



# Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

*Teoria maszyn i podstawy automatyki*  
semestr zimowy 2019/2020

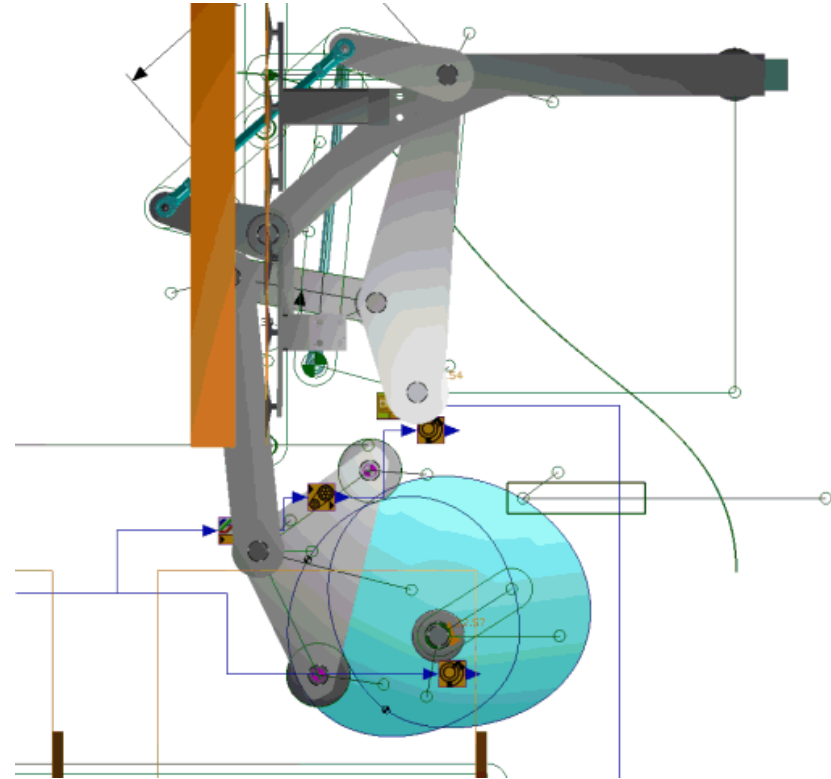
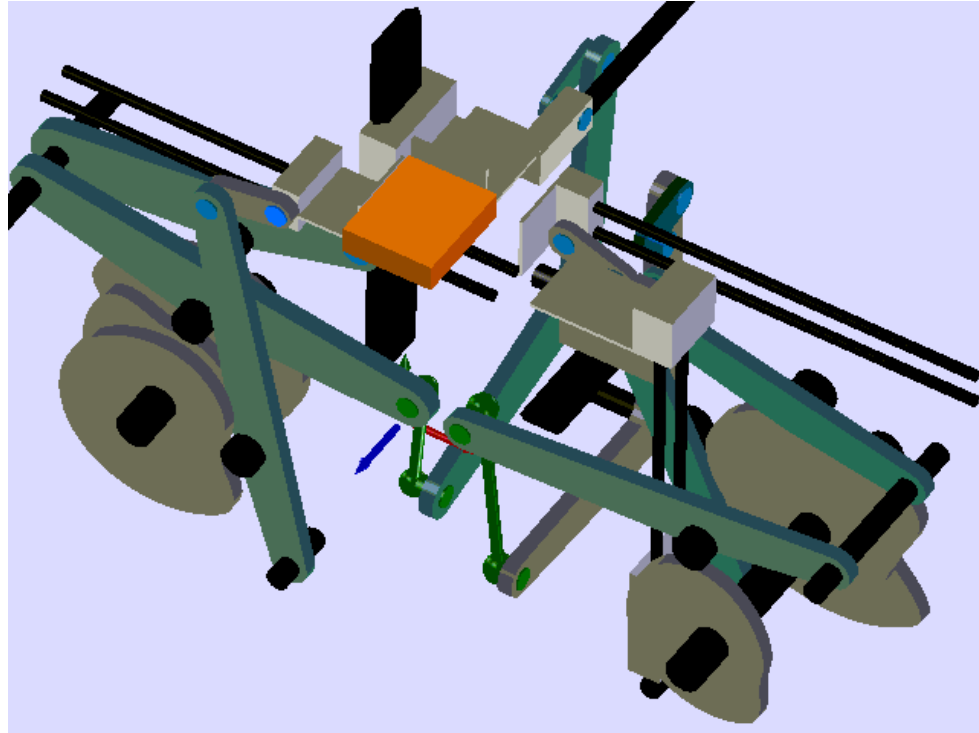
dr inż. Sebastian Korczak

# Wykład 5

Mechanizmy krzywkowe.  
Dynamika mechanizmów płaskich.

# Mechanizmy krzywkowe

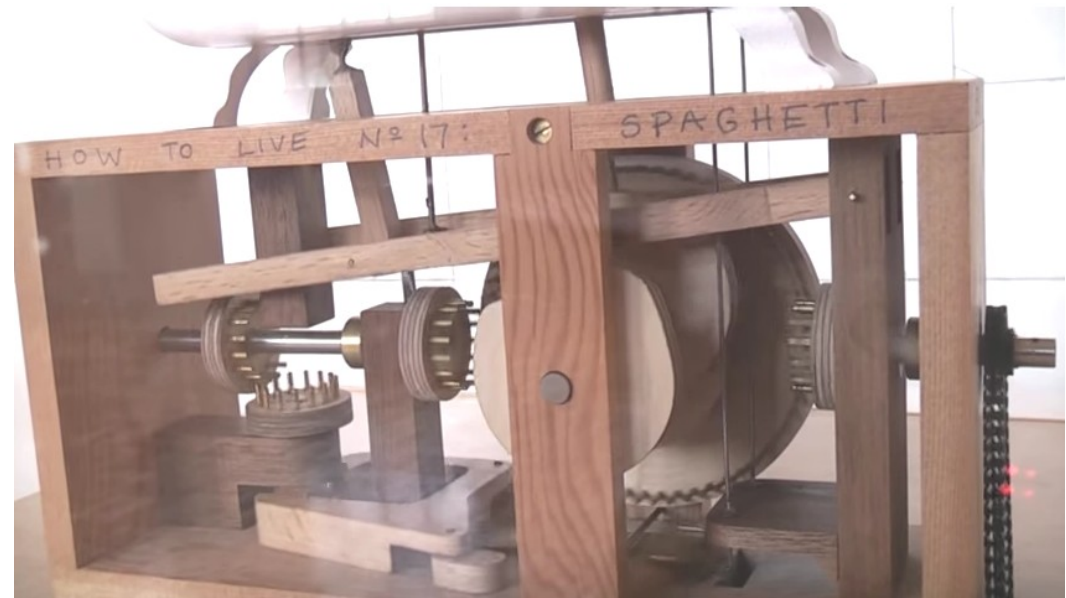
## Inspiracje



źródło: [psmotion.com](http://psmotion.com)

# Mechanizmy krzywkowe

## Inspiracje w sztuce



Mechanics Alive! Cabaret Mechanical  
Theatre Automata Exhibition  
<https://www.youtube.com/watch?v=kv1CpJi60xQ>

The "Draughtsman-Writer" automaton by Henri Maillardet

# Mechanizmy krzywkowe

## Podstawowe informacje

Mechanizm krzywkowy – mechanizm składający się z krzywki i popychacza tworzących parę kinematyczną wyższą klasy IV.

Krzywka porusza się najczęściej ruchem obrotowym (czasem postępowym, a popychacz ruchem postępowo zwrotnym (czasem wahadłowym).

### zalety

- prosta konstrukcja,
- łatwość wykonania,
- dowolne wymiary,
- łatwość uzyskania skomplikowanych przebiegów.

### wady

- niska wytrzymałość przy dużych obciążeniach,
- brak adaptacyjności

# Mechanizmy krzywkowe

## Podstawowe informacje

Podział mechanizmów krzywkowych:

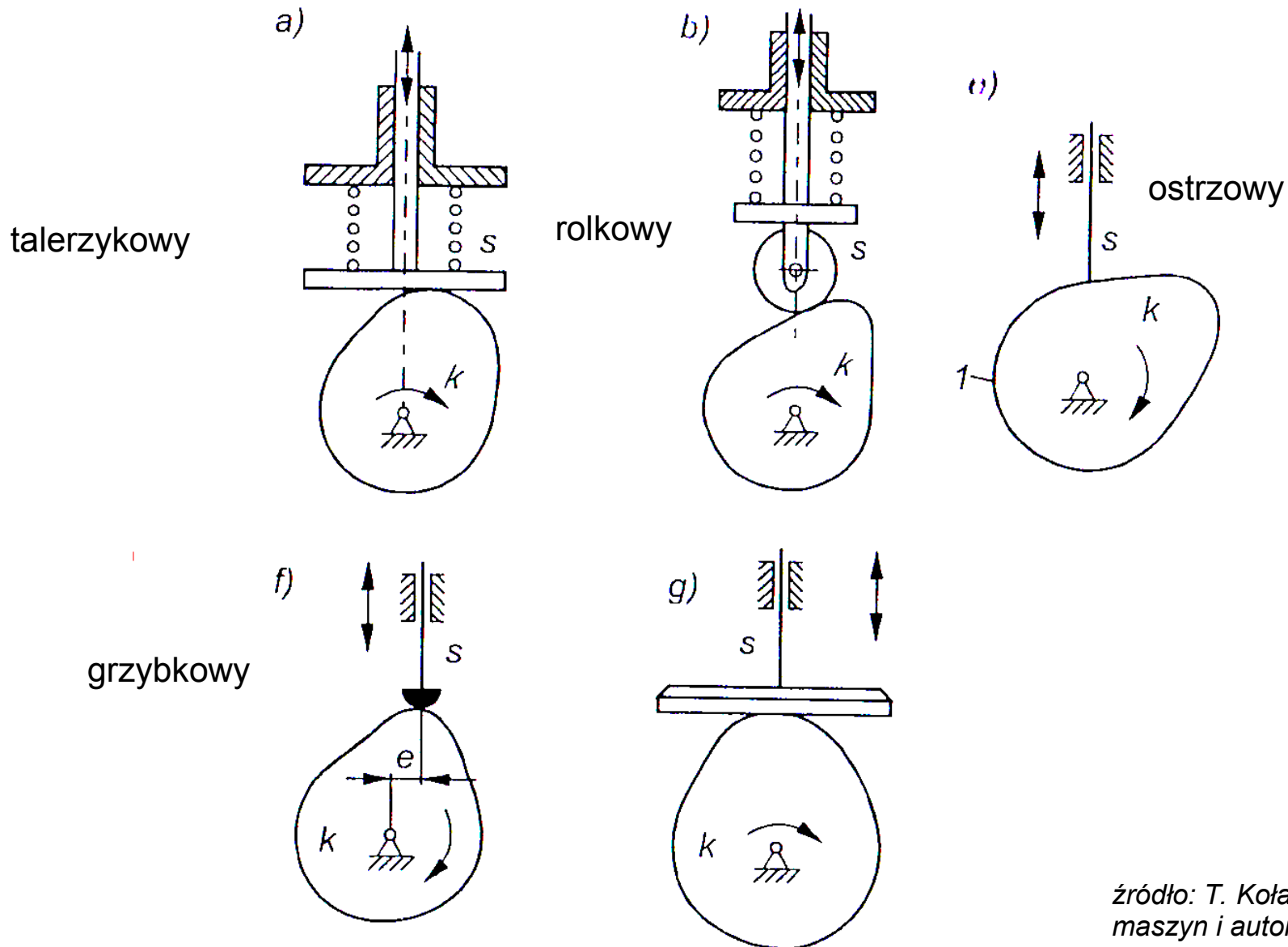
płaskie / przestrzenne

z popychaczem centralnym / z popychaczem mimośrodowym

z zamknięciem kinematycznym / z zamknięciem siłowym

# Mechanizmy krzywkowe

## Przykłady popychaczy

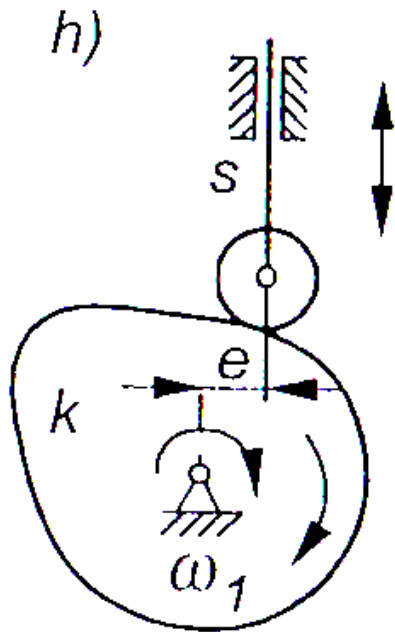


źródło: T. Kołacin, „Podstawy teorii maszyn i automatyki”, OW PW

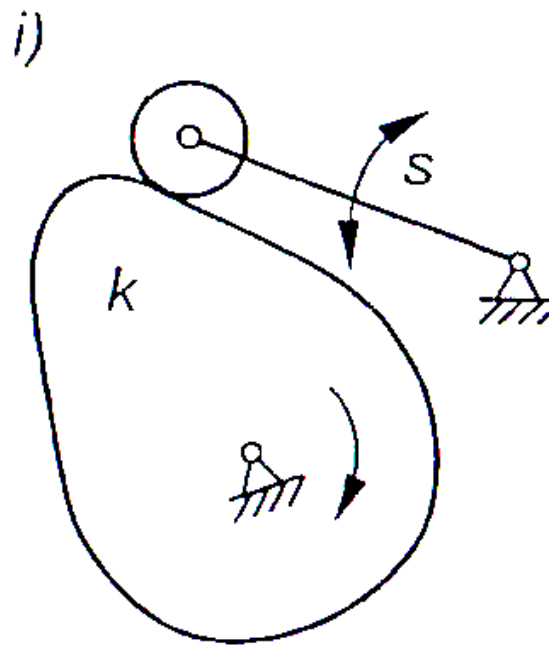
# Mechanizmy krzywkowe

## Przykłady

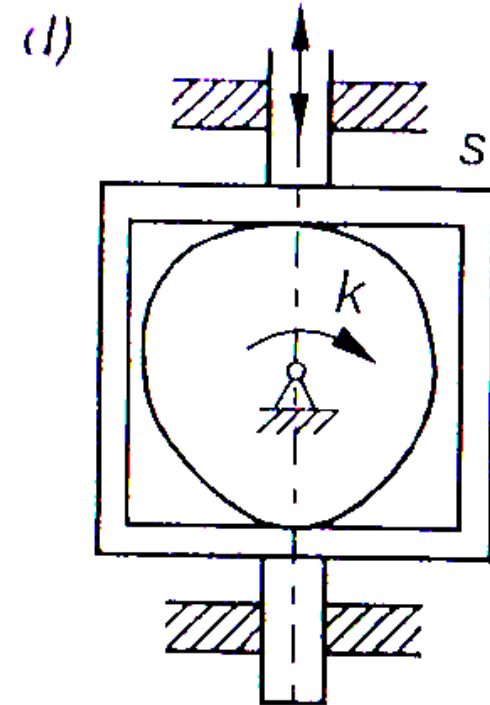
mimośrodowy



wahadłowy



płaski  
ramkowy



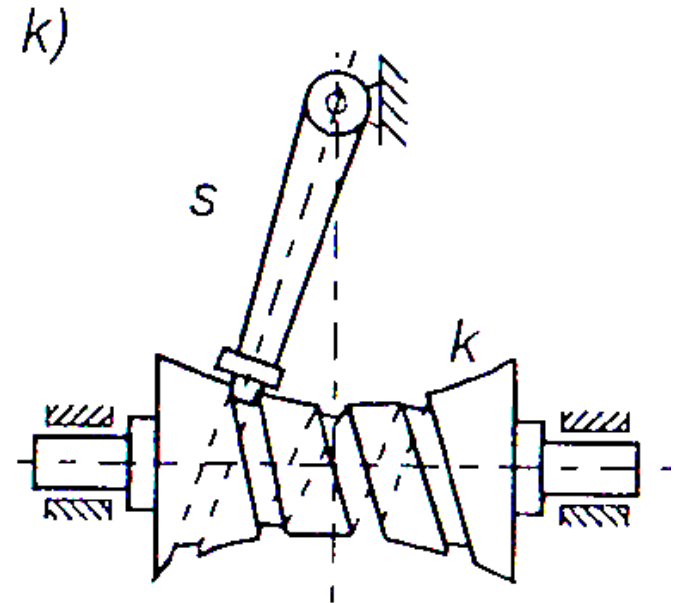
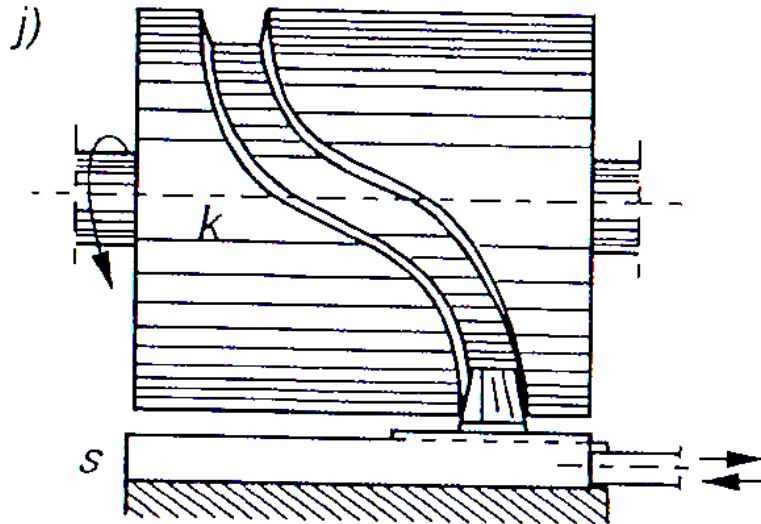
źródło: T. Kołacin, „Podstawy teorii maszyn i automatyki”, OW PW



# Mechanizmy krzywkowe

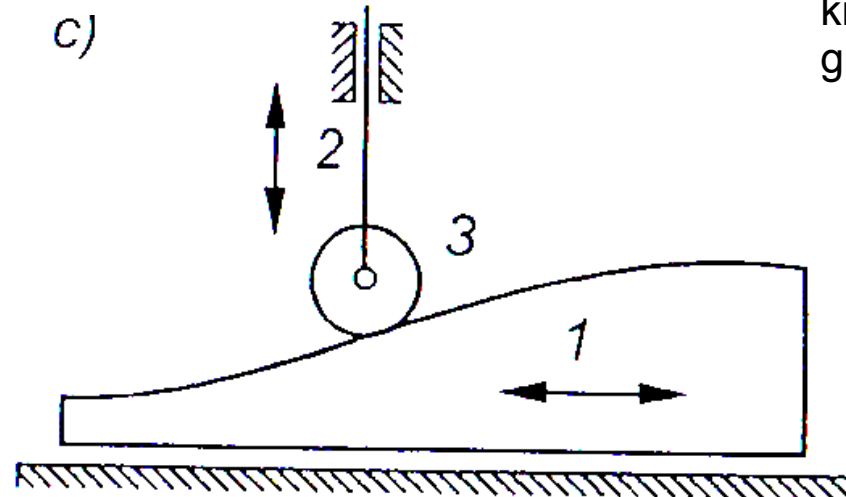
## Przykłady

przestrzenna  
krzywka walcowa



przestrzenna  
krzywka  
globoidalna

krzywka o ruchu  
postępowym



źródło: T. Kołacin, „Podstawy teorii maszyn i automatyki”, OW PW

# Analiza i synteza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego – wyznaczenie przebiegu przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia popychacza w funkcji kąta obrotu krzywki dla zadanej konstrukcji i geometrii mechanizmu.

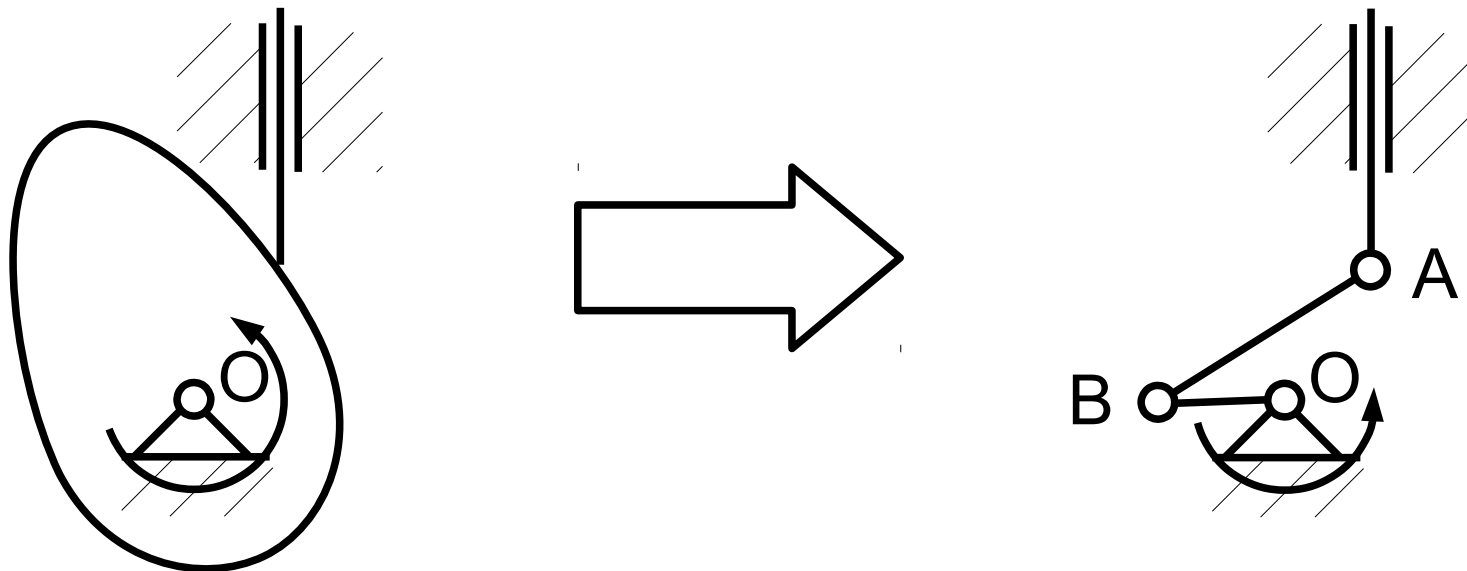
Synteza mechanizmu krzywkowego – zaprojektowanie geometrii krzywki dla danej konstrukcji mechanizmu krzywkowego w celu uzyskania pożądanego przebiegu przemieszczenia, prędkości lub przyspieszenia popychacza w funkcji kąta obrotu krzywki. Dodatkowo narzuca się pewne ograniczenia, np. maksymalny wznios popychacza, maksymalną prędkość lub przyspieszenie. Należy sprawdzić również trzecią pochodną wzniosu popychacza (udar), która powinna mieć skończone wartości.

# Analiza i synteza mechanizmów krzywkowych

<u>Analiza</u>	<u>Synteza</u>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zastąpienie pary IV klasy parami V klasy i zastosowanie metod wykreślnych (plany prędkości i przyspieszeń)</li><li>• graficzne wyznaczenie przebiegu wzniosu popychacza i jego różniczkowanie graficzne</li><li>• zastosowanie metody analitycznej (zastąpienie mechanizmu wielobokiem wektorów)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• graficzne konstruowanie zarysu krzywki poprzez obracanie koła bazowego i odkładanie pożądanego wzniosu popychacza</li><li>• analityczne projektowanie zarysu krzywki poprzez opis funkcyjny</li></ul>

# Analiza mechanizmów krzywkowych

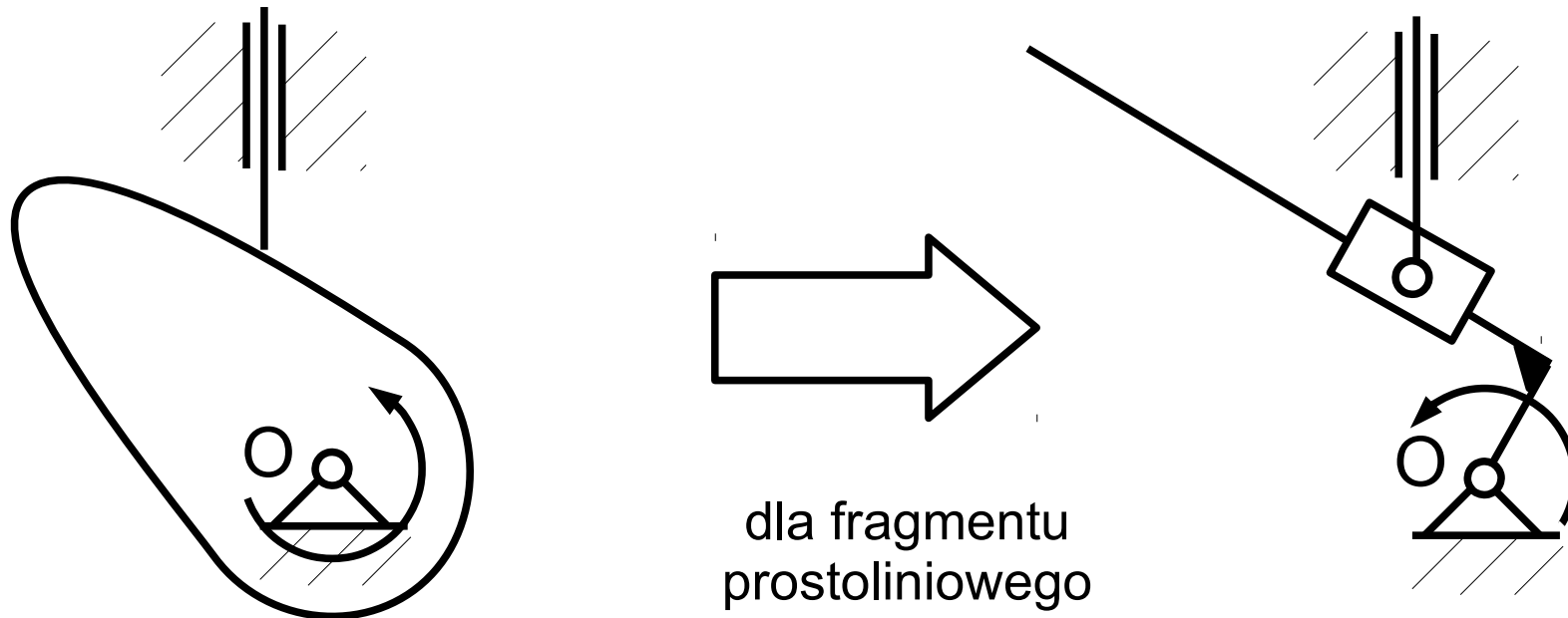
Analiza mechanizmu krzywkowego metodą wykreślną poprzez zastępowanie pary IV klasy parami V klasy.



AB – promień krzywizny  
krzywki w punkcie styku z  
popychaczem

# Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego metodą wykreślną poprzez zastępowanie par IV klasy parami V klasy.

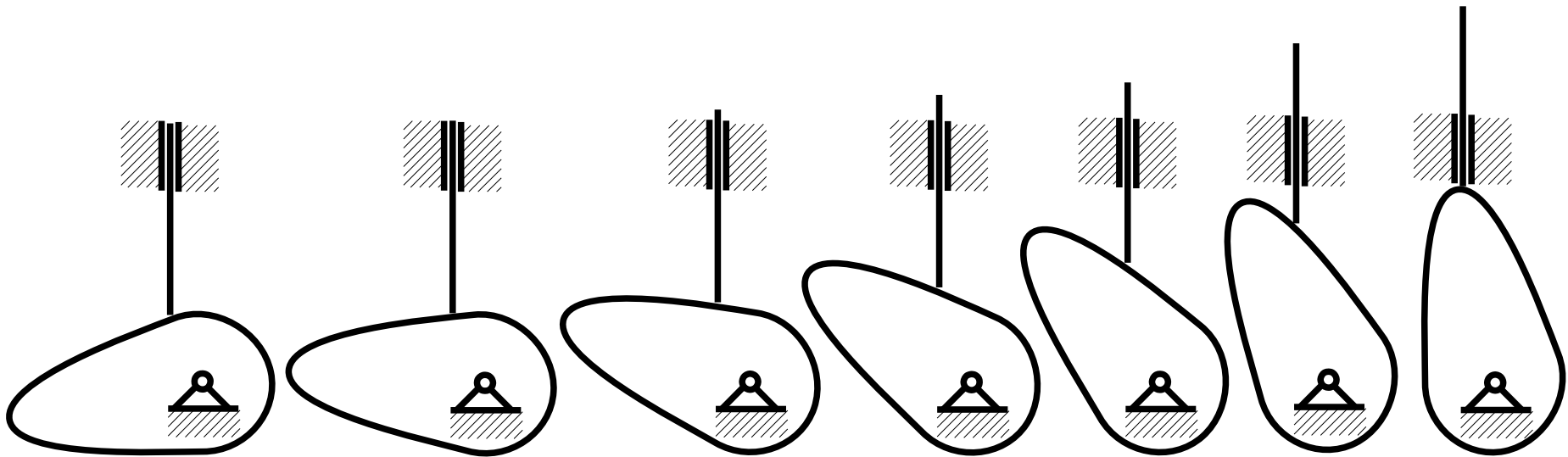


# Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie  
wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie

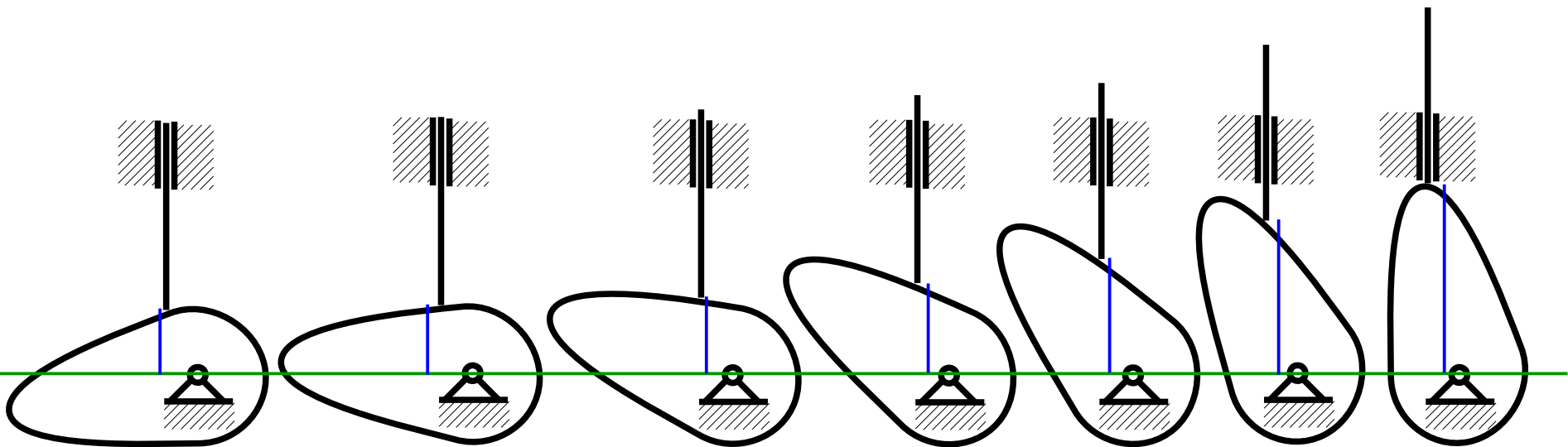
# Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



# Analiza mechanizmów krzywkowych

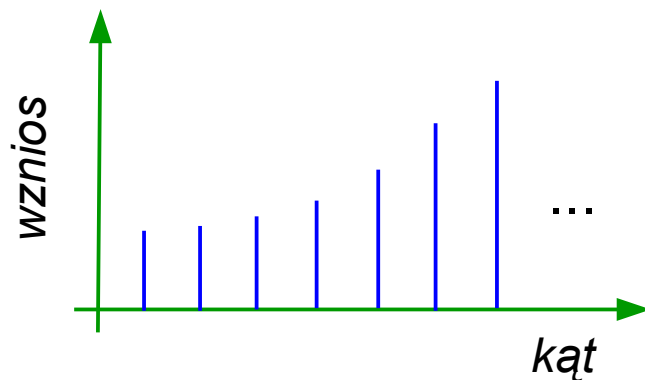
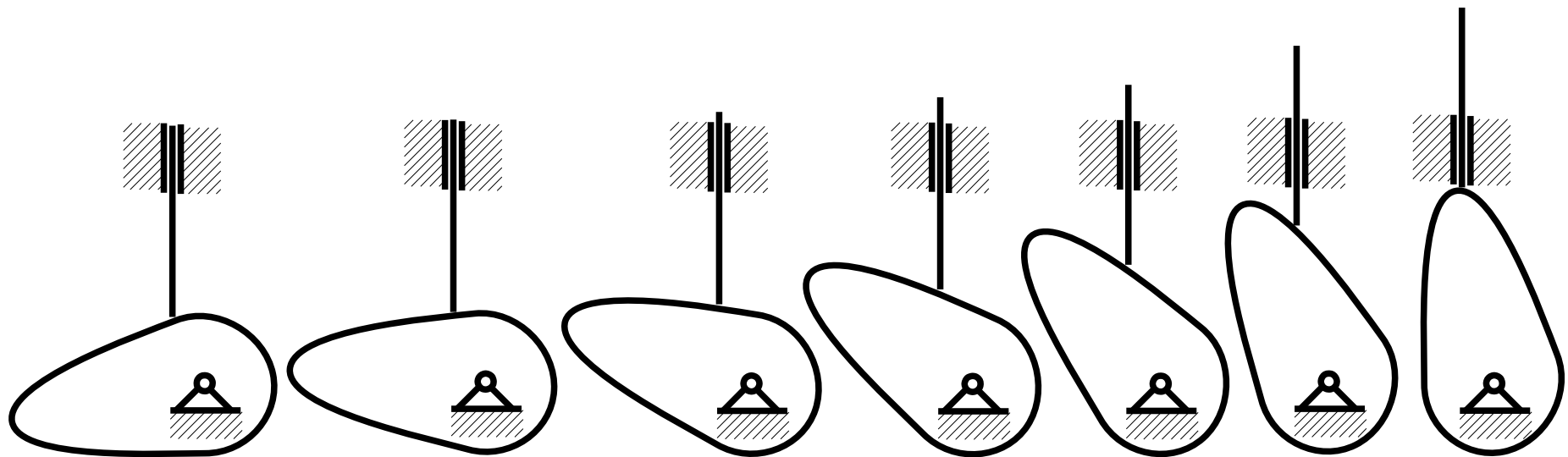
Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie





