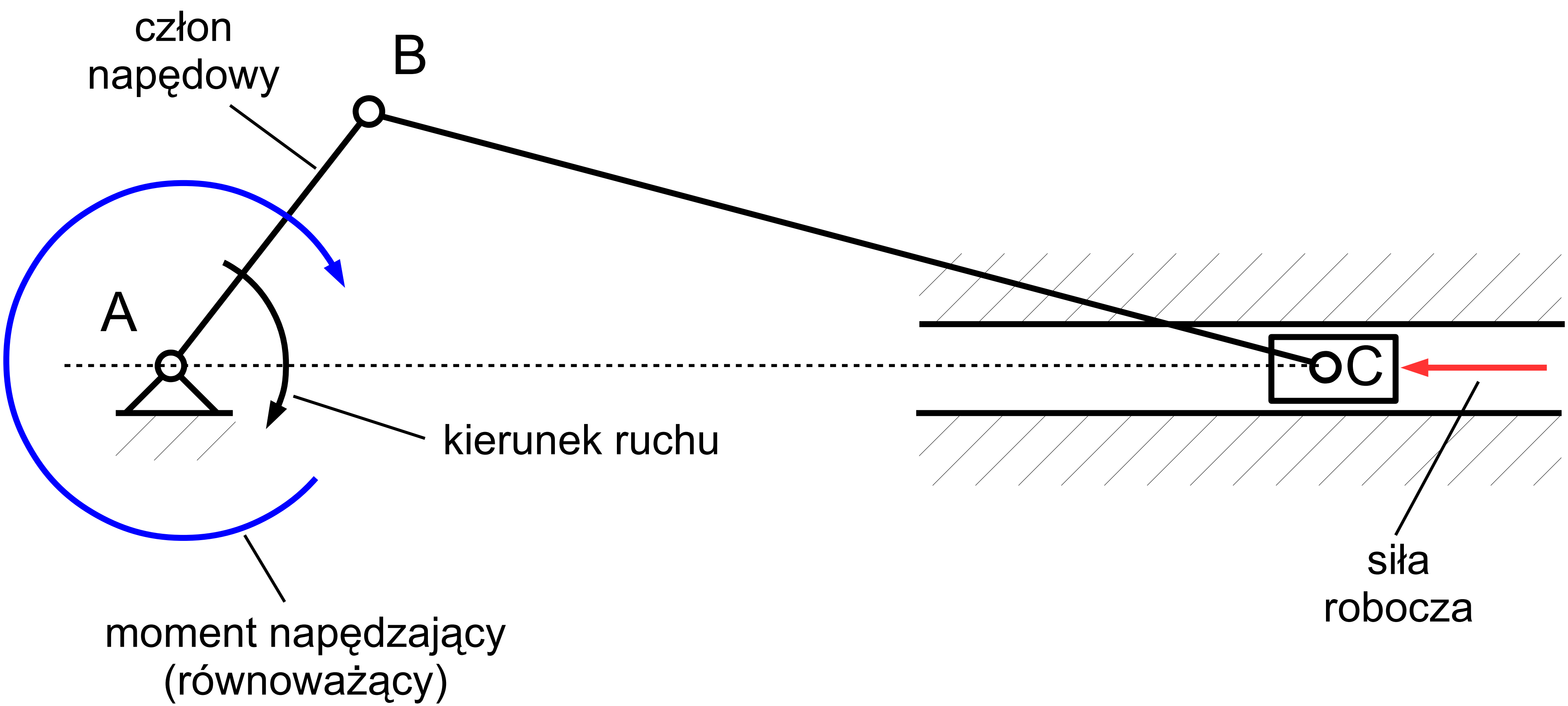
Reakcje w parach kinematycznych (bez tarcia)



Dynamika mechanizmów

Siły napędzające i robocze

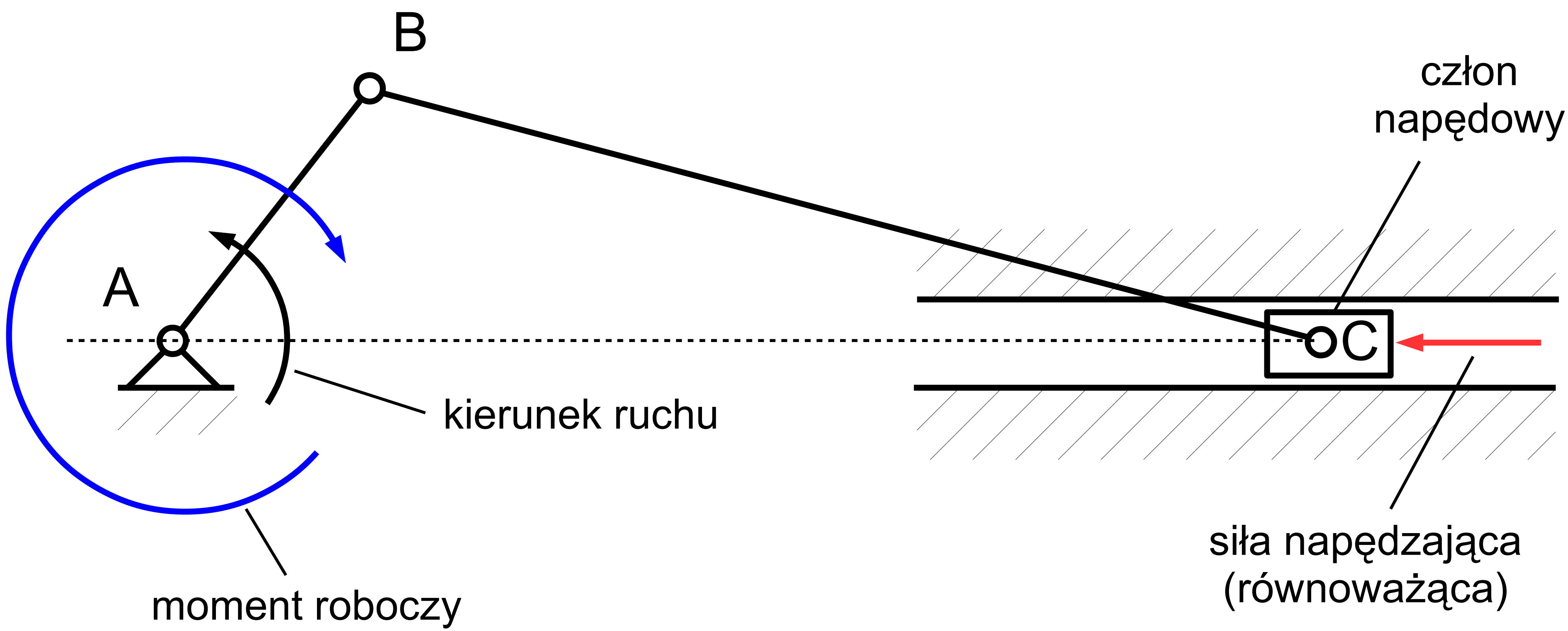
Przykład – sprężarka



Dynamika mechanizmów

Siły napędzające i robocze

Przykład – silnik



Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – wyznaczenie sił i momentów sił działających na mechanizm wywołujących zadany ruch mechanizmu.

Drugie zadanie dynamiki – wyznaczenie ruchu mechanizmu pod wpływem sił i momentów zewnętrznych.

Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki

Wyznaczenie sił i momentów sił działających na mechanizm wywołujących zadany ruch mechanizmu – KINETOSTATYKA MECHANIZMÓW.

0. Zaprojektowanie mechanizmu do wykonywania konkretnego zadania. Ustalenie napędu i sprawdzenie zgodności z założeniami przebiegu przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń.

1. W oparciu o wyznaczone przyspieszenia wyznaczyć siły bezwładności działające na człony ruchome mechanizmu w wybranym położeniu mechanizmu.

2.Dokonać rozkładu mechanizmu na podukłady ujawniając reakcje w połączeniach.

3. Zapisać równania d'Alemberta dla podukładów mechanizmu (dla ruchu postępowego i obrotowego).

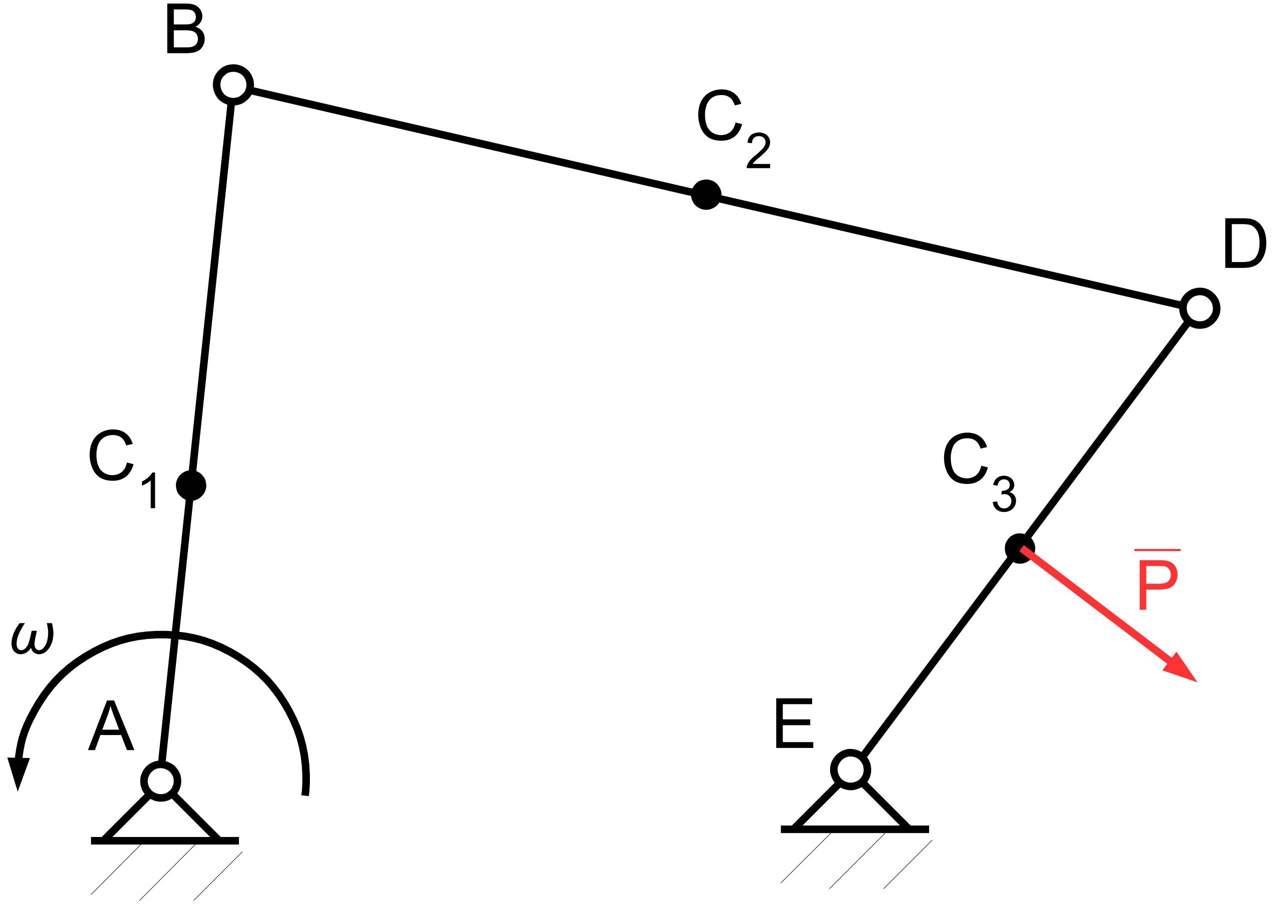
4. Rozwiązać powstałe równania metodą graficzną, analityczną lub mieszaną.

Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

Dane:
Geometria, masy, położenia środków mas i momenty bezwładności członów mechanizmu. Zadana stała prędkość kątowa członu napędowego ω oraz wektor siły roboczej P w danym położeniu mechanizmu.

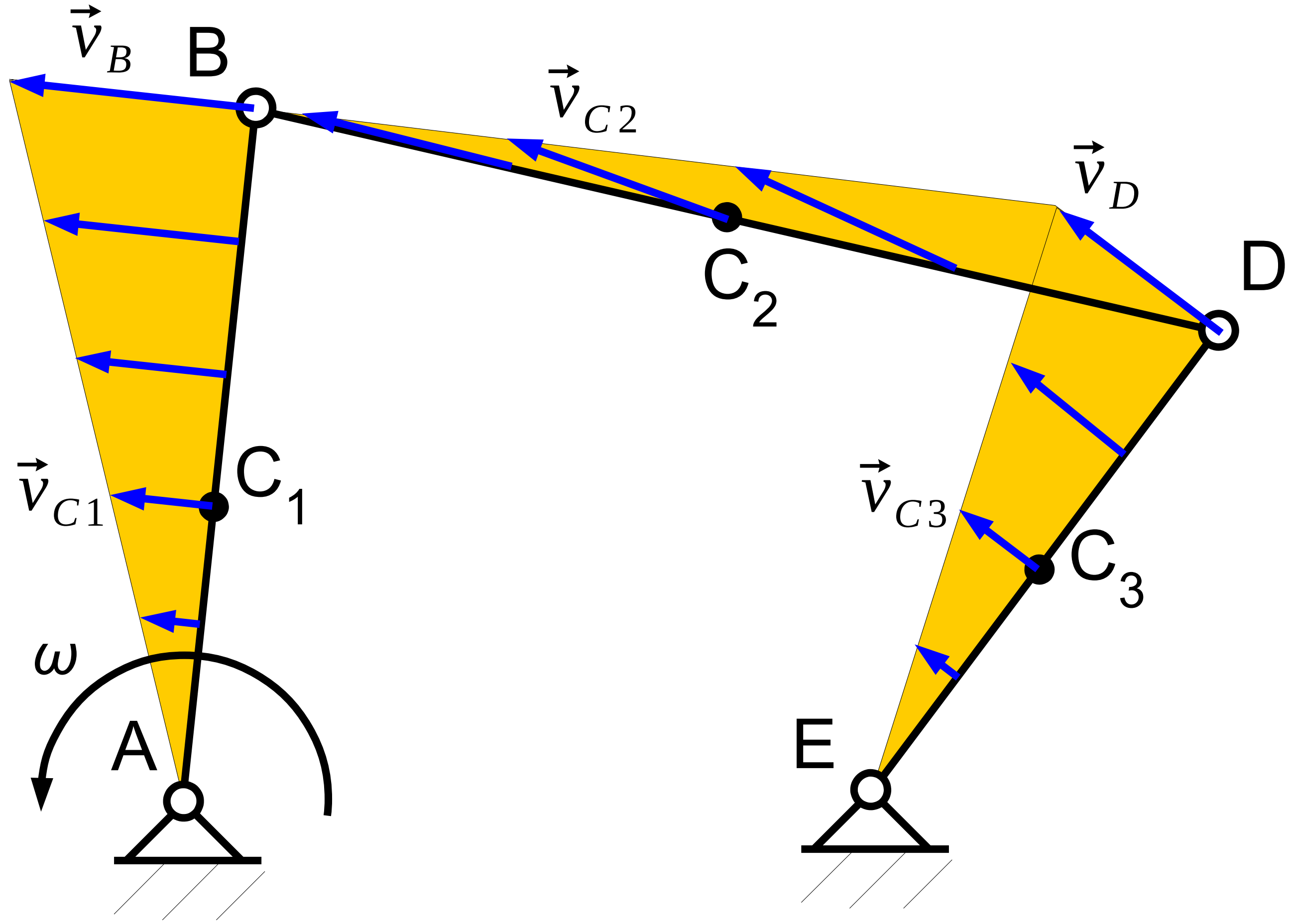
Szukane:
Moment napędowy i siły reakcji w połączeniach.



Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

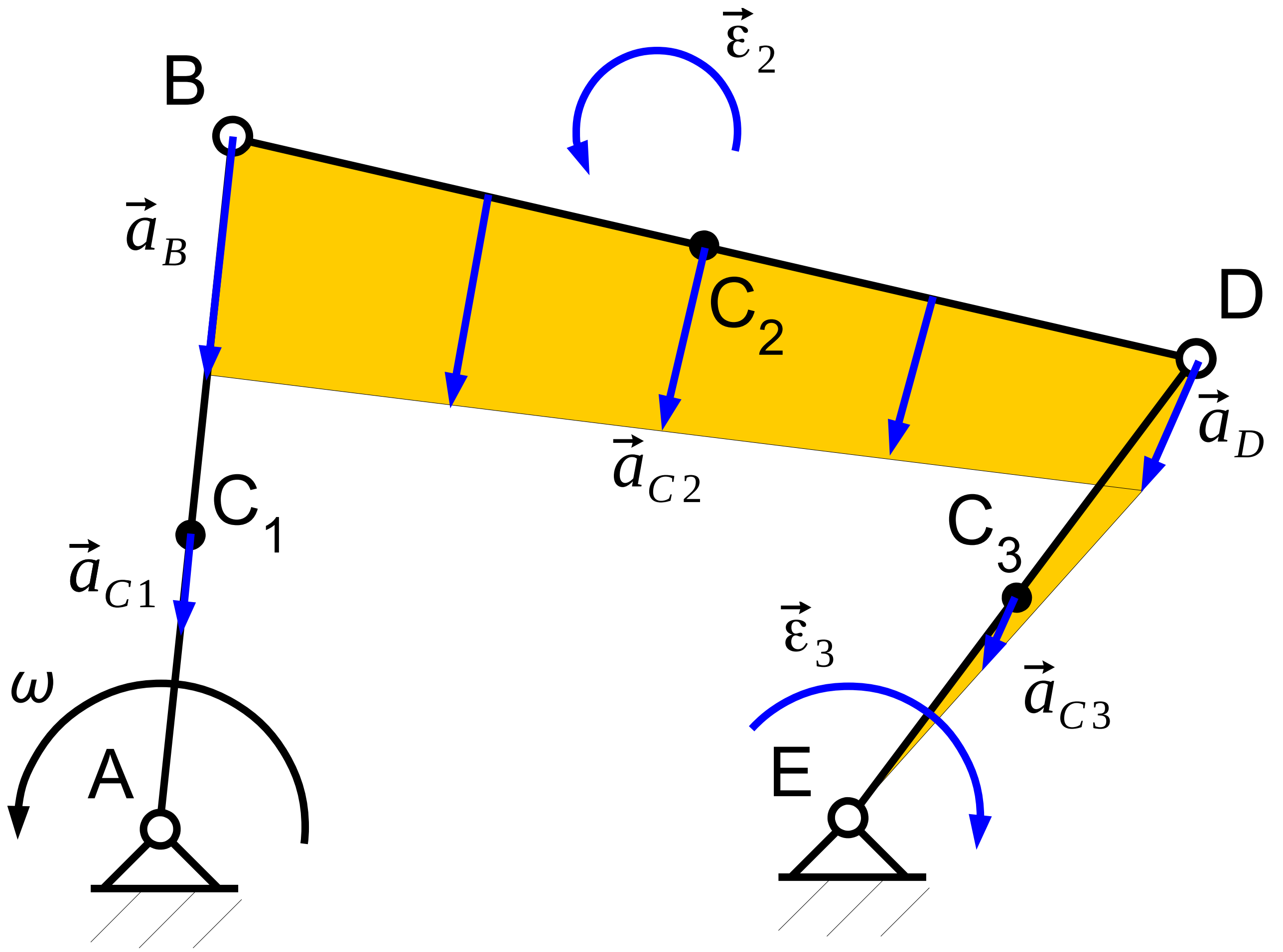
rozkład prędkości



Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

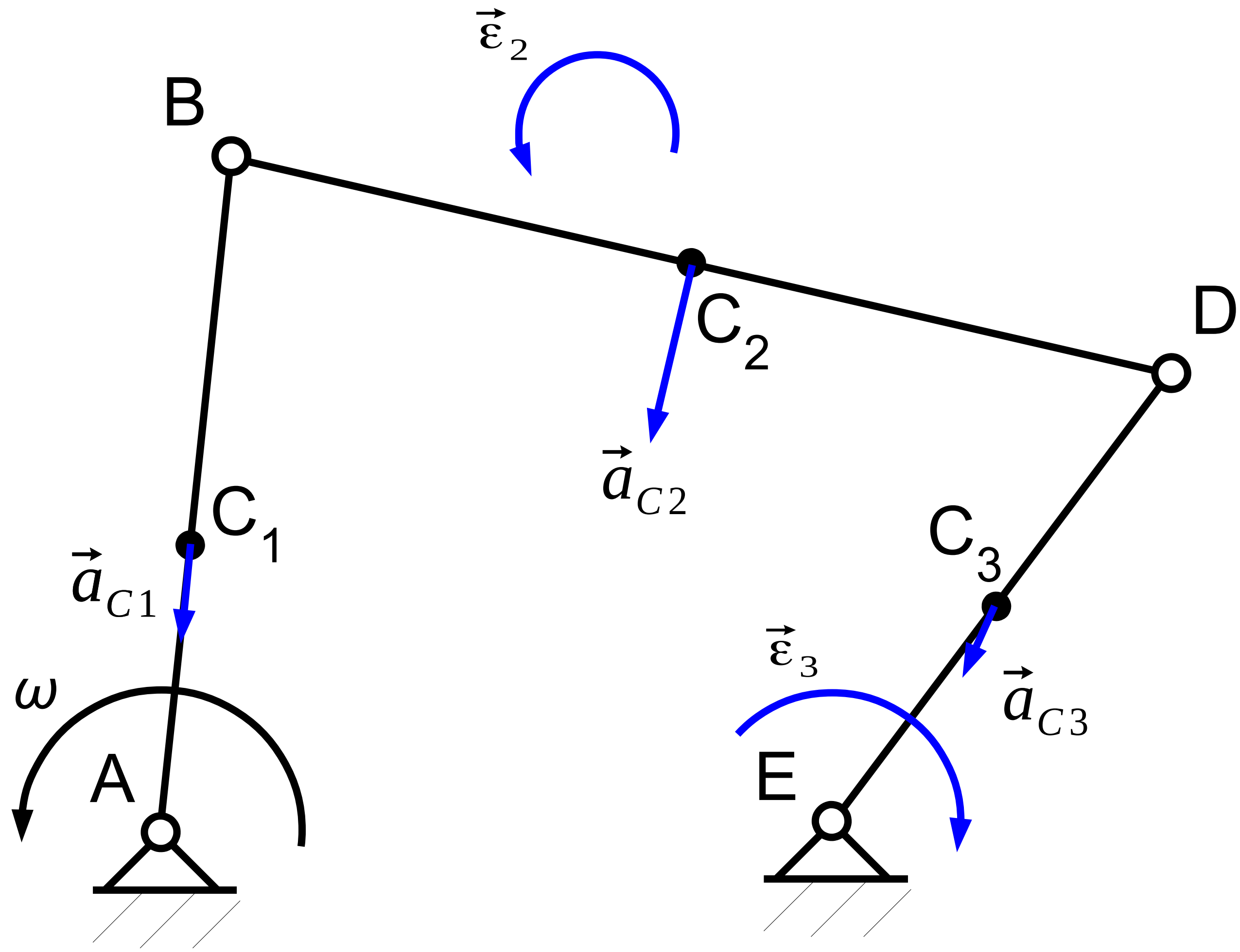
rozkład przyspieszeń



Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

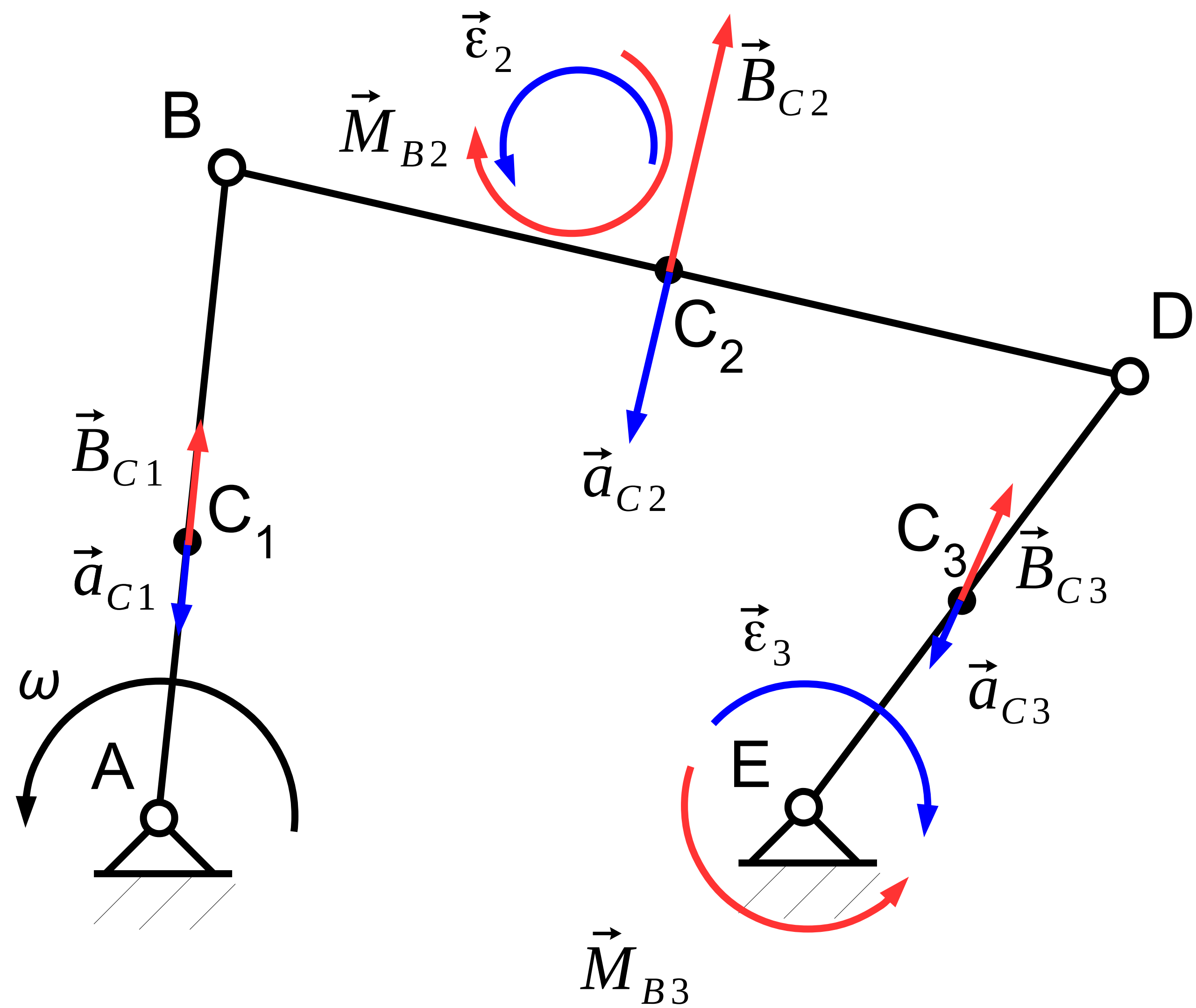
rozkład przyspieszeń



Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

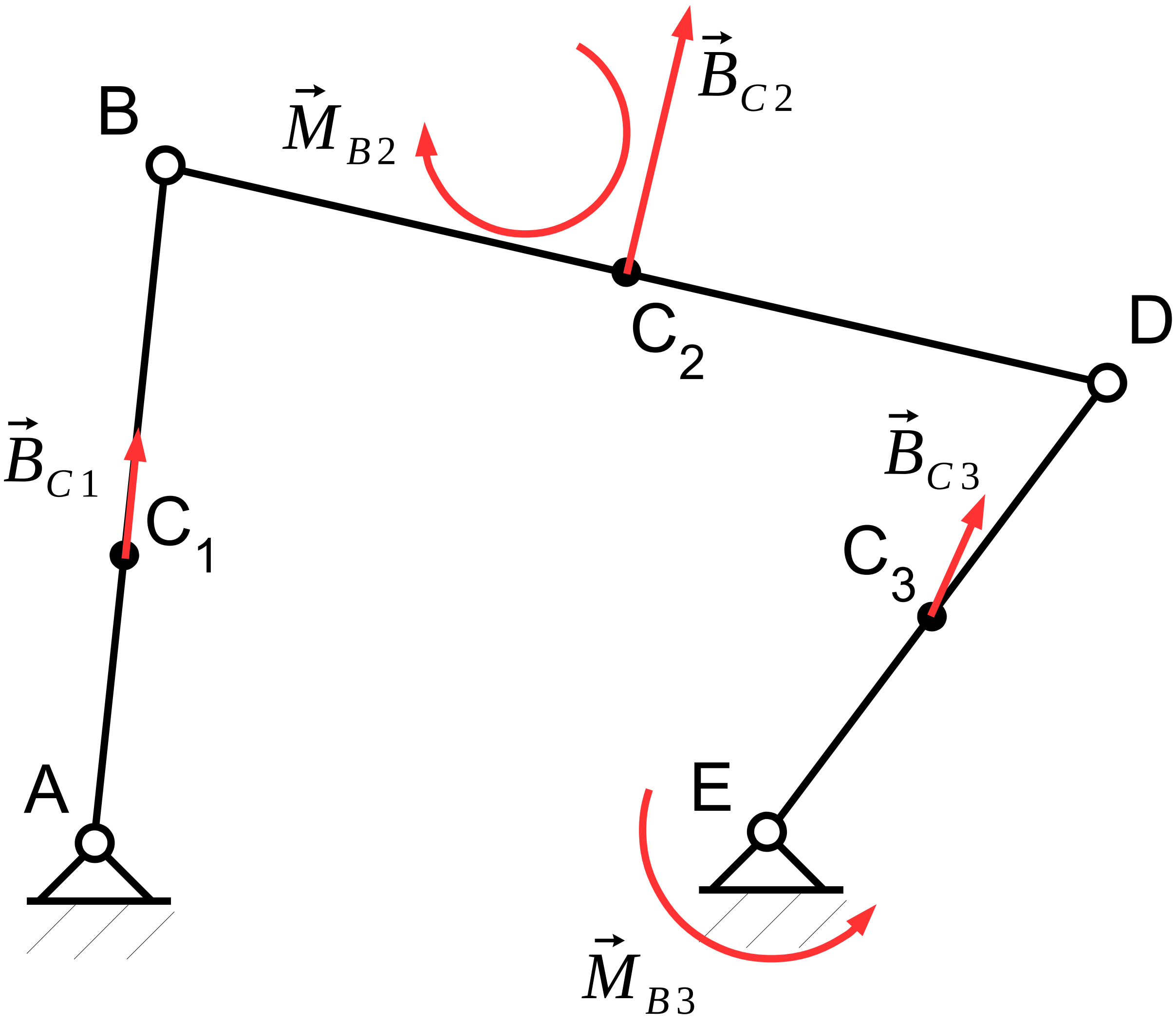
siły bezwładności



Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

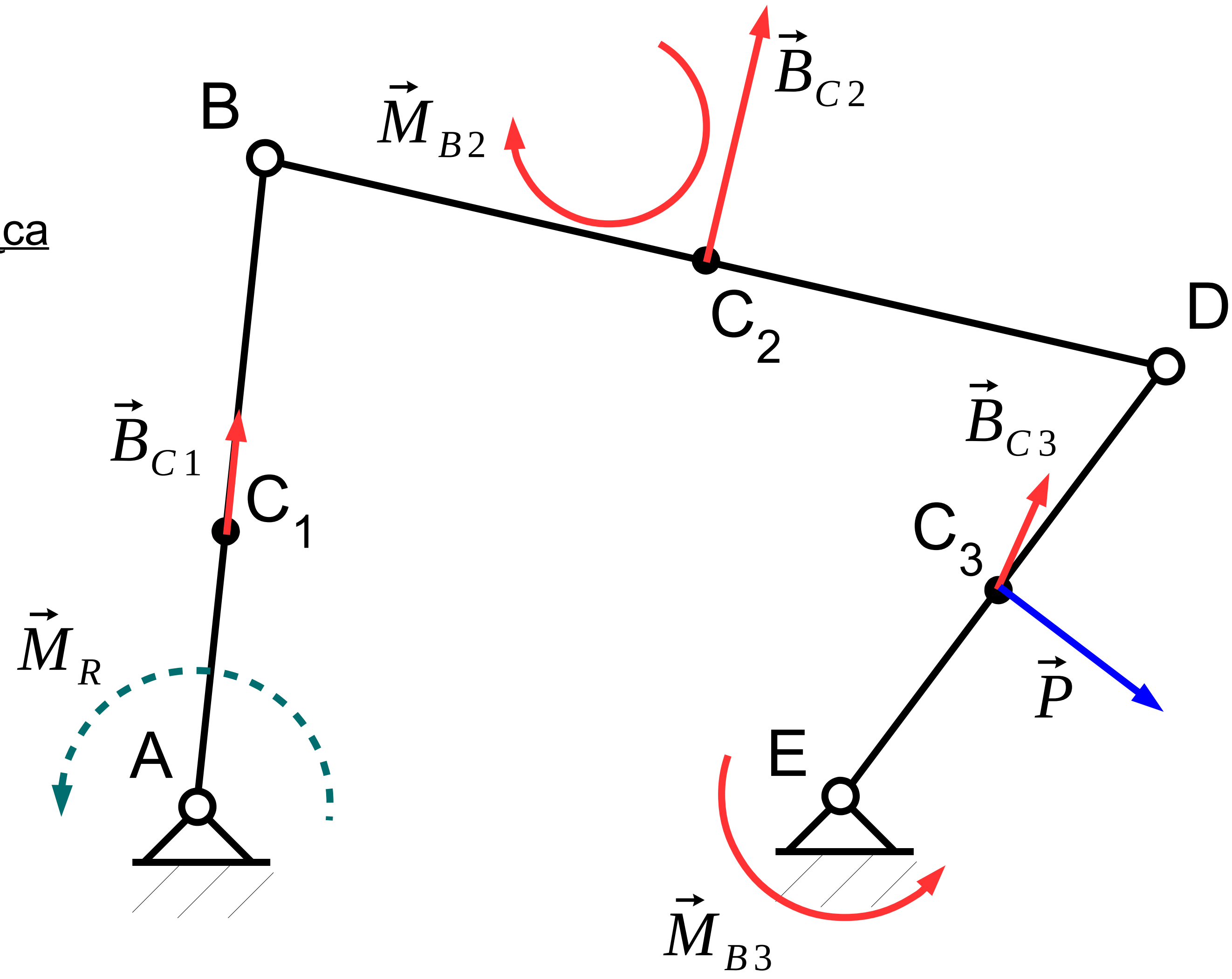
siły bezwładności



Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

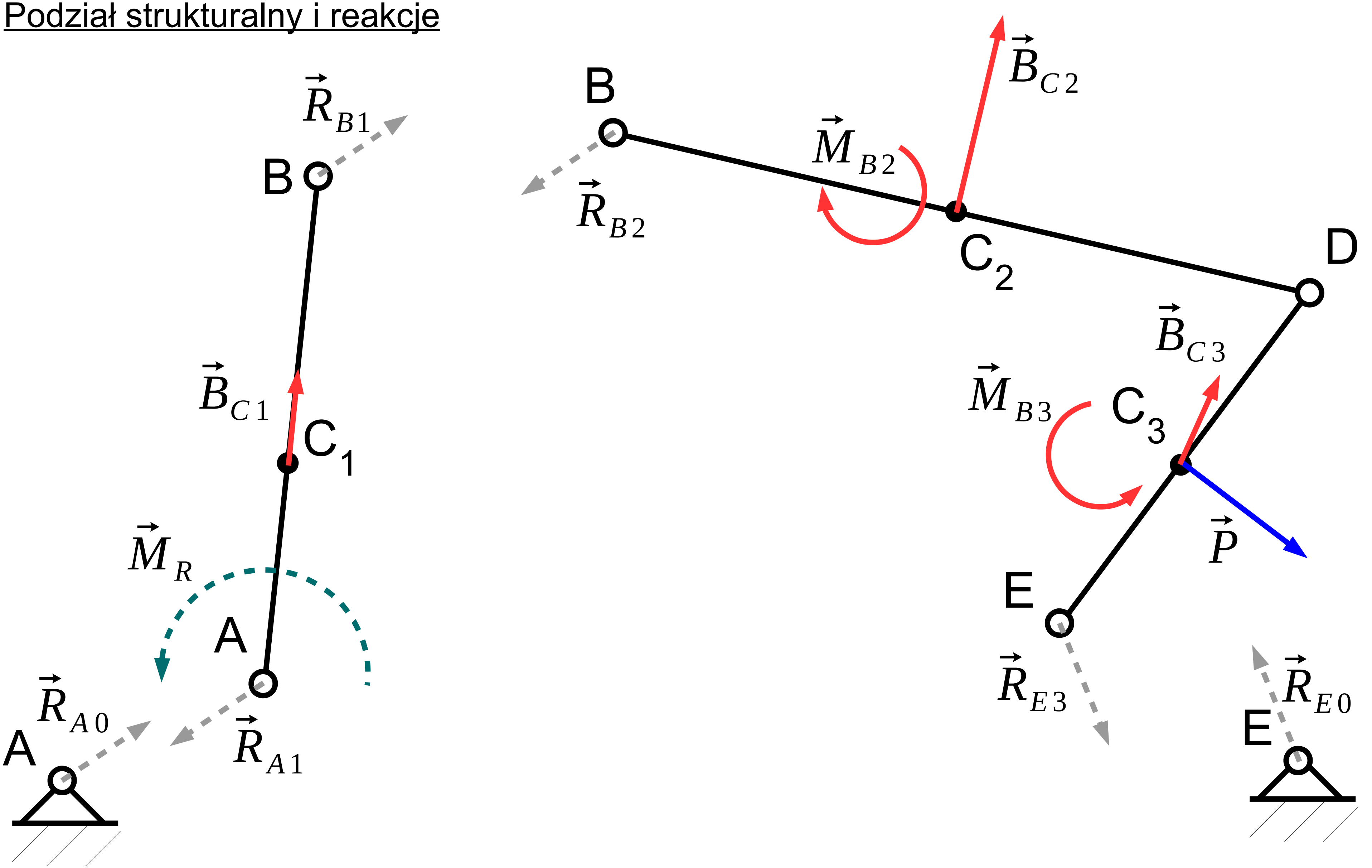
Siły bezwładności
Siła robocza
Poszukiwana siła napędzająca



Dynamika mechanizmów

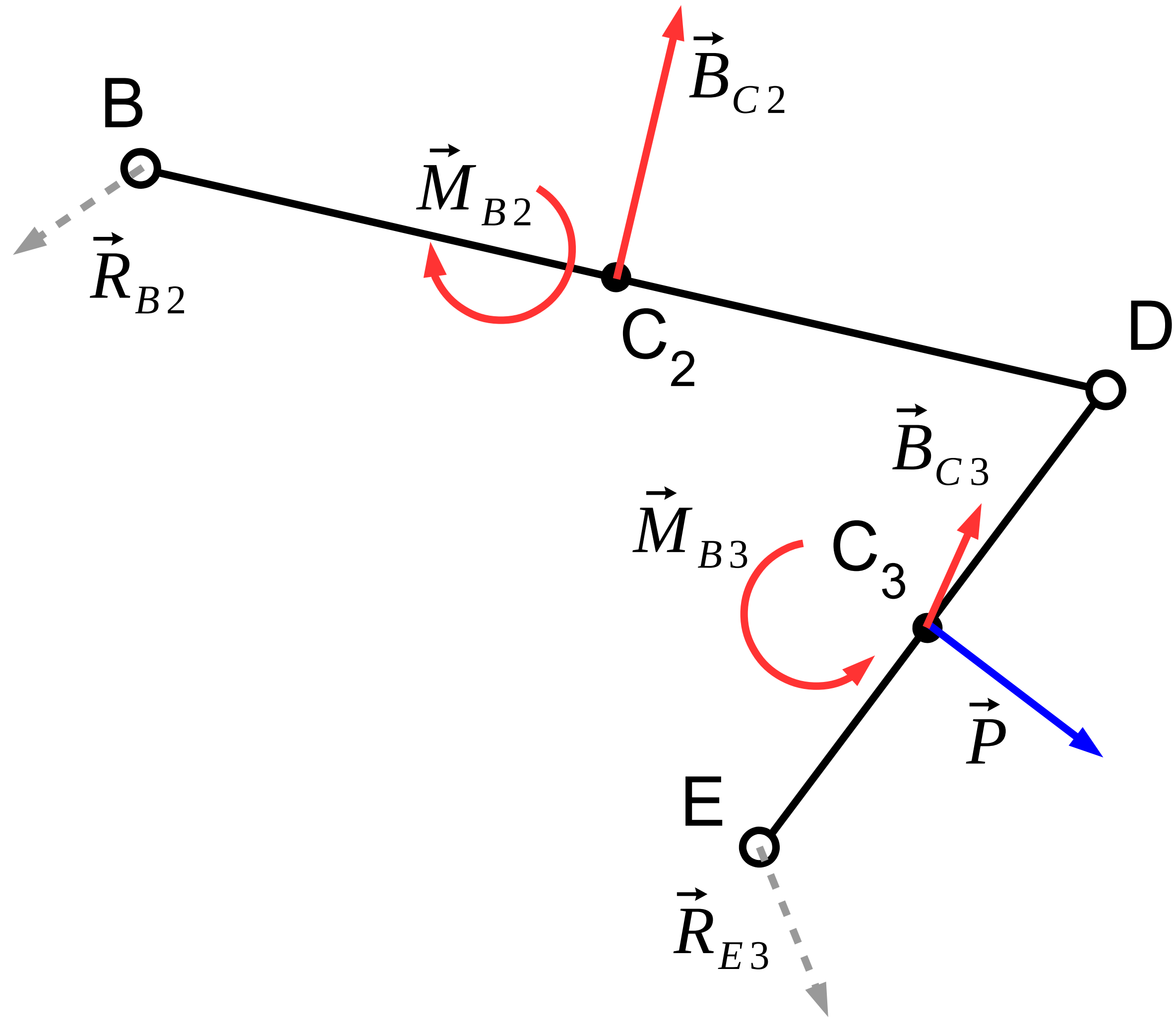
Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