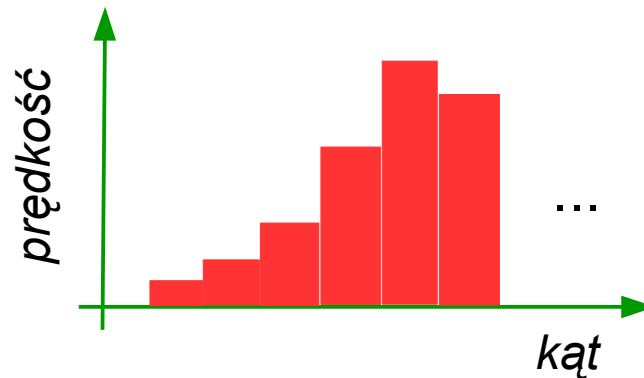
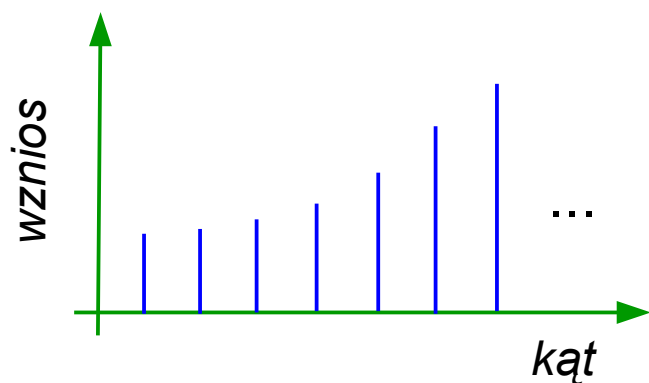
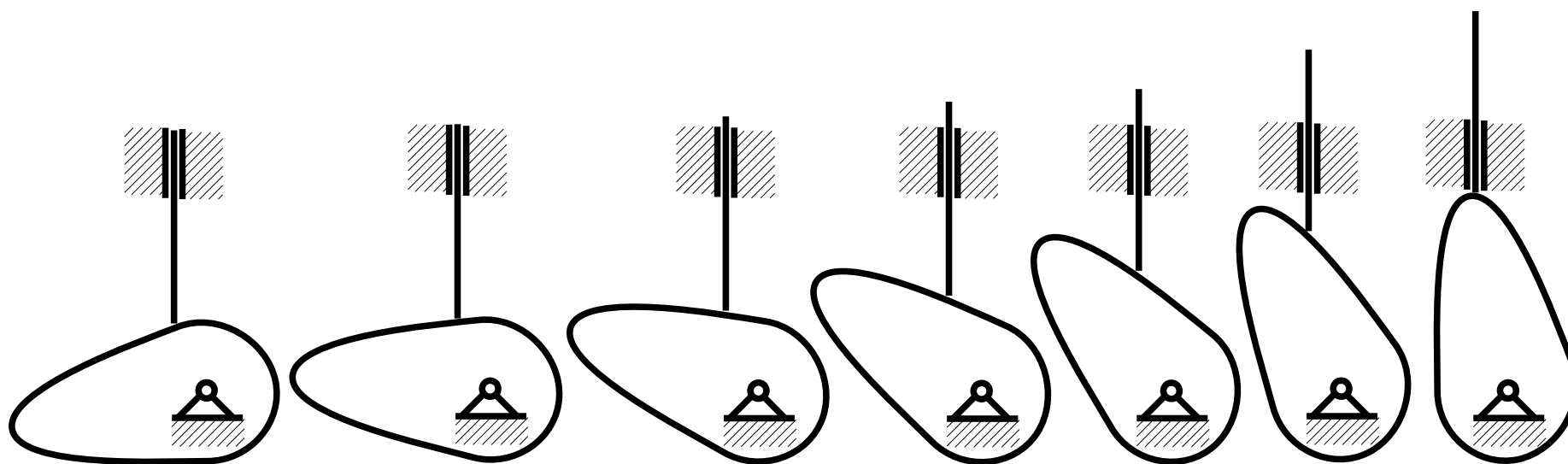
# Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



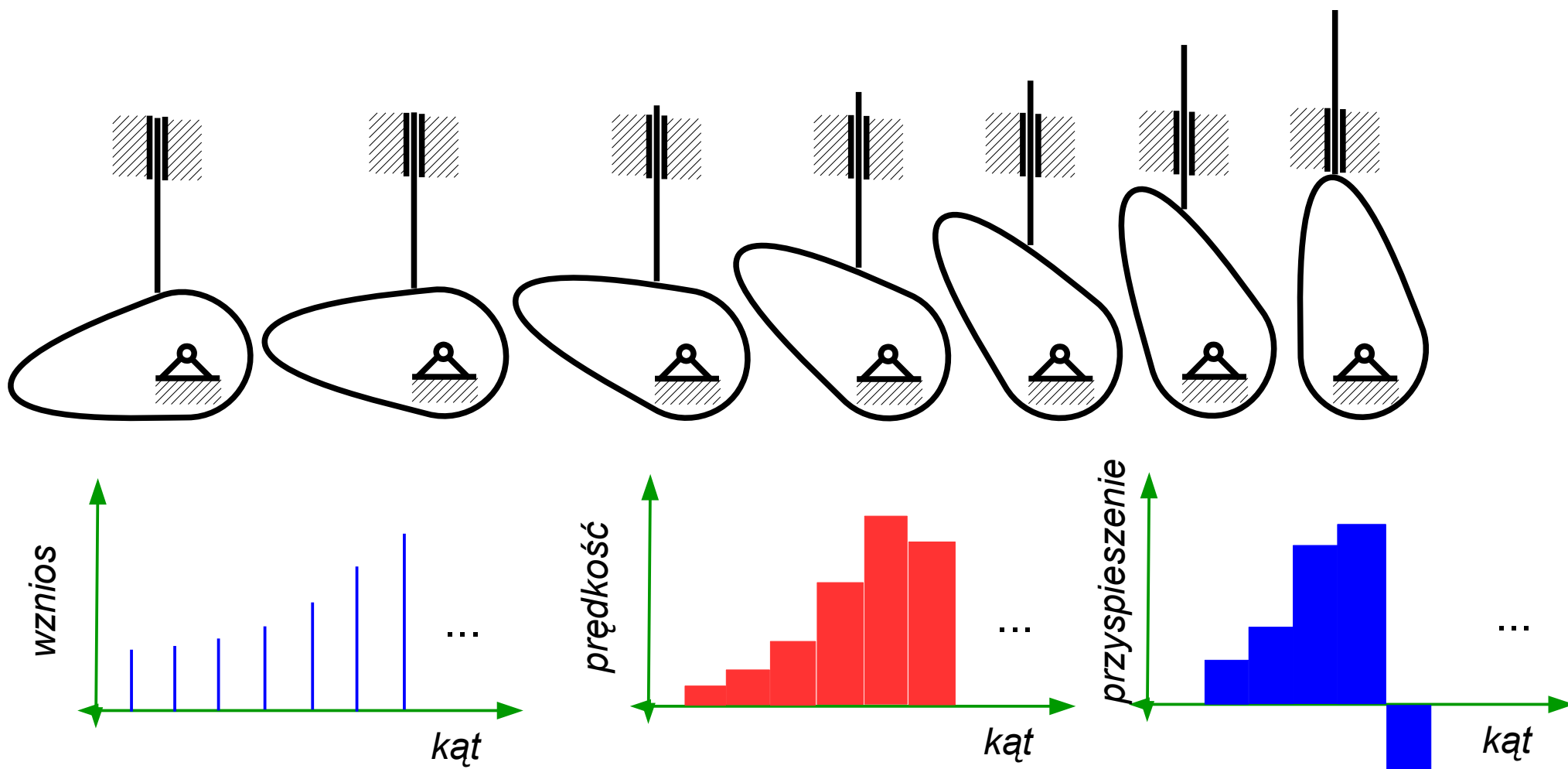
# Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



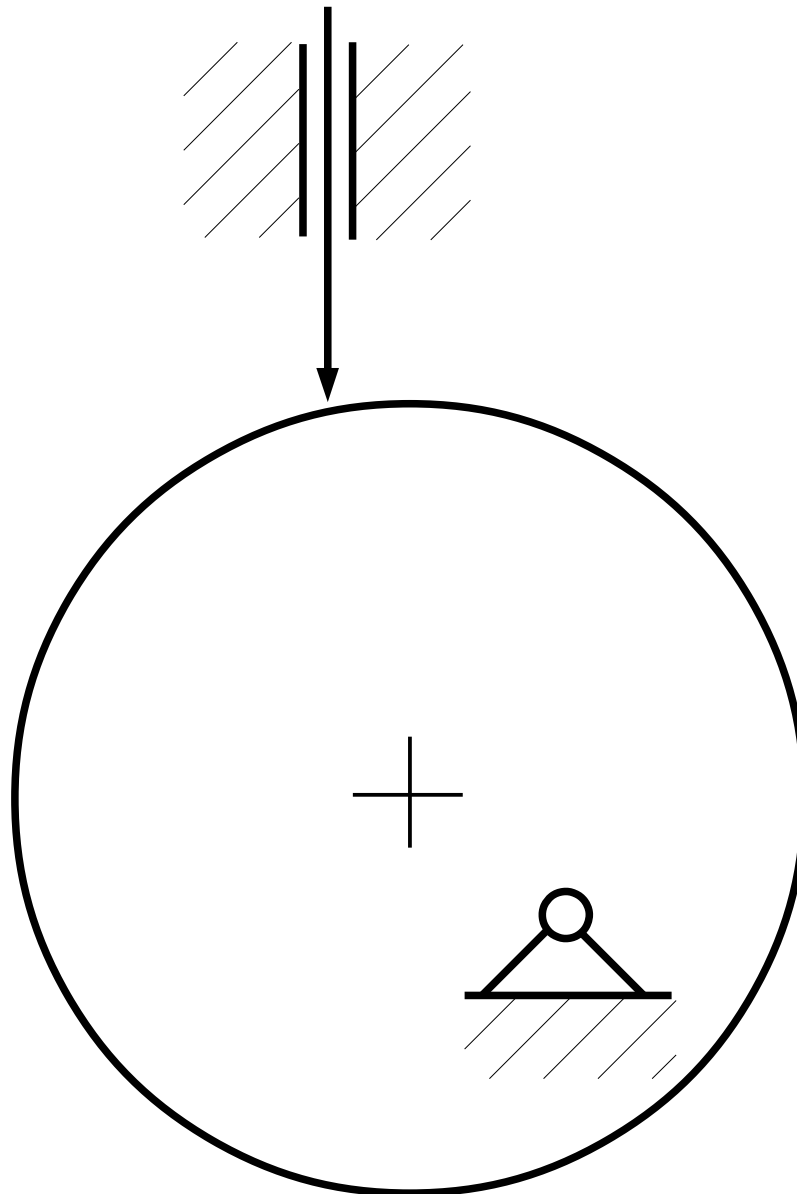
# Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



# Analiza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna

Dane:

wznios popychacza



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna

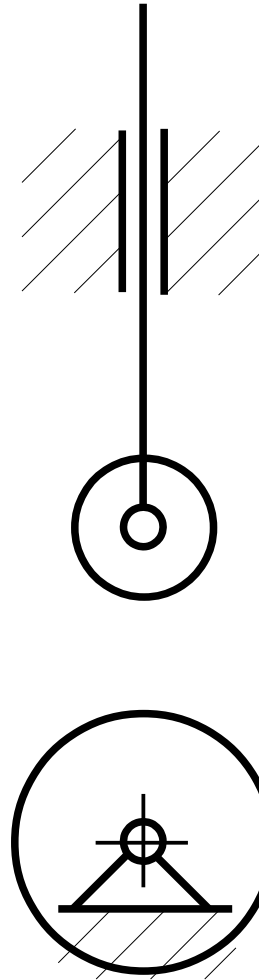
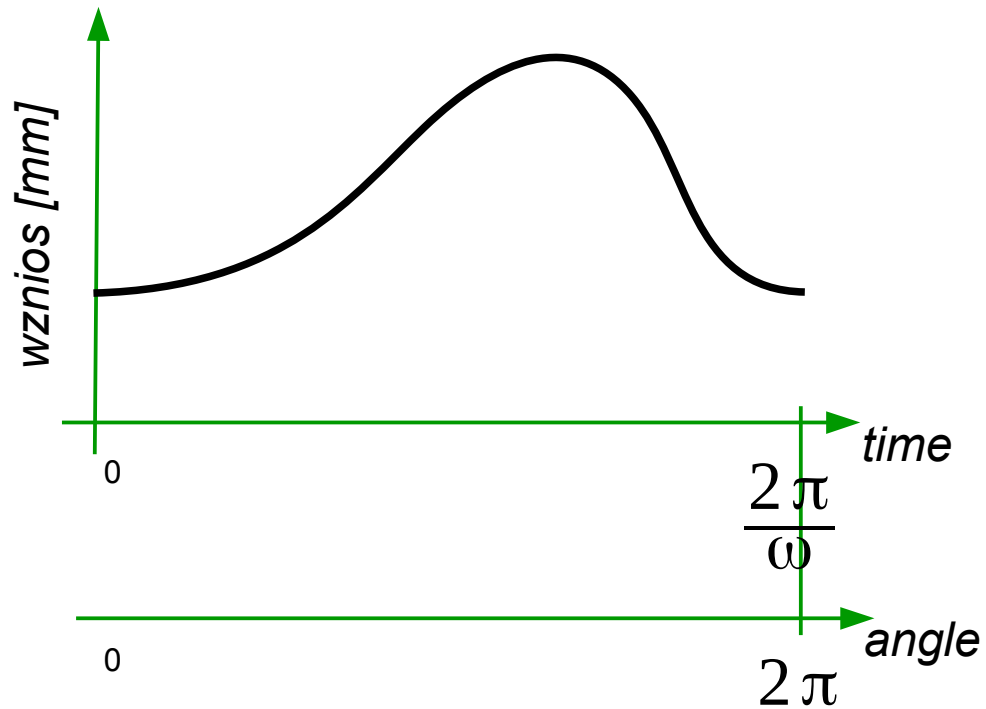


Assumption: constant angular velocity of a cam

$$\varphi(t) = \omega t$$

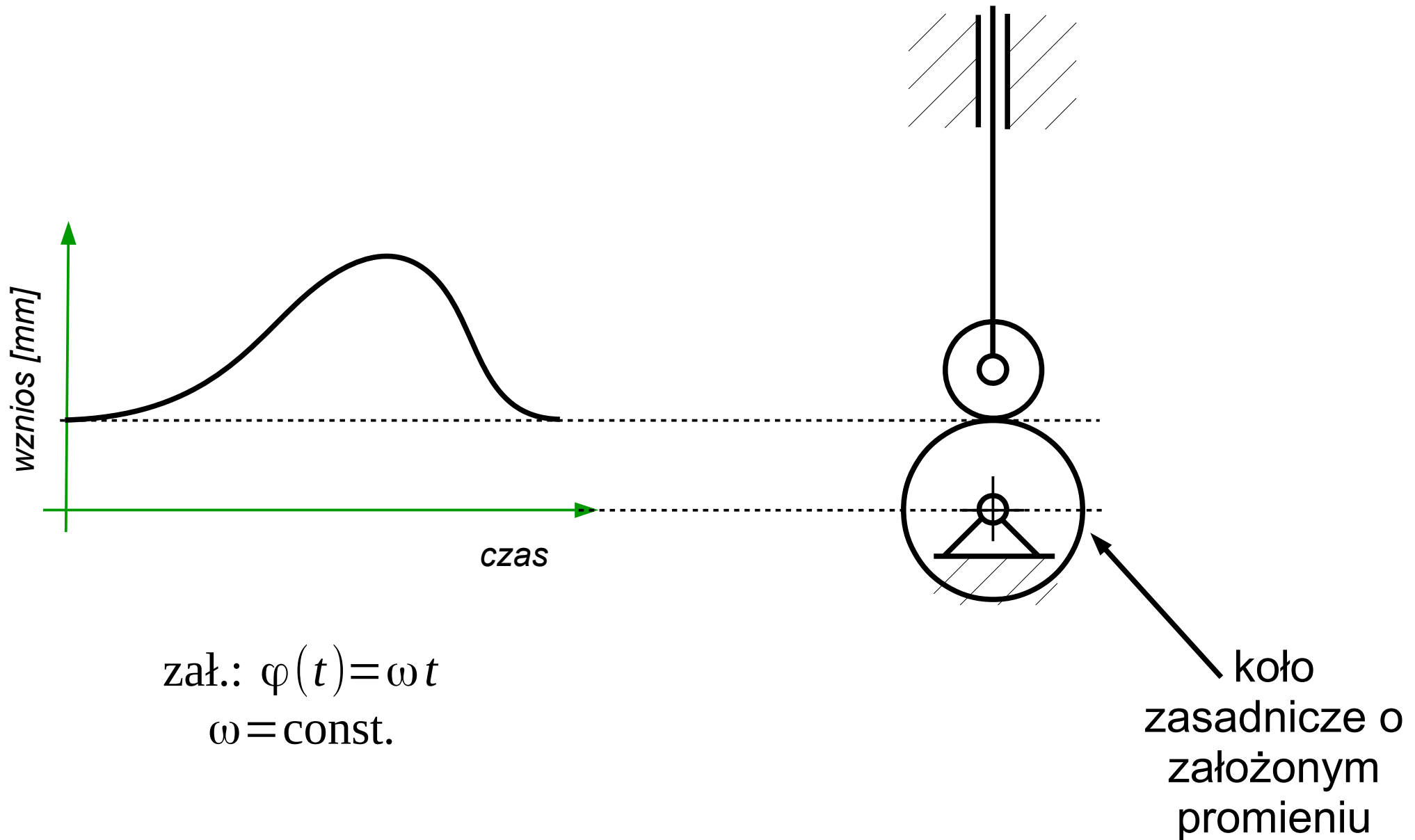
# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna



# Synteza mechanizmów krzywkowych

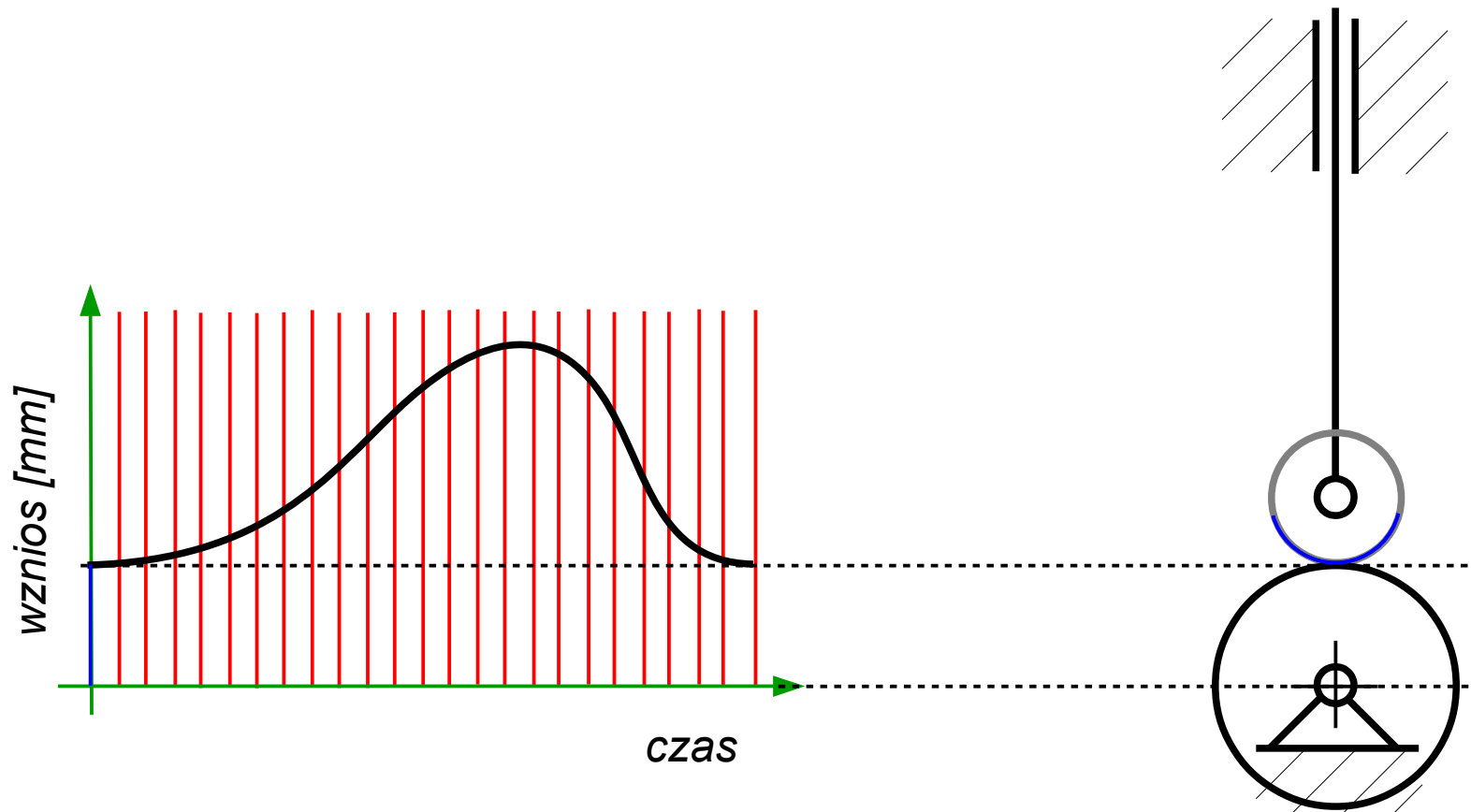
## Metoda graficzna





# Synteza mechanizmów krzywkowych

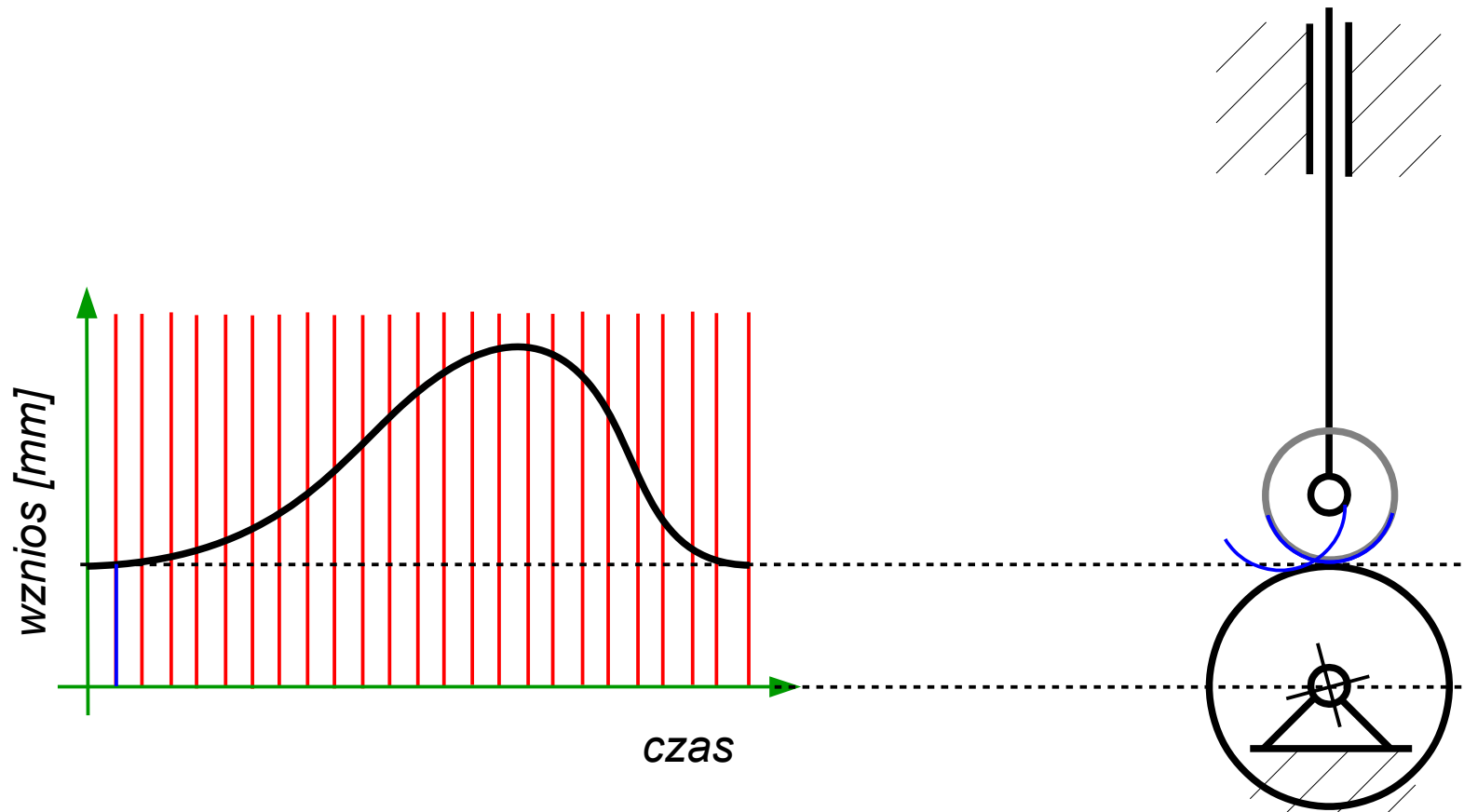
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

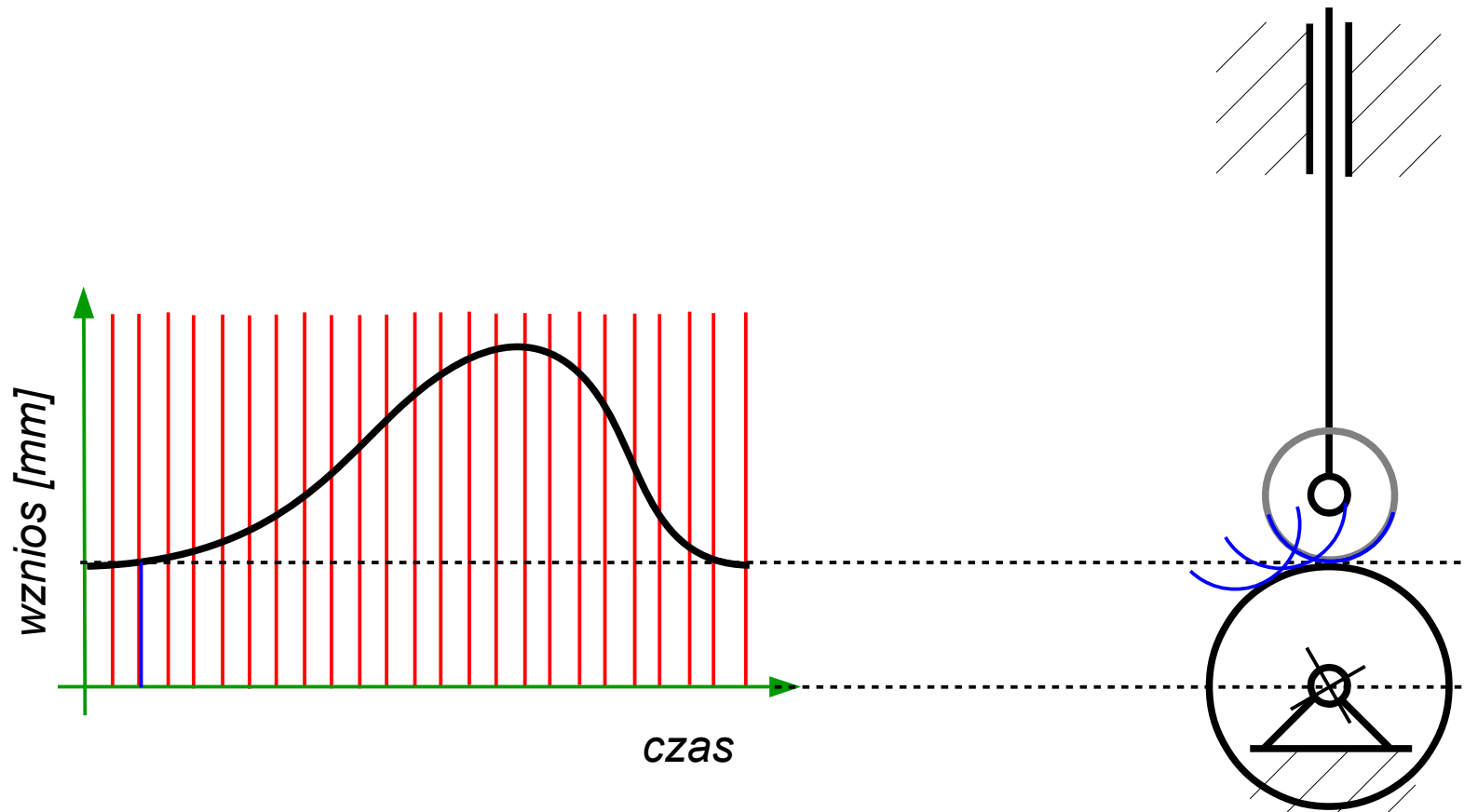
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

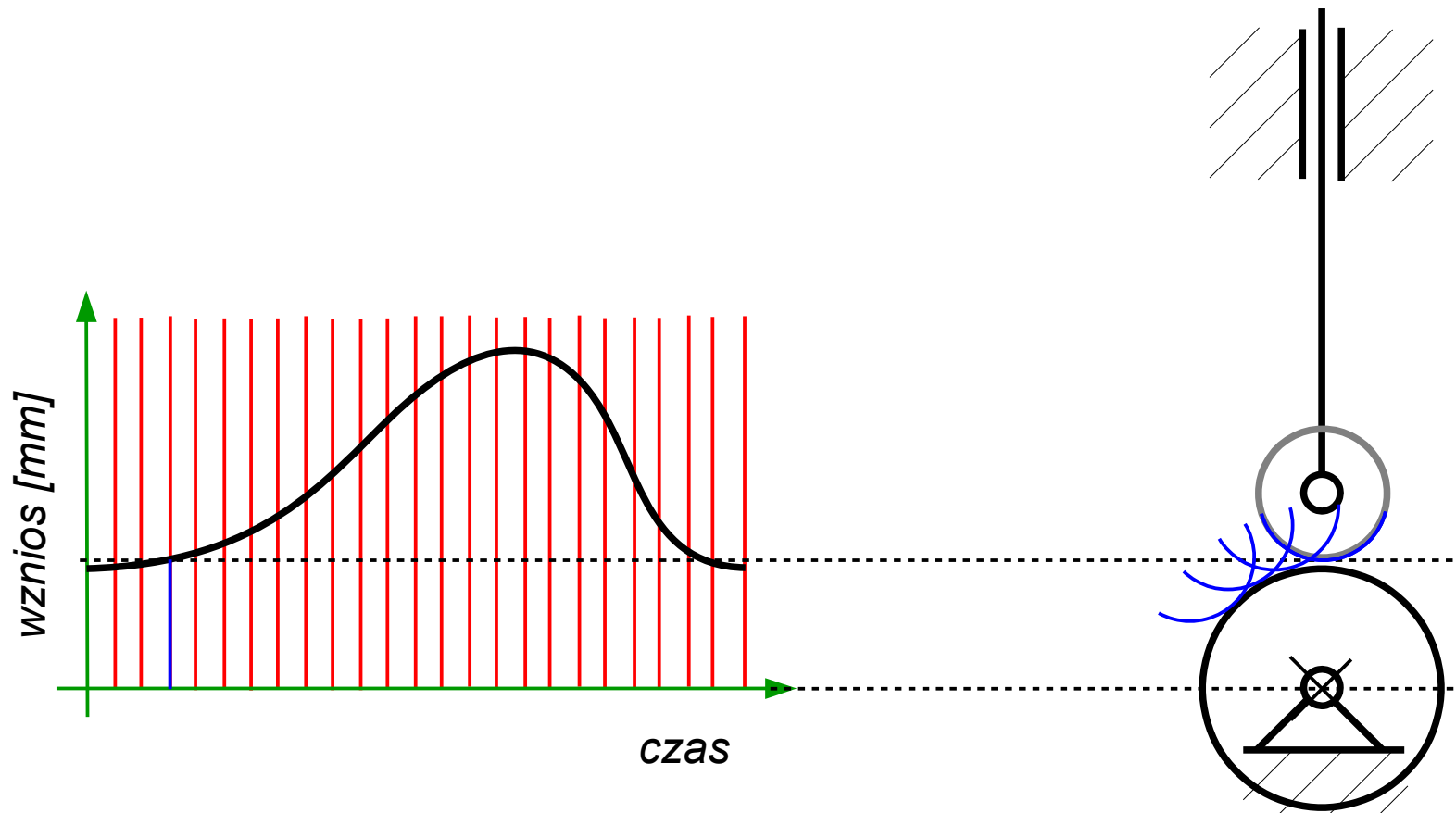
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

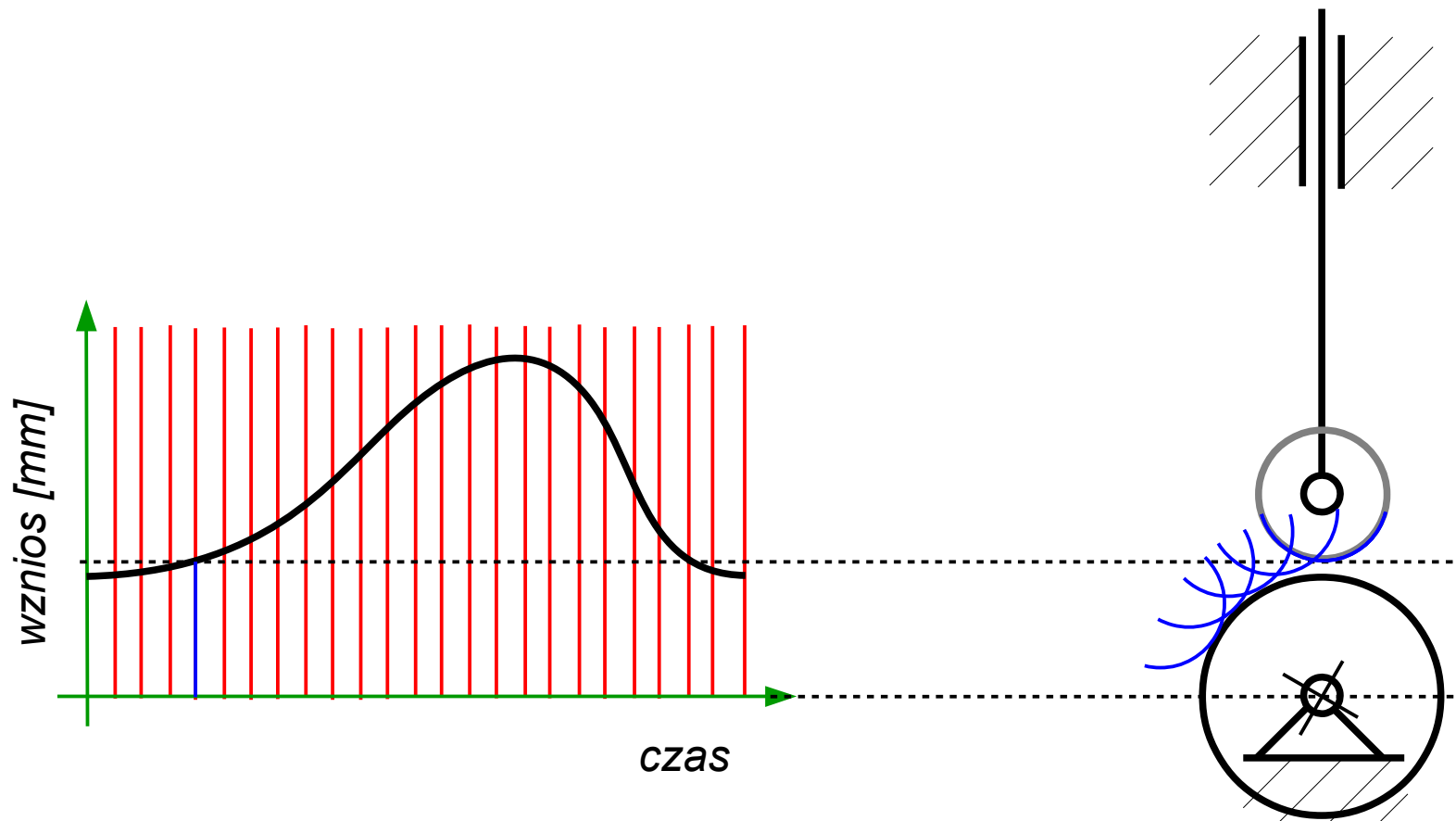
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