Podział strukturalny i reakcje



Dynamika mechanizmów

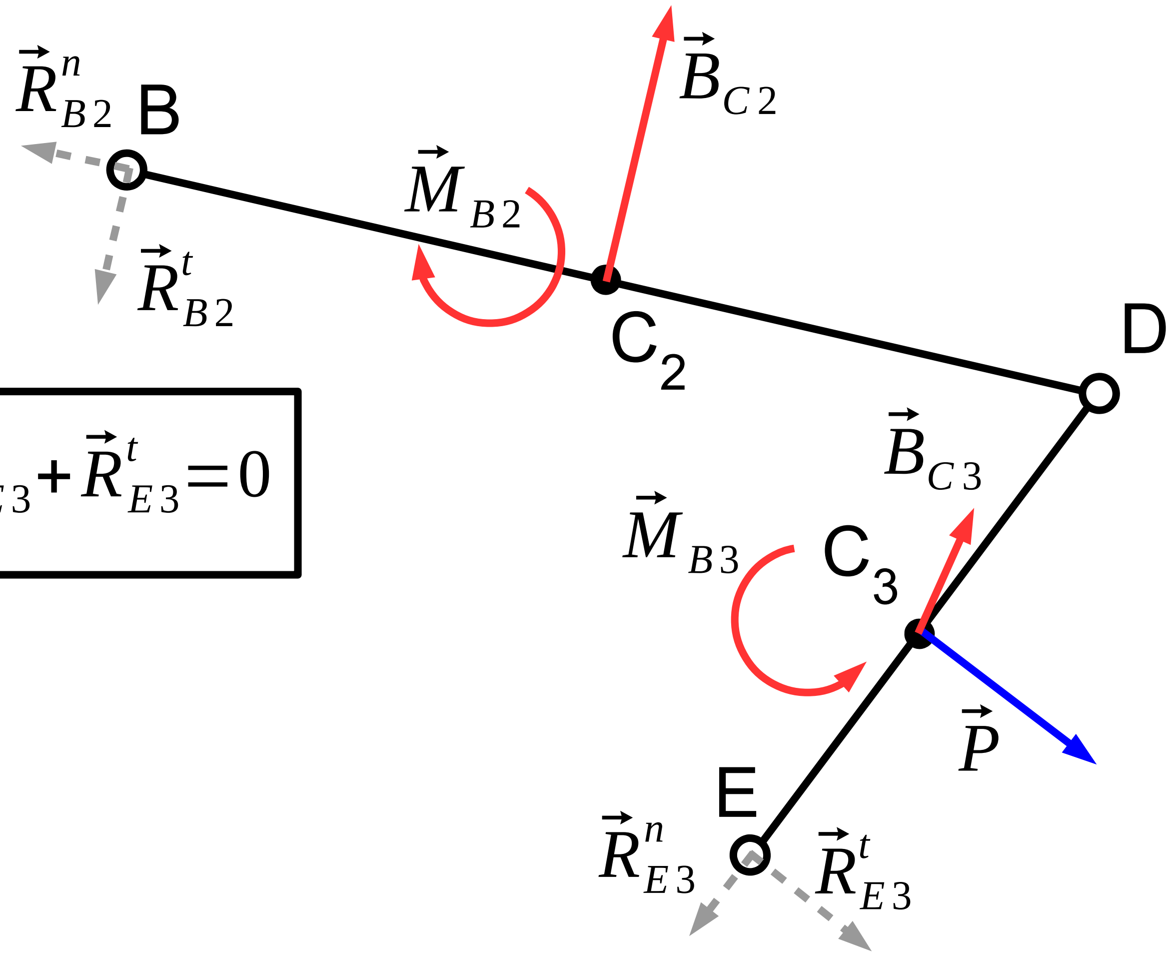
Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



$$\boxed{\vec{R}_{B2}+\vec{B}_{C2}+\vec{B}_{C3}+\vec{P}+\vec{R}_{E3}=0}$$

Dynamika mechanizmów

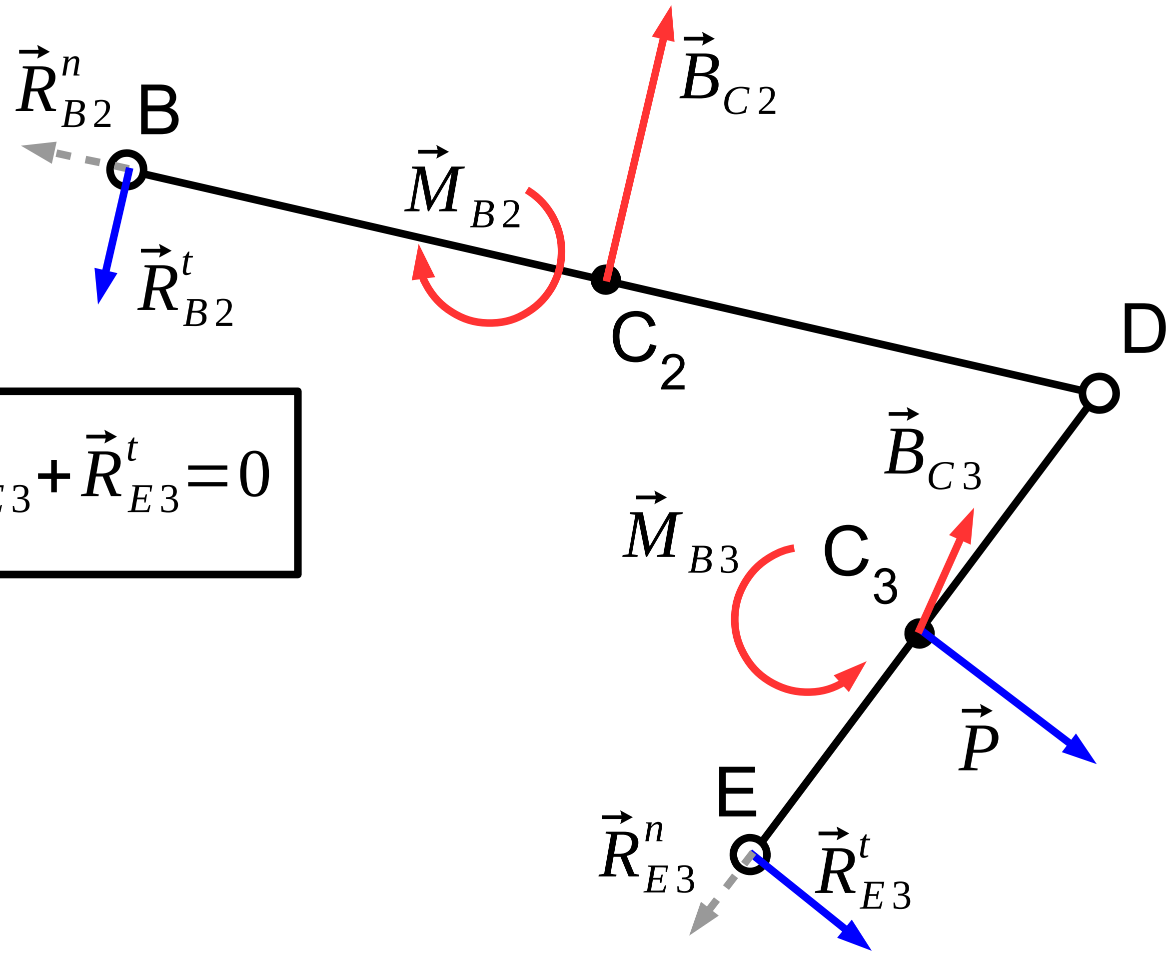
Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



$$\boxed{\vec{R}^n_{B2}+\vec{R}^t_{B2}+\vec{B}_{C2}+\vec{B}_{C3}+\vec{P}+\vec{R}^n_{E3}+\vec{R}^t_{E3}=0}$$

Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



$$\boxed{\vec{R}^n_{B2}+\vec{R}^t_{B2}+\vec{B}_{C2}+\vec{B}_{C3}+\vec{P}+\vec{R}^n_{E3}+\vec{R}^t_{E3}=0}$$

człon BD: $\sum_i M_{iD}=0$

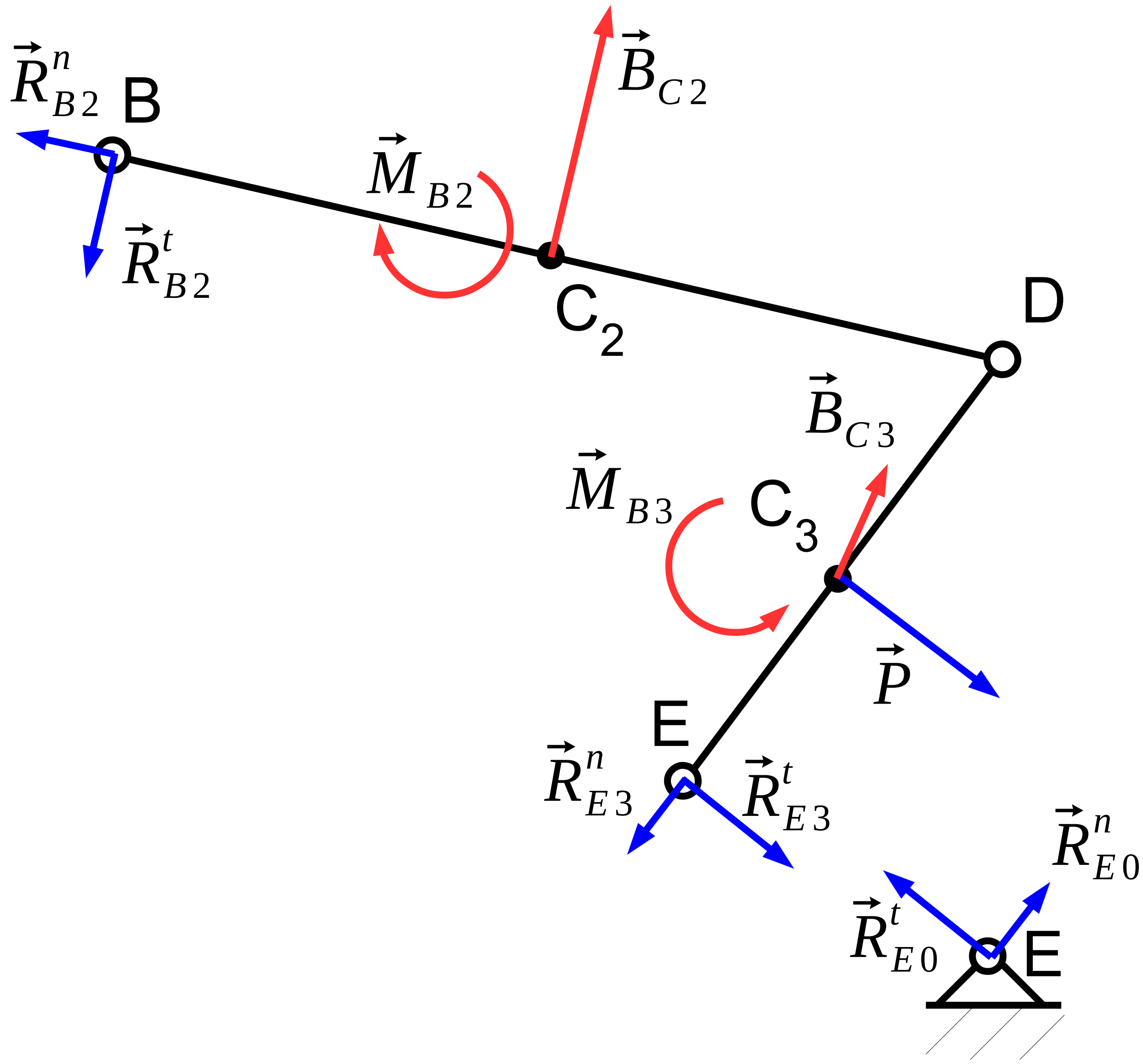
$\vec{R}^t_{B2}=\ldots$

człon ED: $\sum_i M_{iD}=0$

$\vec{R}^t_{E3}=\ldots$

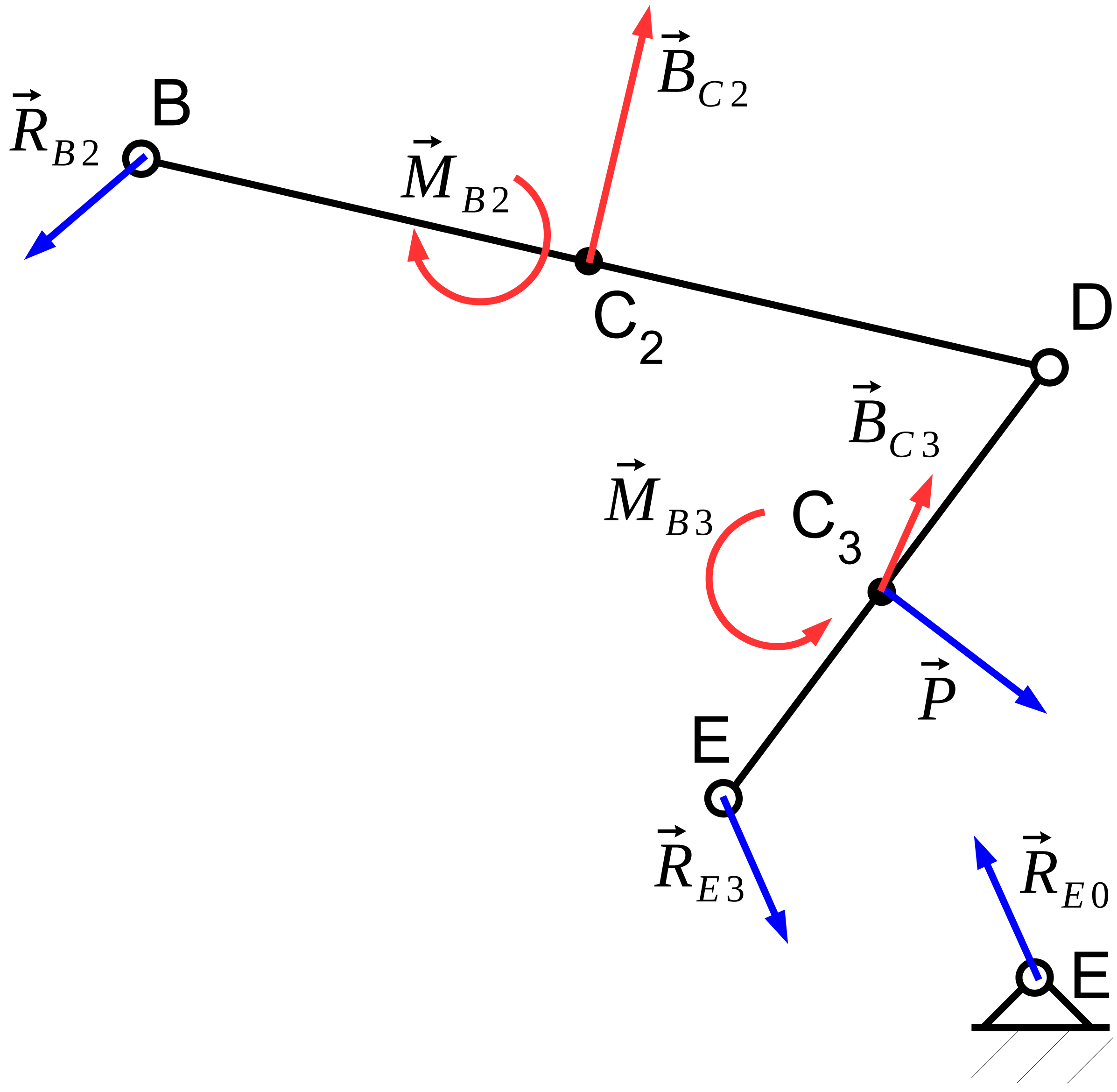
Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



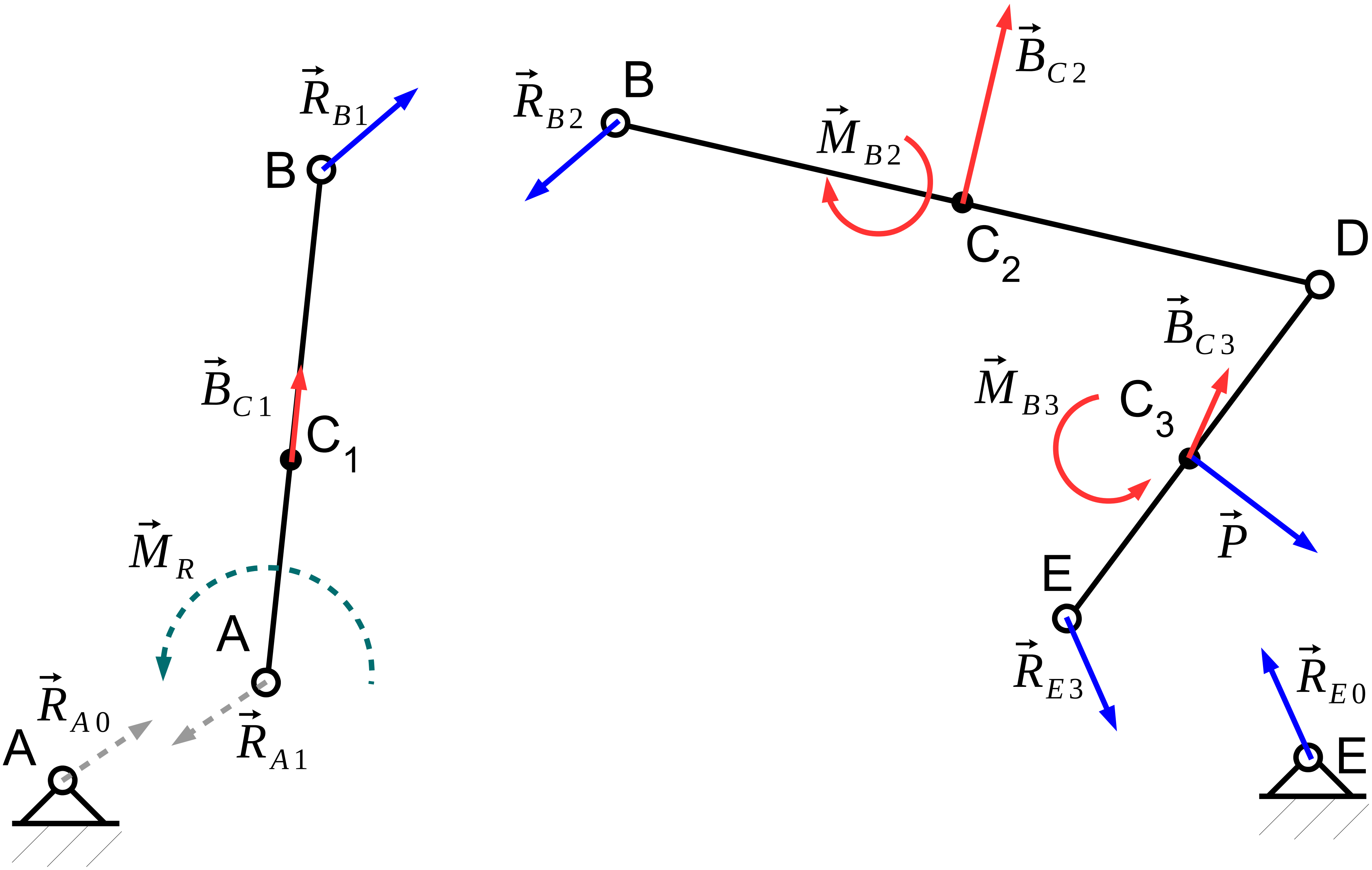
Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