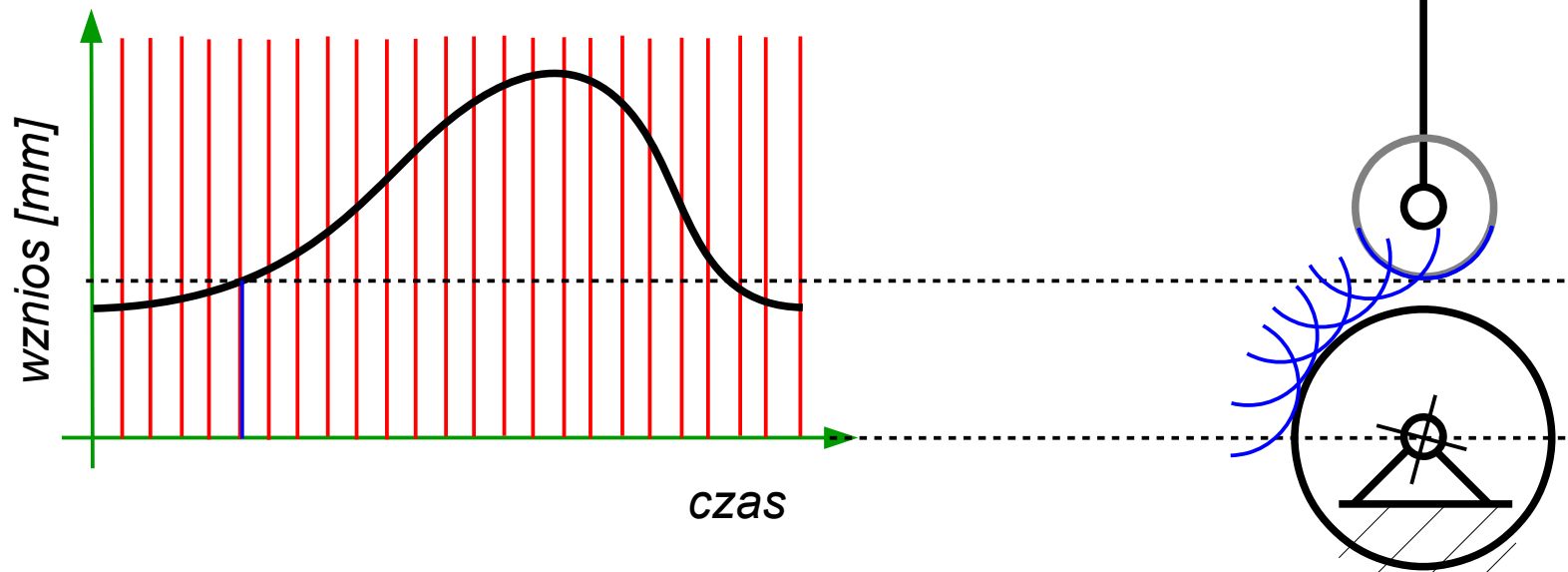
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

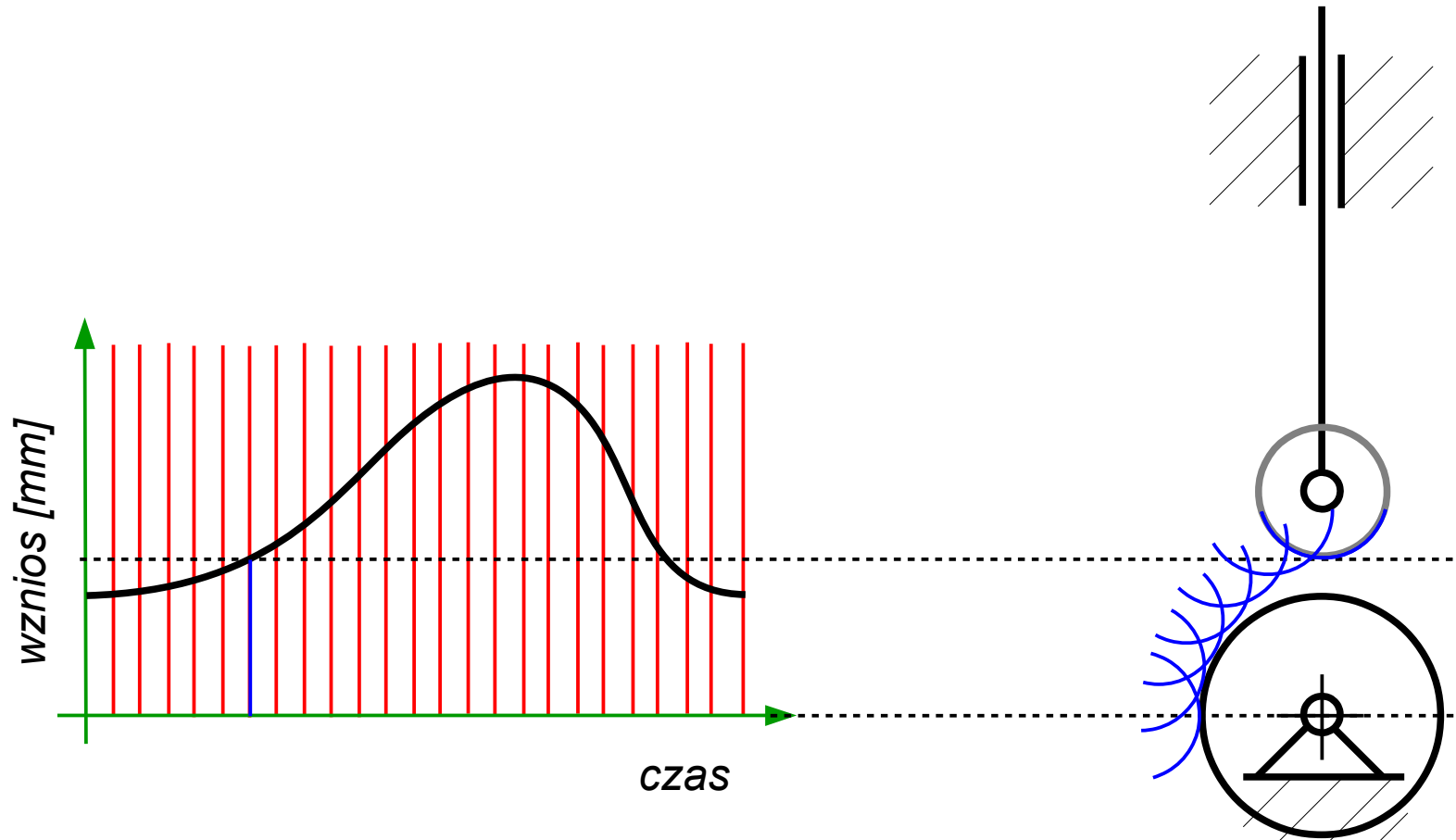
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

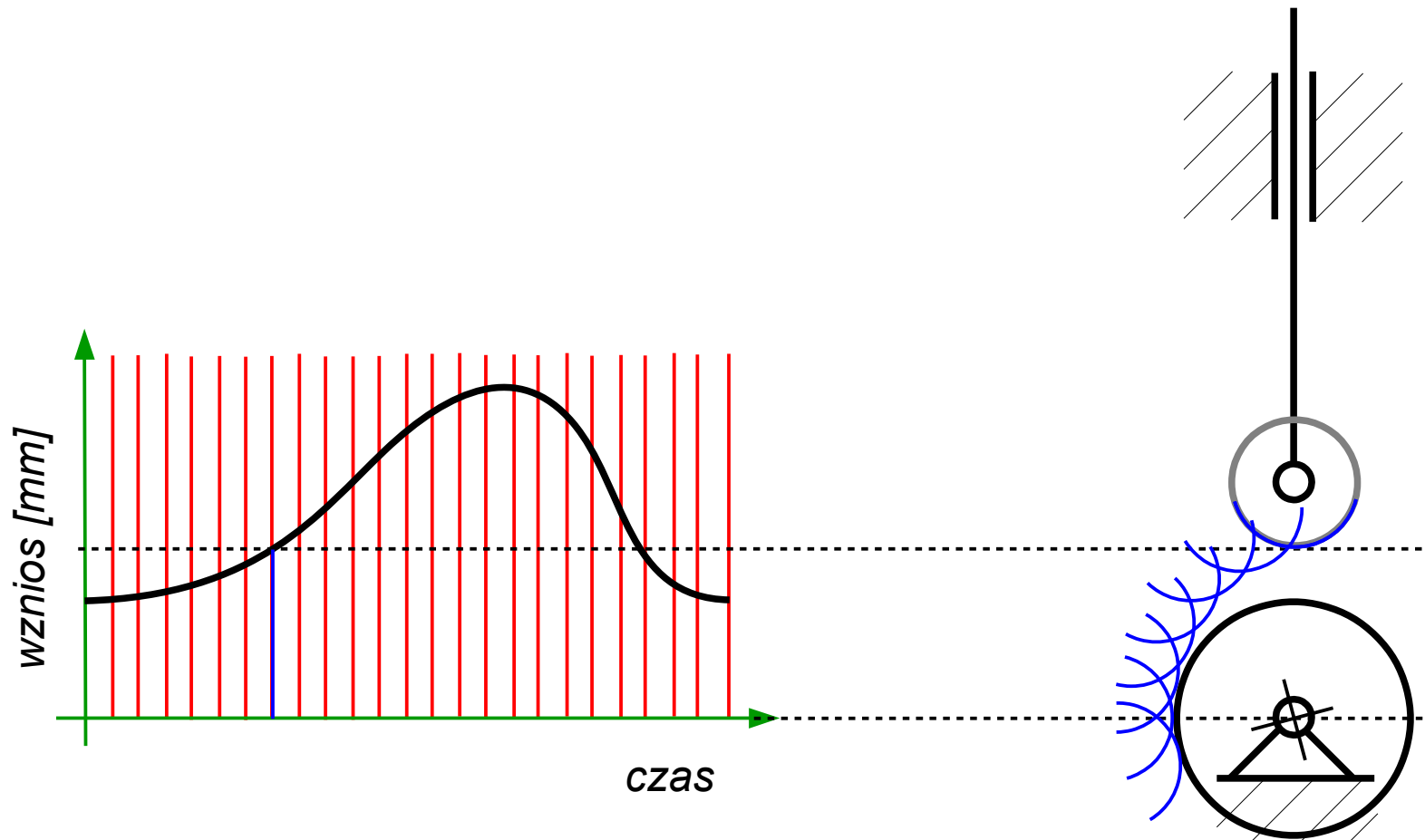
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna

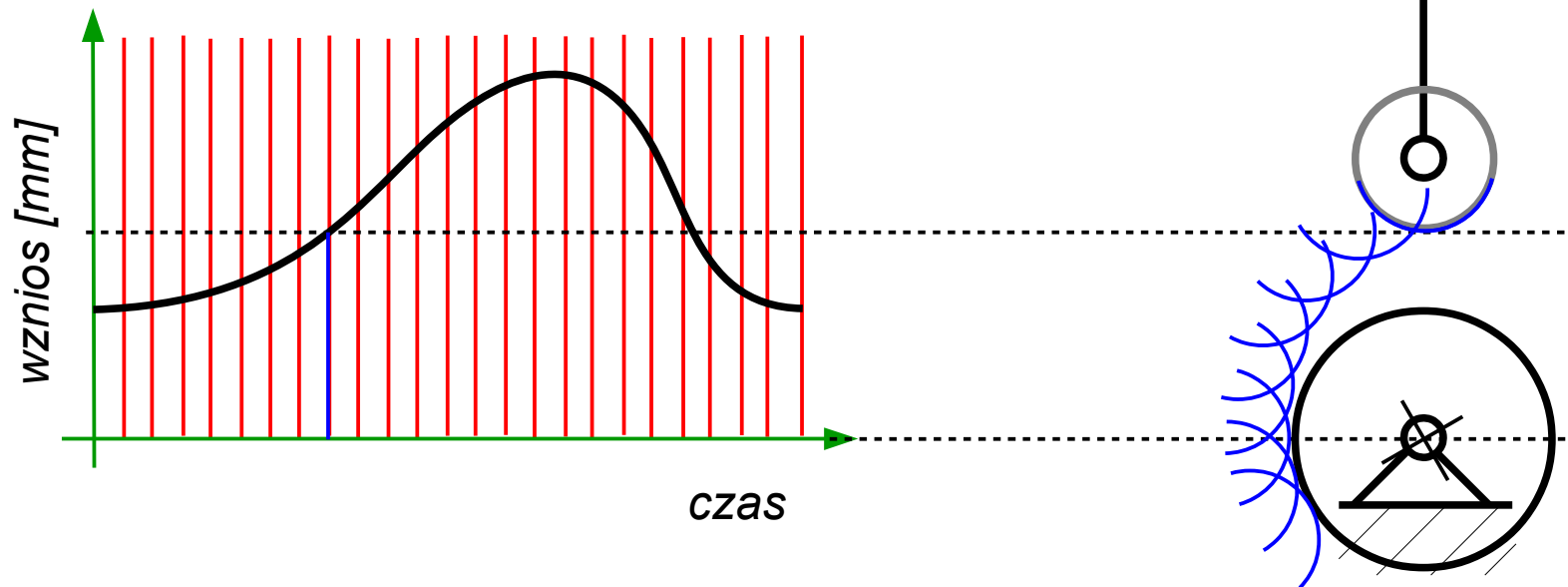


zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$



# Synteza mechanizmów krzywkowych

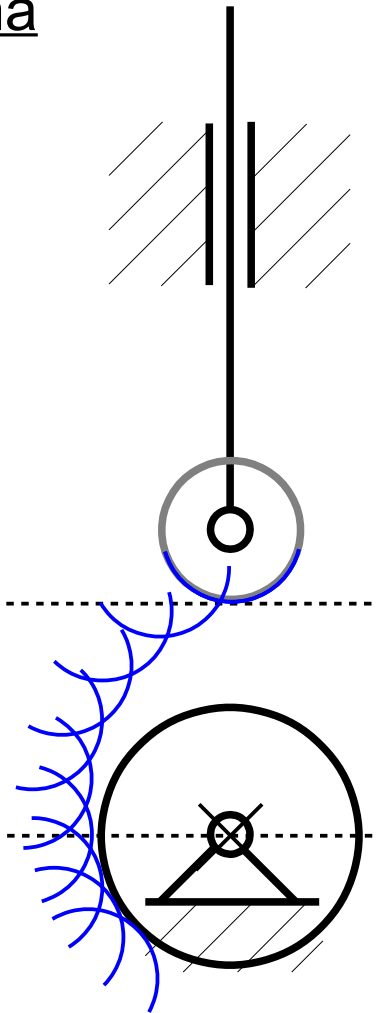
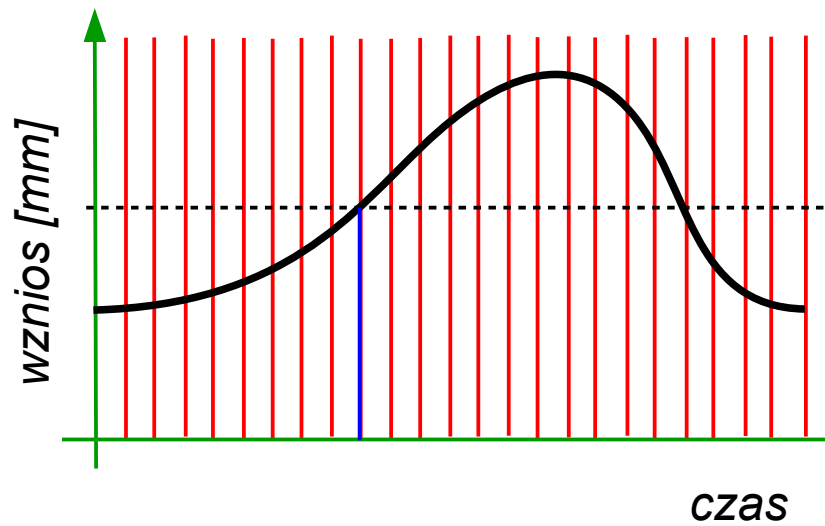
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

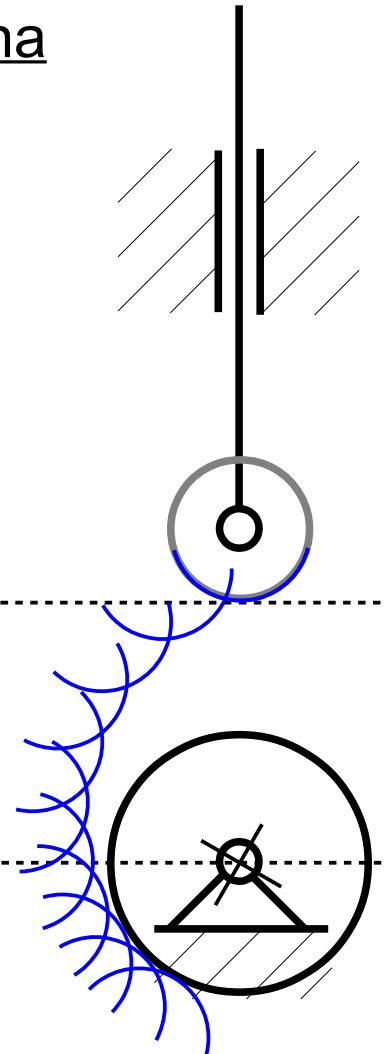
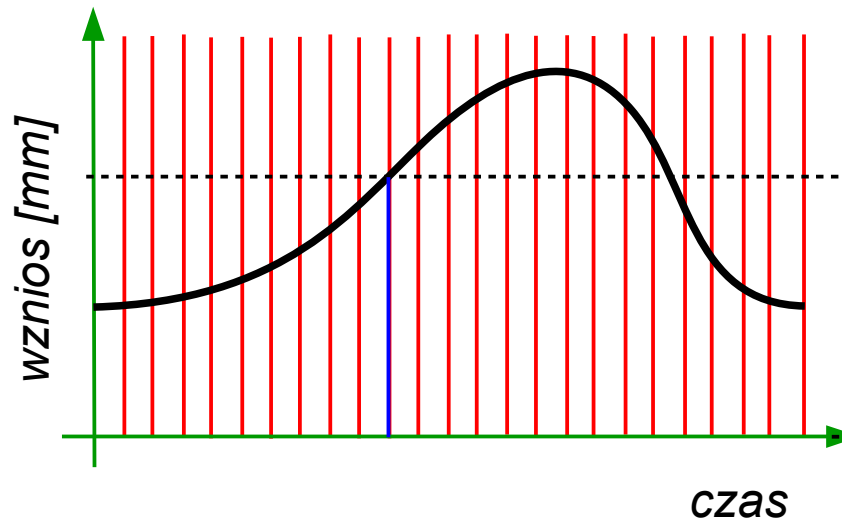
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

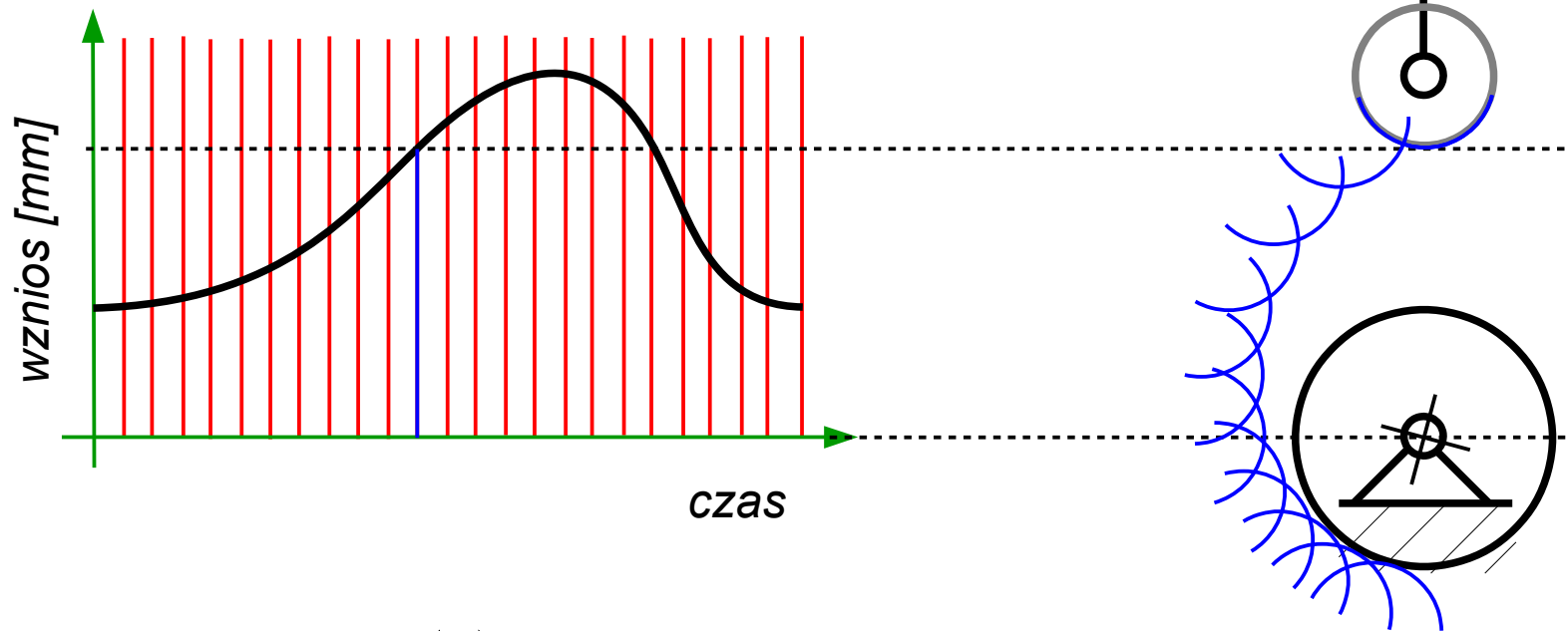
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

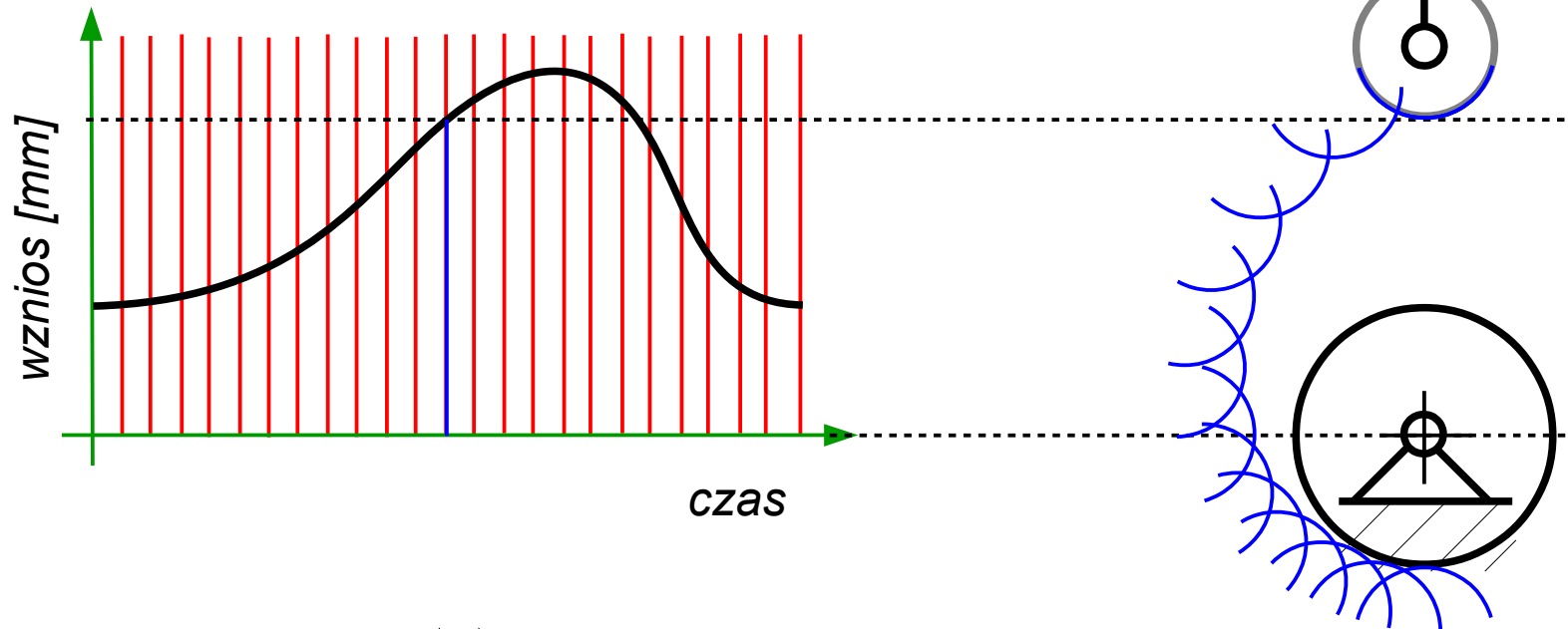
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

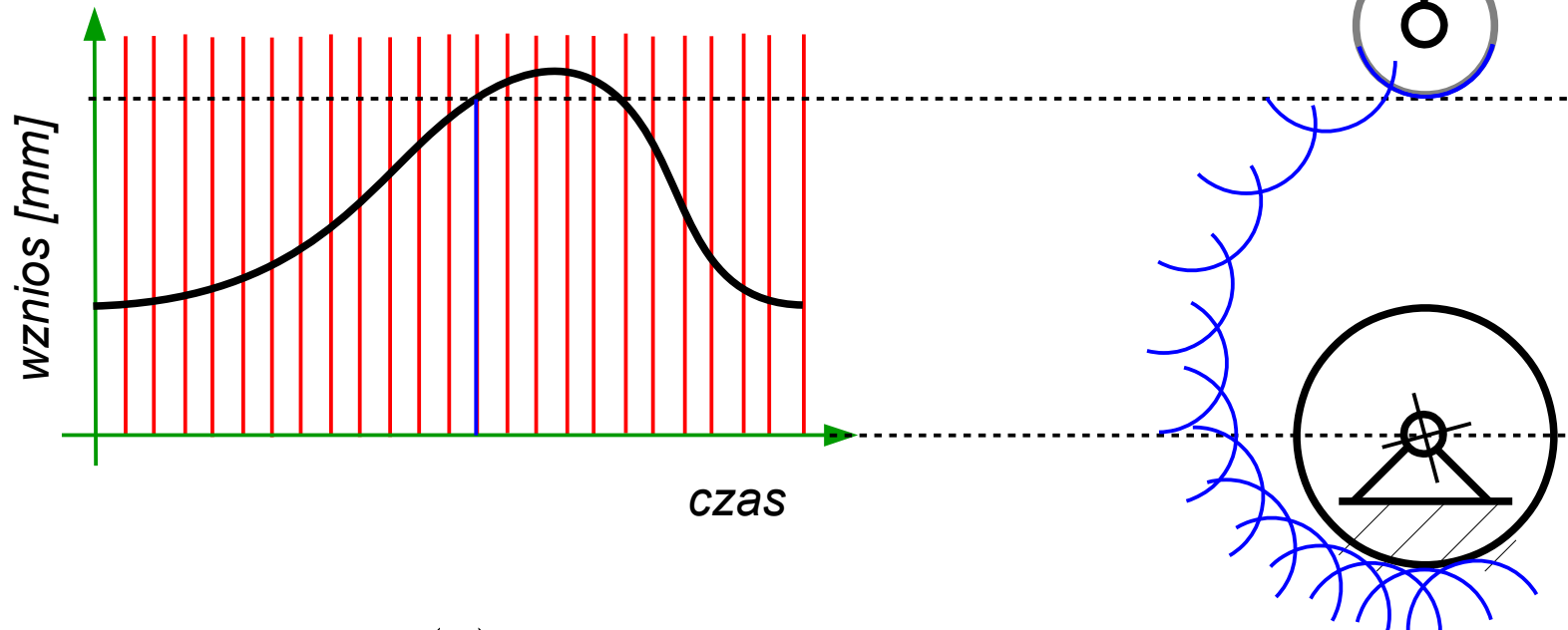
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

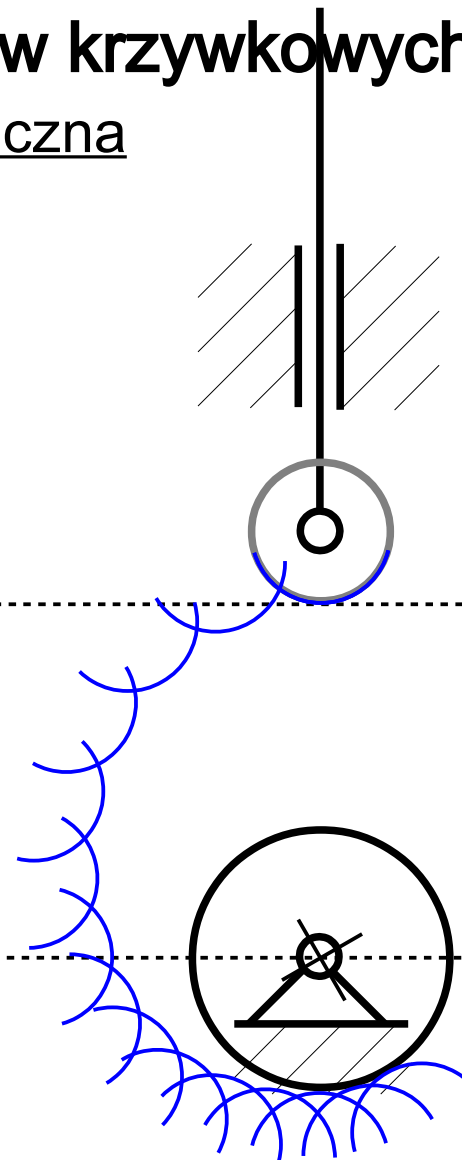
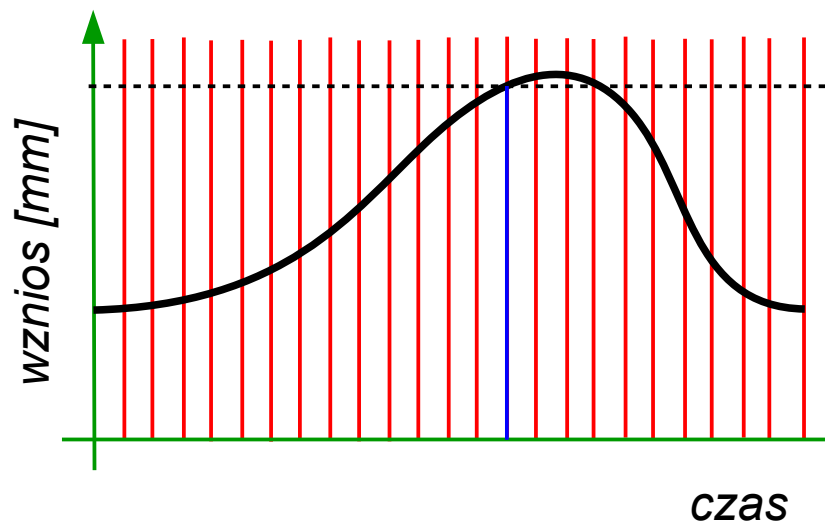
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

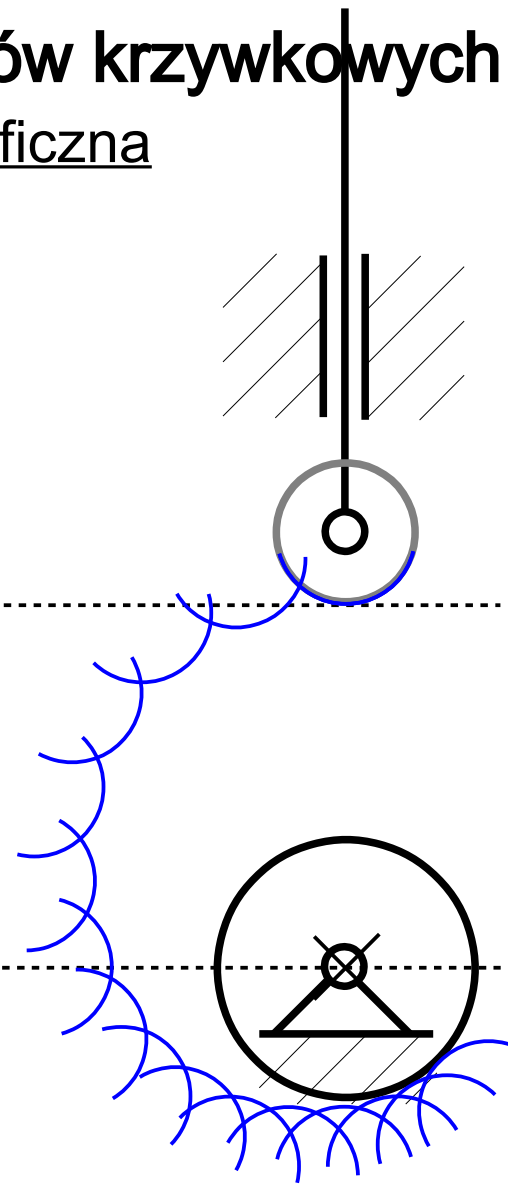
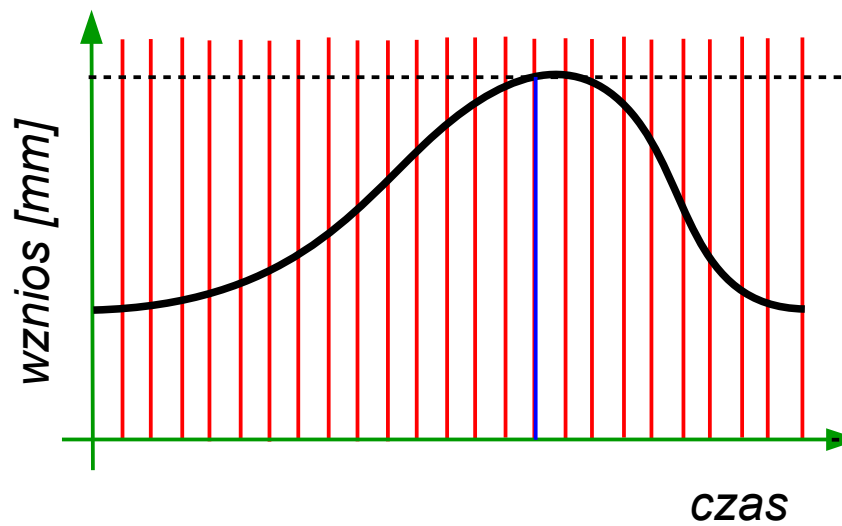
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna

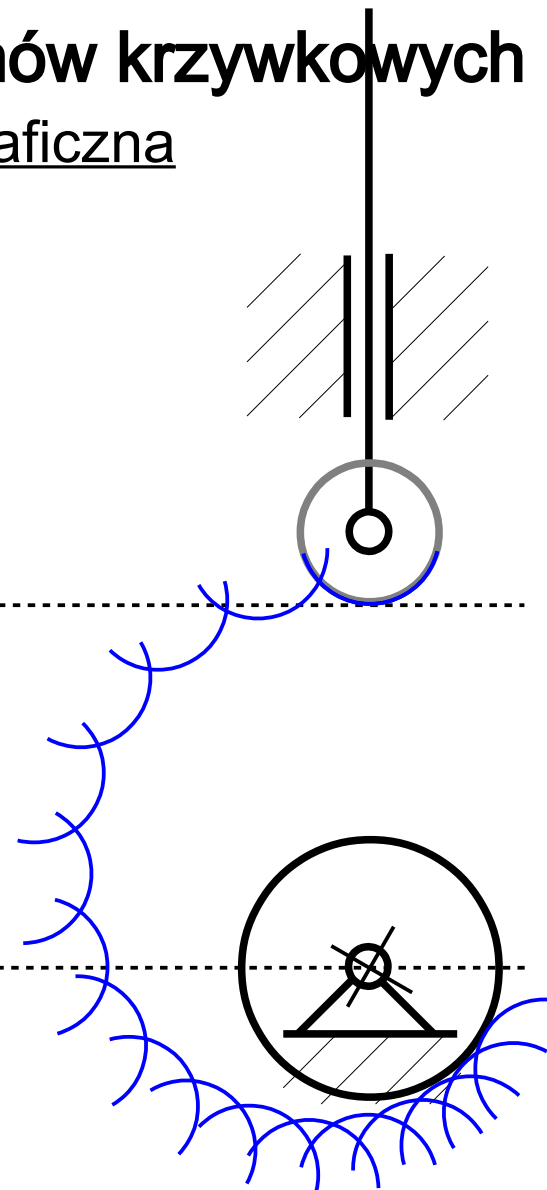
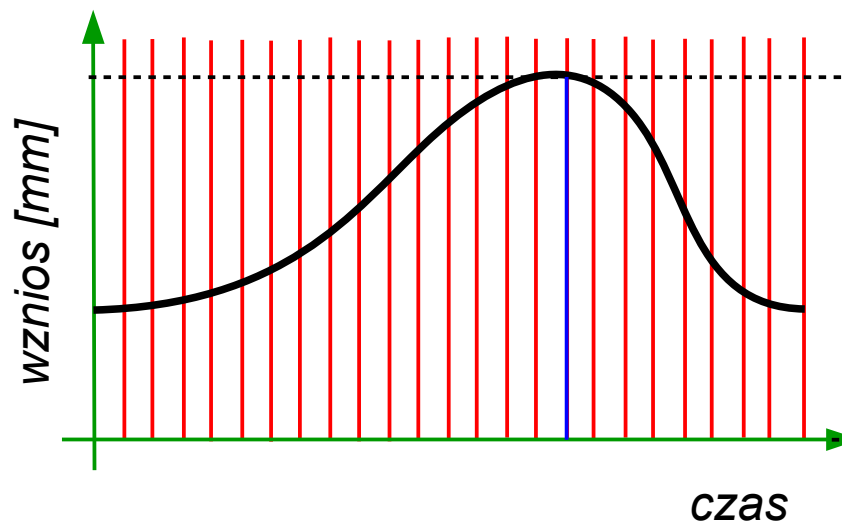


zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$



# Synteza mechanizmów krzywkowych

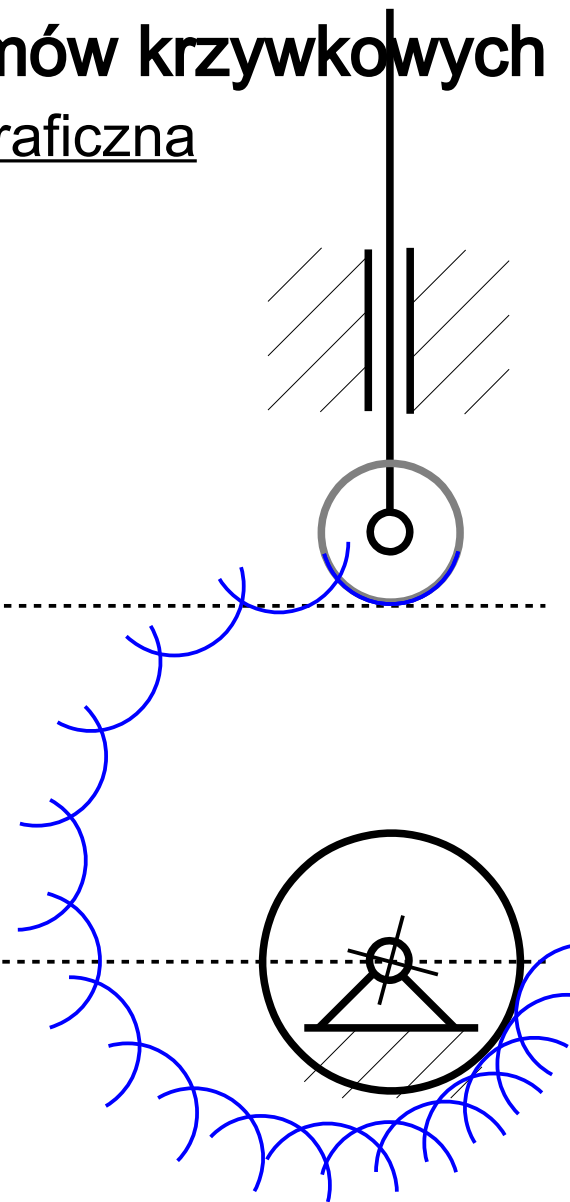
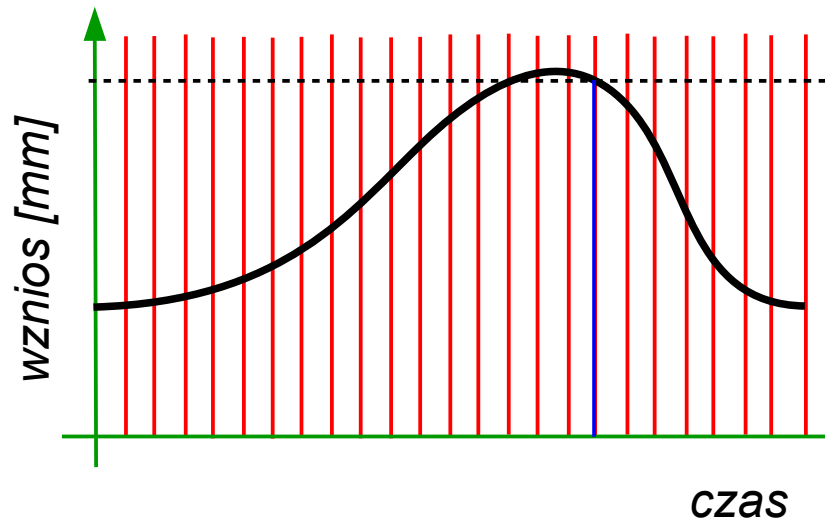
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

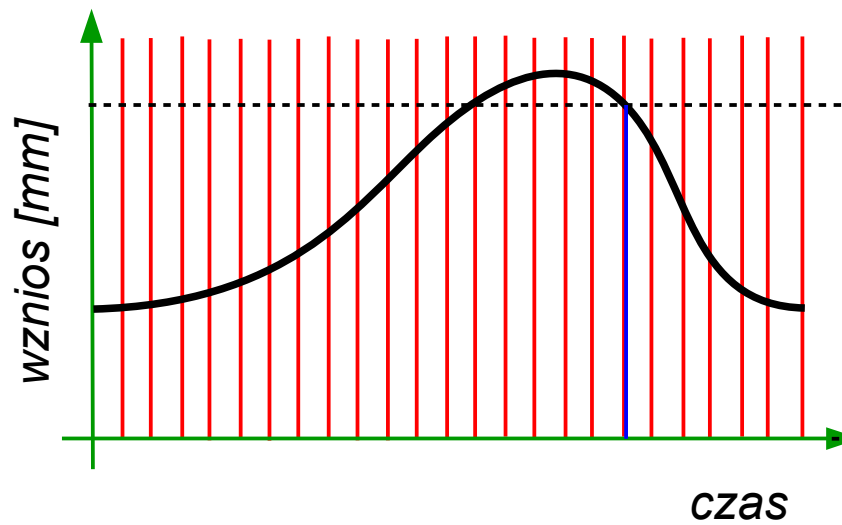
## Metoda graficzna



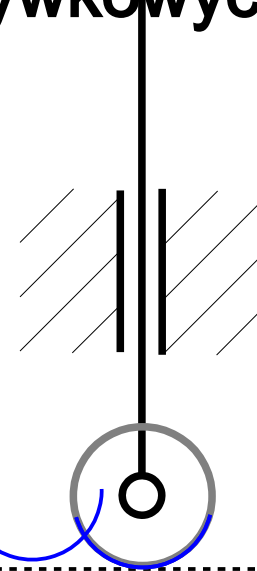
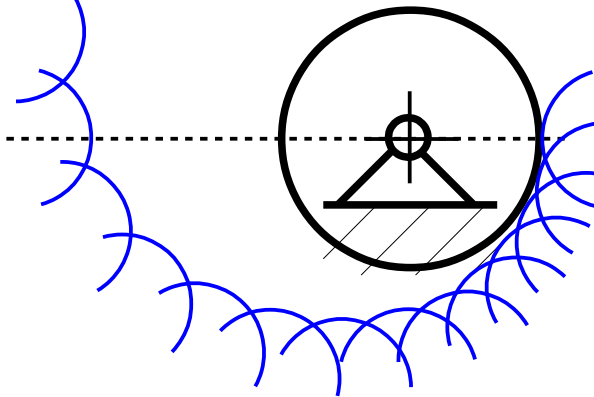
zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna

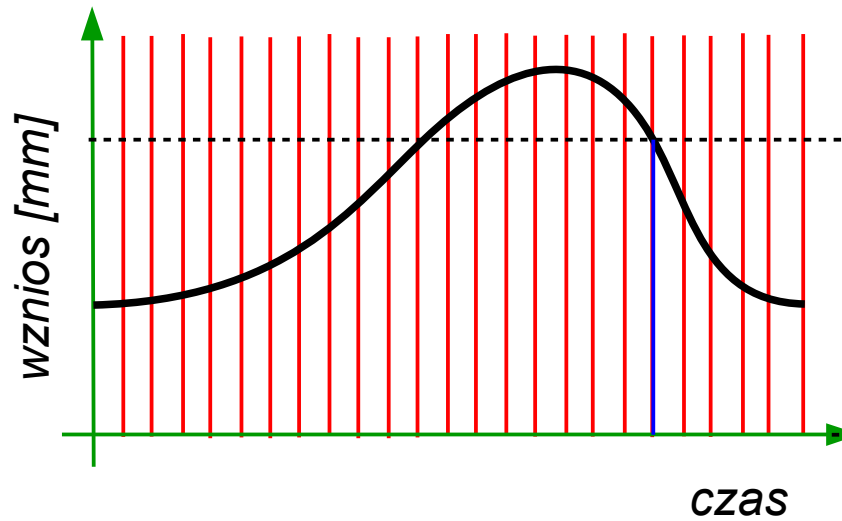


zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

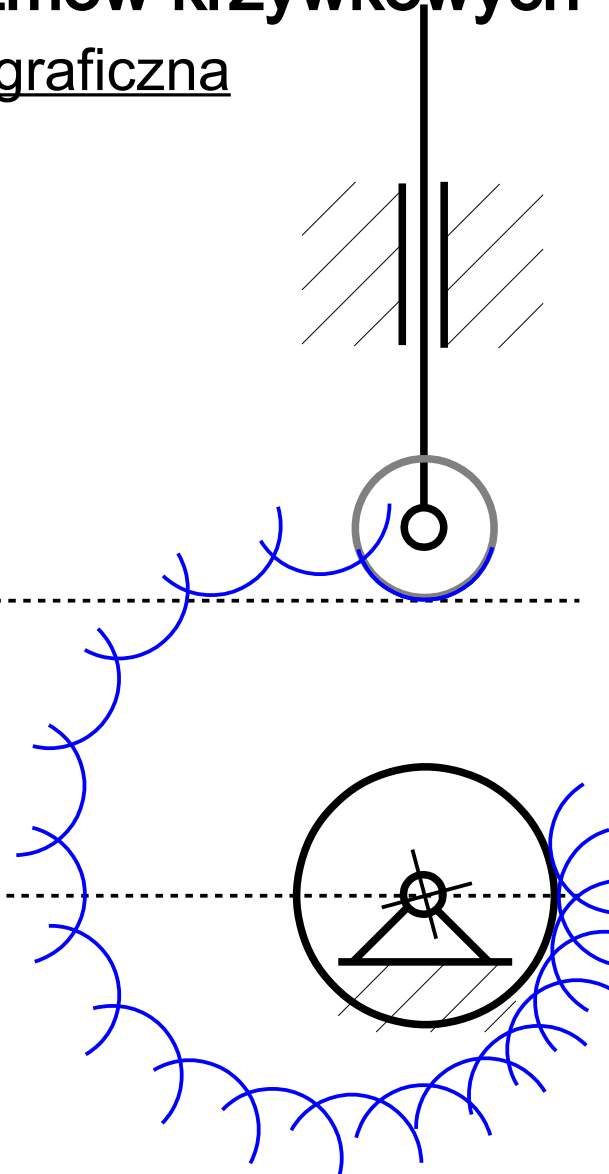


# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna

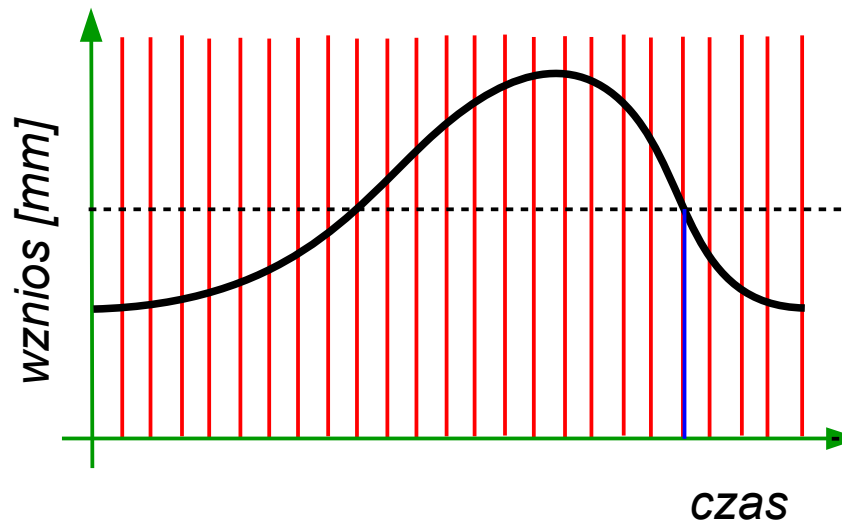


zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

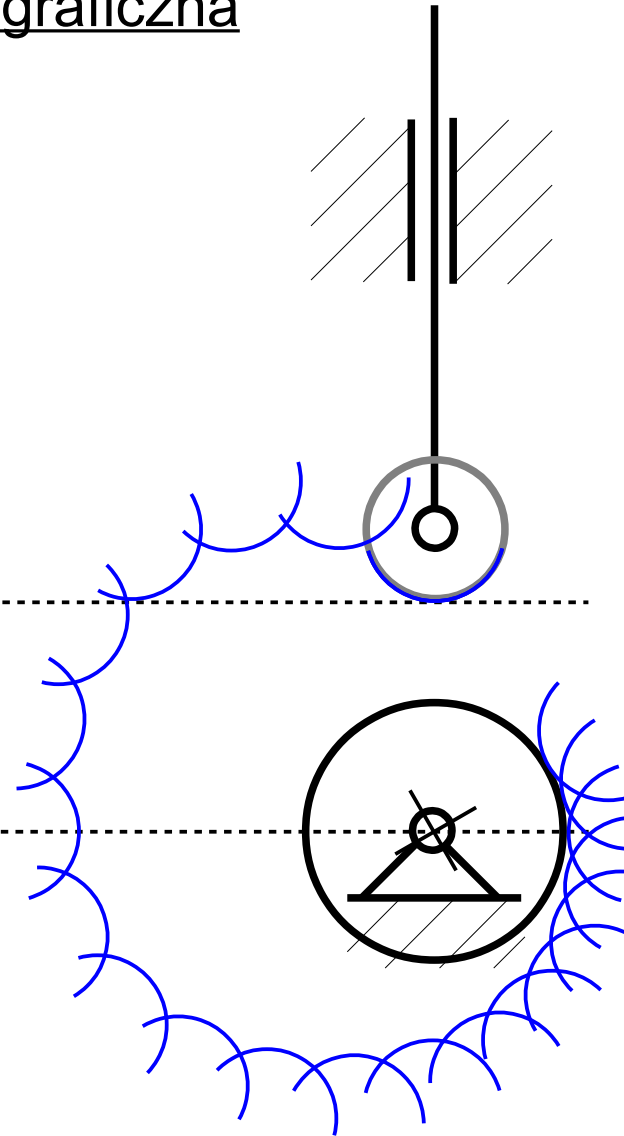


# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna

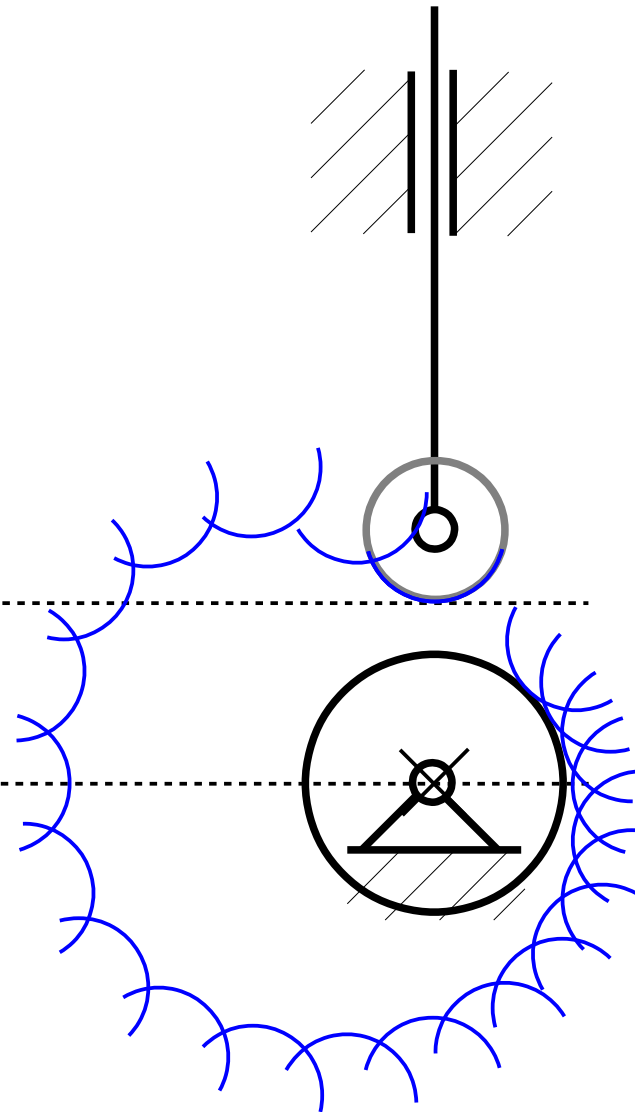
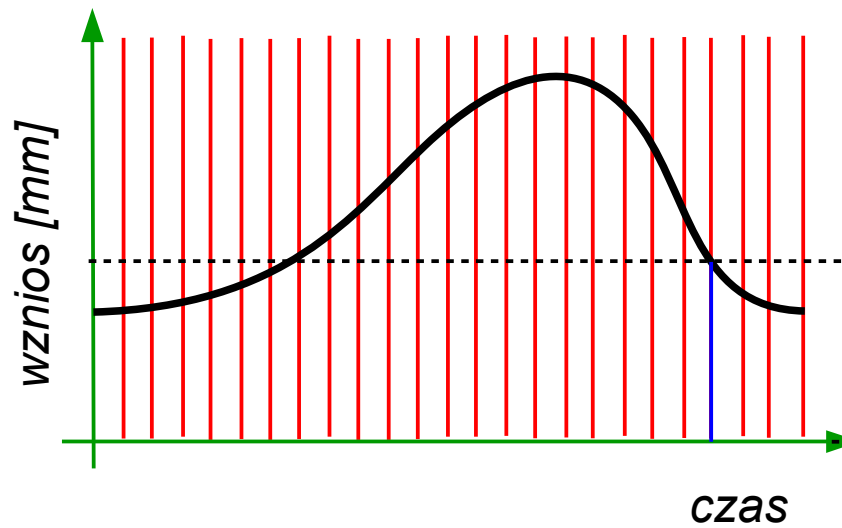


zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$



# Synteza mechanizmów krzywkowych

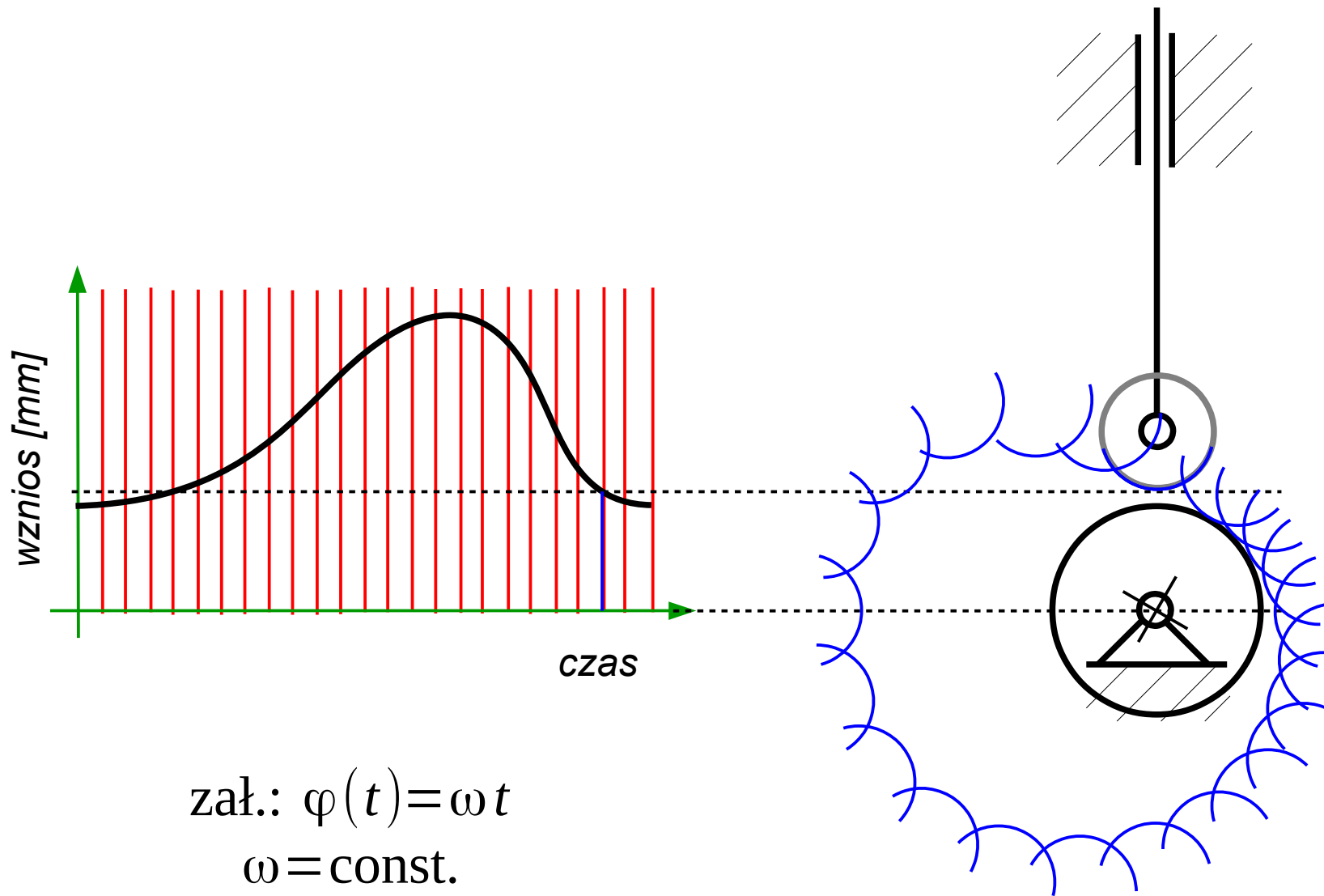
## Metoda graficzna



zał.:  $\varphi(t) = \omega t$   
 $\omega = \text{const.}$

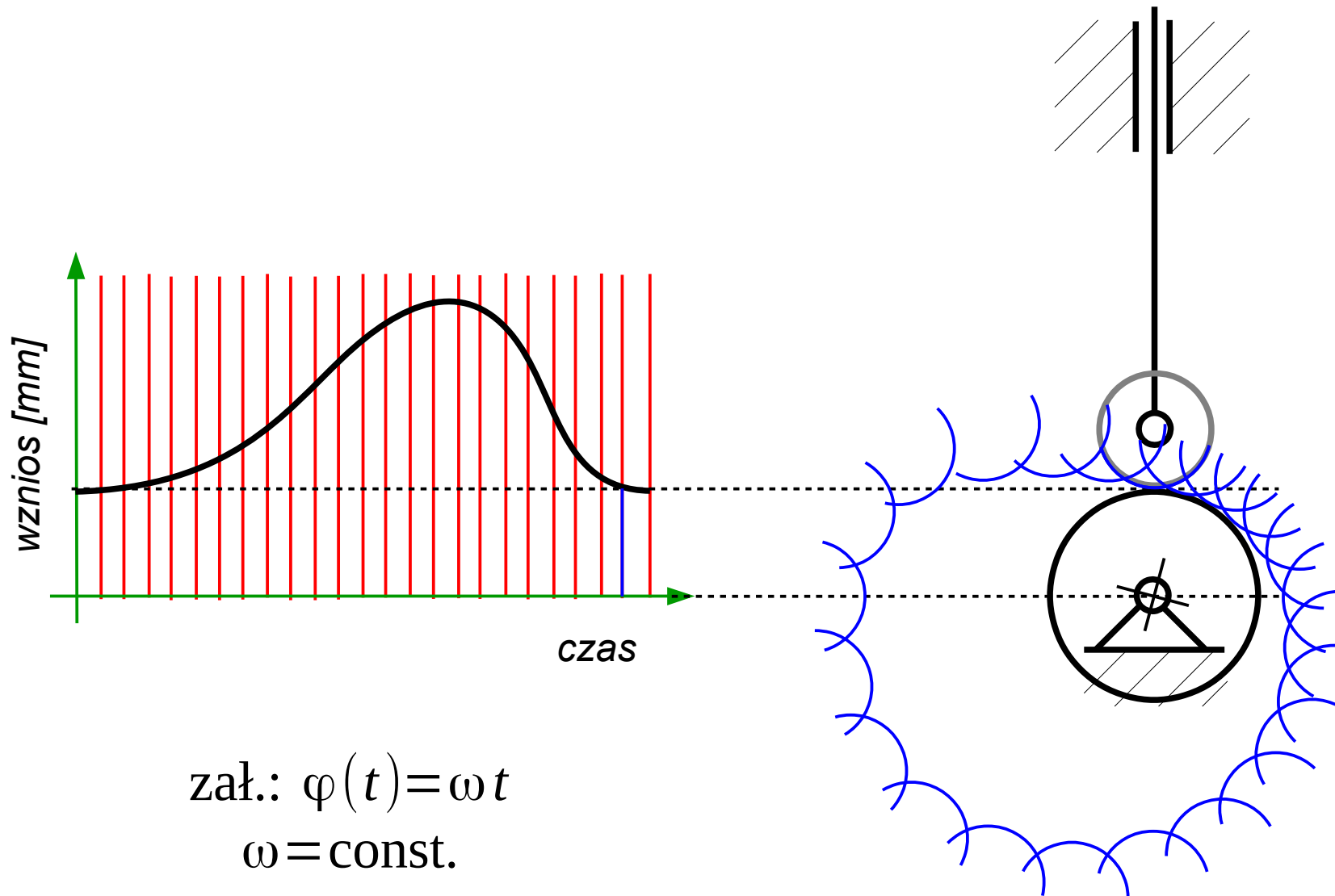
# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna



# Synteza mechanizmów krzywkowych

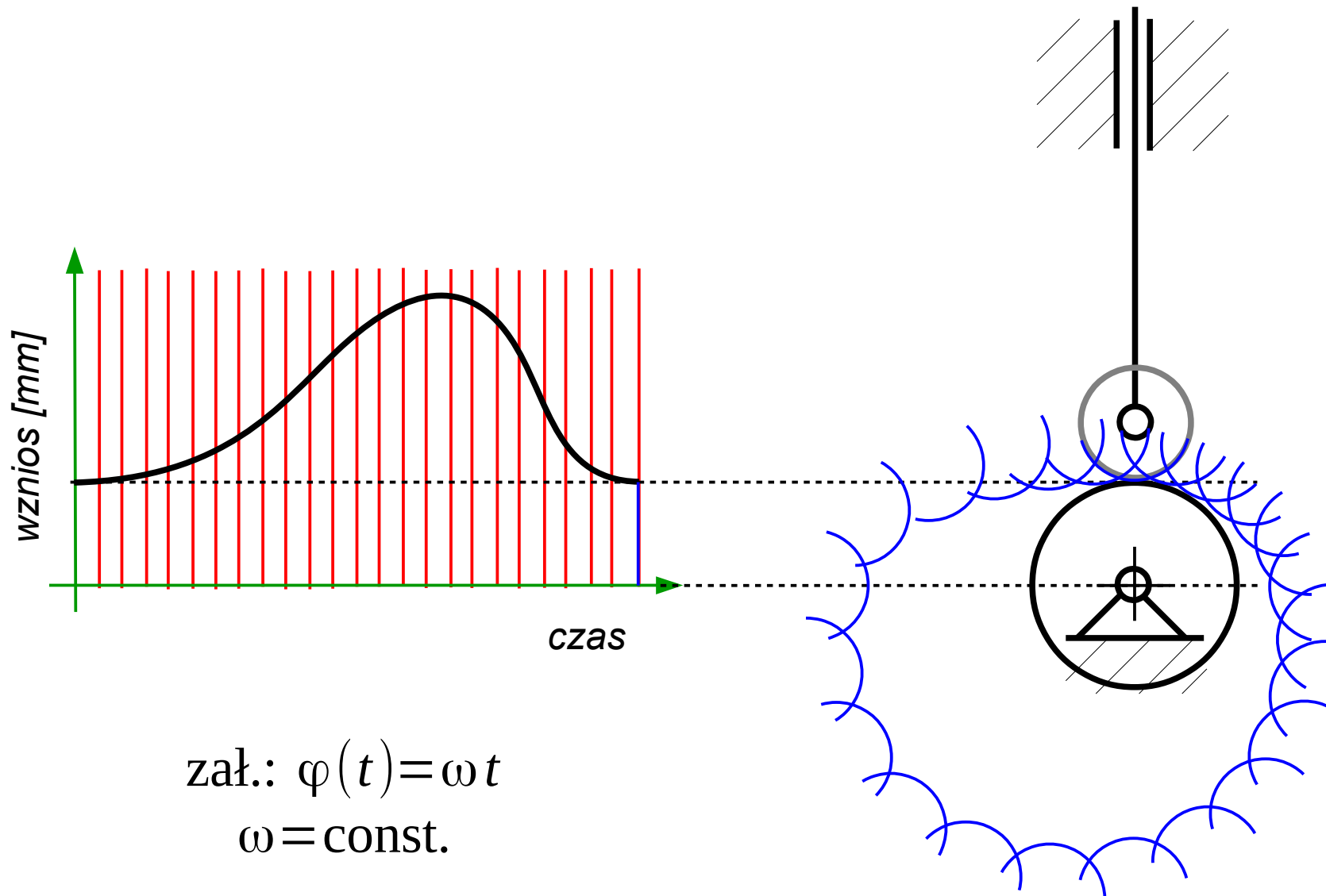
## Metoda graficzna





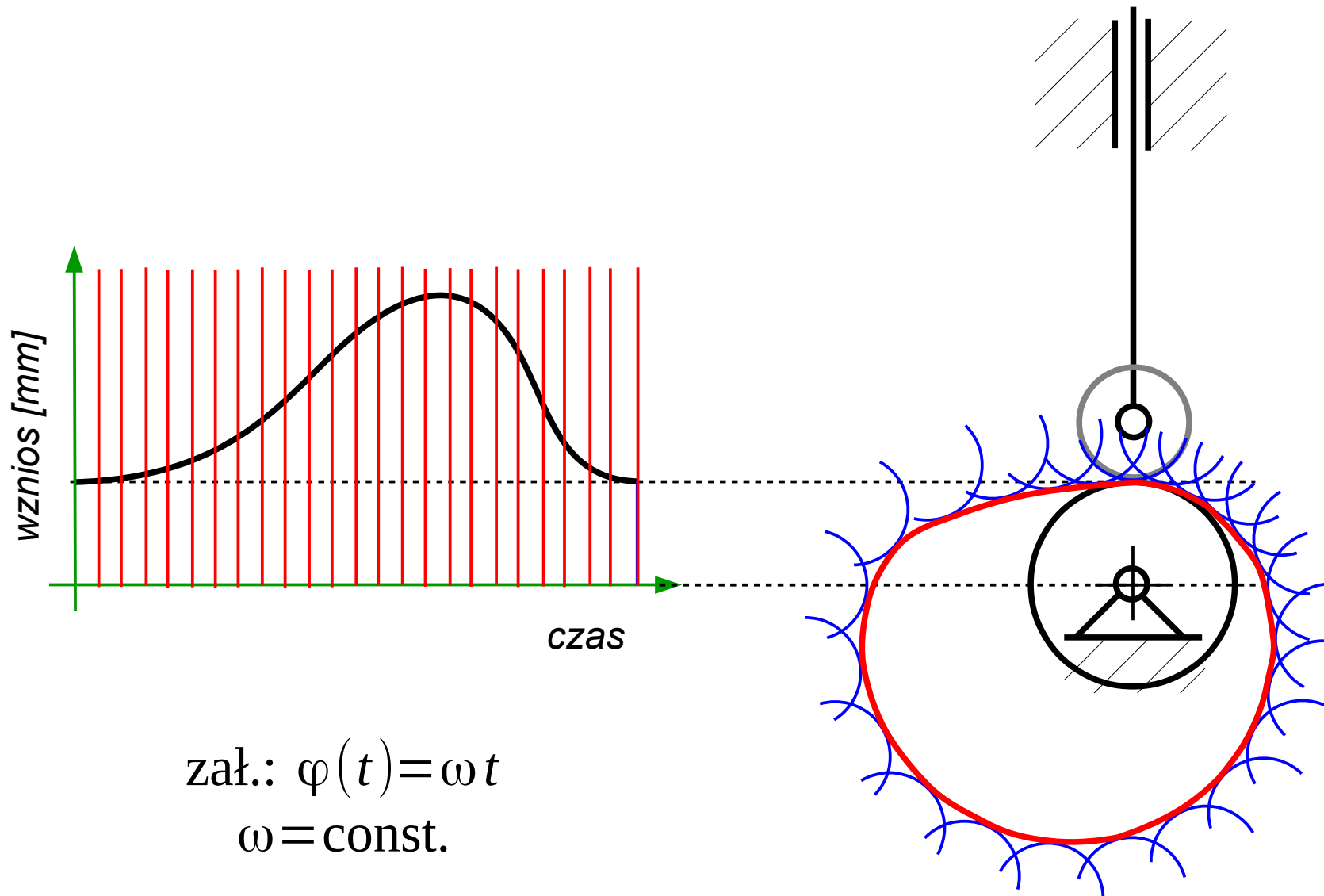
# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna



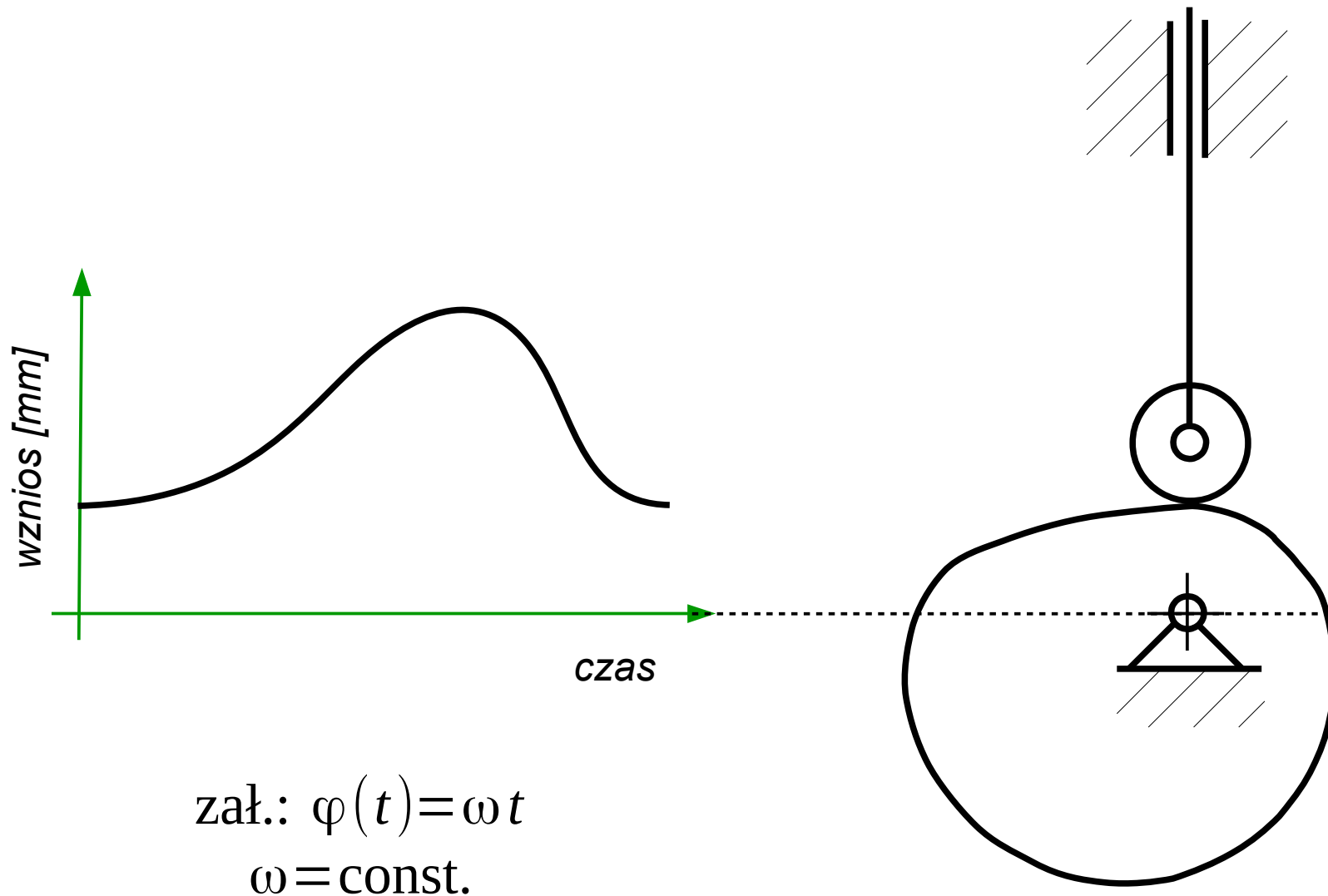
# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda graficzna



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna

Dla danego przebiegu przyspieszenia lub prędkości wzniosu popychacza w funkcji czasu (lub kąta obrotu) charakterystykę wzniosu popychacza otrzymuje się poprzez całkowanie.