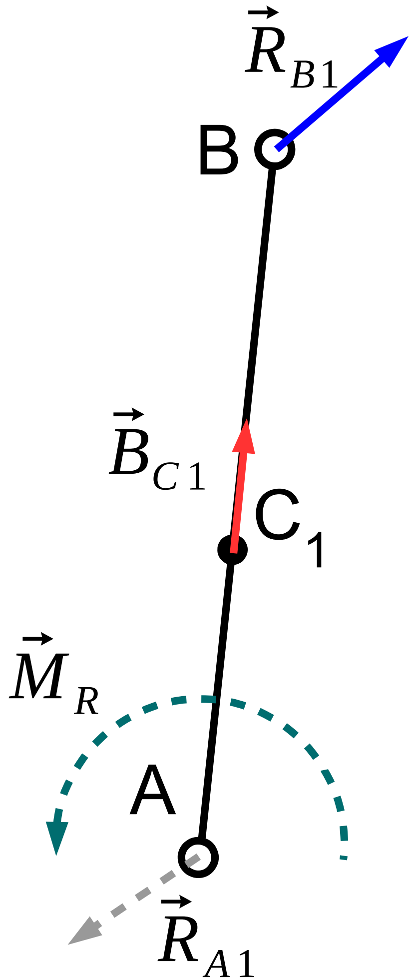
Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



Dynamika mechanizmów

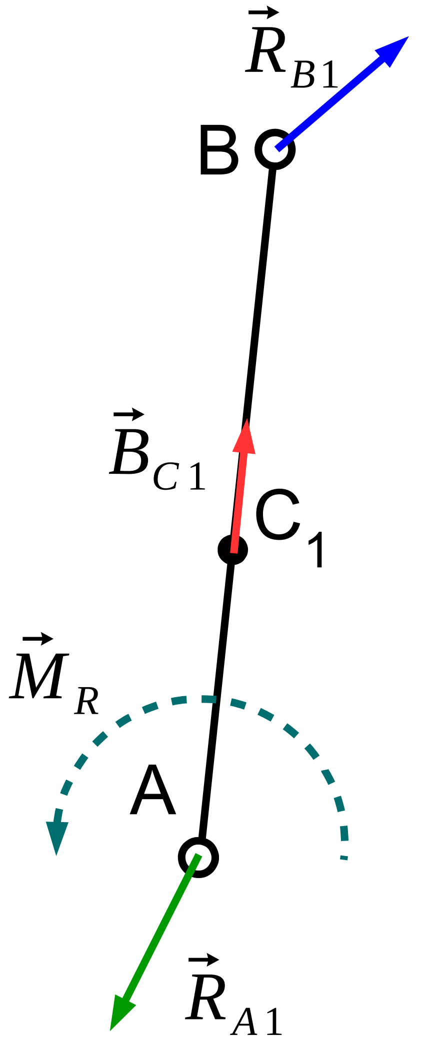
Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



$$\boxed{\vec{R}_{A1}+\vec{B}_{C1}+\vec{R}_{B1}=0}$$

Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

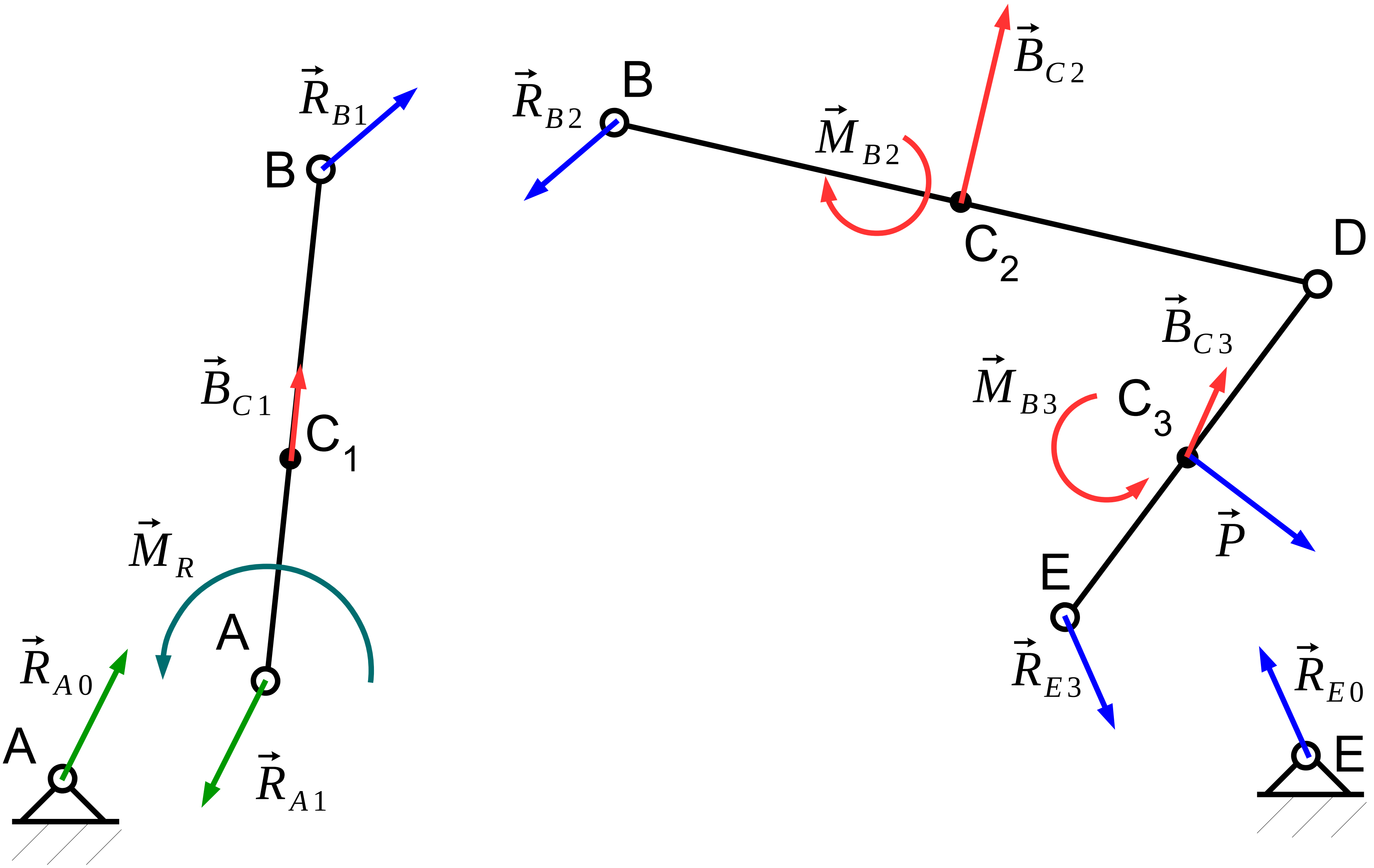


człon AB: $\sum_i M_{iA} = 0$

$M_R = \ldots$

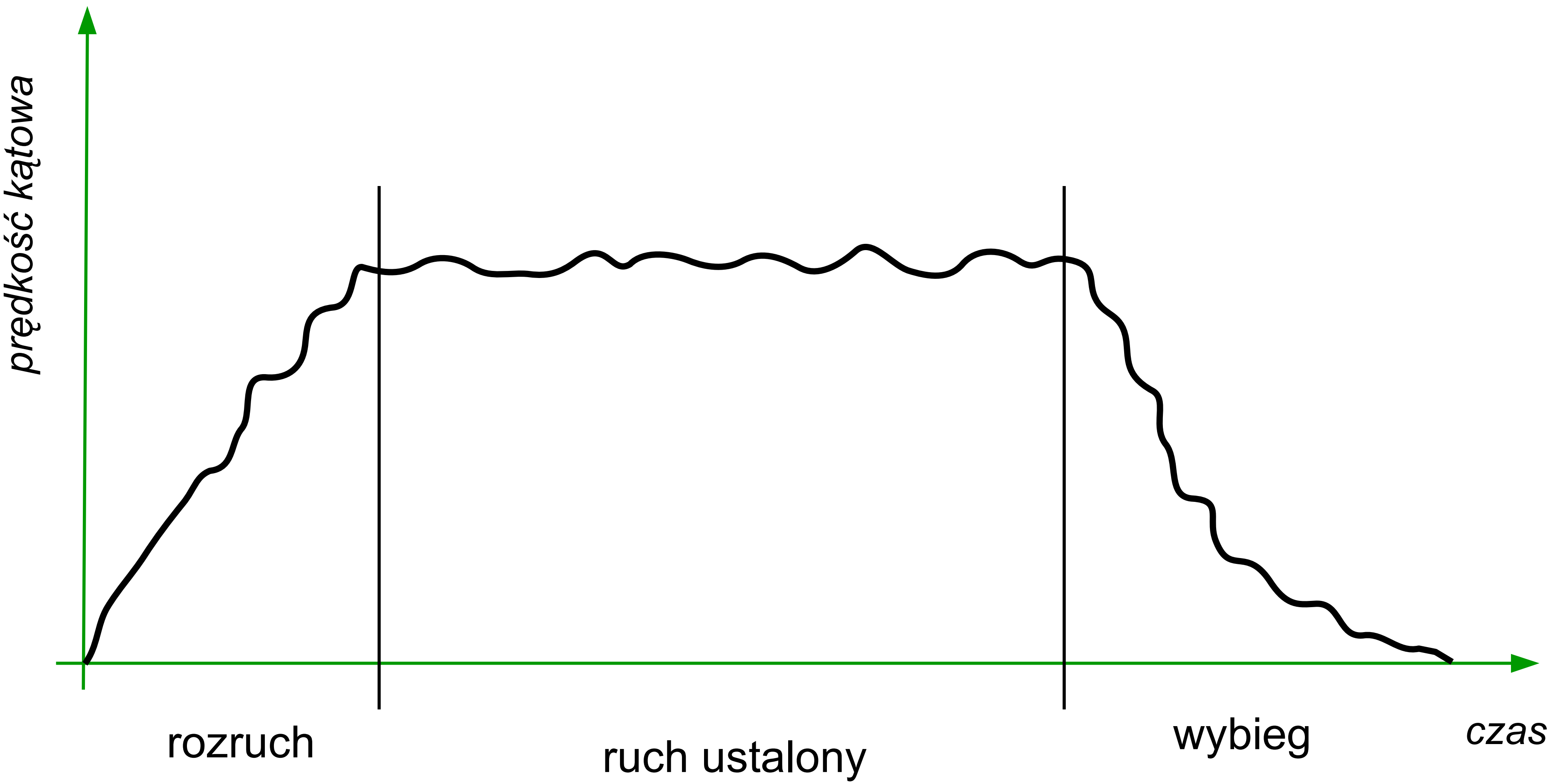
Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



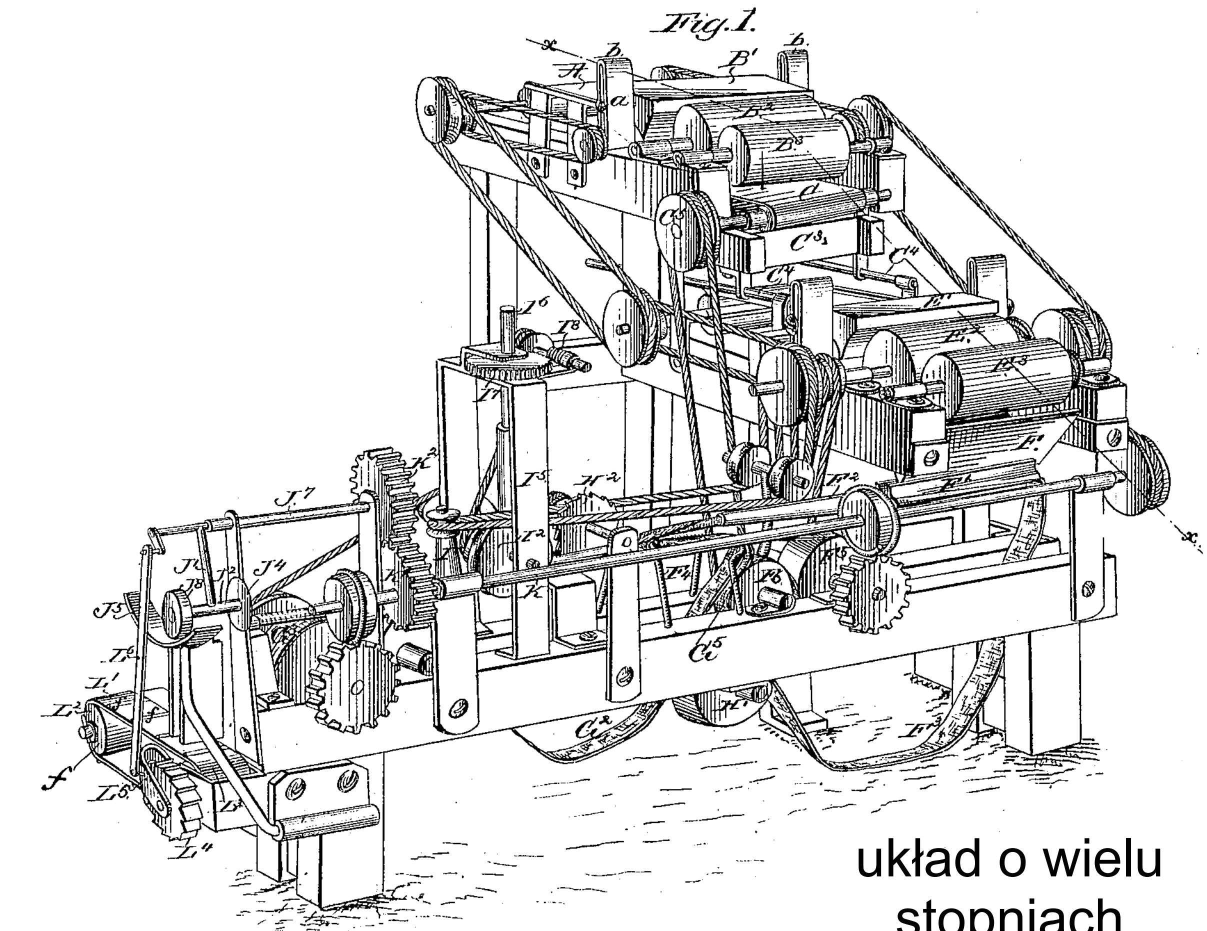
Dynamika maszyn

Etapy pracy maszyny



Redukcja mas i sił

Idea redukcji



Source: James Albert Bonsack (1859 – 1924) - U.S. patent 238,640 cigarette rolling machine, invented in 1880 and patented in 1881

układ o wielu stopniach swobody

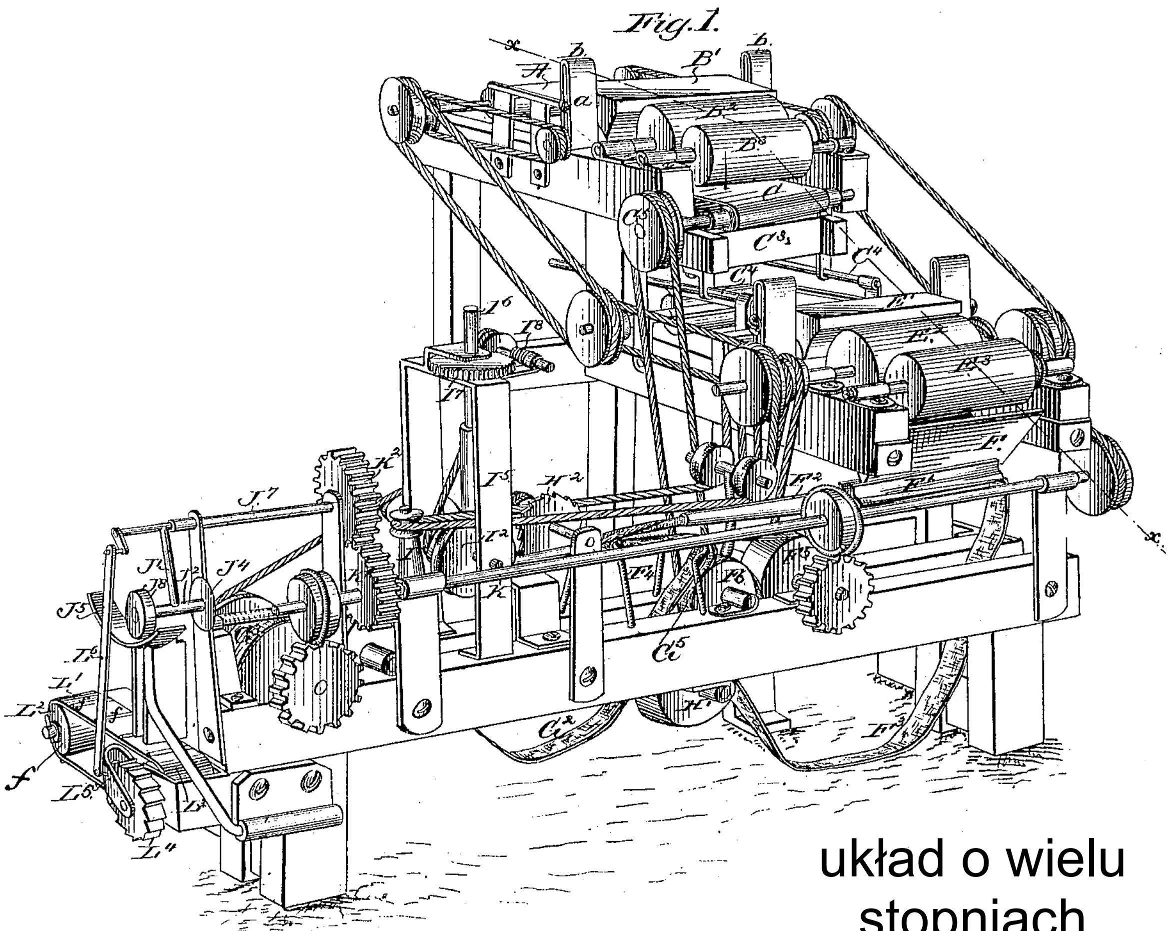
$$\ddot{x}_1(t)=F_1(x_1,x_2,...,t)$$
$$\ddot{x}_2(t)=F_2(x_1,x_2,...,t)$$
$$...$$
$$\ddot{x}_n(t)=F_n(x_1,x_2,...,t)$$