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna

Dla danego przebiegu przyspieszenia lub prędkości wzniosu popychacza w funkcji czasu (lub kąta obrotu) charakterystykę wzniosu popychacza otrzymuje się poprzez całkowanie.

Przebieg wzniosu popychacza w funkcji kąta obrotu krzywki możemy wprost wykorzystać do wygenerowania zarysu krzywki (lub po przekształceniu do współrzędnych biegunowych).

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna

Dla danego przebiegu przyspieszenia lub prędkości wzniosu popychacza w funkcji czasu (lub kąta obrotu) charakterystykę wzniosu popychacza otrzymuje się poprzez całkowanie.

Przebieg wzniosu popychacza w funkcji kąta obrotu krzywki możemy wprost wykorzystać do wygenerowania zarysu krzywki (lub po przekształceniu do współrzędnych biegunowych).

Zastosowanie popychacza ostrzowego pozwala dokładnie odzwierciedlić zadaną funkcję wzniosu popychacza.

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna

Dla danego przebiegu przyspieszenia lub prędkości wzniosu popychacza w funkcji czasu (lub kąta obrotu) charakterystykę wzniosu popychacza otrzymuje się poprzez całkowanie.

Przebieg wzniosu popychacza w funkcji kąta obrotu krzywki możemy wprost wykorzystać do wygenerowania zarysu krzywki (lub po przekształceniu do współrzędnych biegunowych).

Zastosowanie popychacza ostrzowego pozwala dokładnie odzwierciedlić zadaną funkcję wzniosu popychacza.

Zastosowanie popychacza rolkowego wprowadza ograniczenie maksymalnej prędkości wzniosu popychacza – wymaga ustalenia proporcji między wielkością krzywki a promieniem rolki.



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna

Dla danego przebiegu przyspieszenia lub prędkości wzniosu popychacza w funkcji czasu (lub kąta obrotu) charakterystykę wzniosu popychacza otrzymuje się poprzez całkowanie.

Przebieg wzniosu popychacza w funkcji kąta obrotu krzywki możemy wprost wykorzystać do wygenerowania zarysu krzywki (lub po przekształceniu do współrzędnych biegunowych).

Zastosowanie popychacza ostrzowego pozwala dokładnie odzwierciedlić zadaną funkcję wzniosu popychacza.

Zastosowanie popychacza rolkowego wprowadza ograniczenie maksymalnej prędkości wzniosu popychacza – wymaga ustalenia proporcji między wielkością krzywki a promieniem rolki.

Często projektuje się krzywki o symetrycznym zarysie oraz gładkie (bez uskoków).

# Synteza mechanizmów krzywkowych

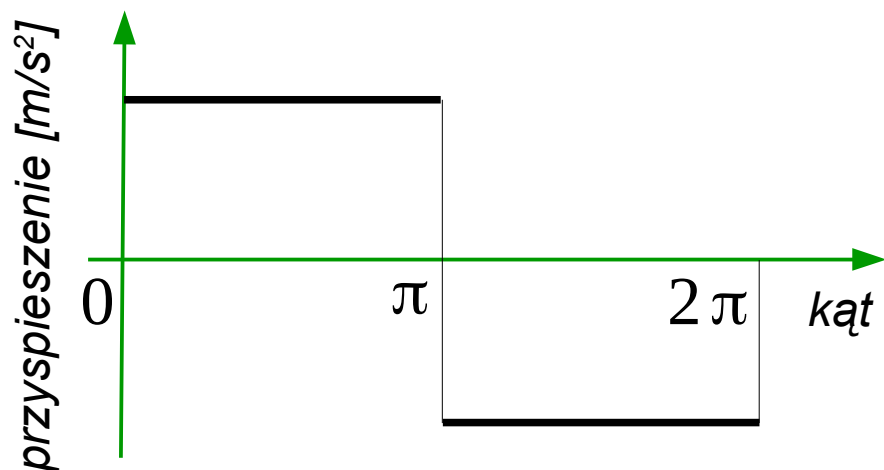
## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

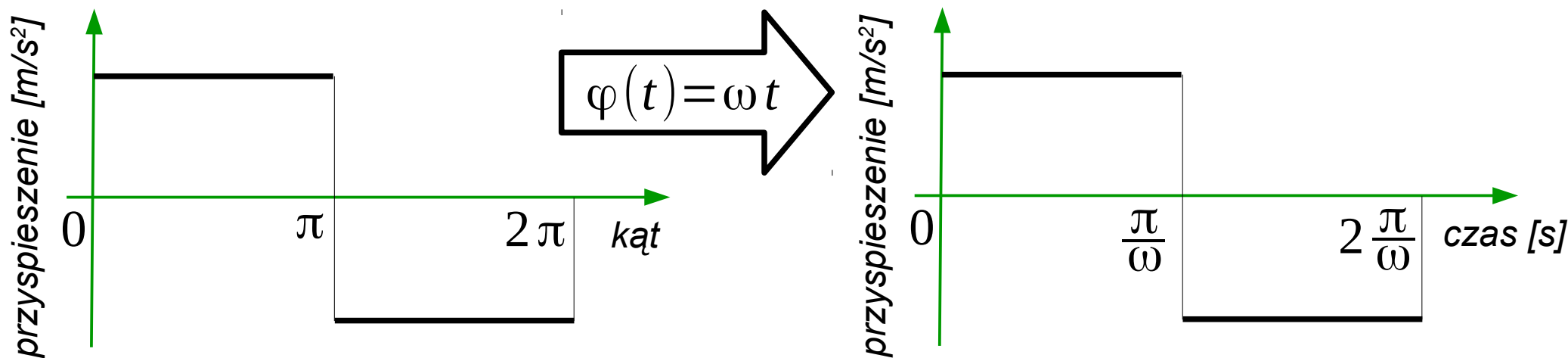
Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

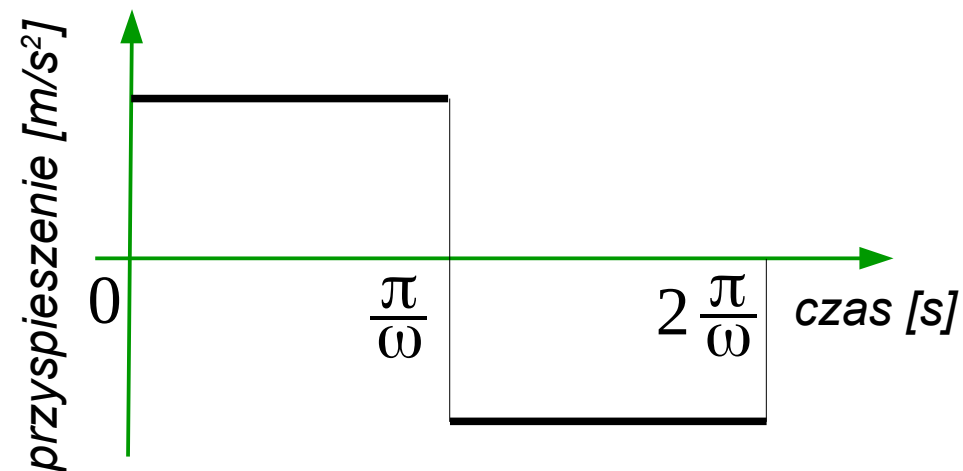
Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

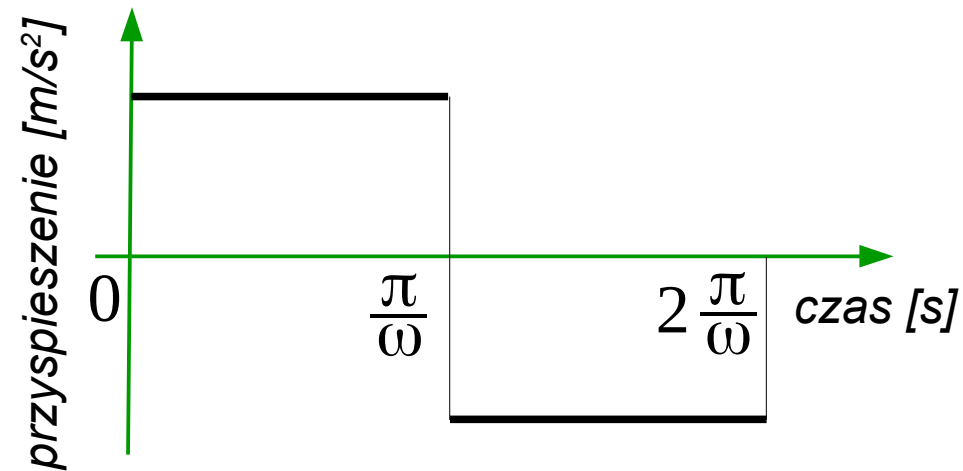
Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

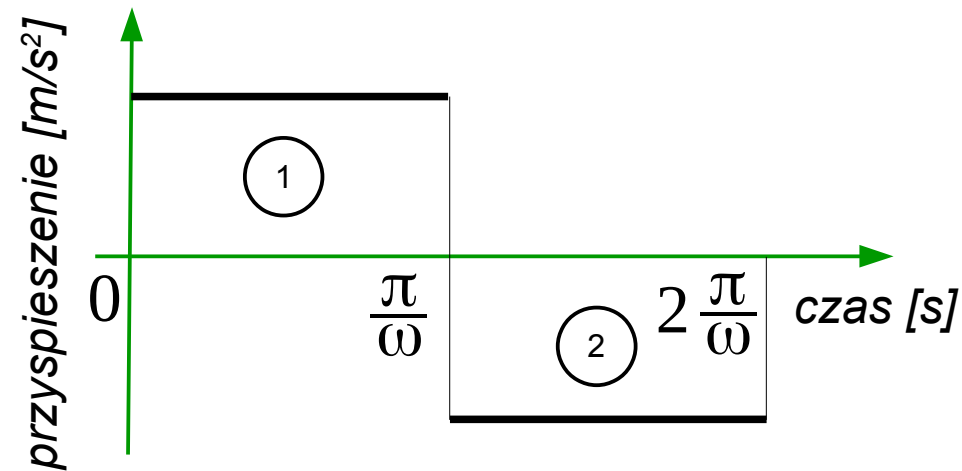
Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



$$a_1 = a_0$$

$$v_1(t) = a_0 t + C_1$$

$$h_1(t) = \frac{a_0 t^2}{2} + C_1 t + C_2$$

$$a_2 = -a_0$$

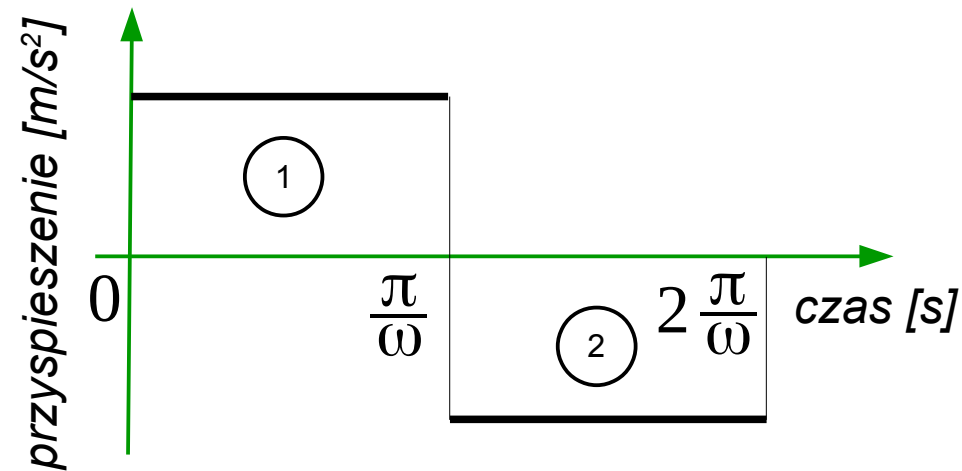
$$v_2(t) = -a_0 t + C_3$$

$$h_2(t) = \frac{-a_0 t^2}{2} + C_3 t + C_4$$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



Promień koła zasadniczego krzywki

$$h_1(t=0) = h_2(t=2\frac{\pi}{\omega}) = R$$

$$C_2 = R$$

$$C_4 = R + 2a_0 \frac{\pi^2}{\omega^2} - 2C_3 \frac{\pi}{\omega}$$

$$a_1 = a_0$$

$$a_2 = -a_0$$

$$v_1(t) = a_0 t + C_1$$

$$v_2(t) = -a_0 t + C_3$$

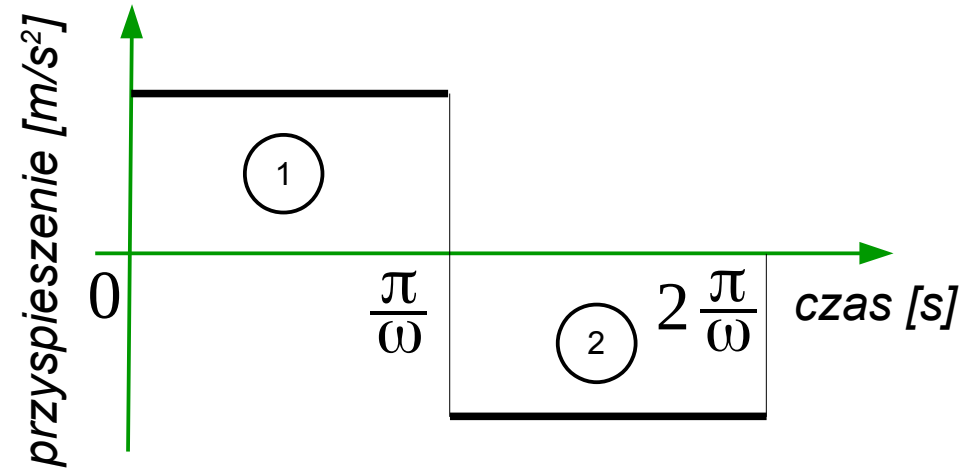
$$h_1(t) = \frac{a_0 t^2}{2} + C_1 t + C_2 \quad h_2(t) = \frac{-a_0 t^2}{2} + C_3 t + C_4$$



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



Promień koła zasadniczego krzywki

$$h_1(t=0) = h_2(t=2\frac{\pi}{\omega}) = R$$

$$C_2 = R$$

$$C_4 = R + 2a_0 \frac{\pi^2}{\omega^2} - 2C_3 \frac{\pi}{\omega}$$

$$a_1 = a_0$$

$$a_2 = -a_0$$

$$v_1(t) = a_0 t + C_1$$

$$v_2(t) = -a_0 t + C_3$$

$$h_1(t) = \frac{a_0 t^2}{2} + C_1 t + R \quad h_2(t) = \frac{-a_0 t^2}{2} + C_3 t + R + 2a_0 \frac{\pi^2}{\omega^2} - 2C_3 \frac{\pi}{\omega}$$

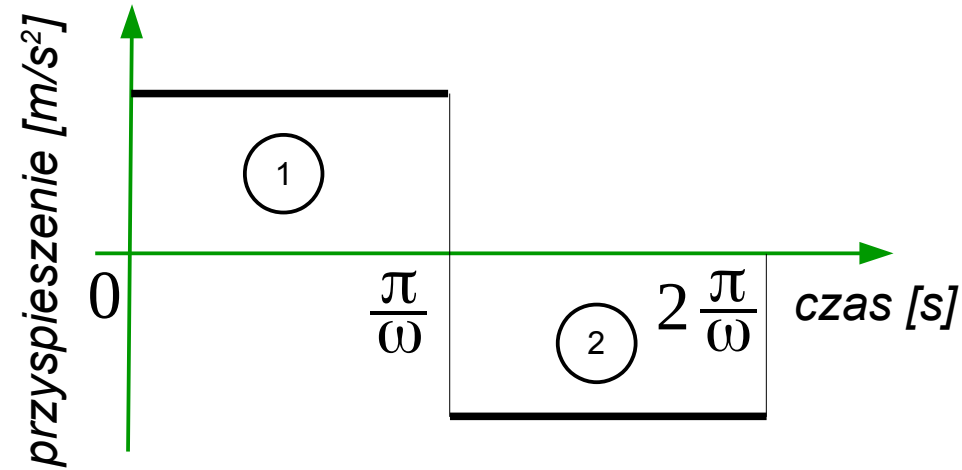
# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.

Ciągłość zarysu krzywki

$$h_2\left(t = \frac{\pi}{\omega}\right) = h_1\left(t = \frac{\pi}{\omega}\right)$$



$$a_1 = a_0$$

$$a_2 = -a_0$$

$$v_1(t) = a_0 t + C_1$$

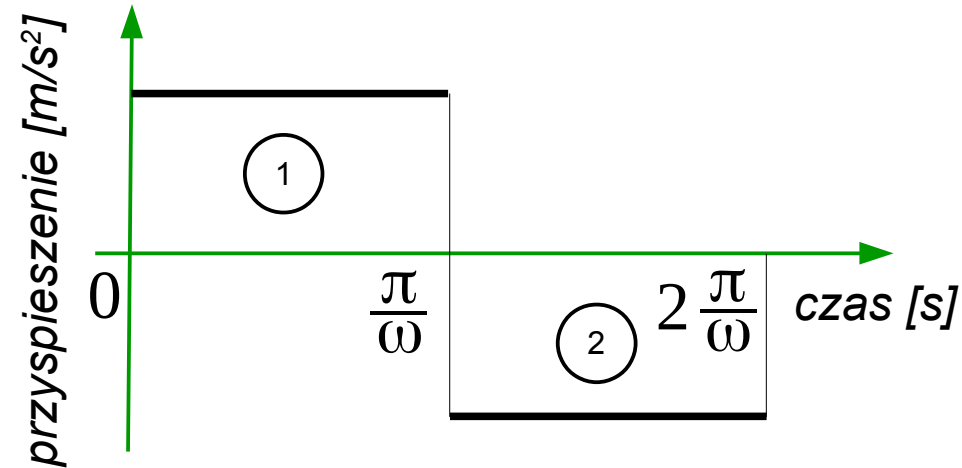
$$v_2(t) = -a_0 t + C_3$$

$$h_1(t) = \frac{a_0 t^2}{2} + C_1 t + R \quad h_2(t) = \frac{-a_0 t^2}{2} + C_3 t + R + 2 a_0 \frac{\pi^2}{\omega^2} - 2 C_3 \frac{\pi}{\omega}$$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



Ciągłość zarysu krzywki

$$h_2\left(t = \frac{\pi}{\omega}\right) = h_1\left(t = \frac{\pi}{\omega}\right)$$

$$C_3 = a_0 \frac{\pi}{\omega} - C_1$$

$$a_1 = a_0$$

$$a_2 = -a_0$$

$$v_1(t) = a_0 t + C_1$$

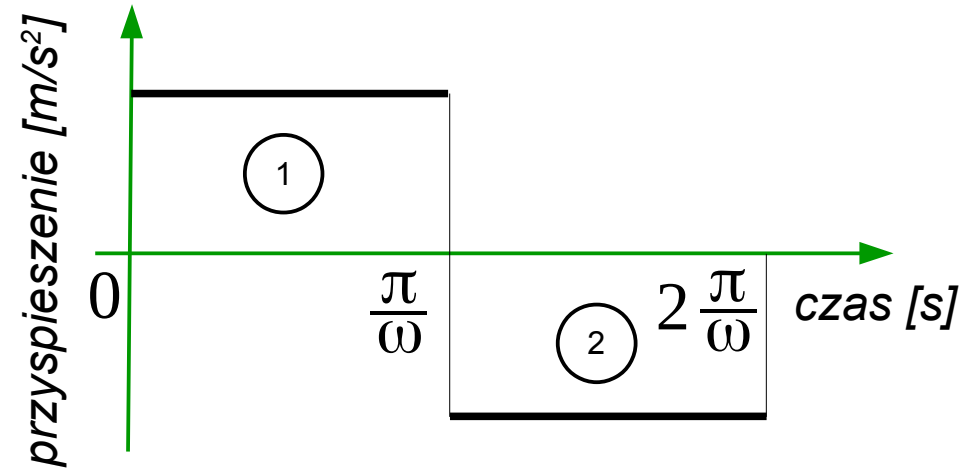
$$v_2(t) = -a_0 t + C_3$$

$$h_1(t) = \frac{a_0 t^2}{2} + C_1 t + R \quad h_2(t) = \frac{-a_0 t^2}{2} + C_3 t + R + 2 a_0 \frac{\pi^2}{\omega^2} - 2 C_3 \frac{\pi}{\omega}$$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



Ciągłość zarysu krzywki

$$h_2\left(t = \frac{\pi}{\omega}\right) = h_1\left(t = \frac{\pi}{\omega}\right)$$

$$C_3 = a_0 \frac{\pi}{\omega} - C_1$$

$$a_1 = a_0$$

$$v_1(t) = a_0 t + C_1$$

$$h_1(t) = \frac{a_0 t^2}{2} + C_1 t + R$$

$$a_2 = -a_0$$

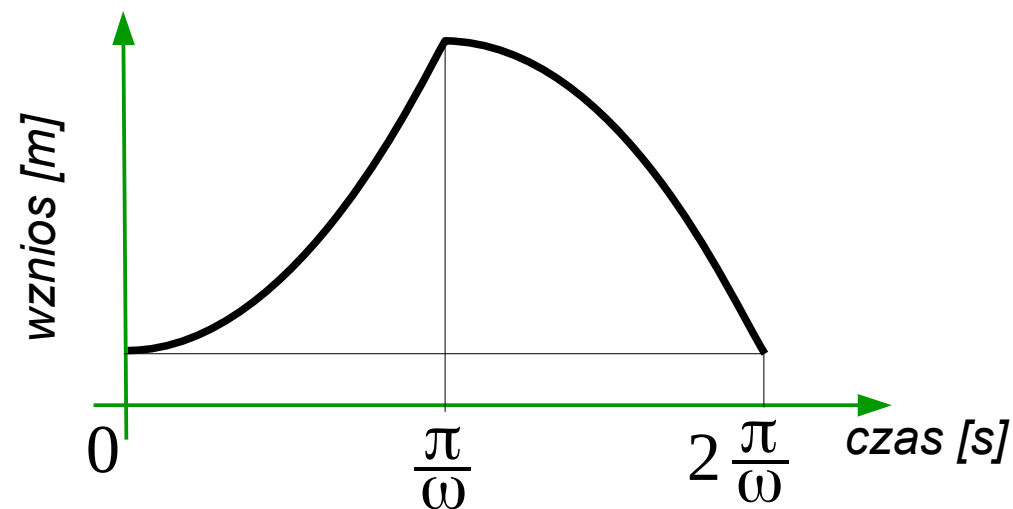
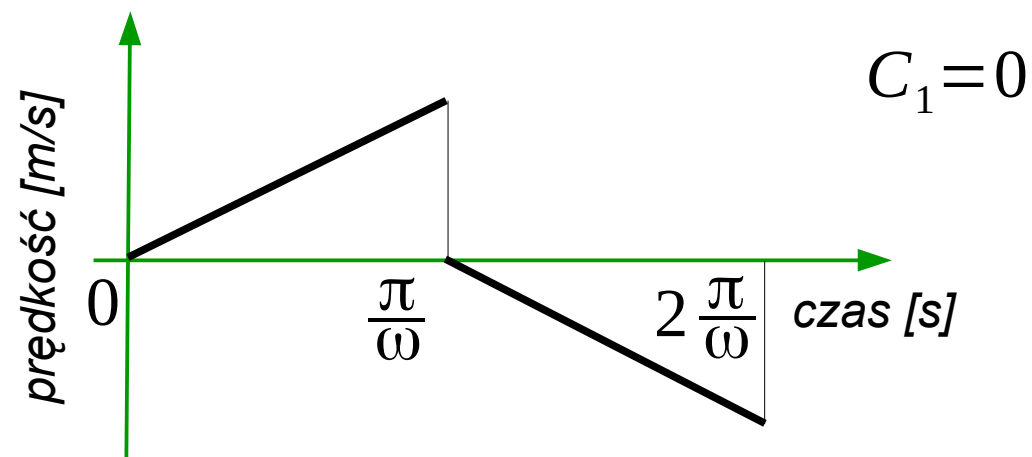
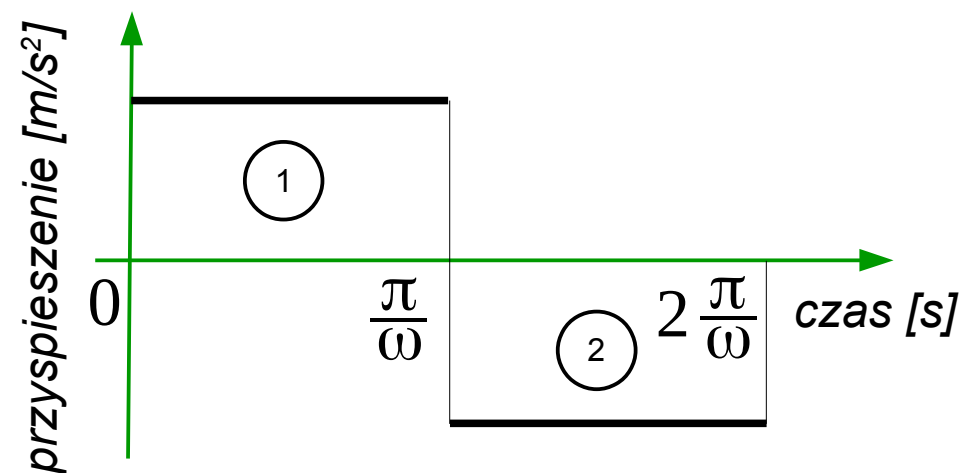
$$v_2(t) = -a_0 t + a_0 \frac{\pi}{\omega} - C_1$$

$$h_2(t) = \frac{-a_0 t^2}{2} + R + a_0 \frac{\pi}{\omega} t + C_1 \left(2 \frac{\pi}{\omega} - t\right)$$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.

$$h(t) = \begin{cases} \frac{a_0 t^2}{2} + C_1 t + R, & \text{for } t \in (0, \frac{\pi}{\omega}) \\ \frac{-a_0 t^2}{2} + R + a_0 \frac{\pi}{\omega} t + C_1 (2 \frac{\pi}{\omega} - t), & \text{for } t \in (\frac{\pi}{\omega}, 2 \frac{\pi}{\omega}) \end{cases}$$

# Synteza mechanizmów krzywkowych

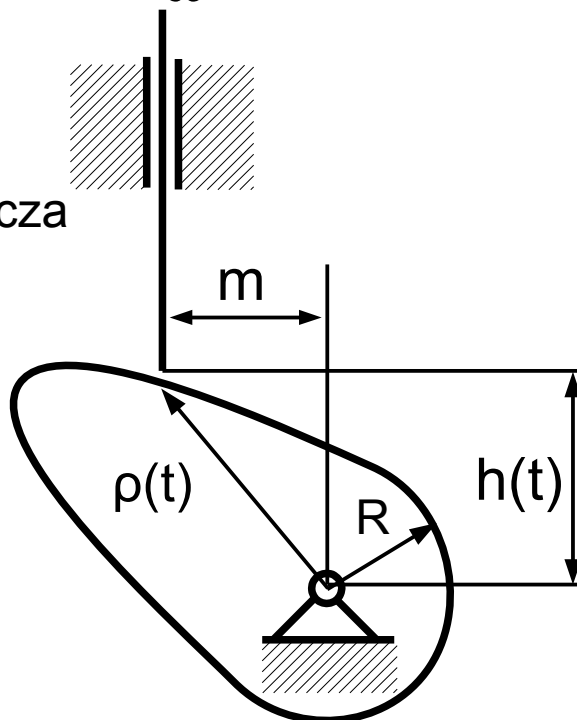
## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.

$$h(t) = \begin{cases} \frac{at^2}{2} + C_1 t + R, & \text{dla } t \in (0, \frac{\pi}{\omega}) \\ -\frac{at^2}{2} + R + a_0 \frac{\pi}{\omega} t + C_1 (2 \frac{\pi}{\omega} - t), & \text{dla } t \in (\frac{\pi}{\omega}, 2 \frac{\pi}{\omega}) \end{cases}$$

Uwzględnienie mimośrodowości popychacza

$$\rho(t) = \sqrt{h^2(t) + m^2}$$



# Synteza mechanizmów krzywkowych

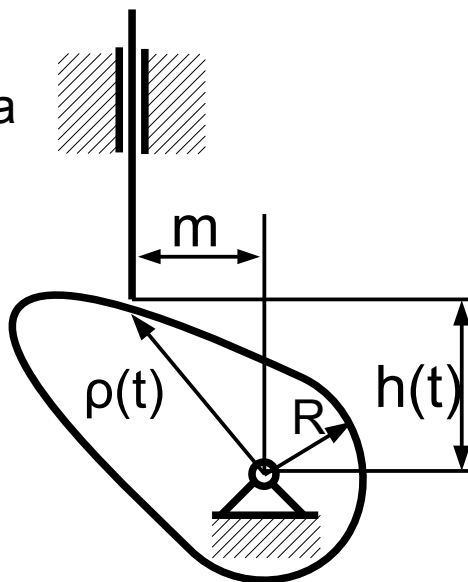
## Metoda analityczna – przykład

Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.

$$h(t) = \begin{cases} \frac{at^2}{2} + C_1 t + R, & \text{dla } t \in (0, \frac{\pi}{\omega}) \\ -\frac{at^2}{2} + R + a_0 \frac{\pi}{\omega} t + C_1 (2 \frac{\pi}{\omega} - t), & \text{dla } t \in (\frac{\pi}{\omega}, 2 \frac{\pi}{\omega}) \end{cases}$$

Uwzględnienie mimośrodowość popychacza

$$\rho(t) = \sqrt{h^2(t) + m^2}$$



Przejdźcie ze współrzędnych biegunowych na prostokątne

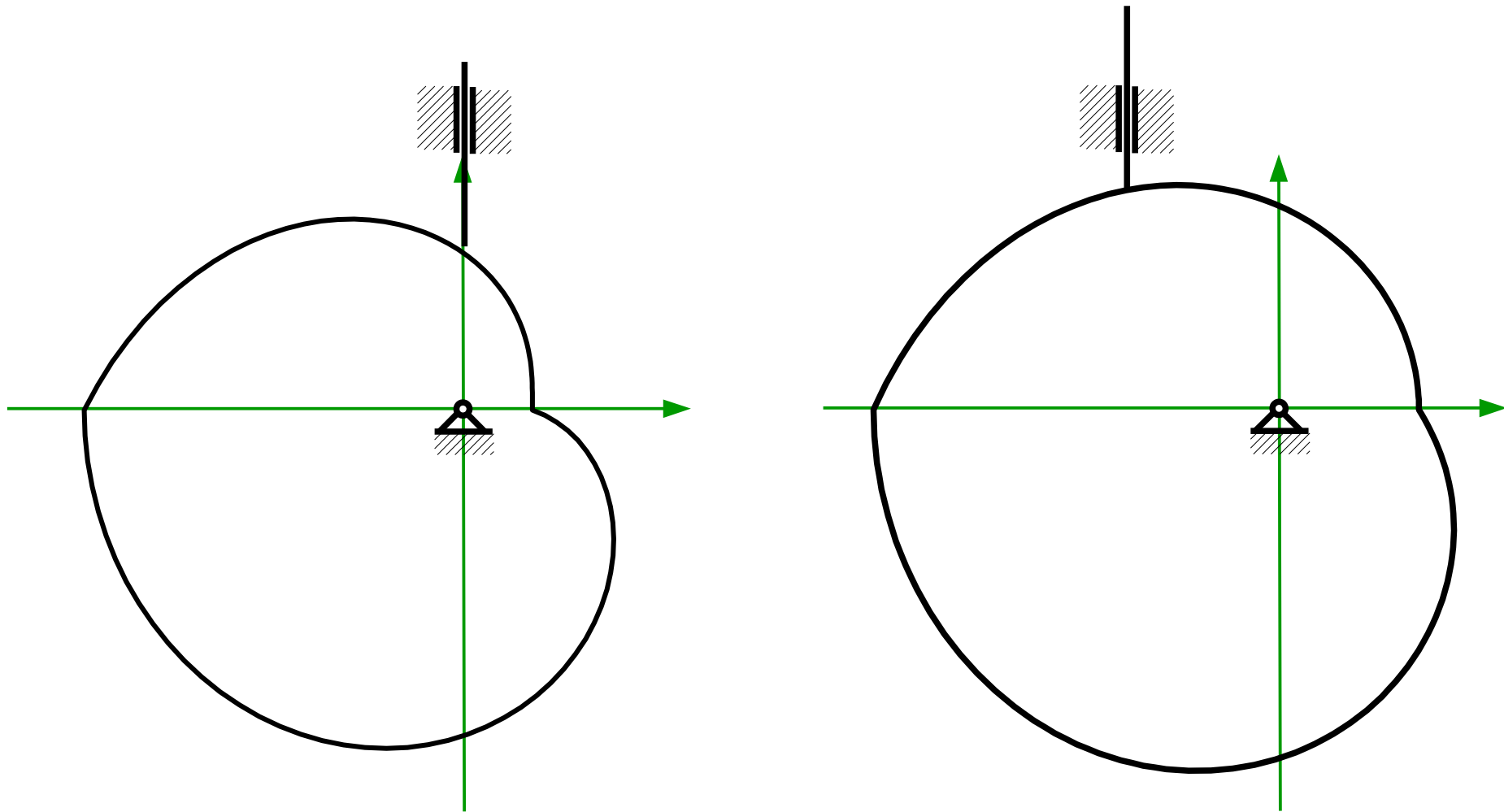
$$x(t) = \rho(t) \cos \omega t$$

$$y(t) = \rho(t) \sin \omega t$$



# Synteza mechanizmów krzywkowych

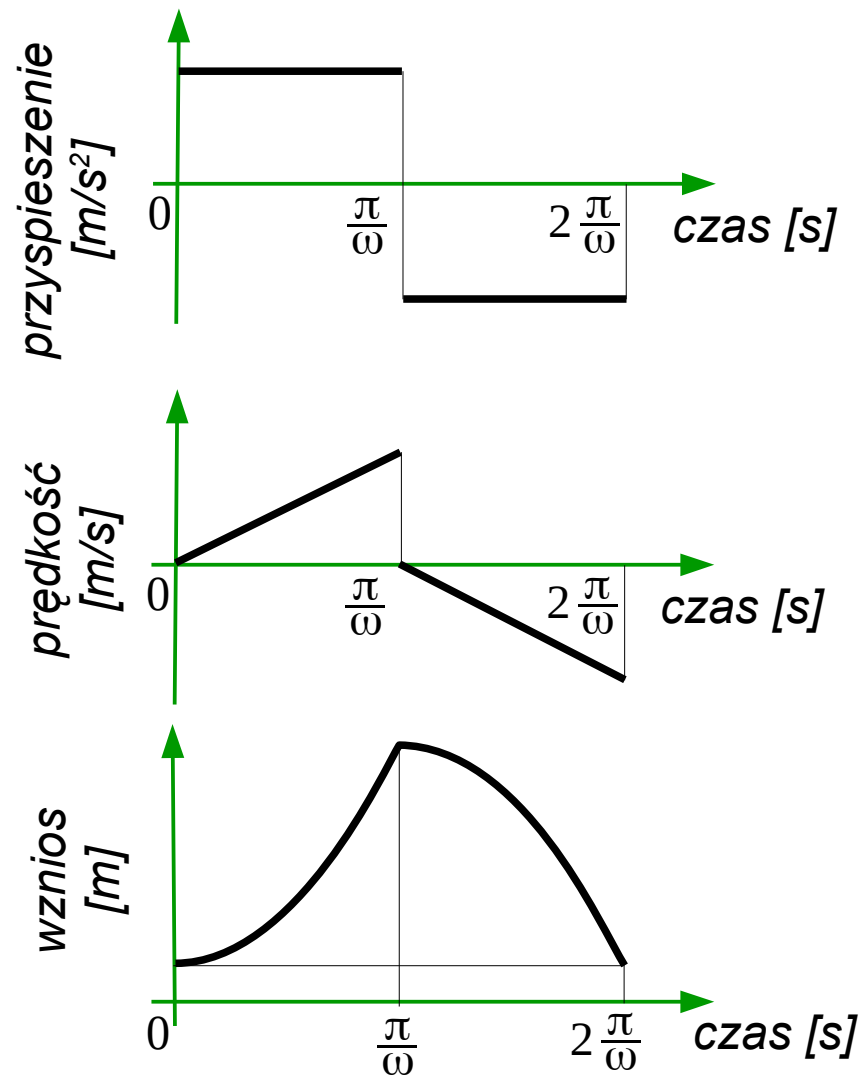
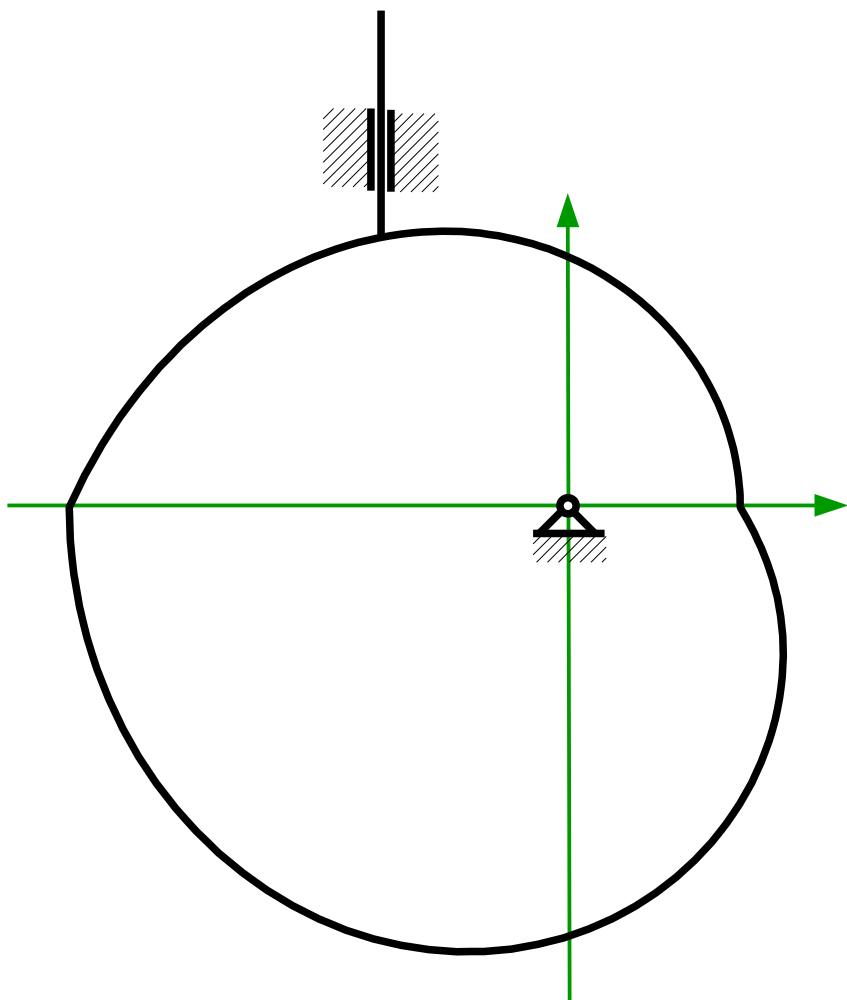
## Metoda analityczna – przykład



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład

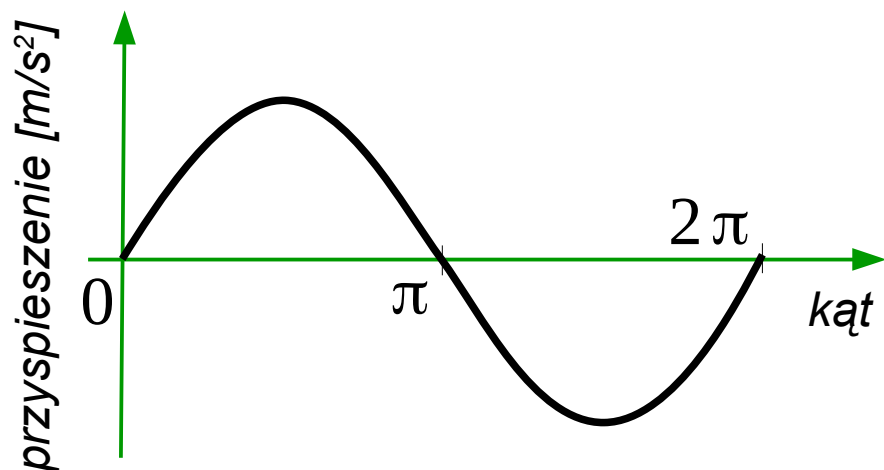
Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym niecentralnym aby uzyskać stałe przyspieszenie wznoszenia i opadania dla stałej prędkości kątowej krzywki.



# Synteza mechanizmów krzywkowych

## Metoda analityczna – przykład 2

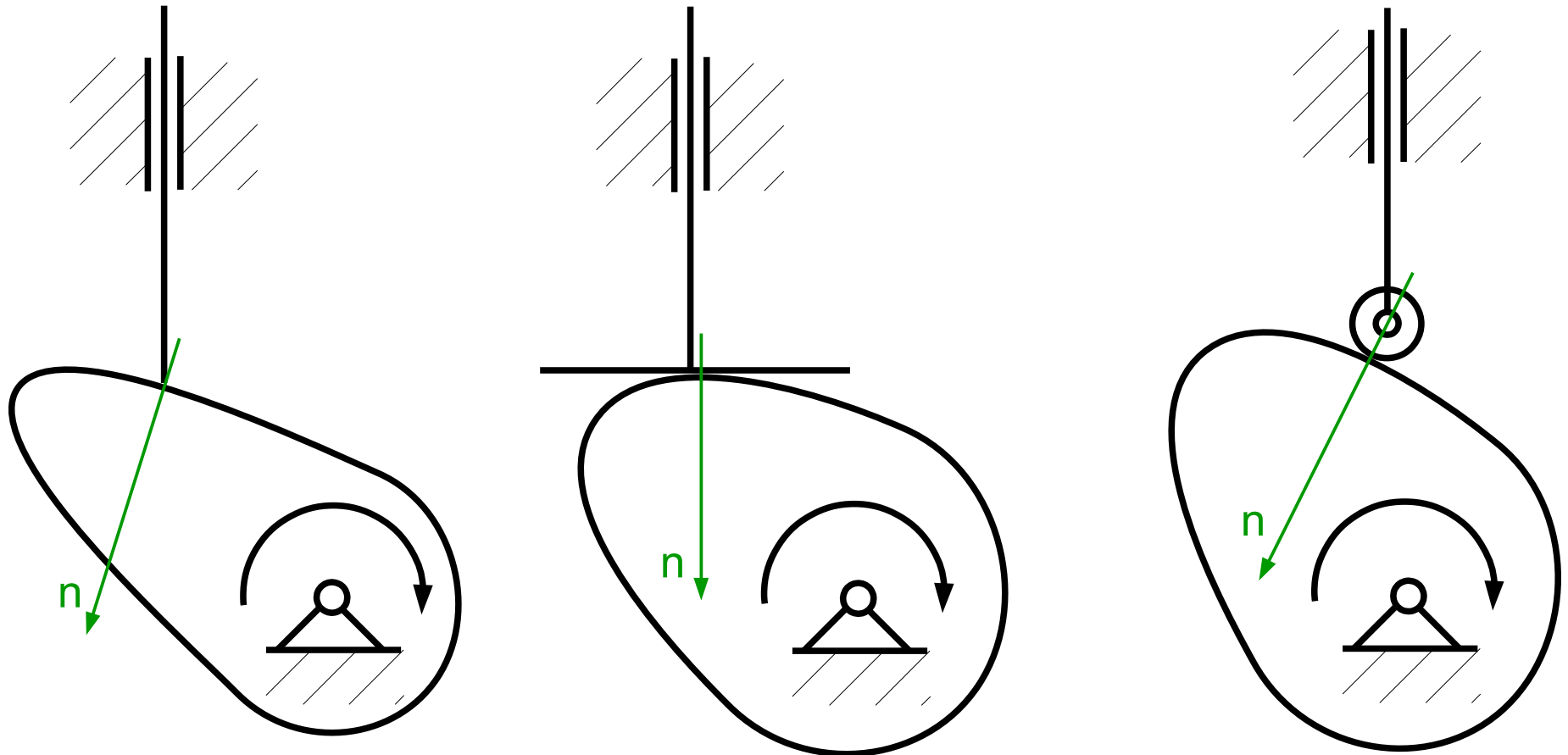
Dobrać zarys profilu krzywki współpracującej z popychaczem ostrzowym centralny aby uzyskać przyspieszenie o przebiegu sinusoidalnym przy stałej prędkości kątowej krzywki.



*do domu*

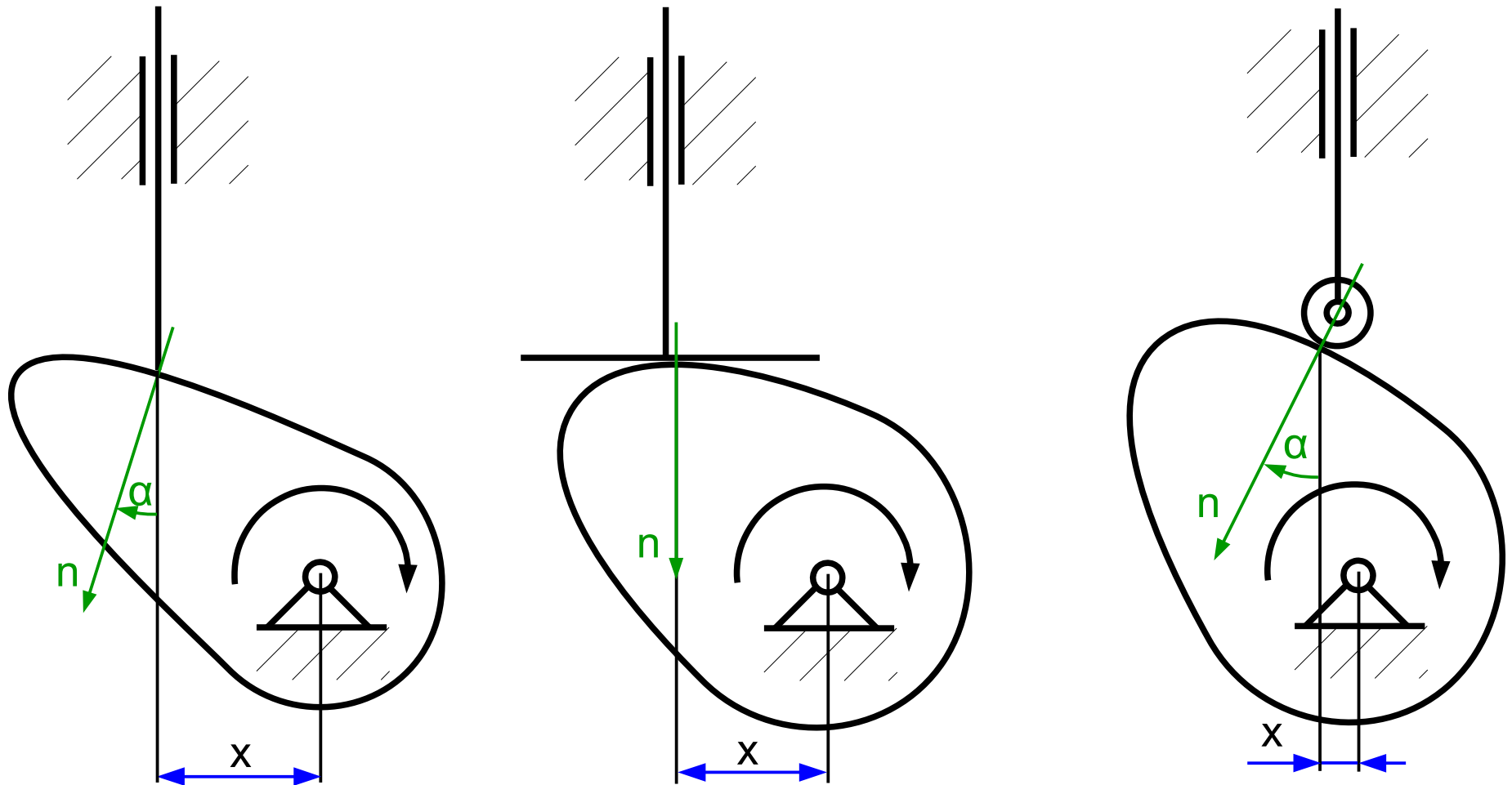
# Mechanizmy krzywkowe

## Kąt i odległość nacisku



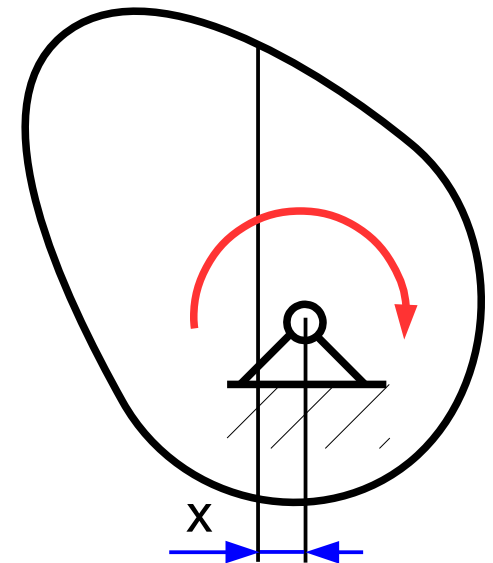
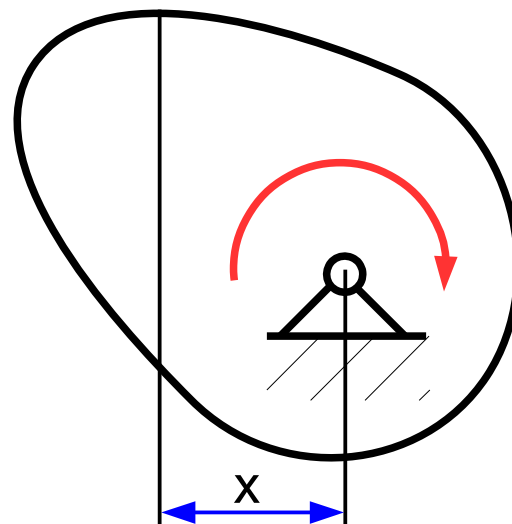
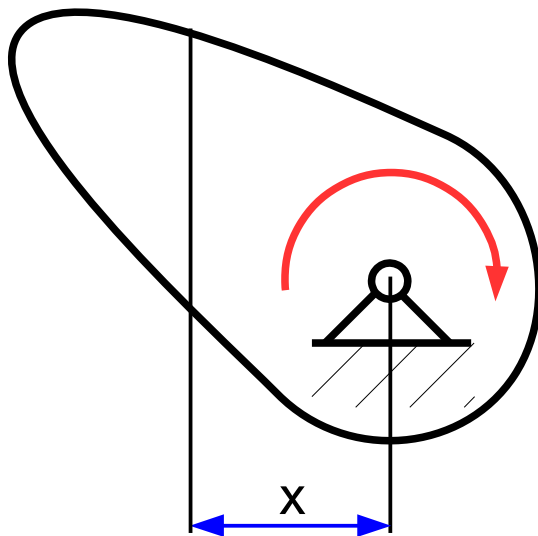
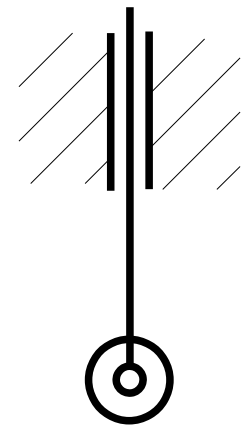
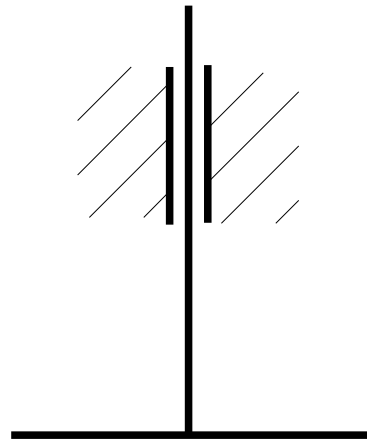
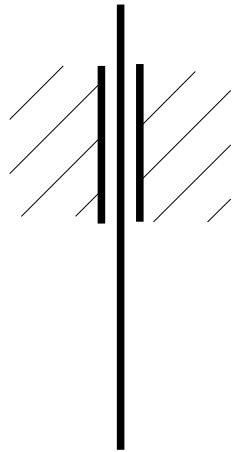
# Mechanizmy krzywkowe

## Kąt i odległość nacisku



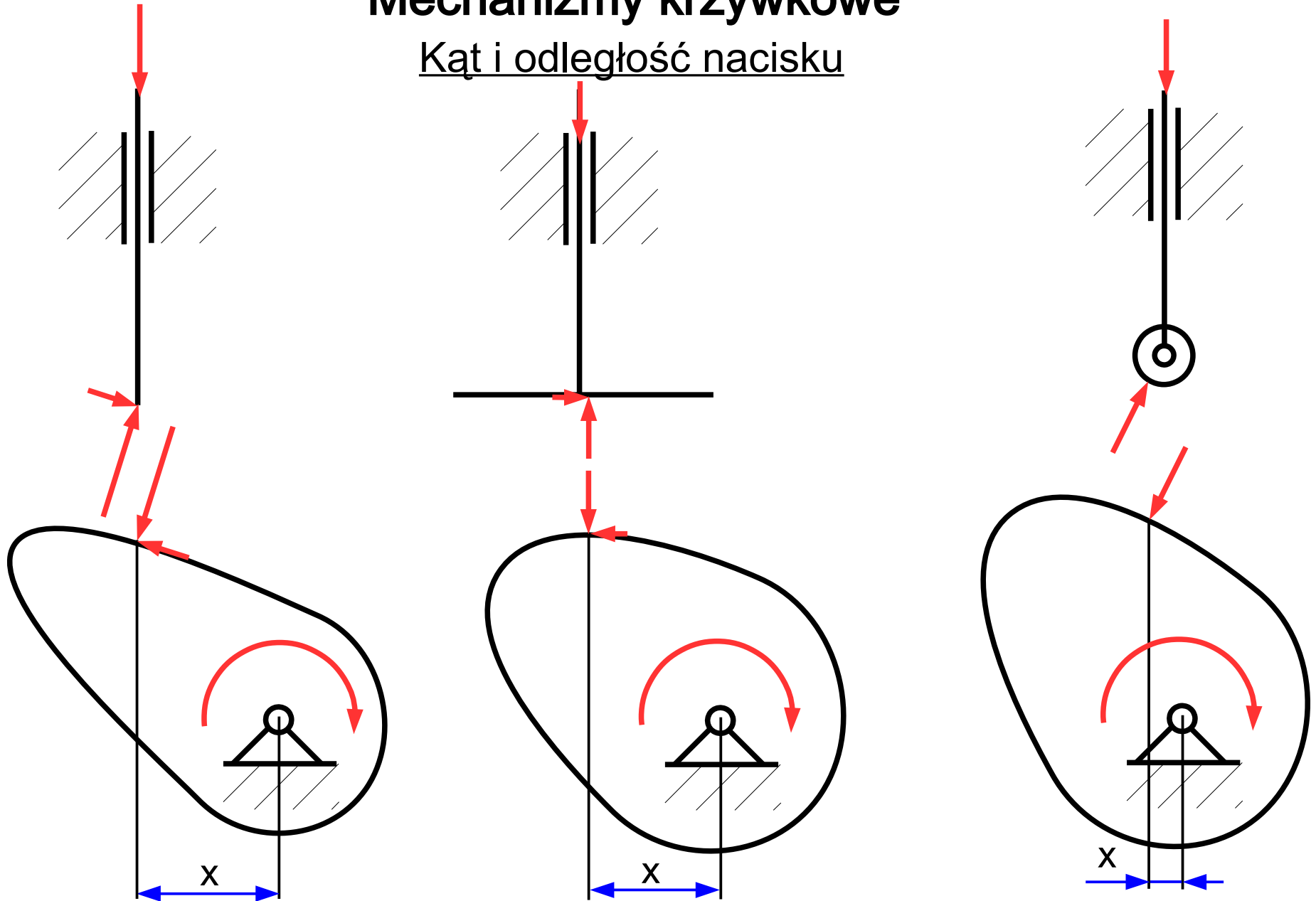
# Mechanizmy krzywkowe

## Kąt i odległość nacisku



# Mechanizmy krzywkowe

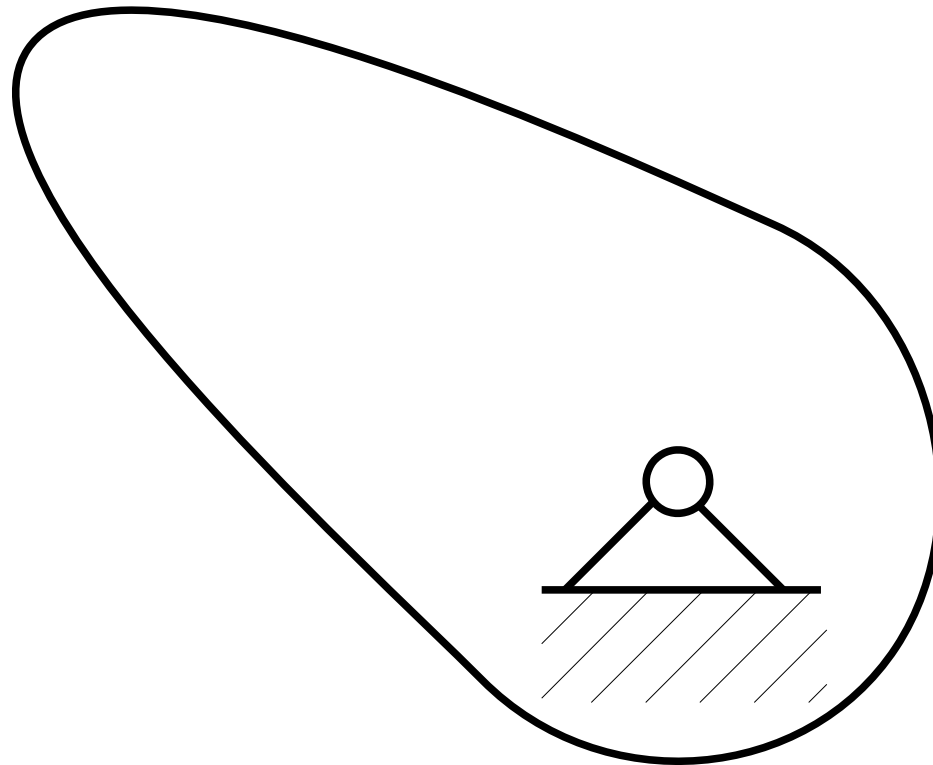
Kąt i odległość nacisku



# Mechanizmy krzywkowe

## Warunki ograniczające z warunków wytrzymałościowych

Warunek 1: minimalny promień krzywizny zarysu ze względu na wytrzymałość i odporność na zużycie.

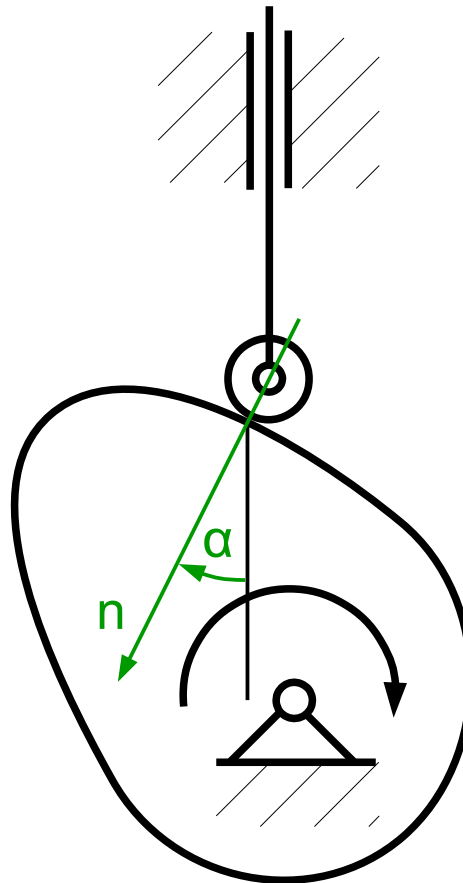




# Mechanizmy krzywkowe

## Warunki ograniczające z warunków wytrzymałościowych

Warunek 2: największy dopuszczalny kąt nacisku z warunku wytrzymałości na zginanie popychacza i nacisków maksymalnych w prowadnicy.

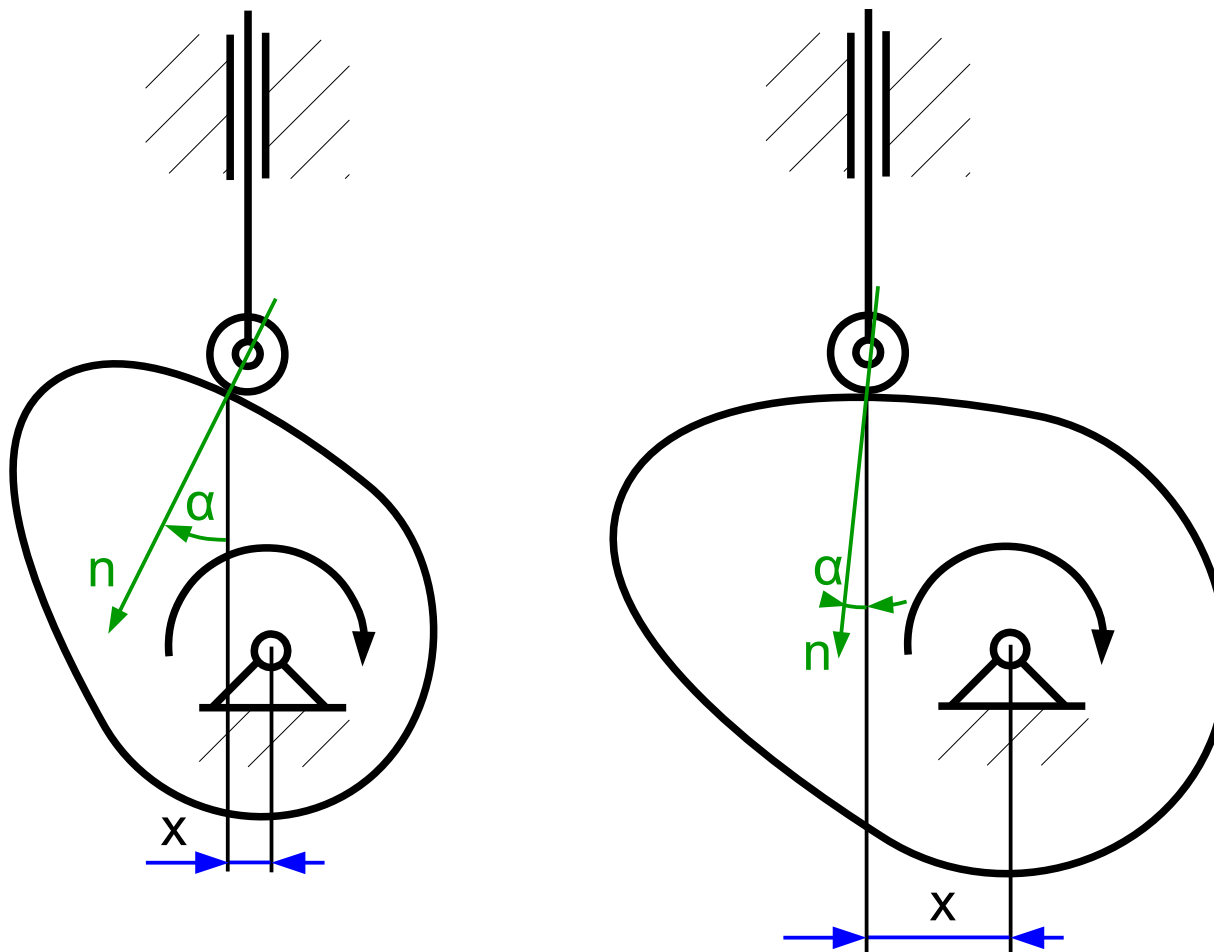


# Mechanizmy krzywkowe

## Warunki ograniczające z warunków wytrzymałościowych

Warunek 2: największy dopuszczalny kąt nacisku z warunku wytrzymałości na zginanie popychacza i nacisków maksymalnych w prowadnicy.

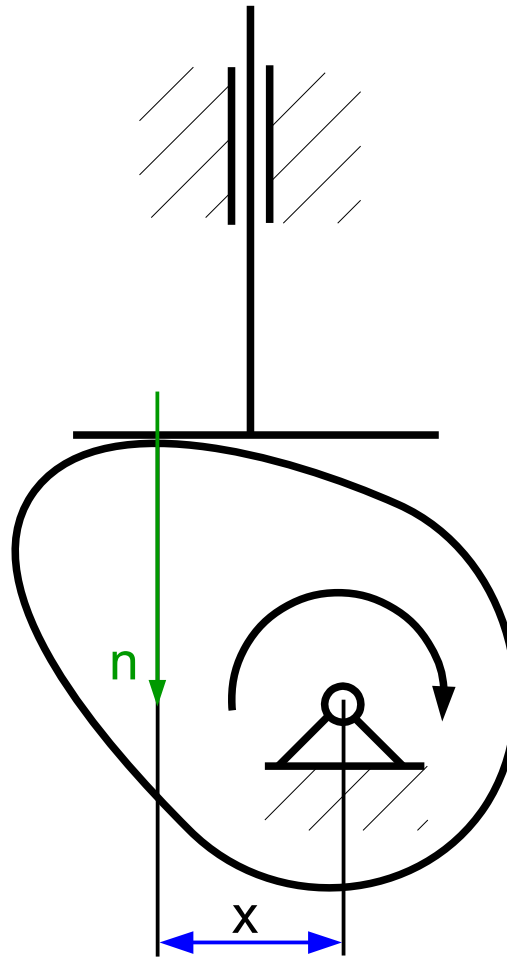
Uwaga: przesunięcie popychacza w kierunku przeciwnym do kierunku obrotu krzywki zmniejsza wartości kąta nacisku.



# Mechanizmy krzywkowe

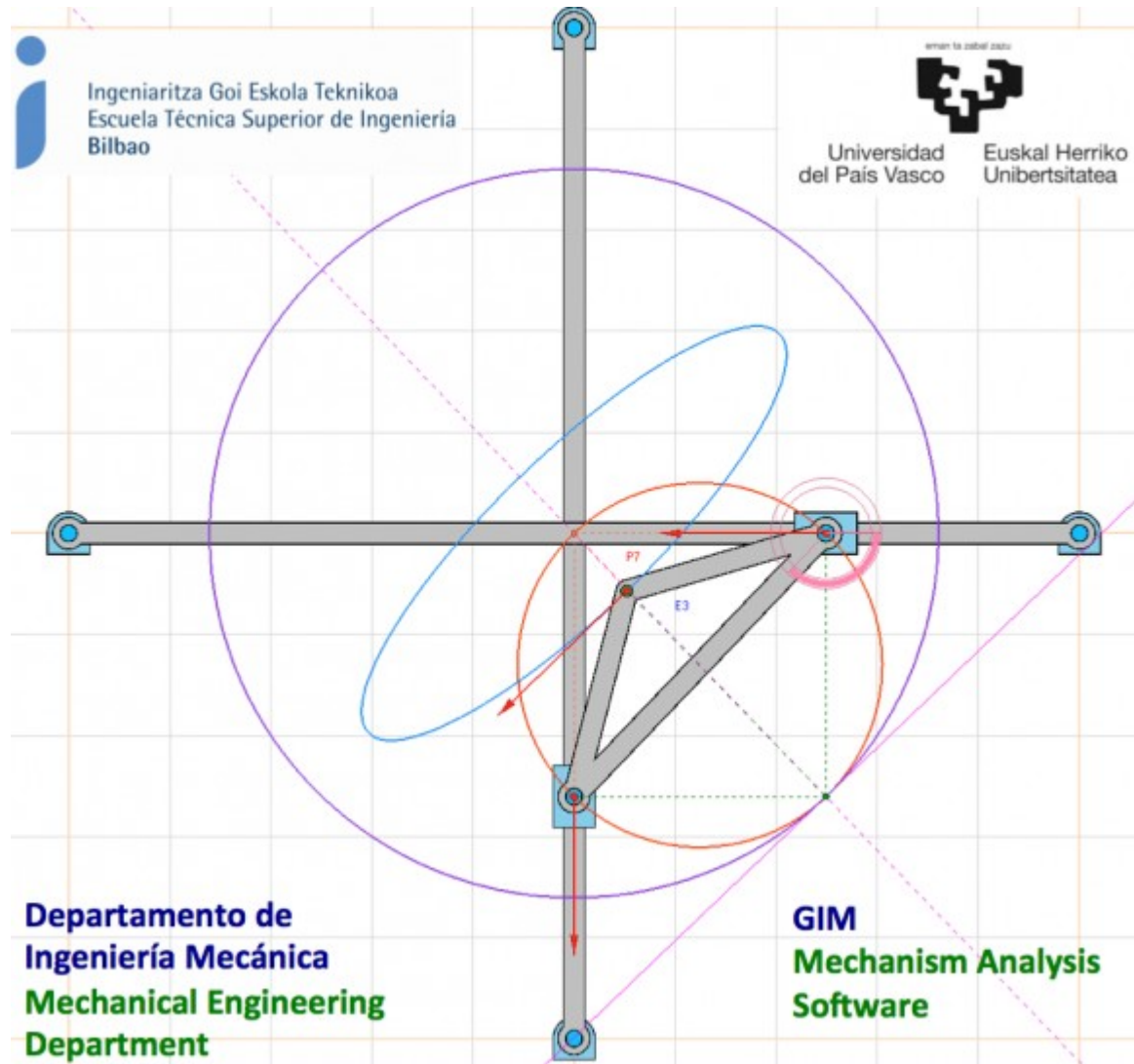
## Warunki ograniczające z warunków wytrzymałościowych

Warunek 3: największa dopuszczalna odległość nacisku (dla popychaczy talerzykowych) z warunku na zginanie trzonu popychacza.