+wiązania

+ ograniczenia

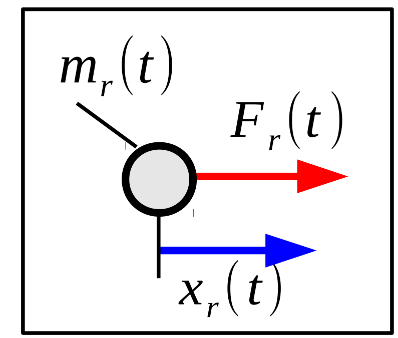
Redukcja mas i sił

Idea redukcji

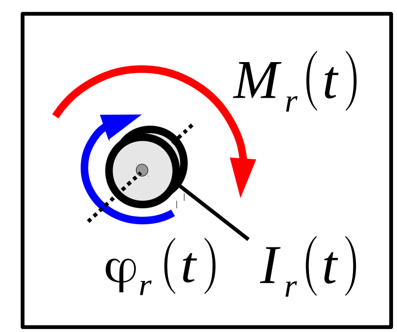


układ o wielu stopniach swobody

układ o jednym stopniu swobody

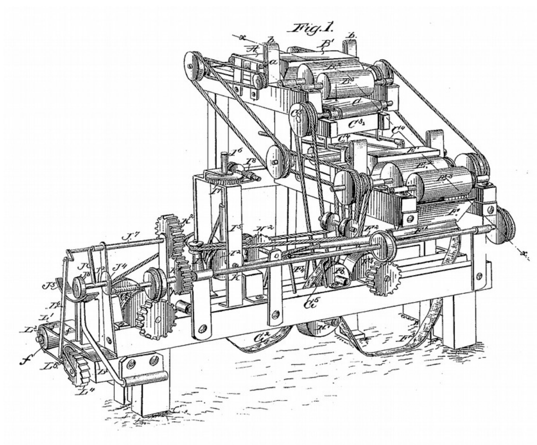


lub



Redukcja mas

Energia kinetyczna

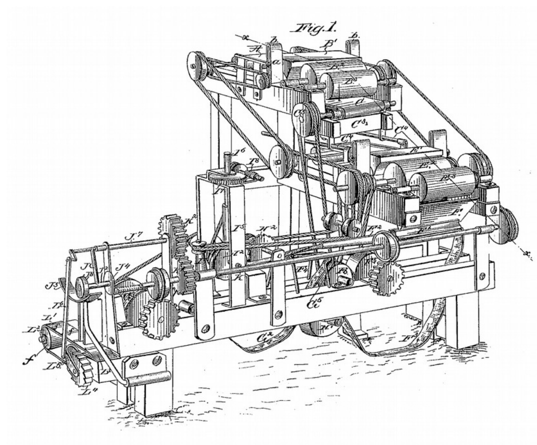


Całkowita energia kinetyczna układu

$$E_k(m_i, I_i, v_i, \omega_i)$$

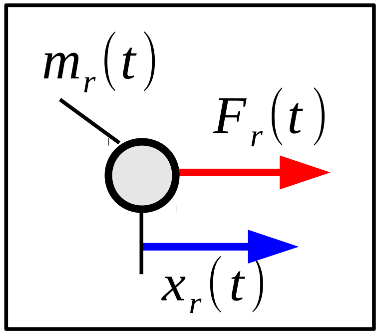
Redukcja mas

Energia kinetyczna



$$E_k = \frac{1}{2}\, m_r\, v_r^2$$

masa zredukowana



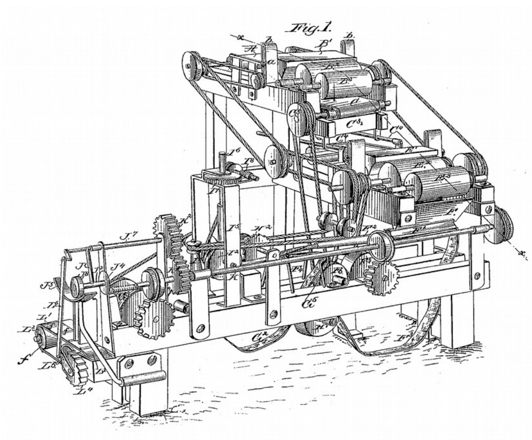
$$v_r = \frac{dx_r(t)}{dt}$$

Całkowita energia kinetyczna układu

$$E_k(m_i, I_i, v_i, \omega_i)$$

Redukcja mas

Energia kinetyczna



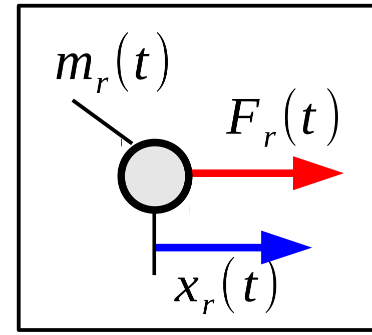
Całkowita energia kinetyczna układu

$$E_k(m_i, I_i, v_i, \omega_i)$$

lub

$$E_k = \frac{1}{2}\, m_r\, v_r^2$$

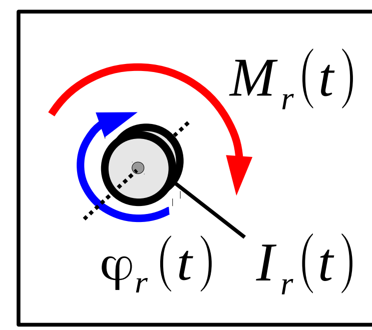
masa zredukowana



$$v_r = \frac{dx_r(t)}{dt}$$

$$E_k = \frac{1}{2}\, I_r\, \omega_r^2$$

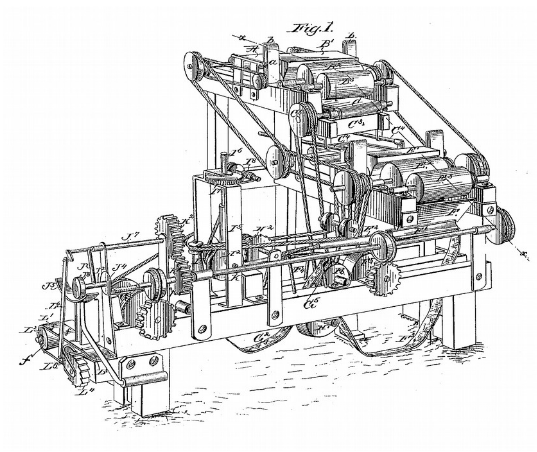
zredukowany moment bezwładności



$$\omega_r = \frac{d\varphi_r(t)}{dt}$$

Redukcja sił

Moc układu

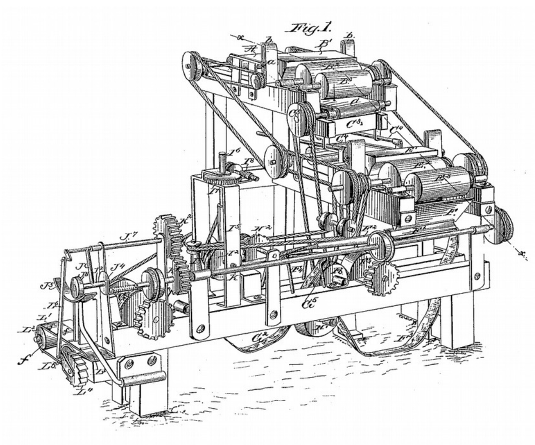


Całkowita moc układu

$$P\left(F_i, M_i, \omega_i, v_i, \ldots\right)$$

Redukcja sił

Moc układu

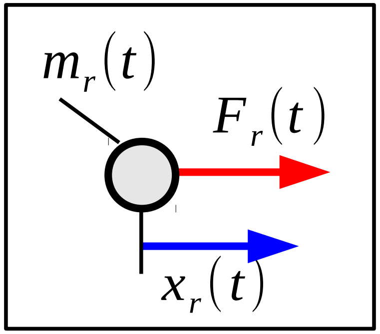


Całkowita moc układu

$$P(F_i, M_i, \omega_i, v_i, \ldots)$$

$$P = F_r v_r$$

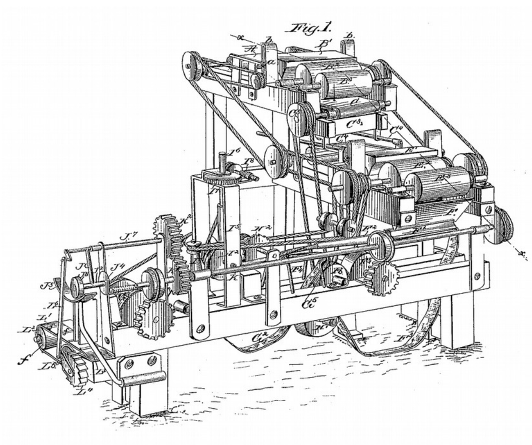
siła zredukowana



$$v_r = \frac{dx_r(t)}{dt}$$

Redukcja sił

Moc układu



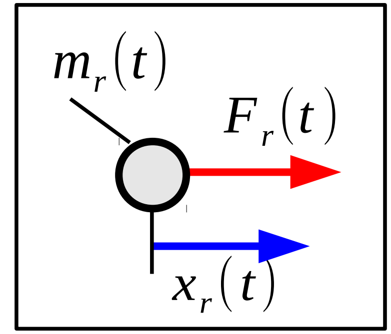
Całkowita moc układu

$$P(F_i, M_i, \omega_i, v_i, \ldots)$$

lub

$$P = F_r v_r$$

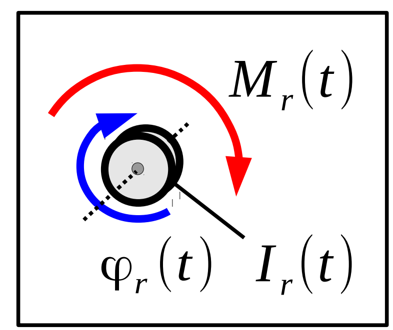
siła zredukowana



$$v_r = \frac{dx_r(t)}{dt}$$

$$P = M_r \omega_r$$

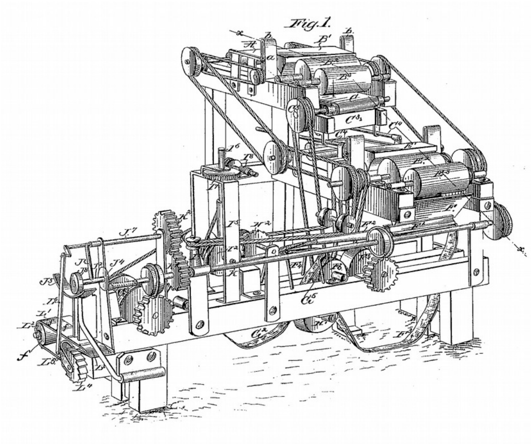
moment zredukowany



$$\omega_r = \frac{d\varphi_r(t)}{dt}$$

Redukcja mas

Energia kinetyczna

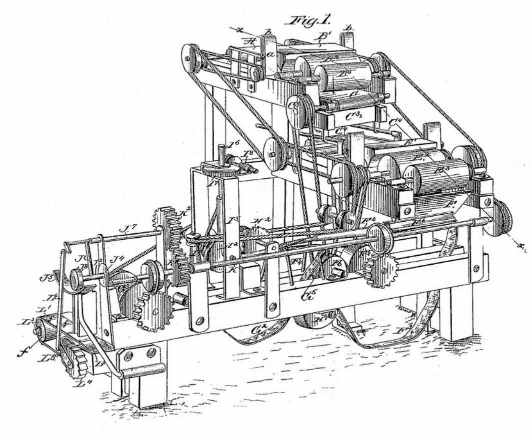


$$E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \sum_{j=1}^{k} \frac{1}{2} I_j \omega_j^2$$

n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

Redukcja mas

Energia kinetyczna



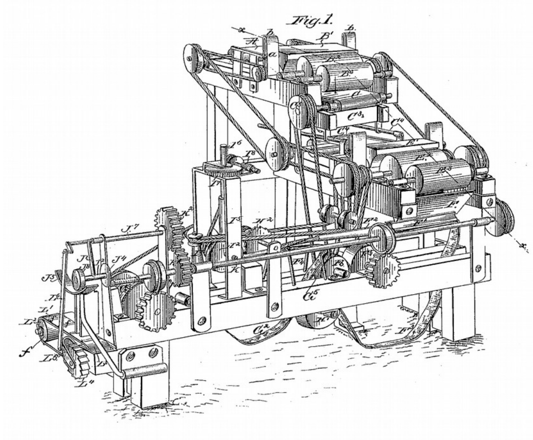
$$E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \sum_{j=1}^{k} \frac{1}{2} I_j \omega_j^2$$

n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

$$\frac{1}{2} m_r v_r^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \sum_{j=1}^{k} \frac{1}{2} I_j \omega_j^2$$

Redukcja mas

Energia kinetyczna



$$E_k=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_i^2+\sum_{j=1}^{k}\frac{1}{2}I_j\omega_j^2$$

n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

$$\frac{1}{2}m_r v_r^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_i^2+\sum_{j=1}^{k}\frac{1}{2}I_j\omega_j^2$$

$$\frac{1}{2}I_r\omega_r^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_i^2+\sum_{j=1}^{k}\frac{1}{2}I_j\omega_j^2$$

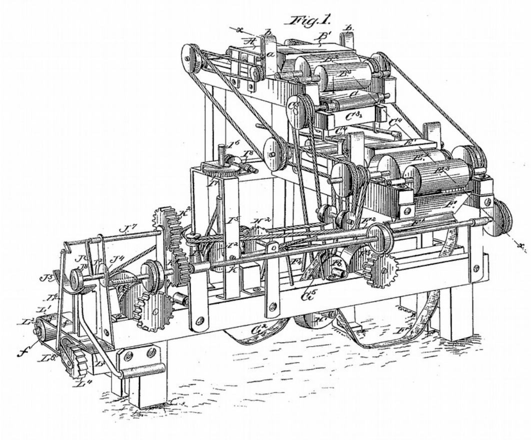
$$m_r=\sum_{i=1}^{n}m_i\frac{v_i^2}{v_r^2}+\sum_{j=1}^{k}I_j\frac{\omega_j^2}{v_r^2}$$

$$I_r=\sum_{i=1}^{n}m_i\frac{v_i^2}{\omega_r^2}+\sum_{j=1}^{k}I_j\frac{\omega_j^2}{\omega_r^2}$$

$v_r,\ \omega_r$ – dowolnie wybrane

Redukcja sił

Praca sił i momentów

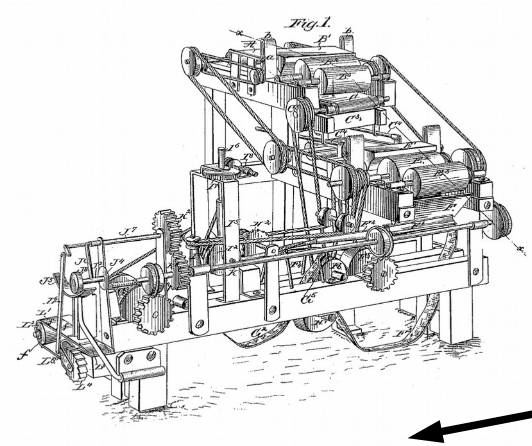


$$dW = \sum_{i=1}^{n} P_i \, ds_i \cos \alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \, d\varphi_j$$

n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

Redukcja sił

Praca sił i momentów



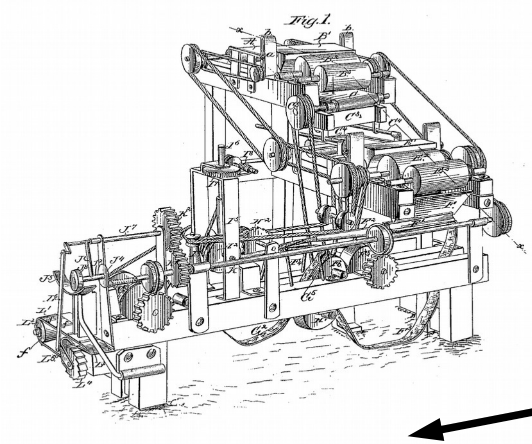
$$dW=\sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i+\sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

$$P_r ds_r=\sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i+\sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

Redukcja sił

Praca sił i momentów



$$dW=\sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

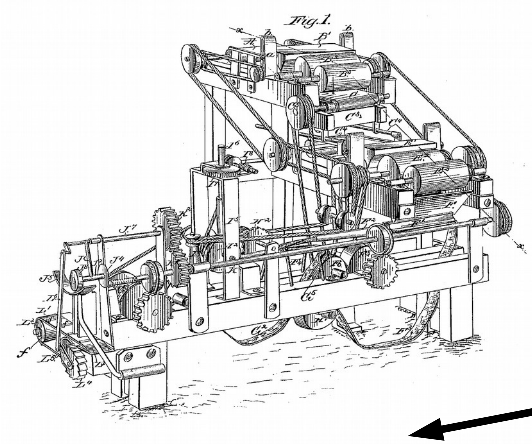
n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

$$P_r ds_r=\sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

$$P_r=\sum_{i=1}^{n} P_i \frac{ds_i}{ds_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{d\varphi_j}{ds_r}$$

Redukcja sił

Praca sił i momentów



$$dW = \sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

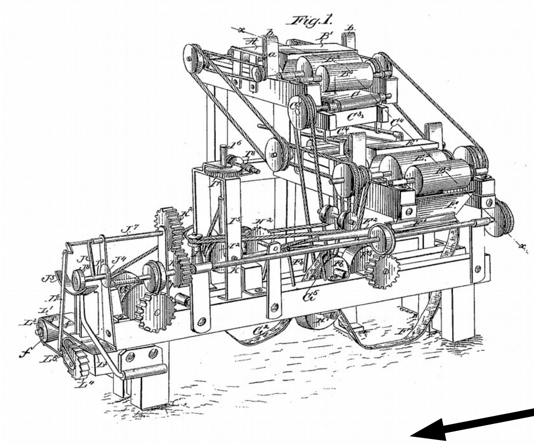
$$P_r ds_r = \sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{ds_i}{ds_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{d\varphi_j}{ds_r}$$

$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i dt}{v_r dt} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j dt}{v_r dt}$$

Redukcja sił

Praca sił i momentów



n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

$$dW = \sum_{i=1}^{n} P_i \, ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \, d\varphi_j$$

$$P_r \, ds_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \, ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \, d\varphi_j$$

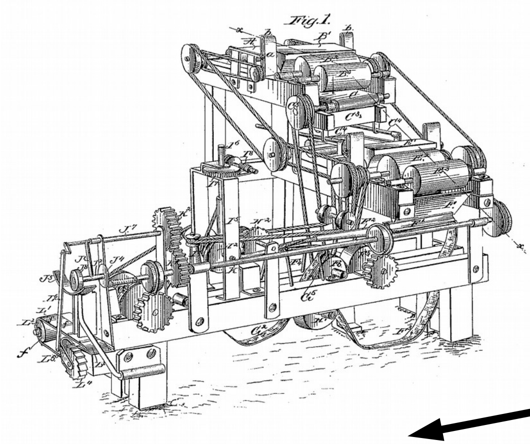
$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{ds_i}{ds_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{d\varphi_j}{ds_r}$$

$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i \, dt}{v_r \, dt} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j \, dt}{v_r \, dt}$$

$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i}{v_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j}{v_r}$$

Redukcja sił

Praca sił i momentów



$$dW = \sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

n-elementów w ruchu postępowym
k-elementów w ruchu obrotowym

$$P_r ds_r = \sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{ds_i}{ds_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{d\varphi_j}{ds_r}$$

$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i dt}{v_r dt} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j dt}{v_r dt}$$

$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i}{v_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j}{v_r}$$

$$M_r d\varphi_r = \sum_{i=1}^{n} P_i ds_i \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j d\varphi_j$$

$$M_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{ds_i}{d\varphi_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{d\varphi_j}{d\varphi_r}$$

$$M_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i dt}{\omega_r dt} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j dt}{\omega_r dt}$$

$$M_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i}{\omega_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j}{\omega_r}$$

Redukcja mas i momentów bezwładności

$$m_r = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{v_i^2}{v_r^2} + \sum_{j=1}^{k} I_j \frac{\omega_j^2}{v_r^2}$$

$$I_r = \sum_{i=1}^{n} m_i \frac{v_i^2}{\omega_r^2} + \sum_{j=1}^{k} I_j \frac{\omega_j^2}{\omega_r^2}$$

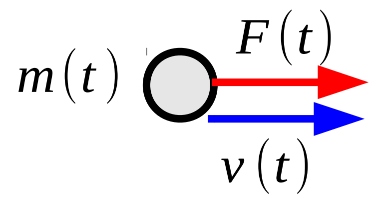
Redukcja sił i momentów sił

$$P_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i}{v_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j}{v_r}$$

$$M_r = \sum_{i=1}^{n} P_i \frac{v_i}{\omega_r} \cos\alpha_i + \sum_{j=1}^{k} M_j \frac{\omega_j}{\omega_r}$$

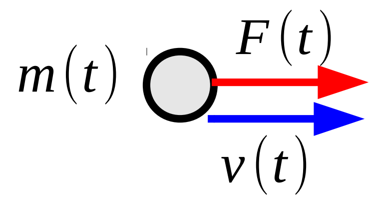
Równanie ruchu maszyny

dla ruchu postępowego



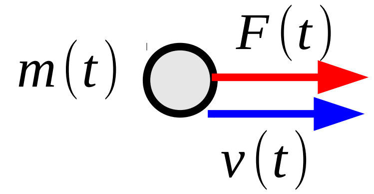
Równanie ruchu maszyny

dla ruchu postępowego



Równanie ruchu maszyny

dla ruchu postępowego



$$dE_k = dW$$

$$d\left(\frac{1}{2}m(t)v(t)^2\right) = F(t)\,dx$$

$$\frac{1}{2}dm(t)v(t)^2 + m(t)v(t)dv(t) = F(t)\,dx$$

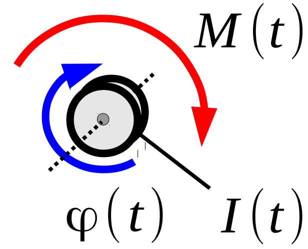
$$\frac{1}{2}dm(t)v(t)\frac{dx(t)}{dt} + m(t)\frac{dx(t)}{dt}dv(t) = F(t)\,dx$$

$$\frac{dm(t)}{dt}\frac{v(t)}{2} + m\frac{dv(t)}{dt} = F(t)$$

$$\boxed{jeżeli\;\; m = const. \;\Rightarrow\; m\frac{dv(t)}{dt} = P(t) \quad lub \quad m\ddot{x}(t) = F(t)}$$

Równanie ruchu maszyny

dla ruchu obrotowego



$$dE_k = dW$$

$$d\left(I\frac{\omega(t)^2}{2}\right) = M(t)\,d\varphi$$

...