# Mechanizmy

## Oprogramowanie



<http://www.ehu.eus/compmech/software/>

# Dynamika mechanizmów

# Dynamika mechanizmów

## Przegląd zagadnień

Opis mechanizmu płaskiego za pomocą brył sztywnych i punktów materialnych.

Wykreślne wyznaczanie sił i momentów sił bezwładności.

Reakcje w parach kinematycznych.

Siły napędzające i robocze.

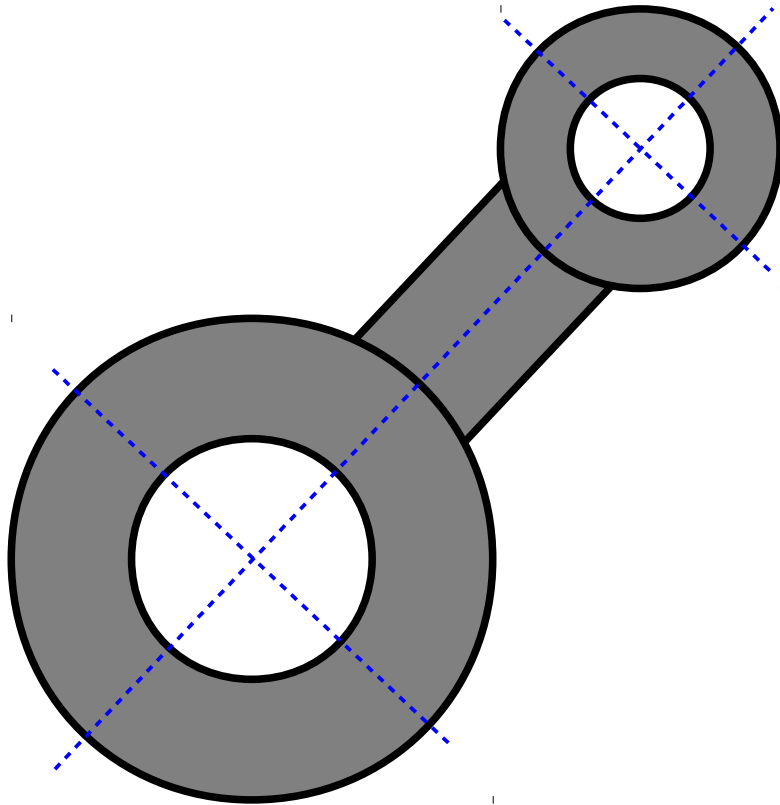
Pierwsze i drugie zadanie dynamiki mechanizmów.

Zastosowanie metod wykreślnych, analityczno-wykreślnych i analitycznych.

Tarcie w parach kinematycznych.

# Dynamika mechanizmów

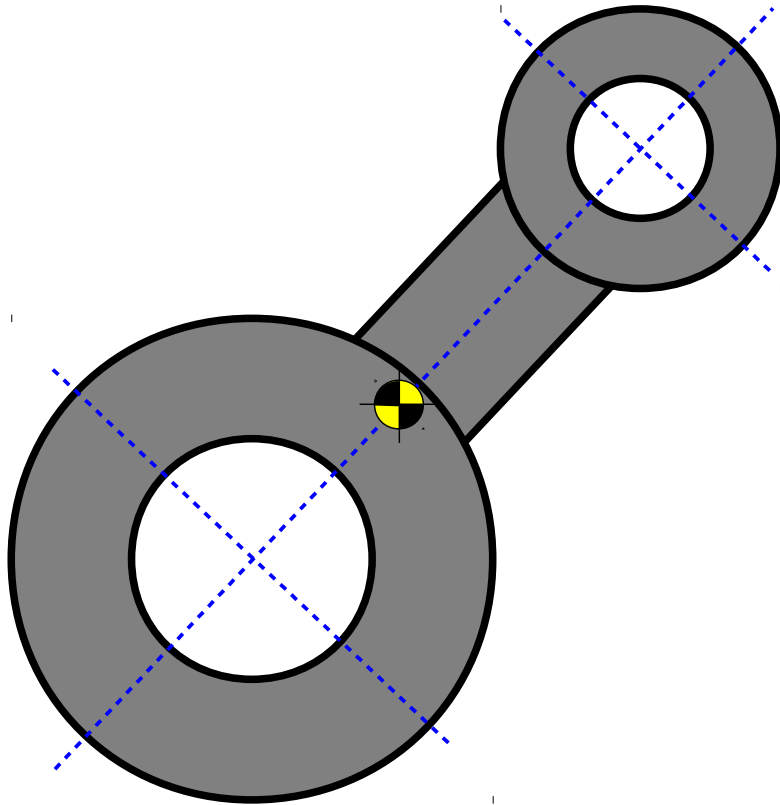
## Reprezentacja członów mechanizmu



Dla członu mechanizmu płaskiego  
jako bryły sztywnej podajemy:

# Dynamika mechanizmów

## Reprezentacja członów mechanizmu



Dla członu mechanizmu płaskiego  
jako bryły sztywnej podajemy:

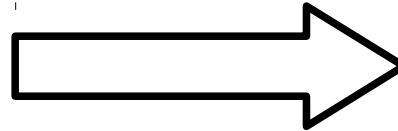
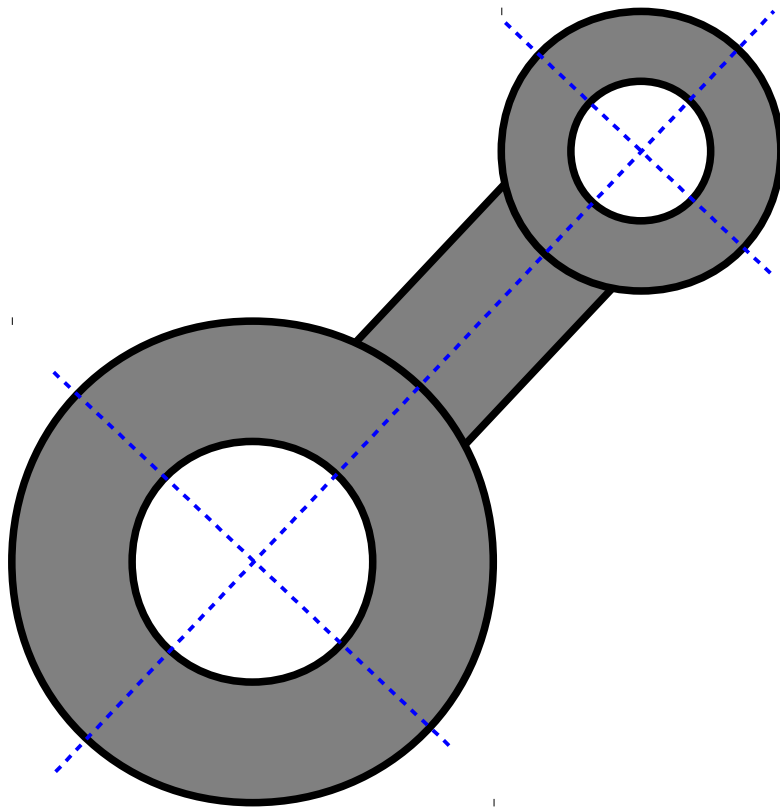
- masa
- położenie środka masy
- masowy moment bezwładności względem osi prostopadłej do płaszczyzny ruchu i przechodzącej przez środek masy
- położenie punktów łączenia w pary kinematyczne



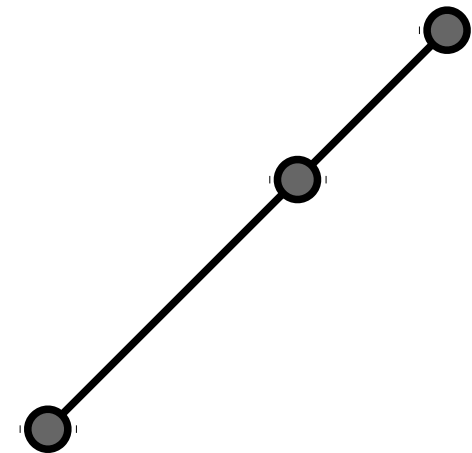
# Dynamika mechanizmów

## Reprezentacja członów mechanizmu

### Metoda mas skupionych



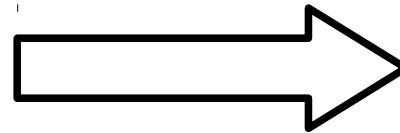
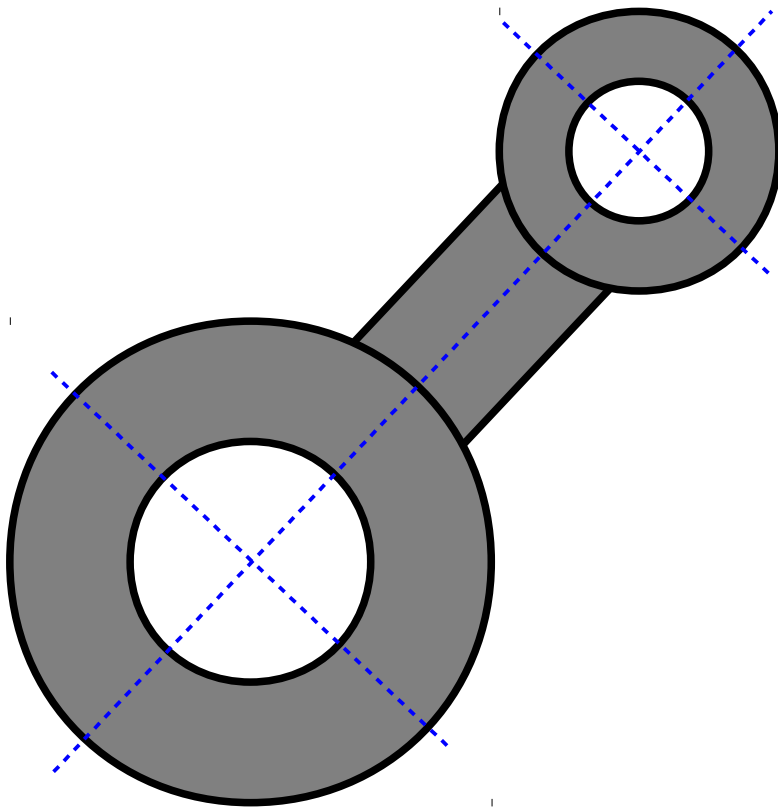
układ punktów materialnych



# Dynamika mechanizmów

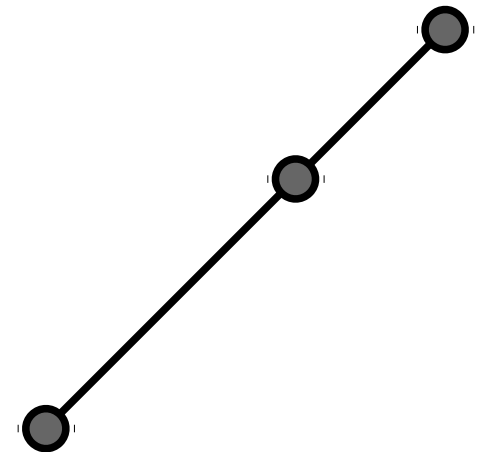
## Reprezentacja członów mechanizmu

### Metoda mas skupionych



- równość mas
- położenie środka masy
- równość momentów bezwładności

układ punktów materialnych



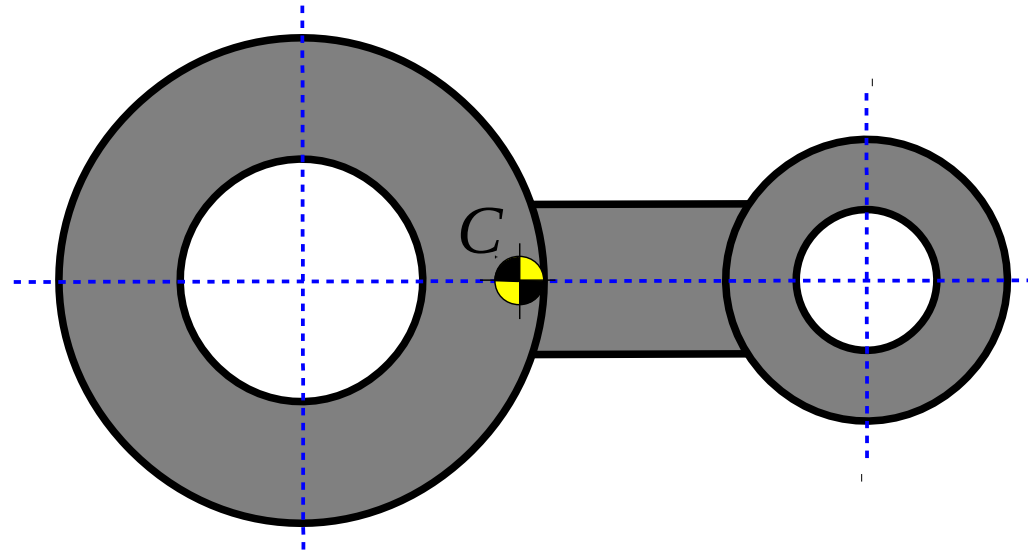
# Dynamika mechanizmów

## Reprezentacja członów mechanizmu

### Metoda mas skupionych - przykład

Dane:

Geometria, masa  $m$ ,  
położenie środka masy  
(pkt. C) i moment  
bezwładności  $I_C$



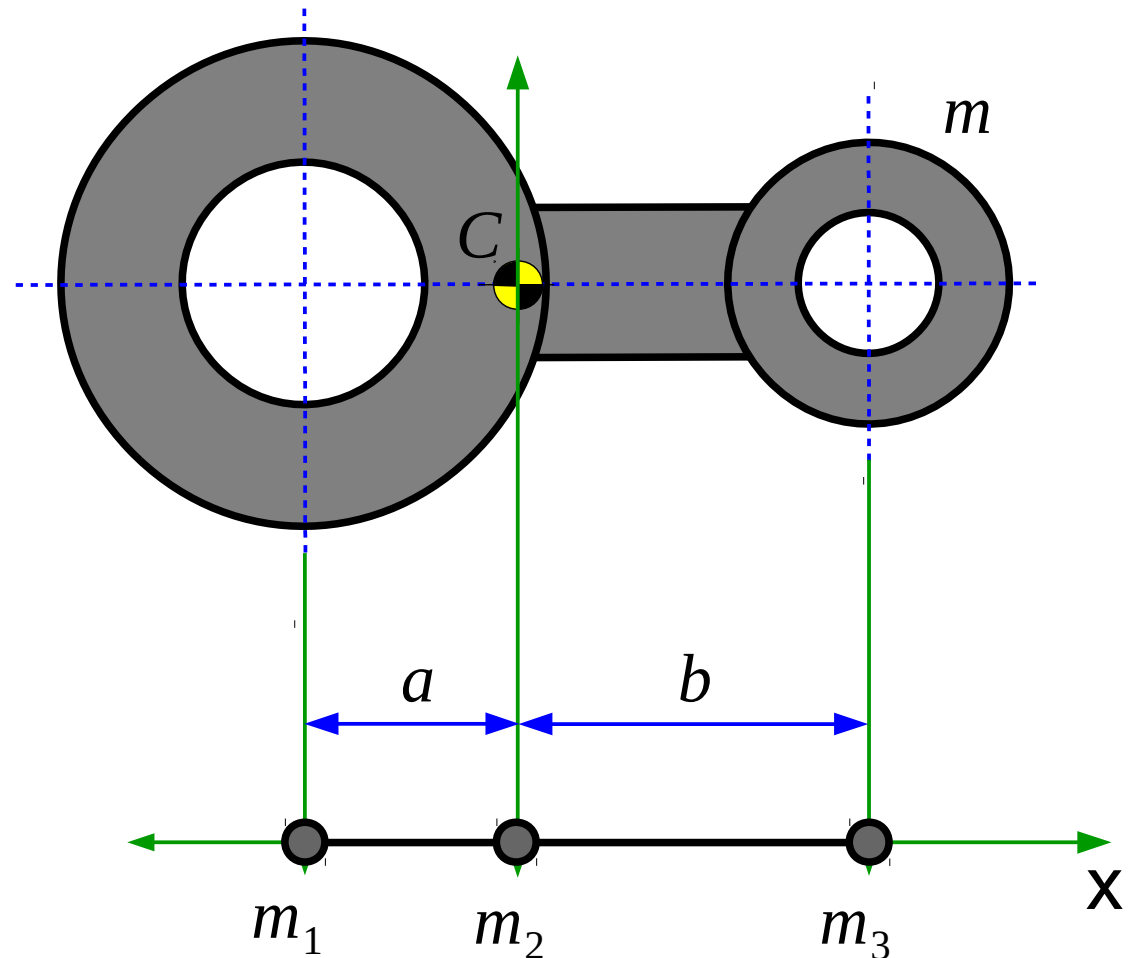
# Dynamika mechanizmów

## Reprezentacja członów mechanizmu

### Metoda mas skupionych - przykład

Dane:

Geometria, masa  $m$ ,  
położenie środka masy  
(pkt. C) i moment  
bezładności  $I_C$



# Dynamika mechanizmów

## Reprezentacja członów mechanizmu

### Metoda mas skupionych - przykład

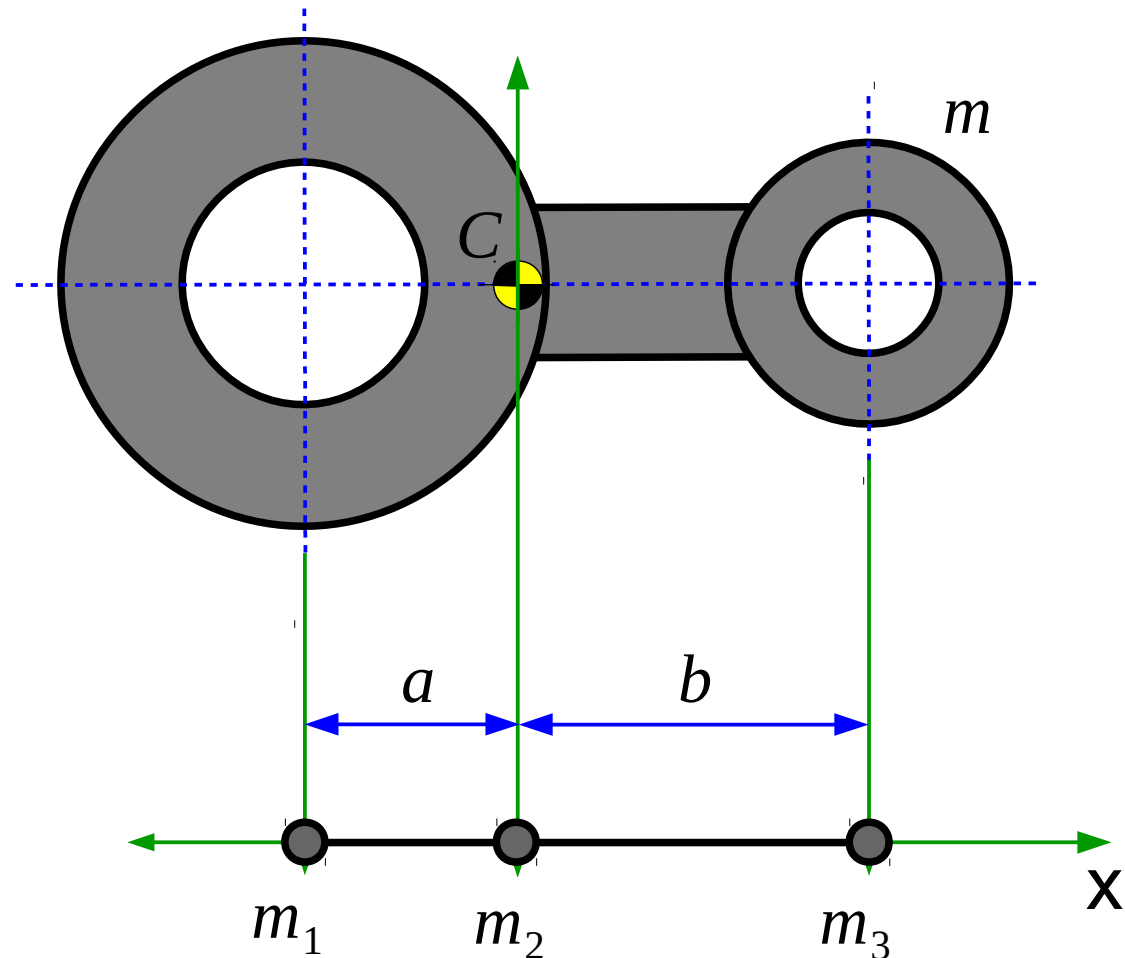
Dane:

Geometria, masa  $m$ ,  
położenie środka masy  
(pkt. C) i moment  
bezwładności  $I_C$

$$m_1 + m_2 + m_3 = m$$

$$x_C = \frac{-a m_1 + b m_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 0$$

$$m_1 a^2 + m_3 b^2 = I_C$$



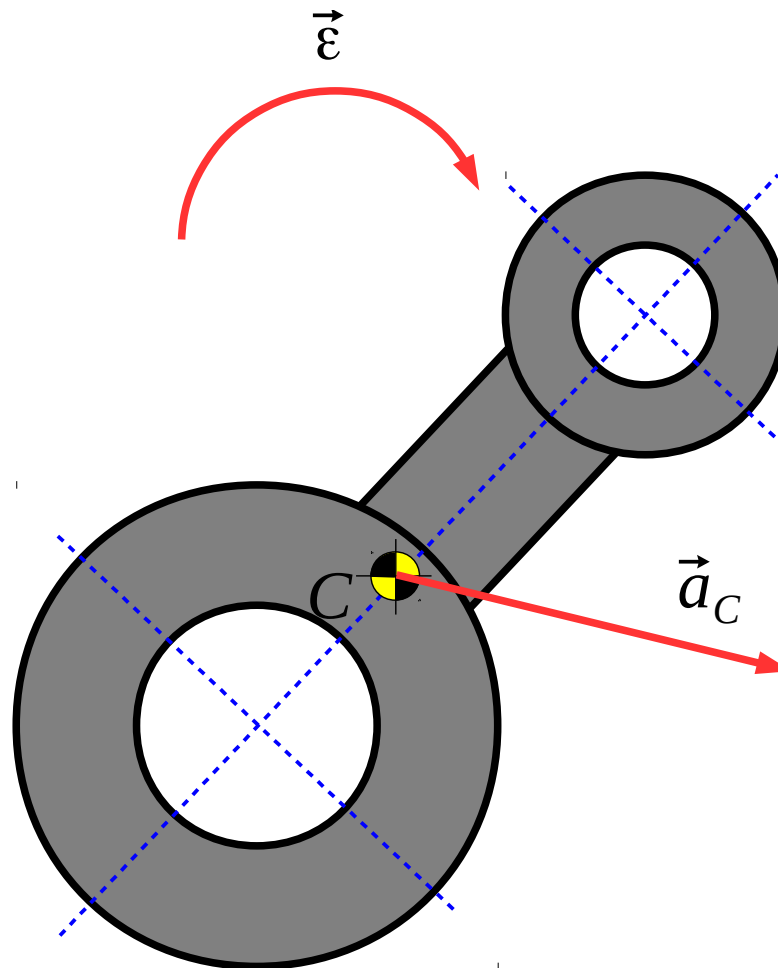
# Dynamika mechanizmów

## Siły i momenty sił bezwładności

Dane:

$\vec{\varepsilon}$   $\vec{a}_C$

z planu przyspieszeń

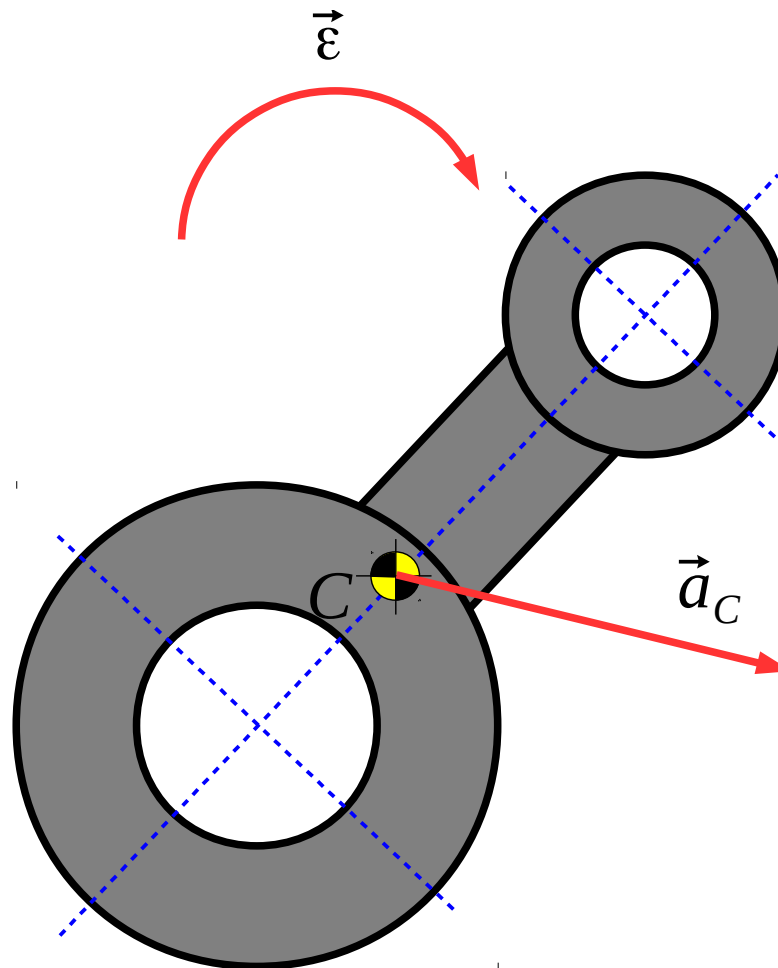


# Dynamika mechanizmów

## Siły i momenty sił bezwładności

Dane:

$\vec{\varepsilon}$   $\vec{a}_C$   
z planu przyspieszeń



siła bezwładności

$$\vec{B}_C = -m \vec{a}_C$$

Moment od sił bezwładności

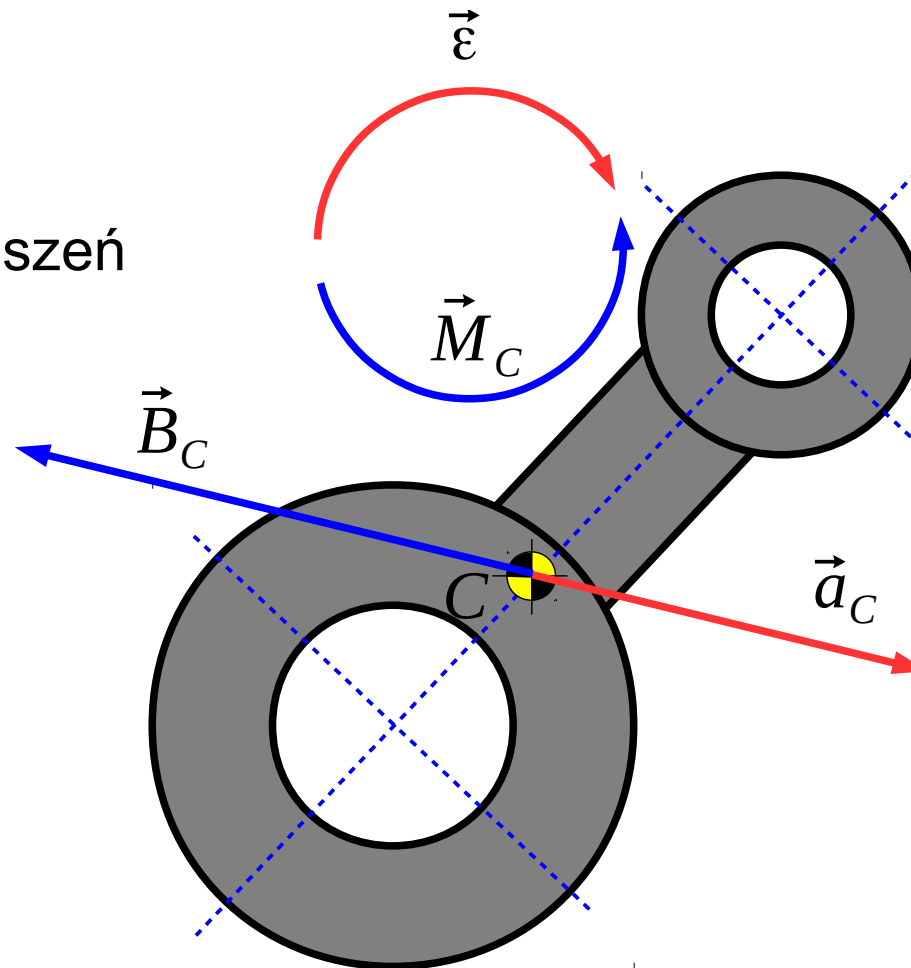
$$\vec{M}_C = -I_C \vec{\varepsilon}$$

# Dynamika mechanizmów

## Siły i momenty sił bezwładności

Dane:

z planu przyspieszeń



siła bezwładności

$$\vec{B}_C = -m \vec{a}_C$$

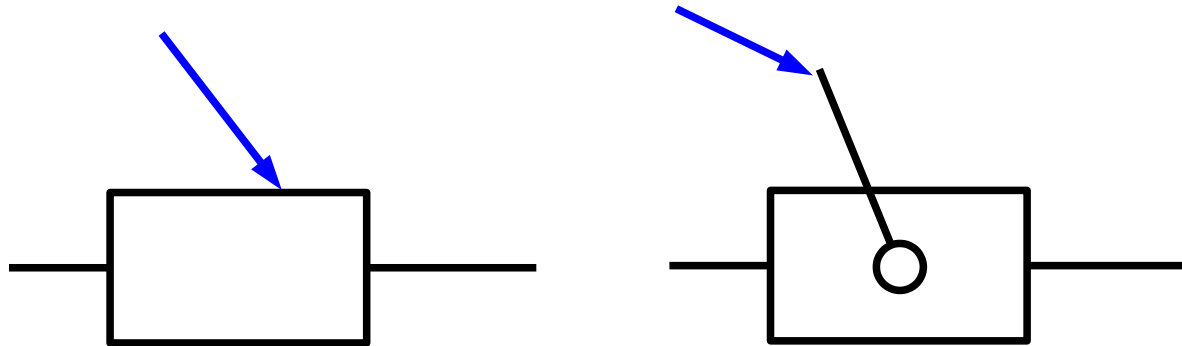
Moment od sił bezwładności

$$\vec{M}_C = -I_C \vec{\varepsilon}$$



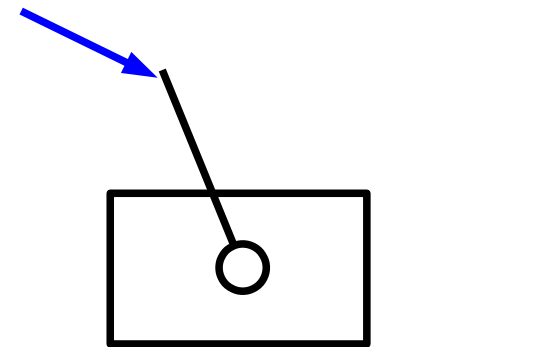
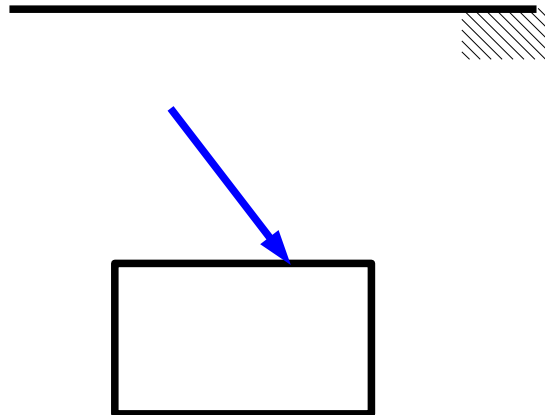
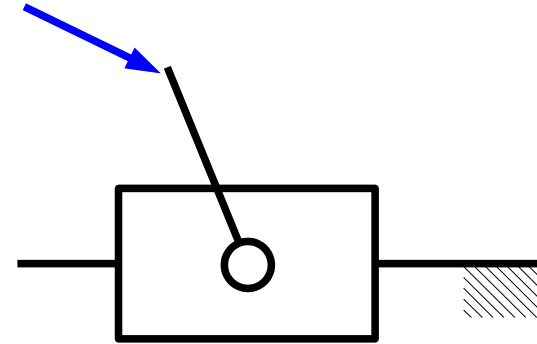
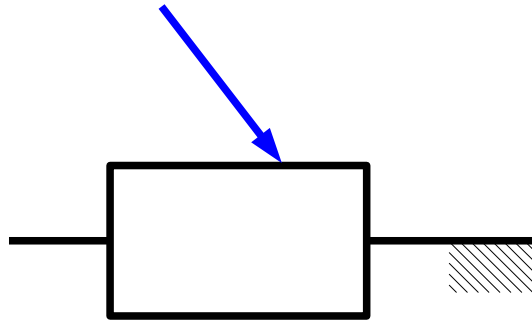
# Dynamika mechanizmów