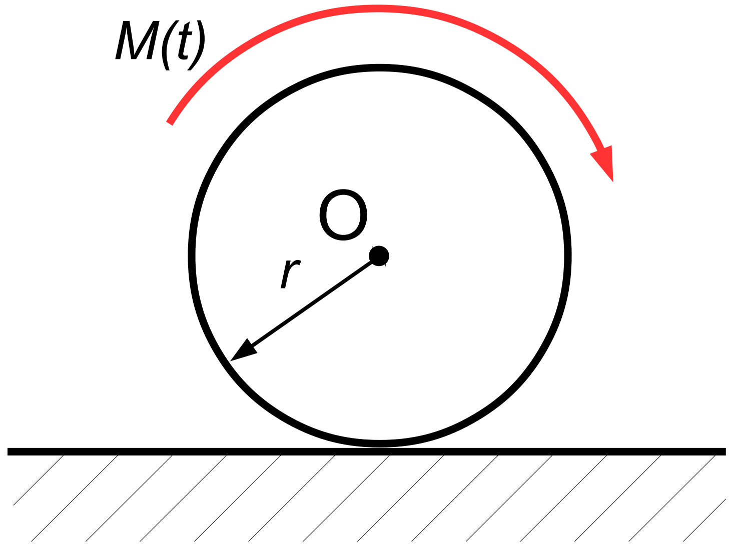
...

$$\frac{dI(t)}{dt}\frac{\omega(t)}{2} + I(t)\frac{d\omega(t)}{dt} = M(t)$$

$$\boxed{\text{jeżeli } I = const. \Rightarrow I\frac{d\omega(t)}{dt} = M(t) \quad \text{lub} \quad I\ddot{\varphi}(t) = M(t)}$$

Redukcja mas i sił

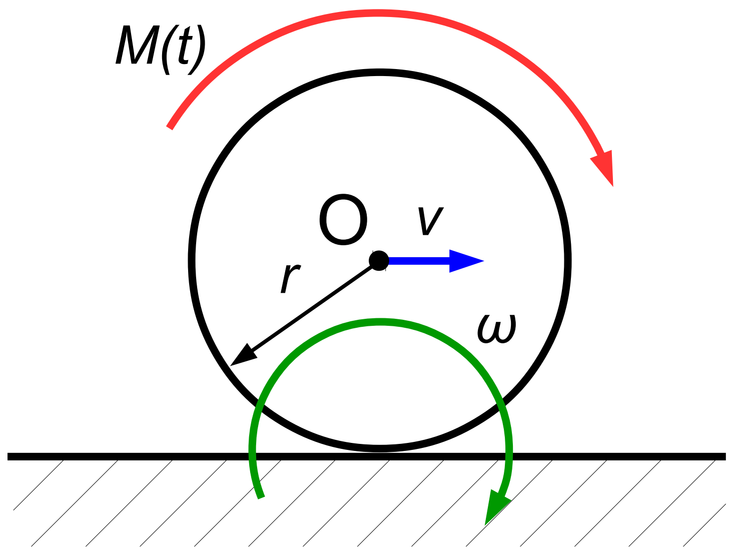
Koło toczące się bez poślizgu



Dane: m – masa koła,
I_O – moment bezwładności względem punktu O,
r – promień koła,
$M(t)$ – moment napędzający.

Redukcja mas i sił

<u>Koło toczące się bez poślizgu</u>



<u>Dane</u>: m – masa koła,

I_O – moment bezwładności względem punktu O,

r – promień koła,

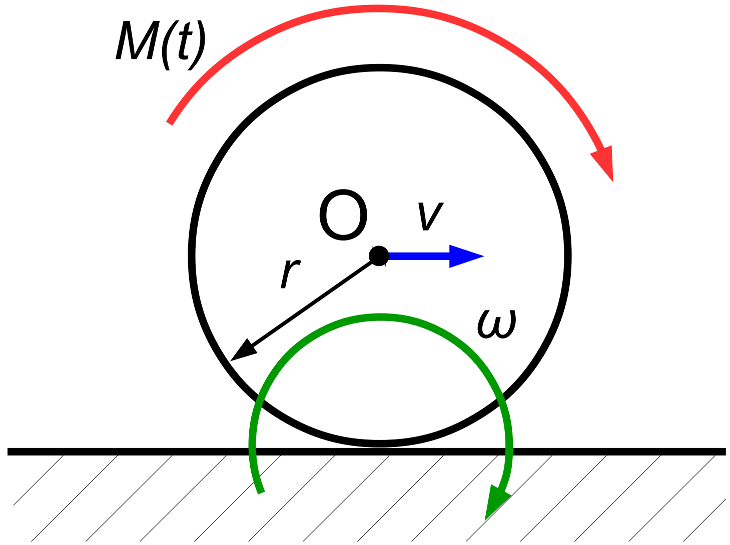
$M(t)$ – moment napędzający.

$v(t)$ – prędkość liniowa środka koła,

$\omega(t)$ – prędkość kątowa koła.

Redukcja mas i sił

Koło toczące się bez poślizgu

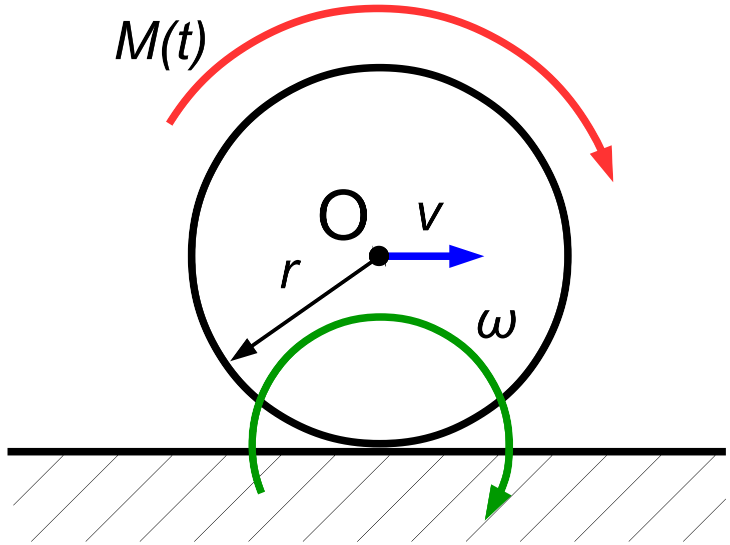


Dane: m – masa koła,
I_O – moment bezwładności względem punktu O,
r – promień koła,
$M(t)$ – moment napędzający.

$v(t)$ – prędkość liniowa środka koła,
$\omega(t)$ – prędkość kątowa koła.

Redukcja mas i sił

Koło toczące się bez poślizgu



Dane: m – masa koła,
I_O – moment bezwładności względem punktu O,
r – promień koła,
$M(t)$ – moment napędzający.

$v(t)$ – prędkość liniowa środka koła,
$\omega(t)$ – prędkość kątowa koła.

$$T=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I_O\omega^2 \qquad \text{ale } v=\omega r$$

$$T=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I_O\frac{v^2}{r^2}=\frac{1}{2}\left(m+\frac{I_O}{r^2}\right)v^2=\frac{1}{2}m_r v^2$$

$$m_r=m+\frac{I_O}{r^2}=\text{const.}$$

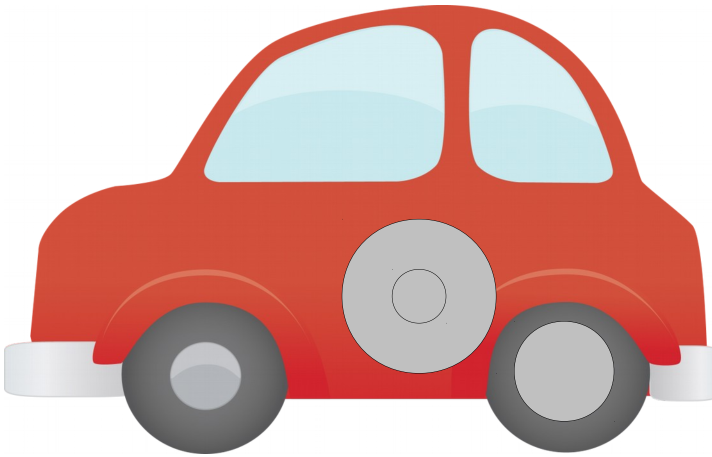
$$P=M\omega$$

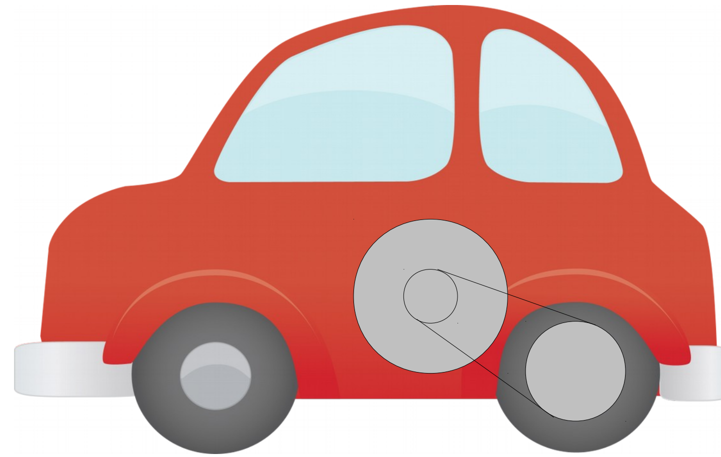
$$P=M\frac{v}{r}=\frac{M}{r}v=F_r v$$

$$F_r=\frac{M}{r}$$

$$m_r\frac{dv}{dt}=F_r \quad \Rightarrow \quad \left(m+\frac{I_o}{r^2}\right)\frac{dv(t)}{dt}=\frac{M(t)}{r}$$

Redukcja mas i sił





m_1 – masa całkowita

m_{r1} – masa zredukowana

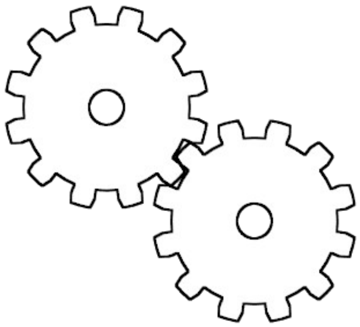
m_2 – masa całkowita

m_{r2} – masa zredukowana

$$m_1 = m_2$$

$$m_{r1} \quad m_{r2}$$

Przełożenie kinematyczne przekładni



Definicja	Wartości dla reduktora	Wartości dla multiplikatora
$i=\frac{z_{we}}{z_{wy}}=\frac{\omega_{wy}}{\omega_{we}}$		
$i=\frac{z_{wy}}{z_{we}}=\frac{\omega_{we}}{\omega_{wy}}$		

$z_{\mathrm{we/wy}}$ - liczba zębów koła wejściowego/wyjściowego

Redukcja mas i sił

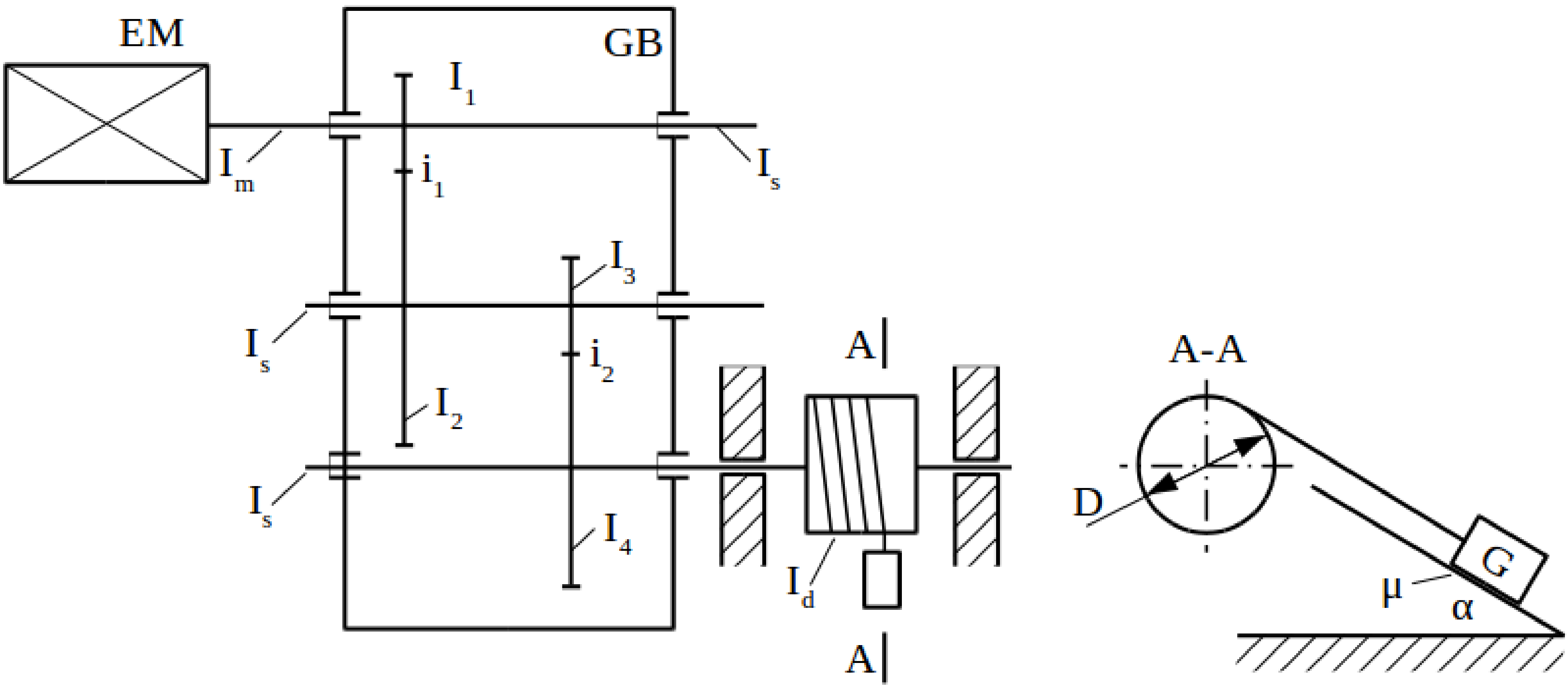
Przykład 1

Zbadajmy proces rozruchu wciągarki bębnowej składającej się z:

- silnika elektrycznego (EM) generującego moment będący funkcją prędkości kątowej wału silnika *ω według zależności*: *M=A-Bω, gdzie A* i *B są danymi stałymi parametrami*; moment bezwładności wału wyjściowego silnika wynosi I_m;
- przekładni dwustopniowej (reduktora) o zadanych momentach bezwładności kół I_1, I_2, I_3, I_4 i momentach bezwładności wałów wynoszących I_s; przełożenia przekładni zadane są jako $i_1=\omega_2/\omega_1$ oraz $i_2=\omega_3/\omega_2$;
- bębna o średnicy *D* i momencie bezwładności I_d; łożyskowanie bębna generuje stały moment oporów toczenia M_f;
- równi pochyłej o kącie *α* względem poziomu;
- obiektu wciąganego o ciężarze *G;* tarcie między obiektem a równią opisane jest modelem tarcia suchego ze współczynnikiem μ.

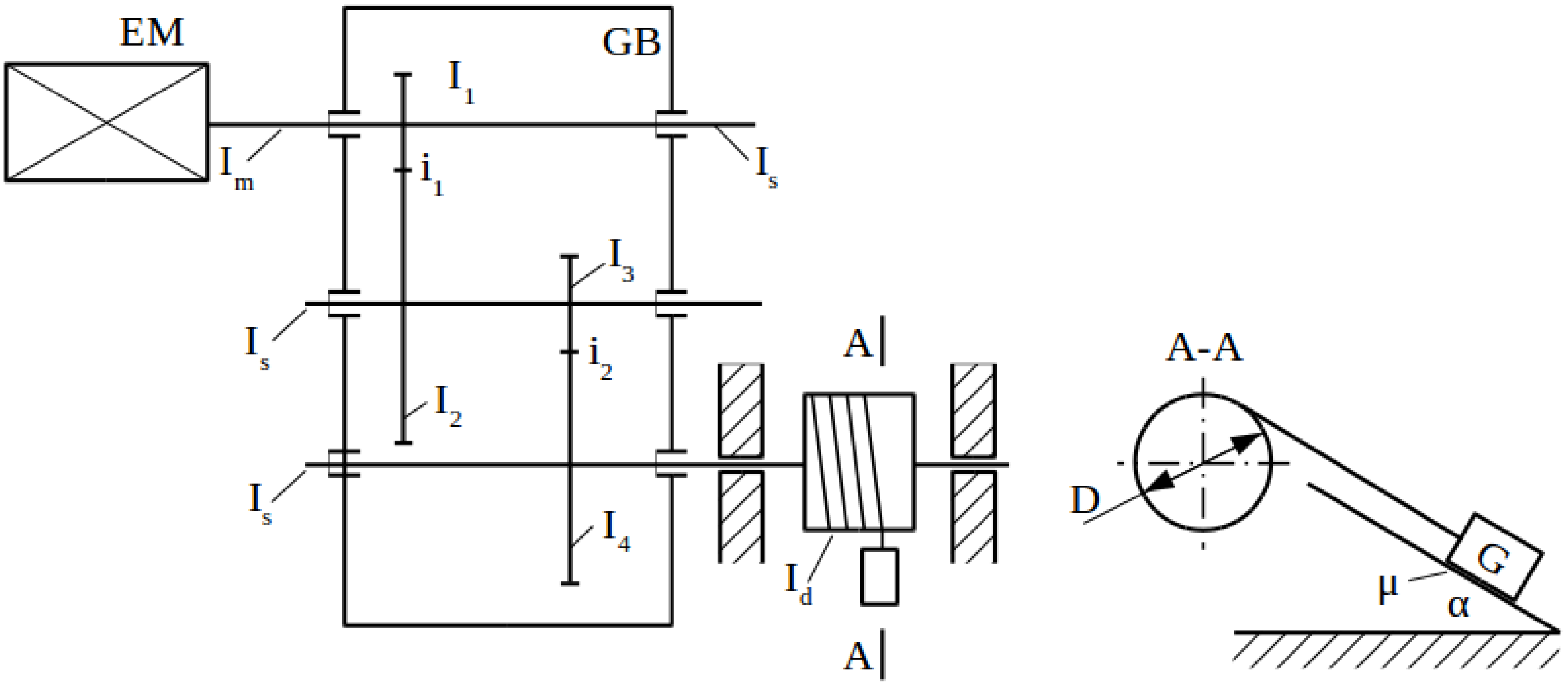
Redukcja mas i sił

Przykład 1



Redukcja mas i sił

Przvkład 1



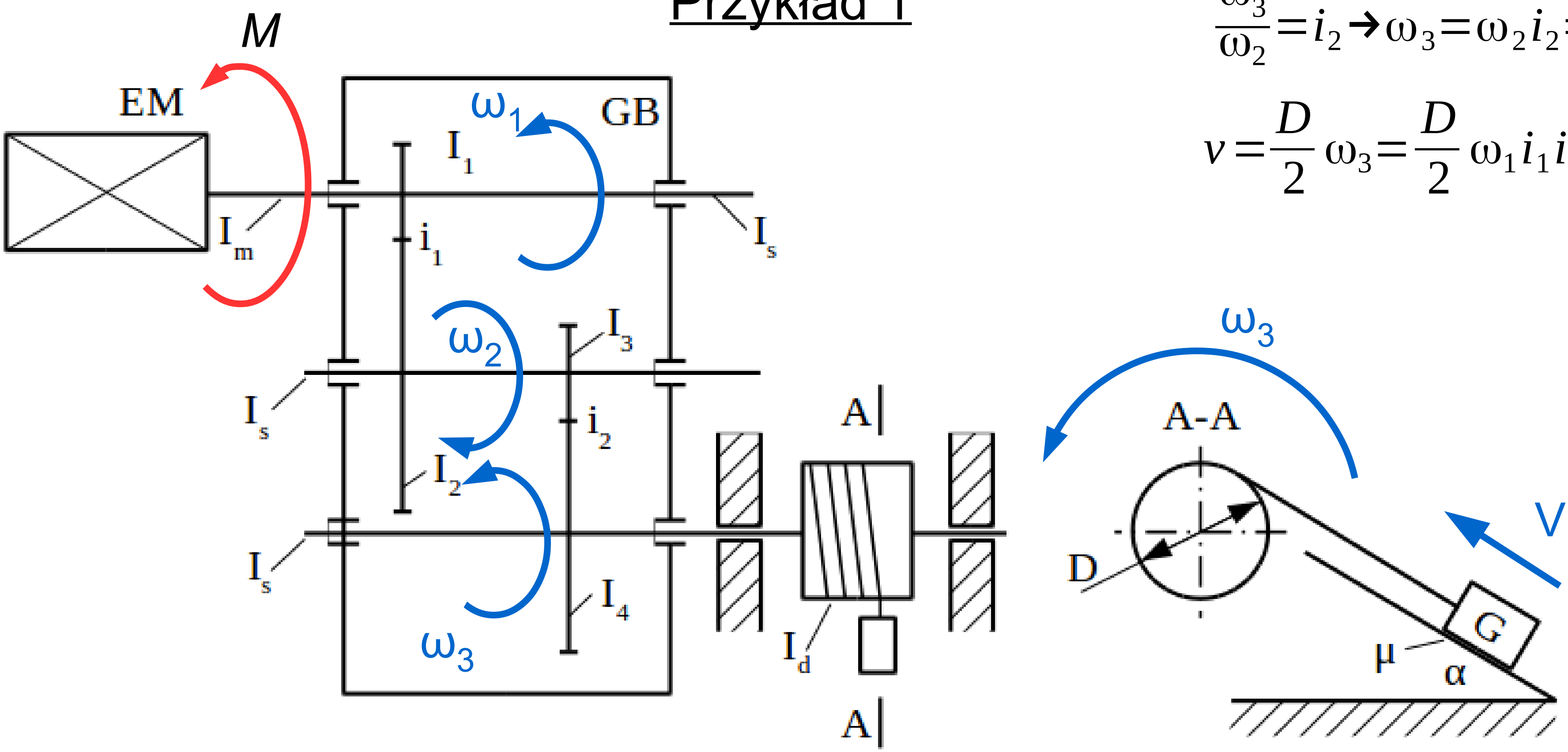
Redukcja mas i sił

Przykład 1

$$\frac{\omega_2}{\omega_1}=i_1 \rightarrow \omega_2=\omega_1 i_1$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=i_2 \rightarrow \omega_3=\omega_2 i_2=\omega_1 i_1 i_2$$

$$v=\frac{D}{2}\omega_3=\frac{D}{2}\omega_1 i_1 i_2$$



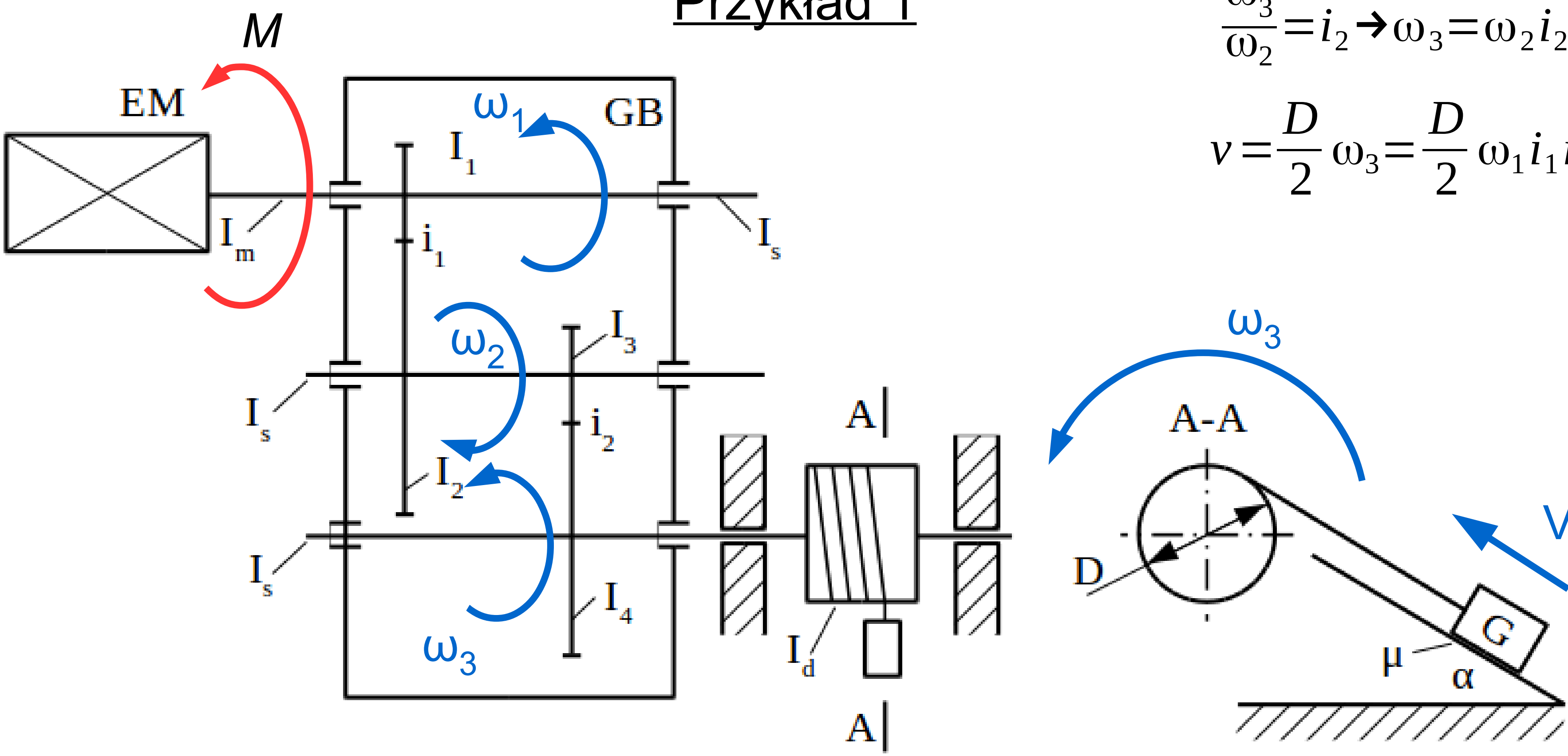
Redukcja mas i sił

Przykład 1

$$\frac{\omega_2}{\omega_1}=i_1 \rightarrow \omega_2=\omega_1 i_1$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=i_2 \rightarrow \omega_3=\omega_2 i_2=\omega_1 i_1 i_2$$

$$v=\frac{D}{2}\omega_3=\frac{D}{2}\omega_1 i_1 i_2$$



$$E_K=\frac{1}{2}(I_m+I_1+I_s)\omega_1^2+\frac{1}{2}(I_2+I_3+I_s)\omega_2^2+\frac{1}{2}(I_4+I_s+I_d)\omega_3^2+\frac{1}{2}\frac{G}{g}v^2$$

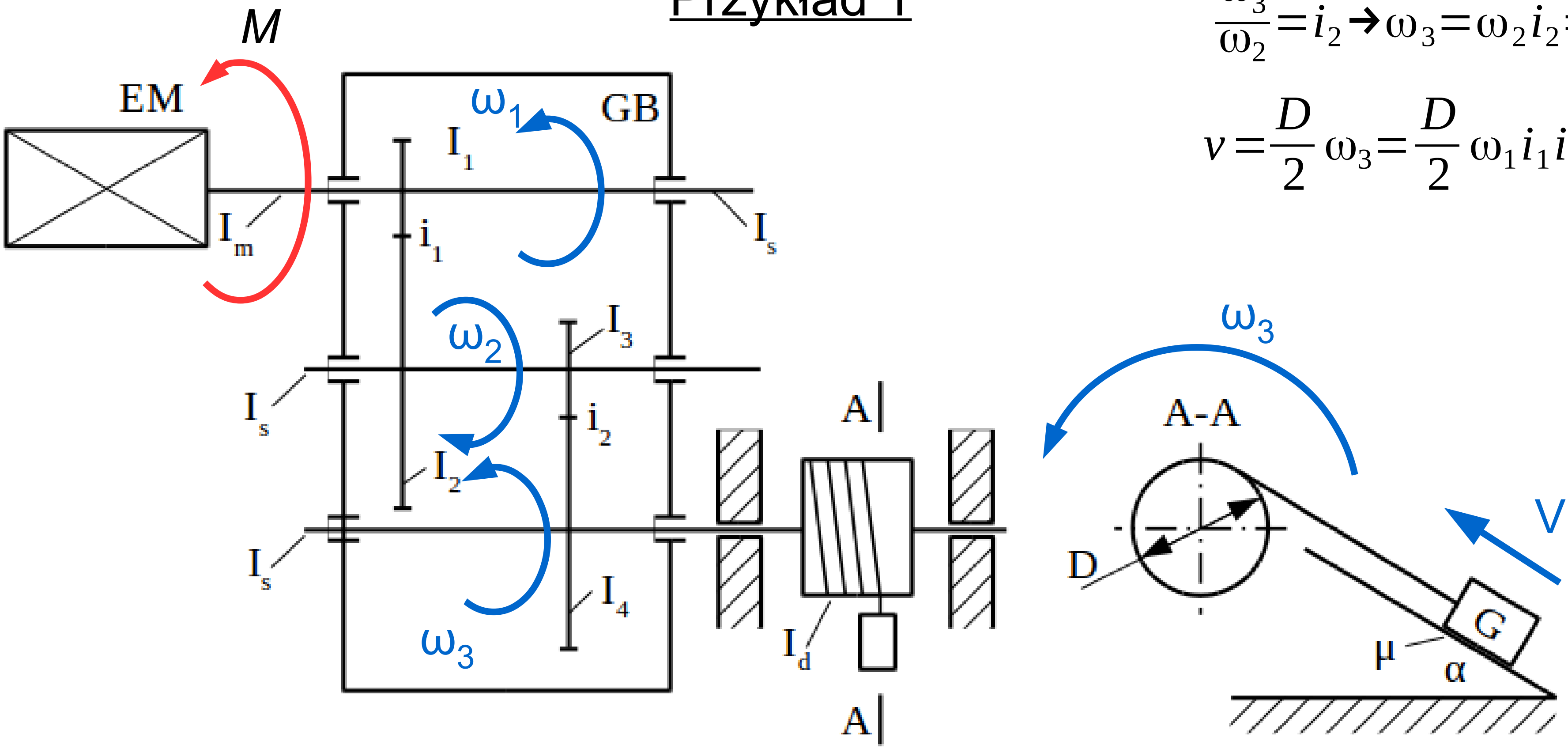
Redukcja mas i sił

$$\frac{\omega_2}{\omega_1}=i_1 \rightarrow \omega_2=\omega_1 i_1$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=i_2 \rightarrow \omega_3=\omega_2 i_2=\omega_1 i_1 i_2$$

$$v=\frac{D}{2}\omega_3=\frac{D}{2}\omega_1 i_1 i_2$$

Przykład 1



$$T=\frac{1}{2}(I_m+I_1+I_s)\omega_1^2+\frac{1}{2}(I_2+I_3+I_s)\omega_2^2+\frac{1}{2}(I_4+I_s+I_d)\omega_3^2+\frac{1}{2}\frac{G}{g}v^2$$

$$T=\frac{1}{2}(I_m+I_1+I_s)\omega_1^2+\frac{1}{2}(I_2+I_3+I_s)\omega_1^2 i_1^2+\frac{1}{2}(I_4+I_d+I_s)\omega_1^2 i_1^2 i_2^2+\frac{1}{2}\frac{G}{g}\frac{D^2}{4}\omega_1^2 i_1^2 i_2^2$$

$$T=\frac{1}{2}\left[(I_m+I_1+I_s)+(I_2+I_3+I_s)i_1^2+(I_4+I_d+I_s)i_1^2 i_2^2+\frac{G}{g}\frac{D^2}{4}i_1^2 i_2^2\right]\omega_1^2$$

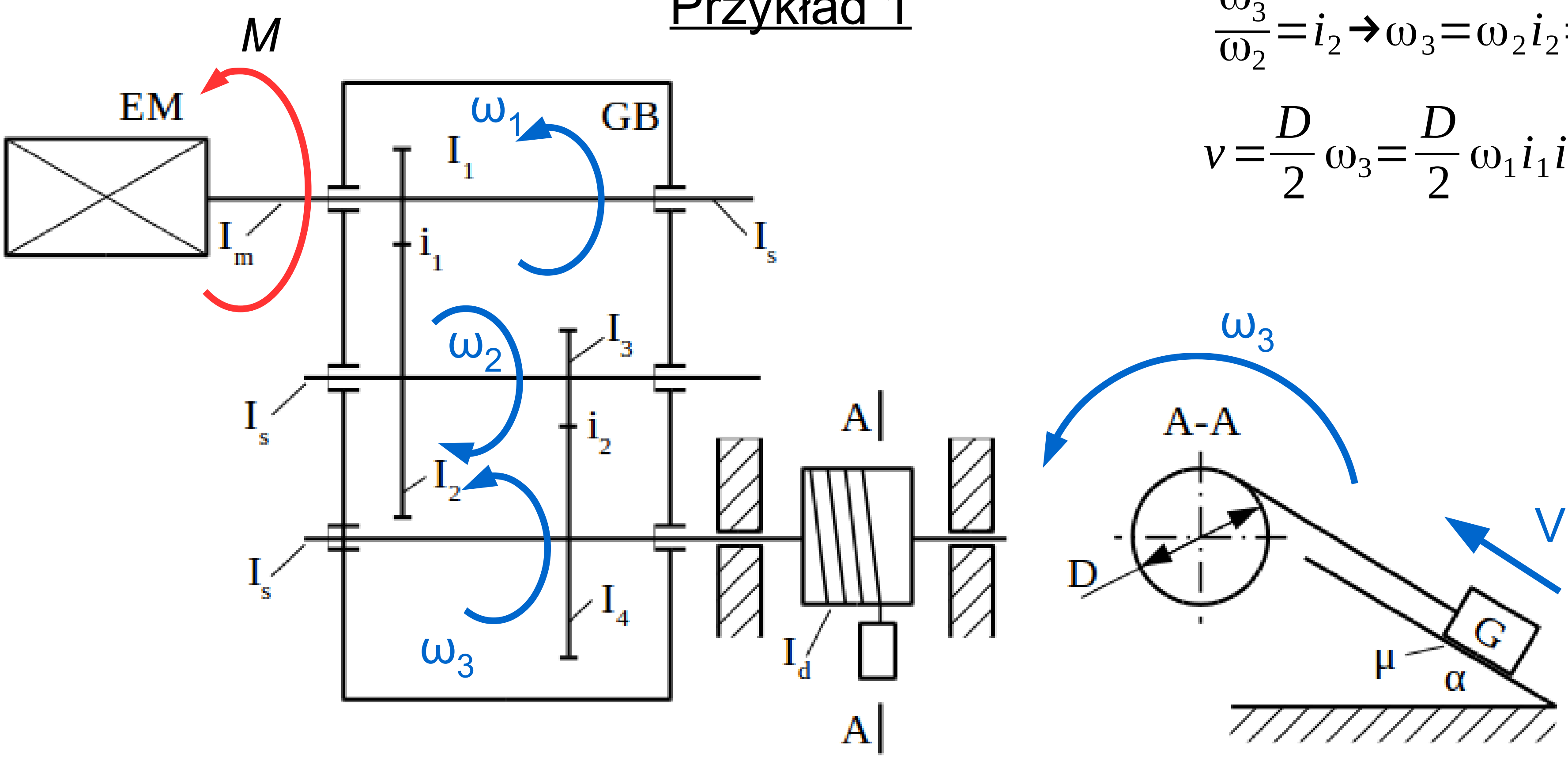
Redukcja mas i sił

$$\frac{\omega_2}{\omega_1}=i_1 \rightarrow \omega_2=\omega_1 i_1$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=i_2 \rightarrow \omega_3=\omega_2 i_2=\omega_1 i_1 i_2$$

$$v=\frac{D}{2}\omega_3=\frac{D}{2}\omega_1 i_1 i_2$$

Przykład 1



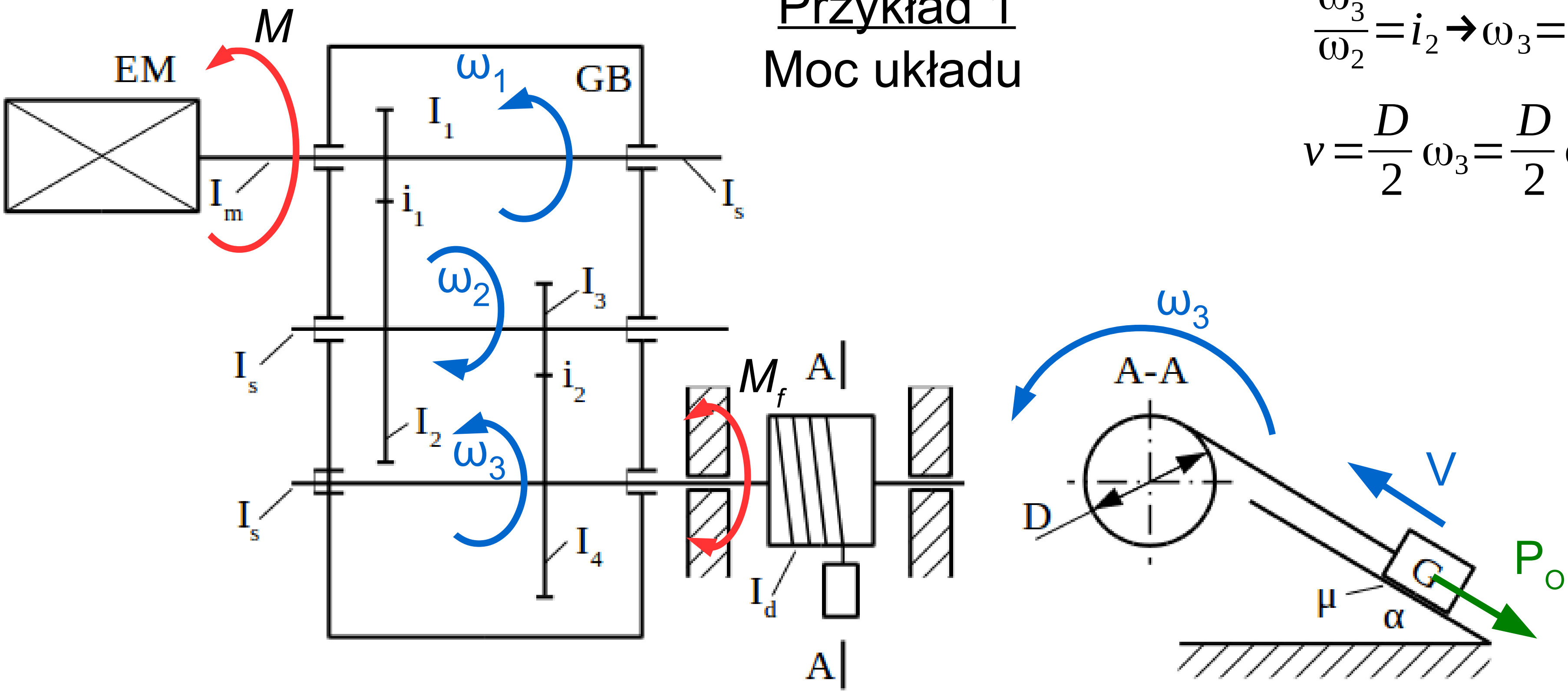
Zredukowany moment bezwładności

$$I_R=I_m+I_1+I_s+\left(I_2+I_3+I_s\right)i_1^2+\left(I_4+I_d+I_s\right)i_1^2 i_2^2+\frac{G}{g}\frac{D^2}{4}i_1^2 i_2^2$$

Redukcja mas i sił

<u>Przykład 1</u>

Moc układu



$$\frac{\omega_2}{\omega_1}=i_1 \rightarrow \omega_2=\omega_1 i_1$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=i_2 \rightarrow \omega_3=\omega_2 i_2=\omega_1 i_1 i_2$$

$$v=\frac{D}{2}\omega_3=\frac{D}{2}\omega_1 i_1 i_2$$

Redukcja mas i sił

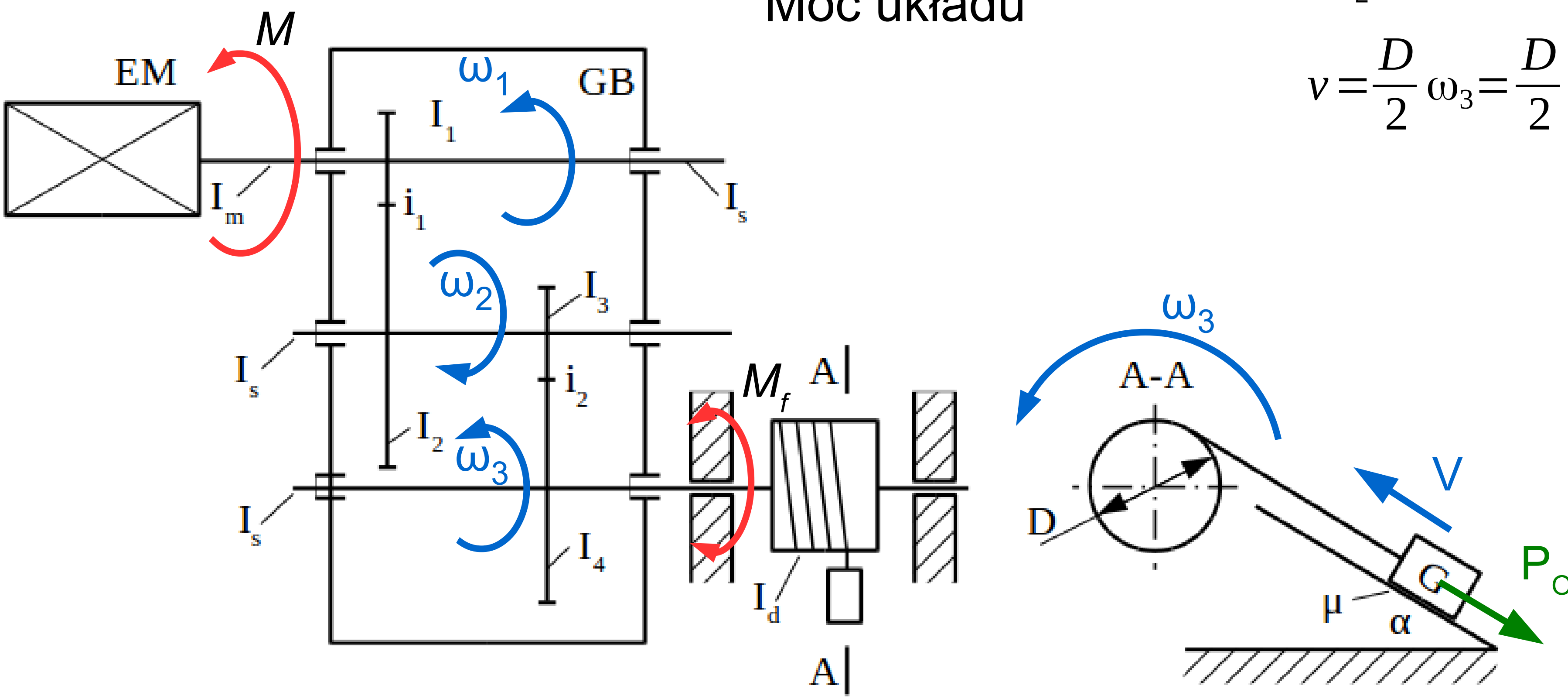
$$\frac{\omega_2}{\omega_1}=i_1 \rightarrow \omega_2=\omega_1 i_1$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=i_2 \rightarrow \omega_3=\omega_2 i_2=\omega_1 i_1 i_2$$

$$v=\frac{D}{2}\omega_3=\frac{D}{2}\omega_1 i_1 i_2$$

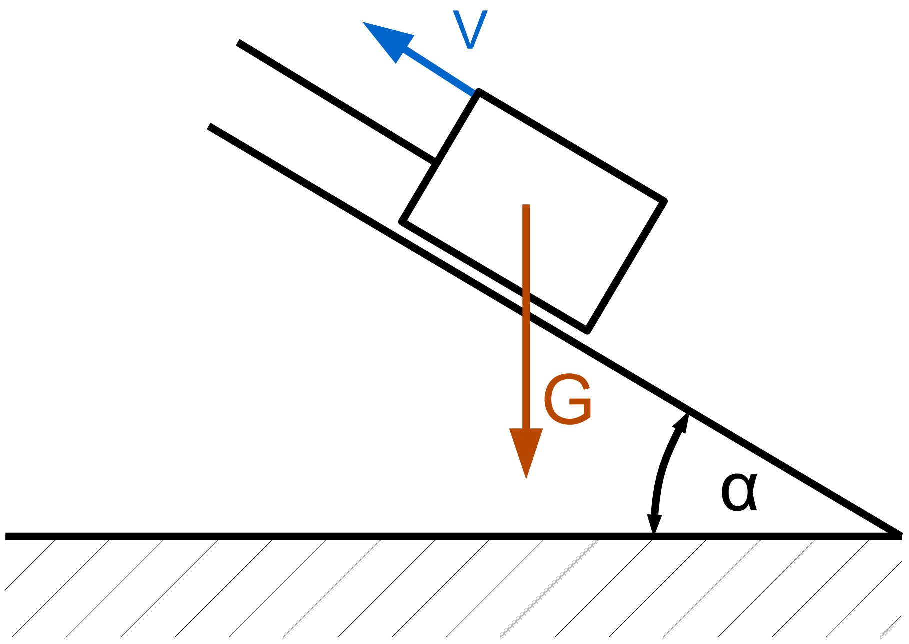
Przykład 1

Moc układu



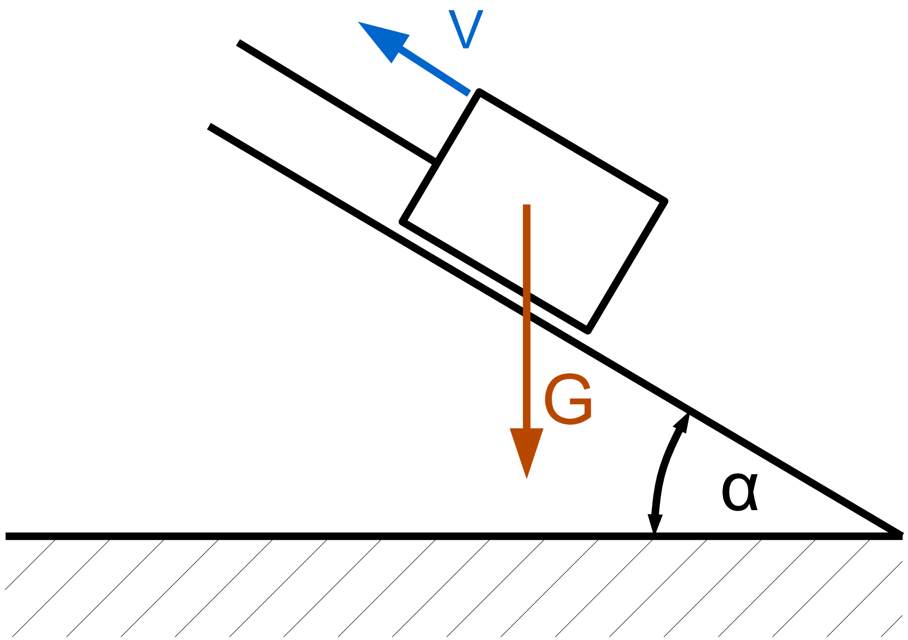
Redukcja mas i sił

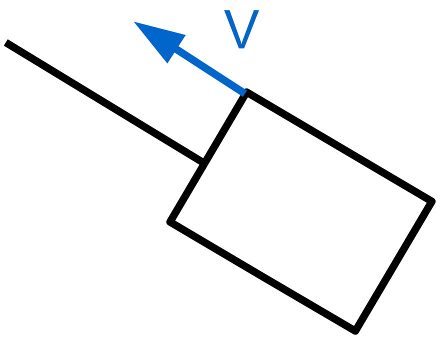
Przykład 1



Redukcja mas i sił

Przykład 1

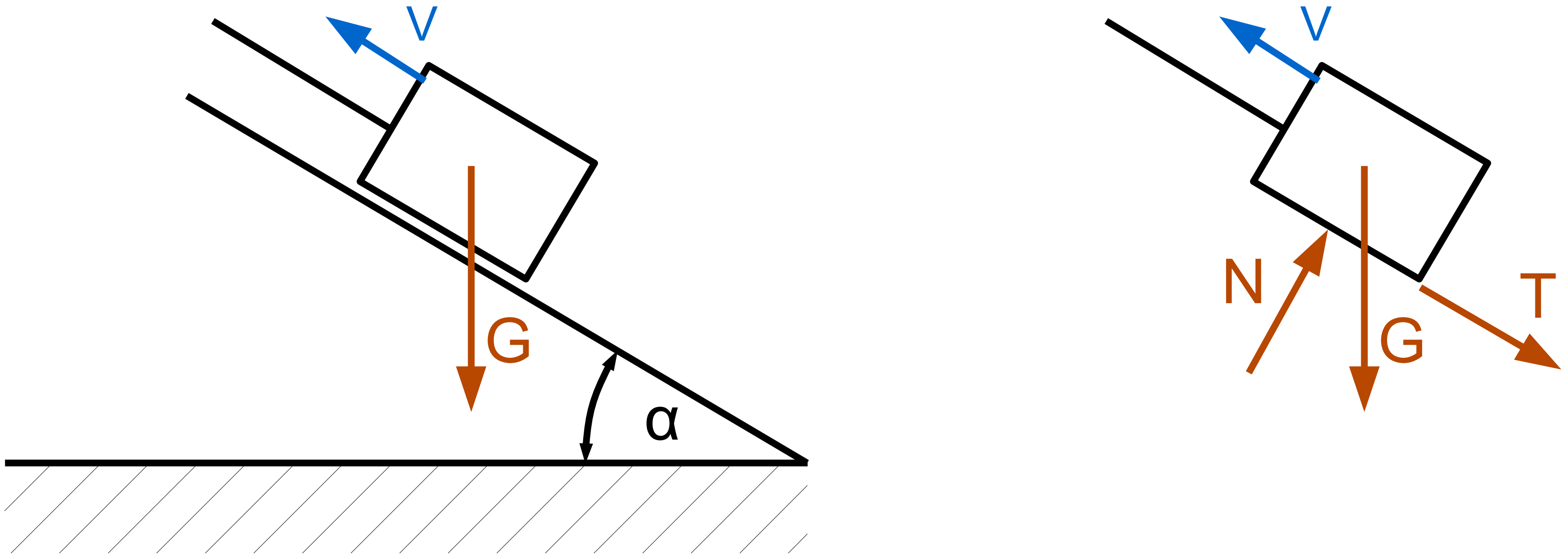




$P_O=$

Redukcja mas i sił

Przykład 1



$$P_O = T + G\sin\alpha = \mu N + G\sin\alpha = \mu G\cos\alpha + G\sin\alpha$$

Redukcja mas i sił

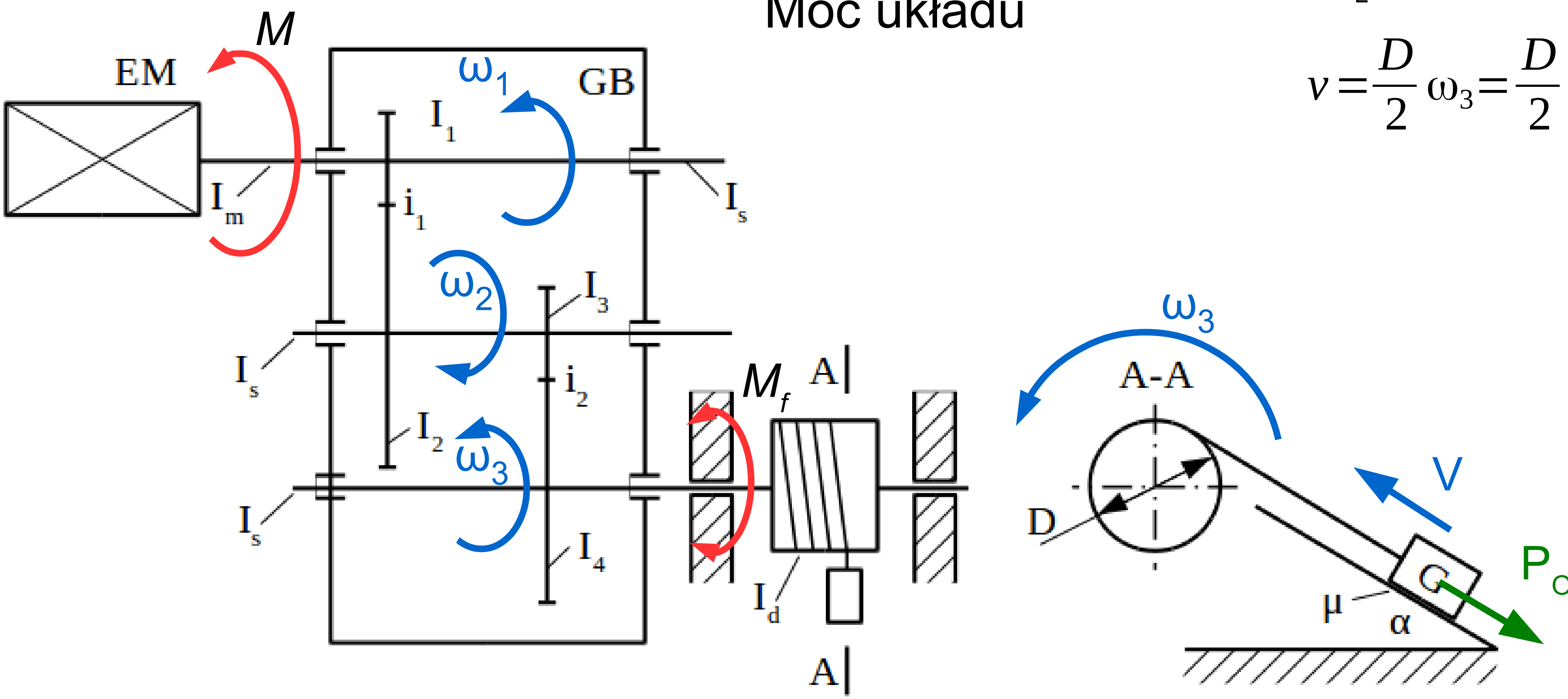
Przykład 1

Moc układu

$$\frac{\omega_2}{\omega_1}=i_1 \rightarrow \omega_2=\omega_1 i_1$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2}=i_2 \rightarrow \omega_3=\omega_2 i_2=\omega_1 i_1 i_2$$

$$v=\frac{D}{2}\omega_3=\frac{D}{2}\omega_1 i_1 i_2$$



$$N=M_s\omega_1-M_f\omega_3-P_O v$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

$$N = M_s \omega_1 - M_f \omega_3 - \left(\mu G \cos \alpha + G \sin \alpha \right) v$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

$$N = M_s \omega_1 - M_f \omega_3 - \left(\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha \right) v$$

$$N = M_s \omega_1 - M_f \omega_1 i_1 i_2 - \left(\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha \right) \frac{D}{2} \omega_1 i_1 i_2$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

$$N = M_s \omega_1 - M_f \omega_3 - (\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha) v$$

$$N = M_s \omega_1 - M_f \omega_1 i_1 i_2 - (\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha) \frac{D}{2} \omega_1 i_1 i_2$$

$$N = \left[M_s - M_f i_1 i_2 - (\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha) \frac{D}{2} i_1 i_2 \right] \omega_1$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

$$N = M_s \omega_1 - M_f \omega_3 - \left(\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha\right) v$$

$$N = M_s \omega_1 - M_f \omega_1 i_1 i_2 - \left(\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha\right) \frac{D}{2} \omega_1 i_1 i_2$$

$$N = \left[M_s - M_f i_1 i_2 - \left(\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha\right) \frac{D}{2} i_1 i_2 \right] \omega_1$$

$$M_R = \underbrace{M_s}_{\text{zredukowany moment napędowy (czynny)}} - \underbrace{\left(M_f i_1 i_2 + \left(\mu G \cos\alpha + G \sin\alpha\right) \frac{D}{2} i_1 i_2 \right)}_{\text{zredukowany moment oporów (bierny)}}$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Moment zredukowany

$$M_R = M_C - M_B$$

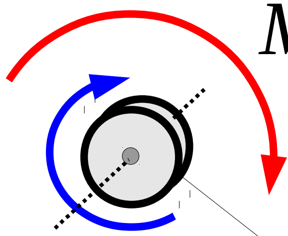
zredukowany moment napędowy (czynny)

zredukowany moment oporów (bierny)

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny

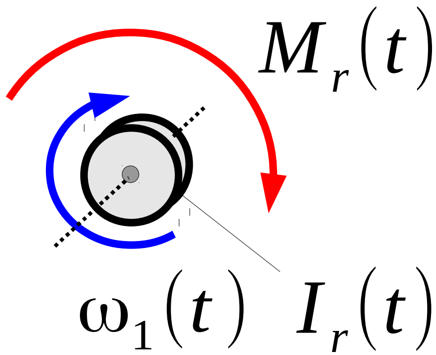


$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R \qquad M_R = A - B\omega_1 - M_B$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



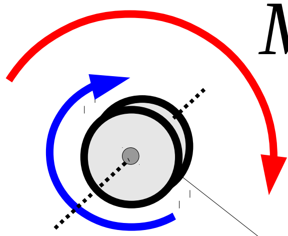
$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R \qquad M_R = A - B\omega_1 - M_B$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R}\omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R} \qquad \text{stałe: } A, M_B, B, I_R$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R}\omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R}$$

rozwiązanie ogólne

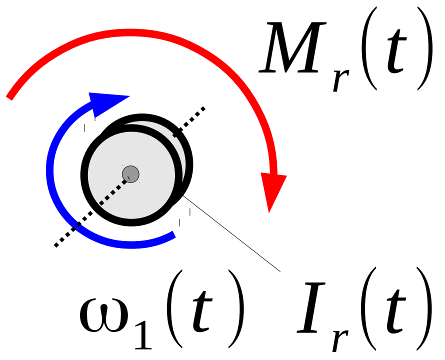
rozwiązanie szczególne

$$\omega_{1og}(t) = E\, e^{-\frac{B}{I_R} t}$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R}\omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R}$$

rozwiązanie ogólne

$$\omega_{1og}(t) = E\, e^{-\frac{B}{I_R}t}$$

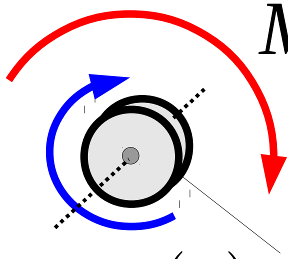
rozwiązanie szczególne

$$\omega_{1sz}(t) = F$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R}\omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R}$$

rozwiązanie ogólne

$$\omega_{1og}(t) = E\, e^{-\frac{B}{I_R}t}$$

rozwiązanie szczególne

$$\omega_{1sz}(t) = F$$

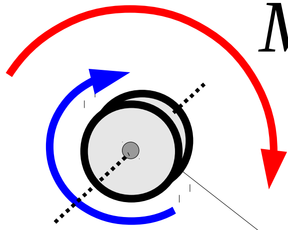
warunek początkowy

$$\omega_1(t=0) = 0$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R}\omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R}$$

rozwiązanie ogólne

$$\omega_{1og}(t) = E\, e^{-\frac{B}{I_R}t}$$

rozwiązanie szczególne

$$\omega_{1sz}(t) = F$$

warunek początkowy

$$\omega_1(t=0) = 0$$

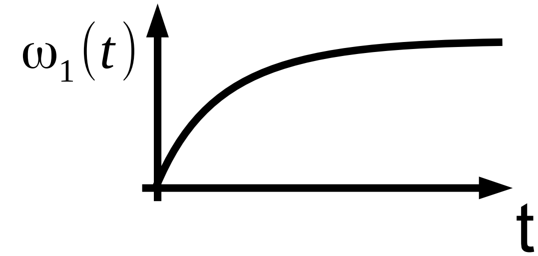
$$\omega_1(t) = \frac{A - M_B}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t}\right)$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny

$$\omega_1(t)=\frac{A-M_B}{B}\left(1-e^{-\frac{B}{I_R}t}\right)$$

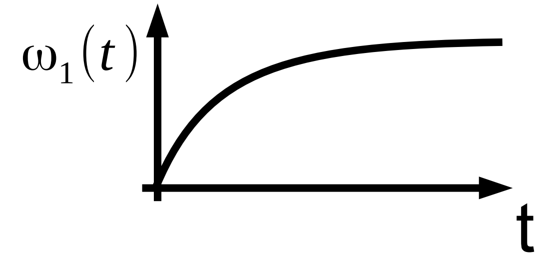


Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny

$$\omega_1(t) = \frac{A - M_B}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t}\right)$$



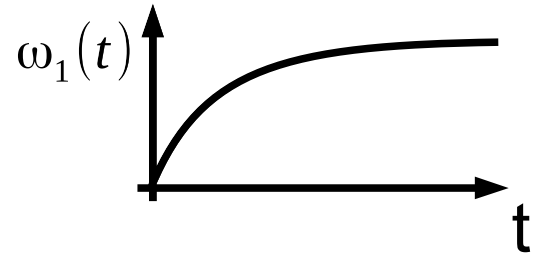
prędkość ruchu ustalonego: $$\omega_{max} = \frac{A - M_B}{B}$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny

$$\omega_1(t) = \frac{A - M_B}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t}\right)$$



prędkość ruchu ustalonego:

$$\omega_{max} = \frac{A - M_B}{B}$$

czas rozruchu
(95% maks. prędk.):

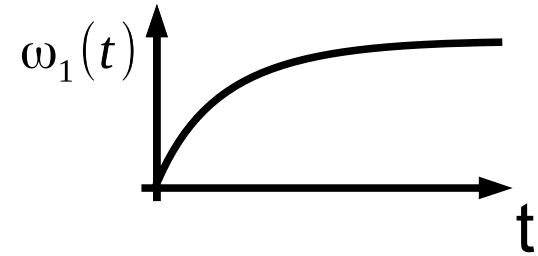
$$0,95\,\omega_{max} = \frac{A - M_B}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t_{95}}\right)$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny

$$\omega_1(t) = \frac{A - M_B}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t}\right)$$



prędkość ruchu ustalonego: $$\omega_{max} = \frac{A - M_B}{B}$$

czas rozruchu
(95% maks. prędk.): $$0{,}95\,\omega_{max} = \frac{A - M_B}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t_{95}}\right)$$

$$t_{95} \approx 3\frac{I_R}{B}$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny

$$\omega_1(t) = \frac{A - M_B}{B}\left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t}\right)$$

$$v(t) = \frac{D}{2}\omega_1(t)\, i_1\, i_2$$