## Reakcje w parach kinematycznych (bez tarcia)



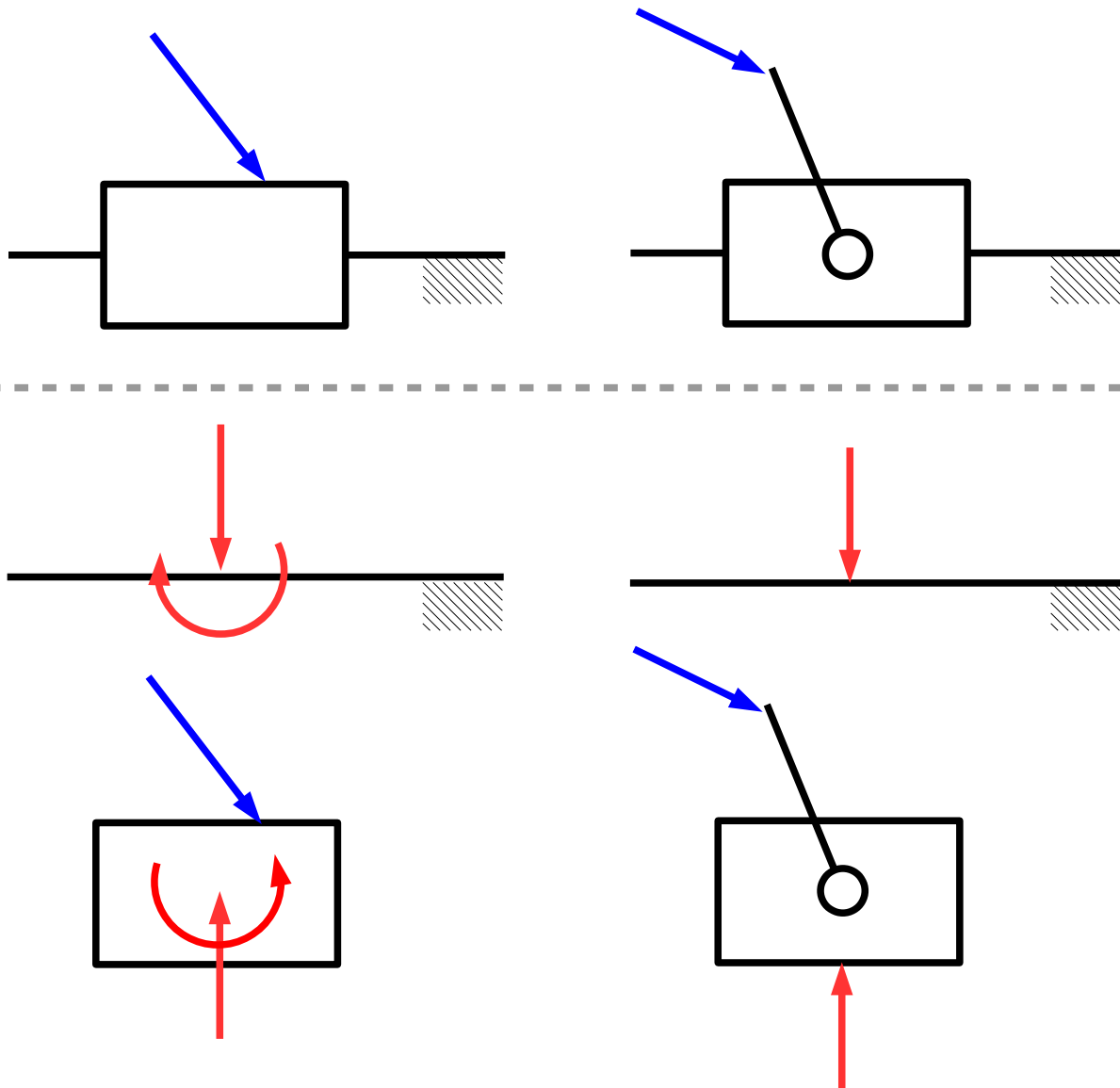
# Dynamika mechanizmów

## Reakcje w parach kinematycznych (bez tarcia)



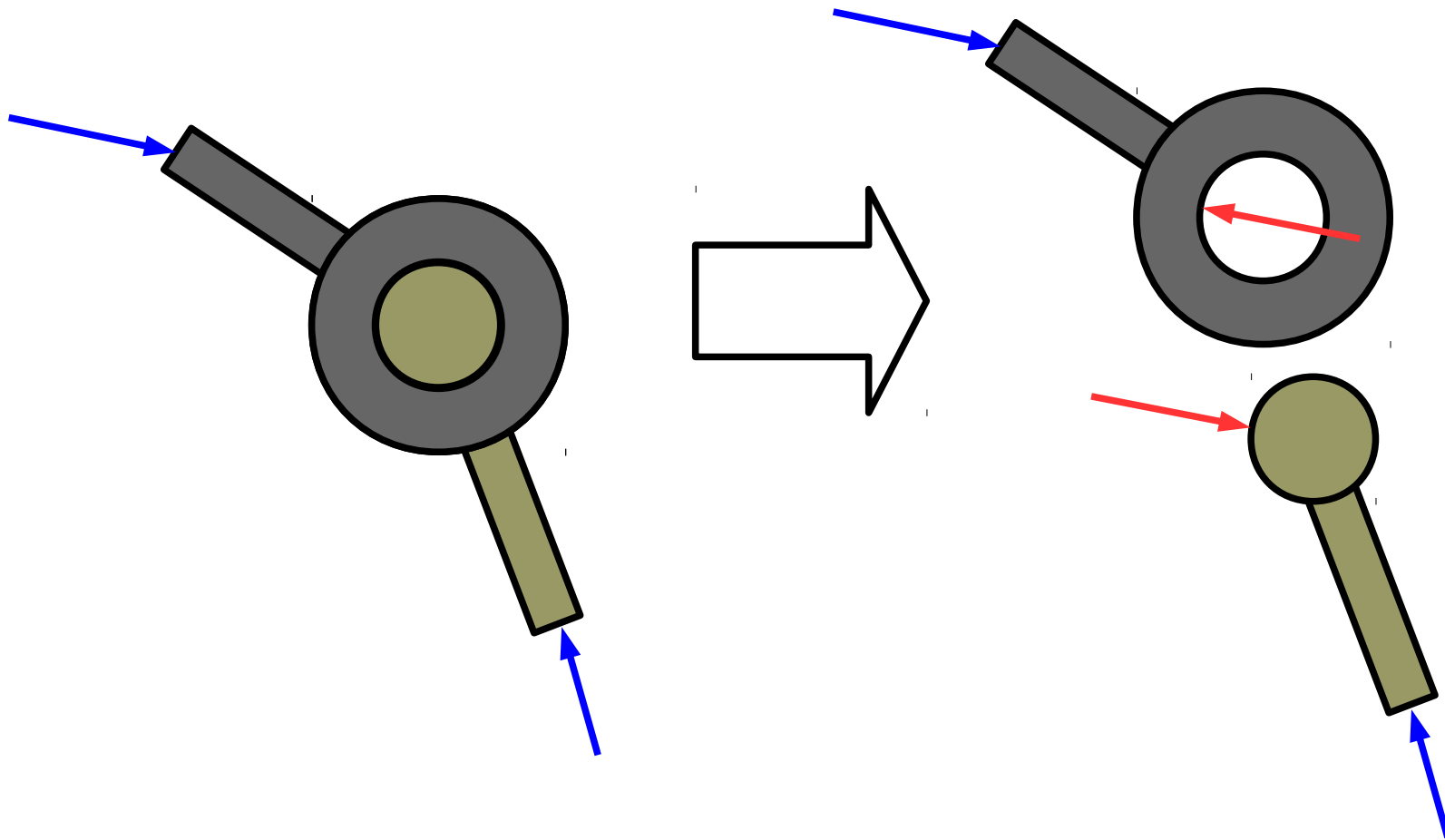
# Dynamika mechanizmów

## Reakcje w parach kinematycznych (bez tarcia)



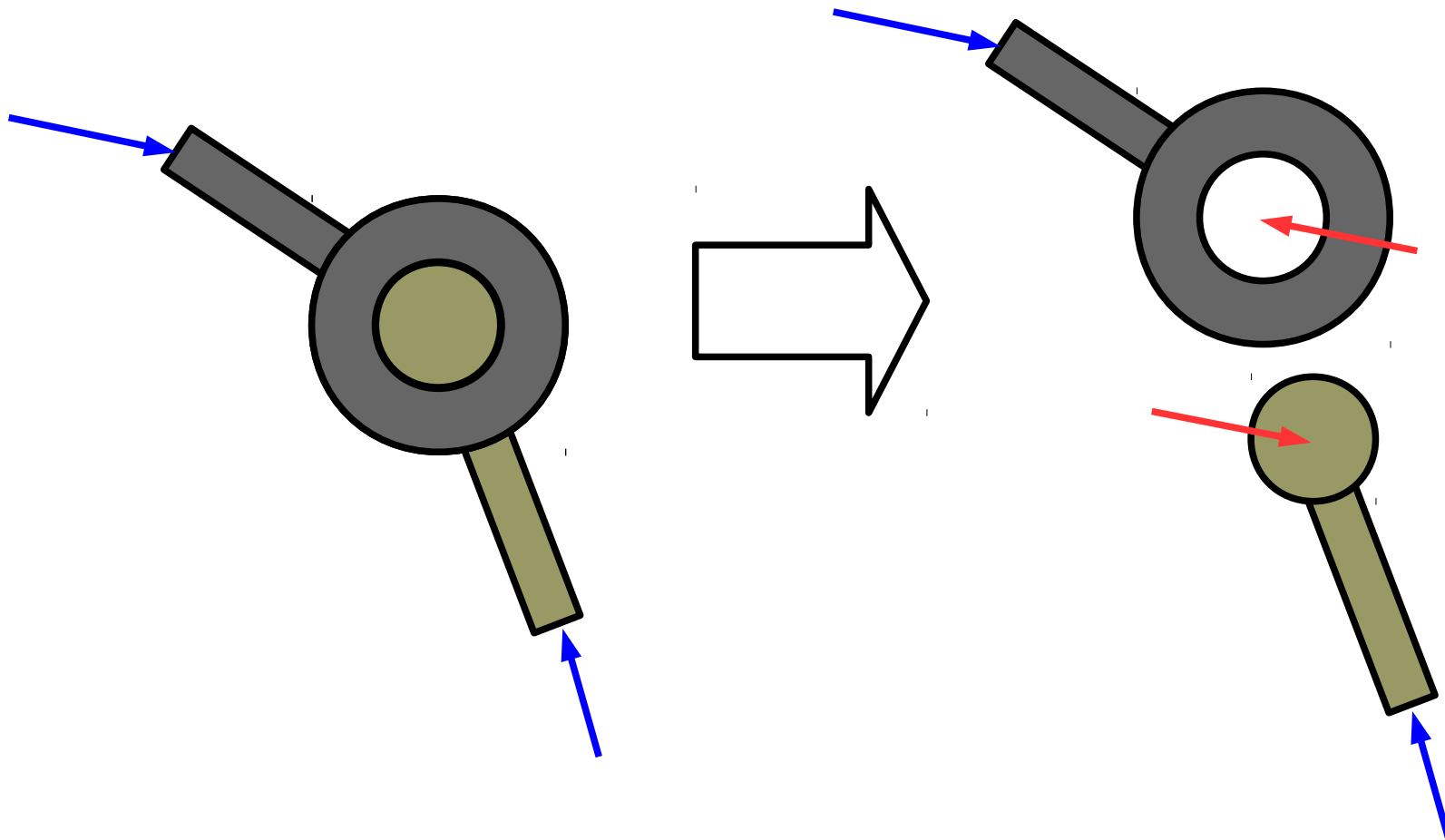
# Dynamika mechanizmów

## Reakcje w parach kinematycznych (bez tarcia)



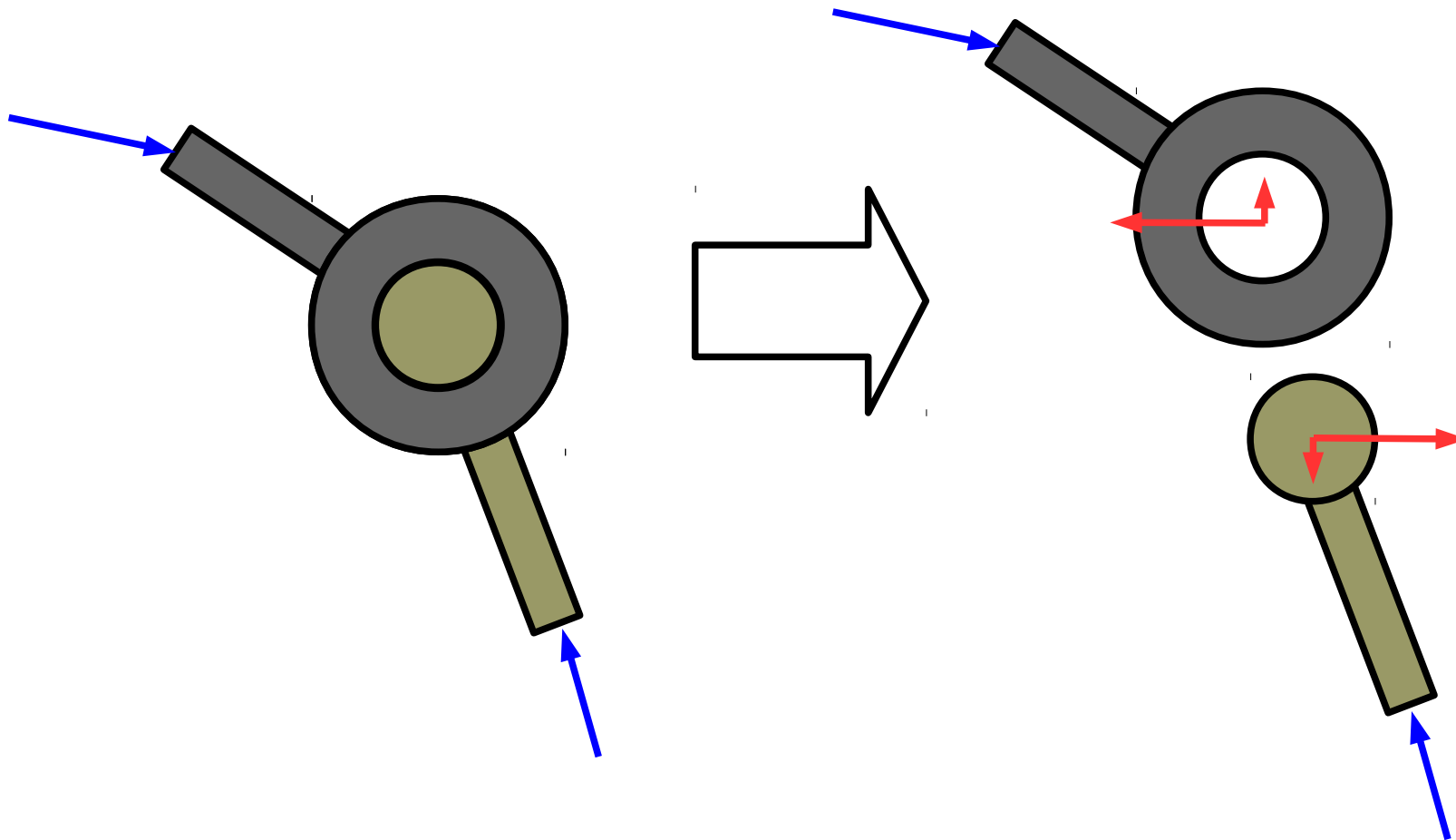
# Dynamika mechanizmów

## Reakcje w parach kinematycznych (bez tarcia)



# Dynamika mechanizmów

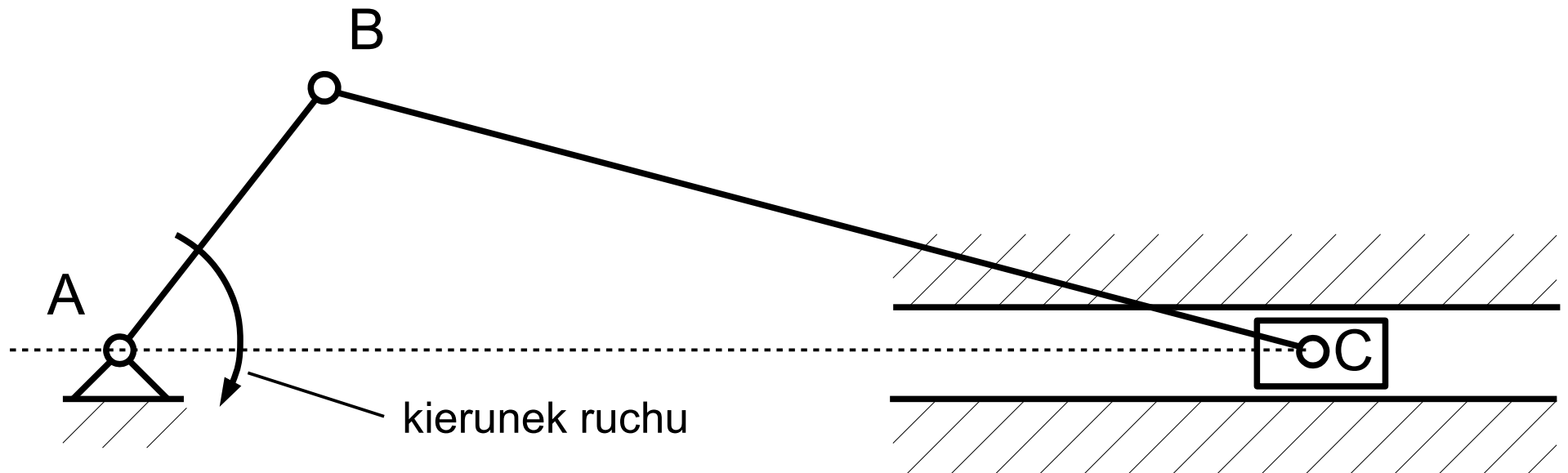
## Reakcje w parach kinematycznych (bez tarcia)



# Dynamika mechanizmów

## Siły napędzające i robocze

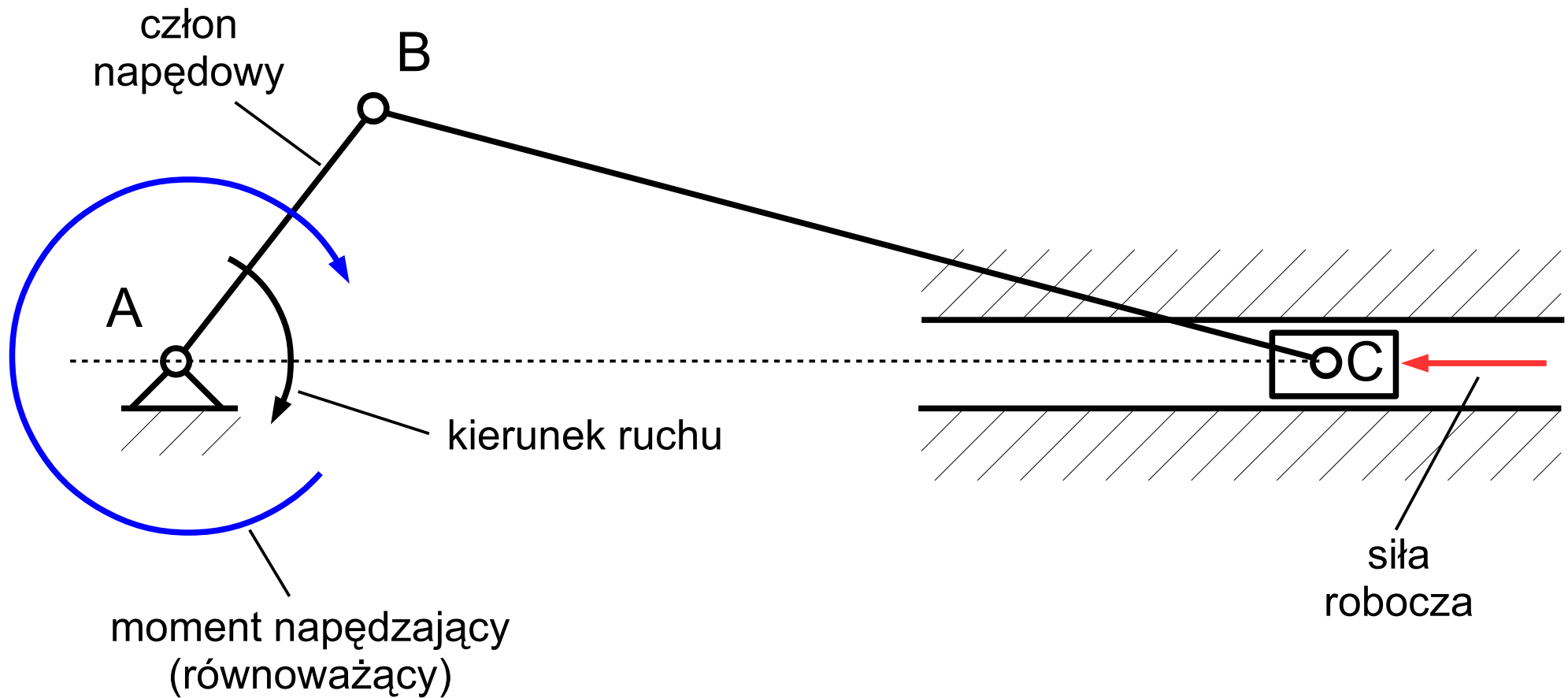
### Przykład – sprężarka



# Dynamika mechanizmów

## Siły napędzające i robocze

### Przykład – sprężarka

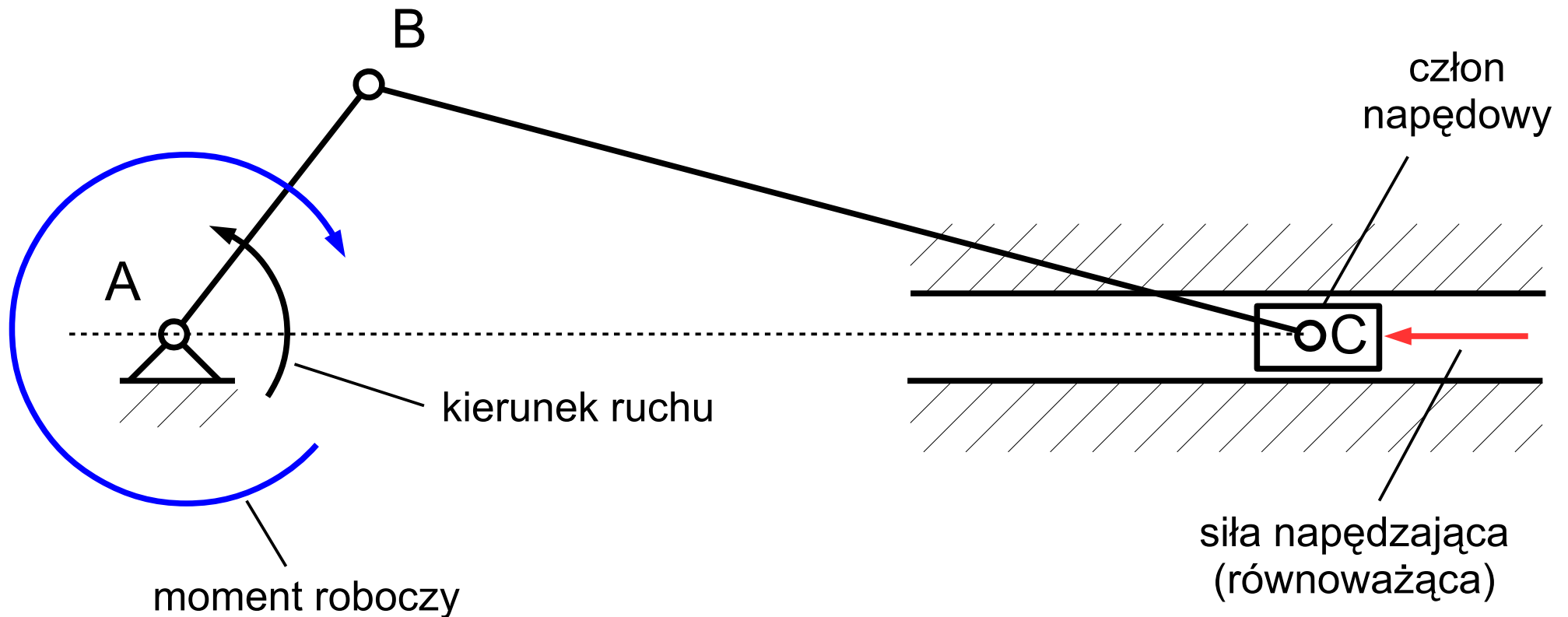




# Dynamika mechanizmów

## Siły napędzające i robocze

### Przykład – silnik



# Dynamika mechanizmów

Pierwsze zadanie dynamiki – wyznaczenie sił i momentów sił działających na mechanizm wywołujących zadany ruch mechanizmu.

Drugie zadanie dynamiki – wyznaczenie ruchu mechanizmu pod wpływem sił i momentów zewnętrznych.

# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki

Wyznaczenie sił i momentów sił działających na mechanizm wywołujących zadany ruch mechanizmu – KINETOSTATYKA MECHANIZMÓW.

0. Zaprojektowanie mechanizmu do wykonywania konkretnego zadania. Ustalenie napędu i sprawdzenie zgodności z założeniami przebiegu przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń.

1. W oparciu o wyznaczone przyspieszenia wyznaczyć siły bezwładności działające na człony ruchome mechanizmu w wybranym położeniu mechanizmu.

2. Dokonać rozkładu mechanizmu na podukłady ujawniając reakcje w połączeniach.

3. Zapisać równania d'Alemberta dla podukładów mechanizmu (dla ruchu postępowego i obrotowego).

4. Rozwiązać powstałe równania metodą graficzną, analityczną lub mieszaną.

# Dynamika mechanizmów

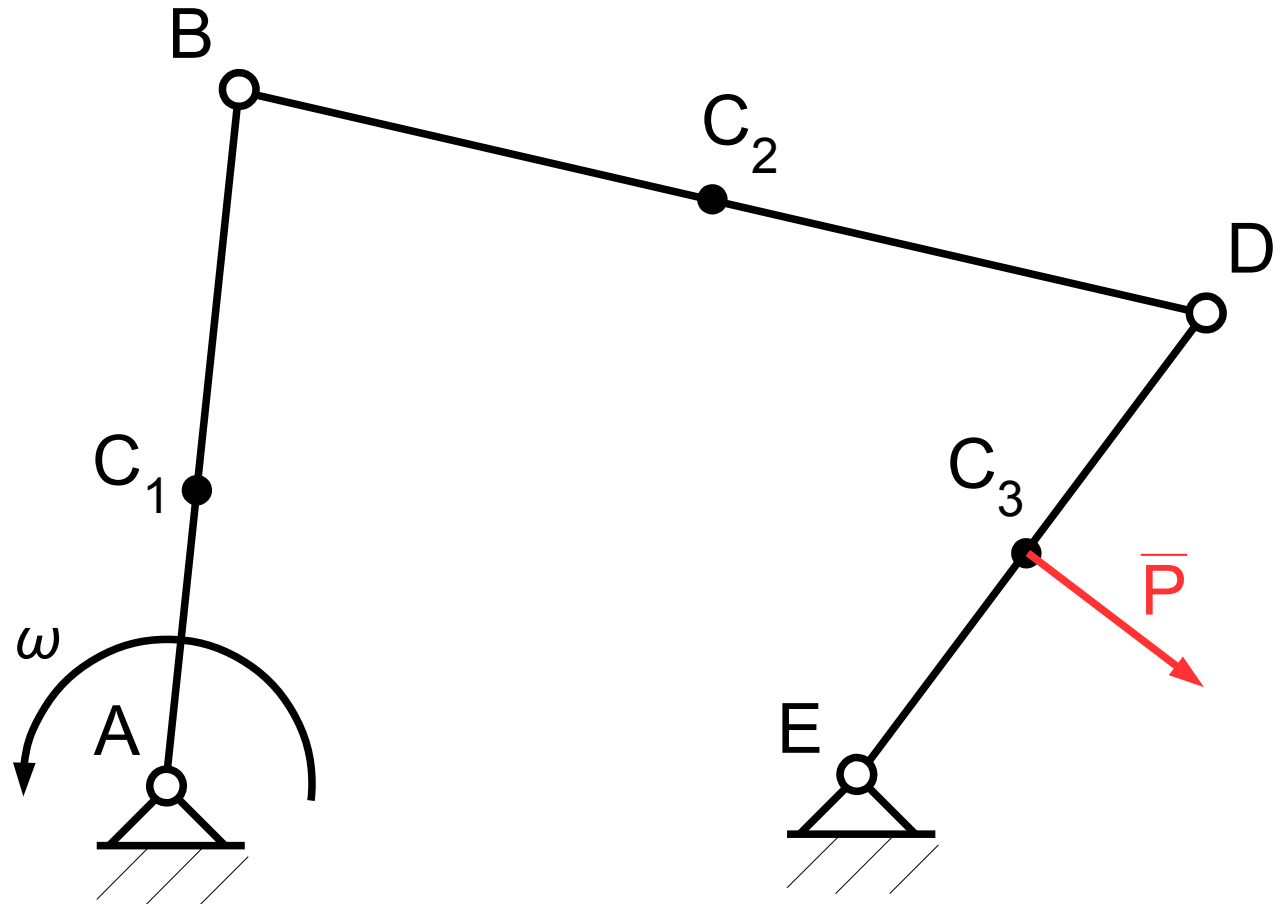
## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

### Dane:

Geometria, masy, położenia środków mas i momenty bezwładności członów mechanizmu. Zadana stała prędkość kątowa członu napędowego  $\omega$  oraz wektor siły roboczej  $\bar{P}$  w danym położeniu mechanizmu.

### Szukane:

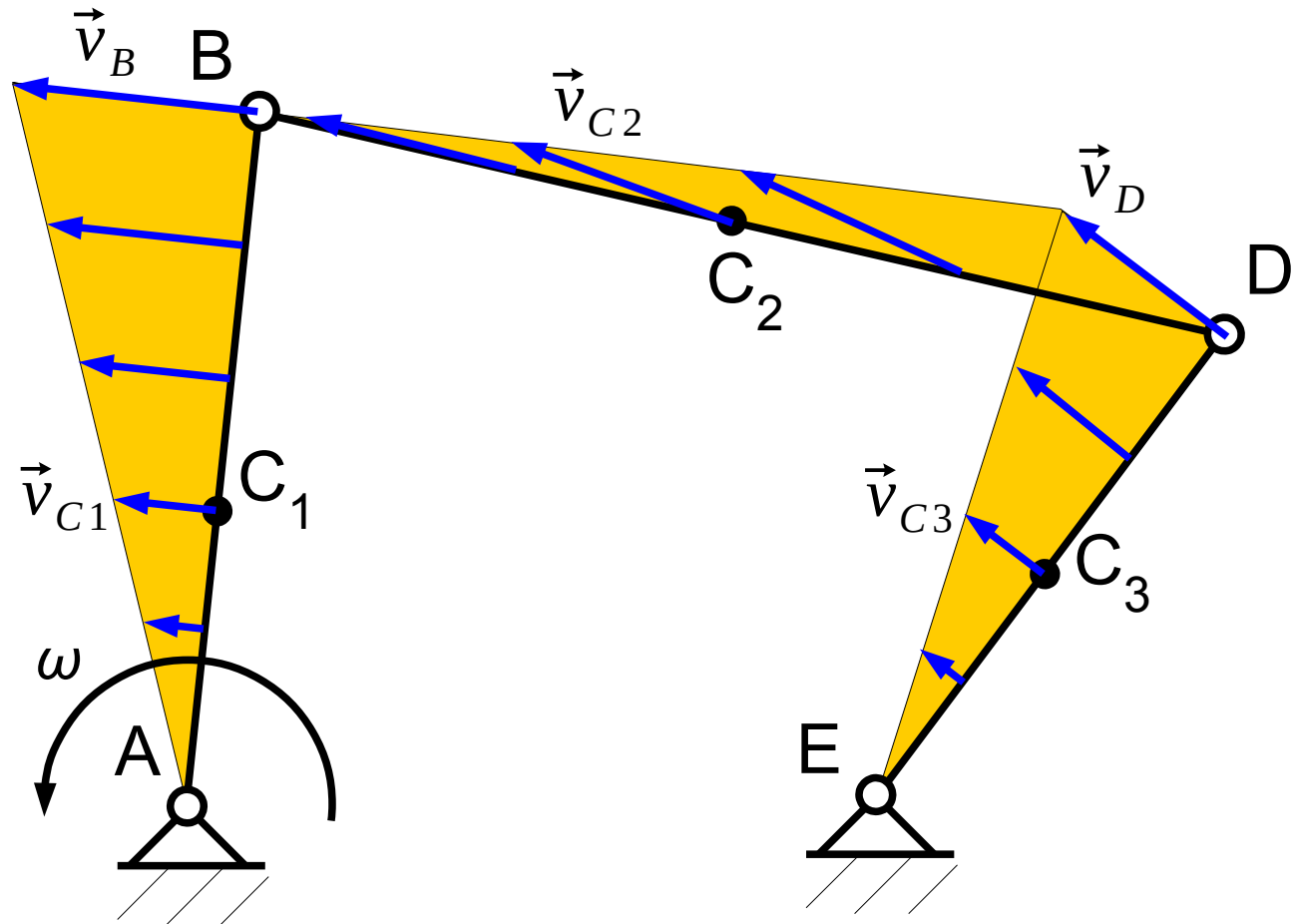
Moment napędowy i siły reakcji w połączeniach.



# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

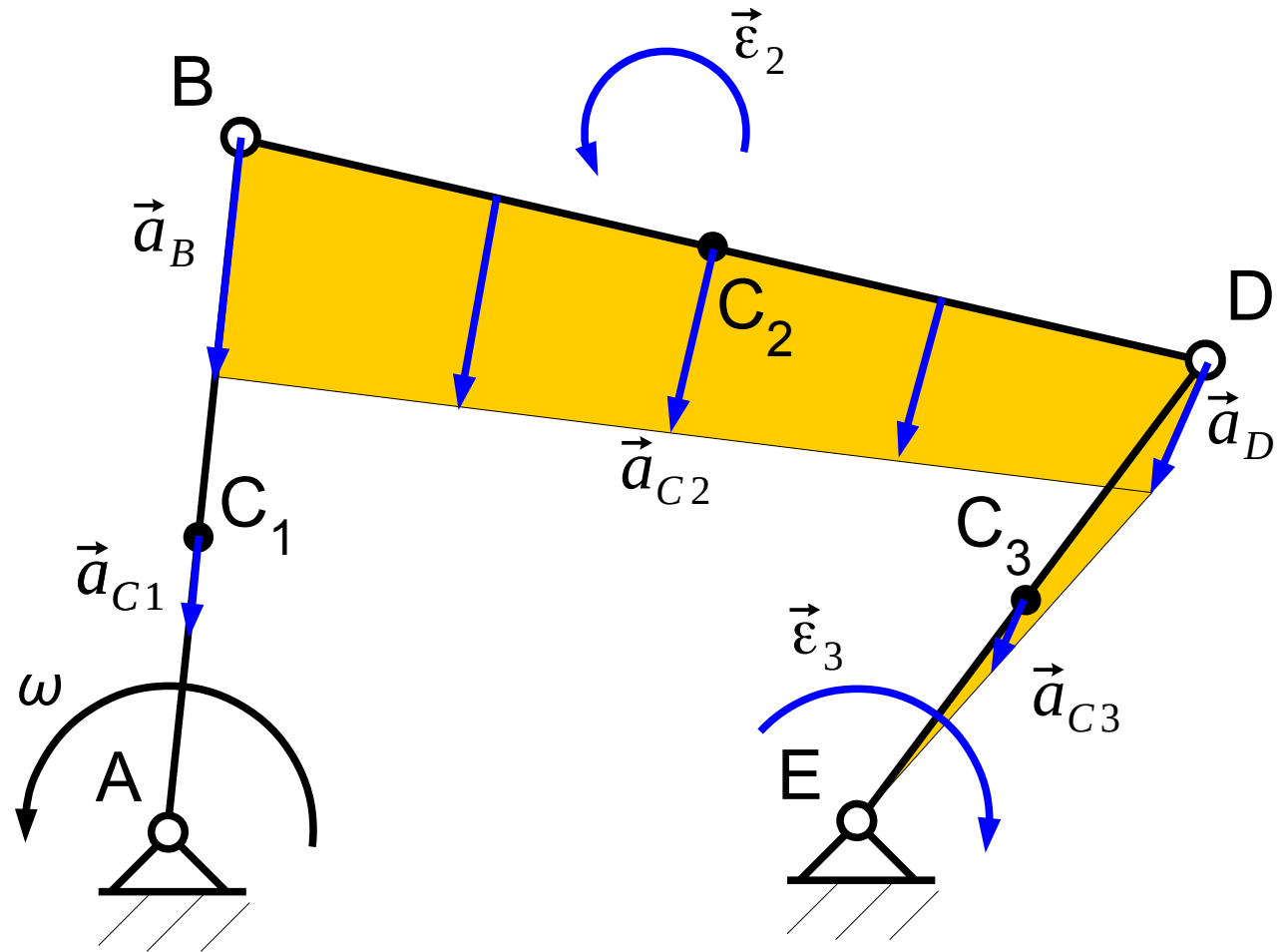
rozkład prędkości



# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

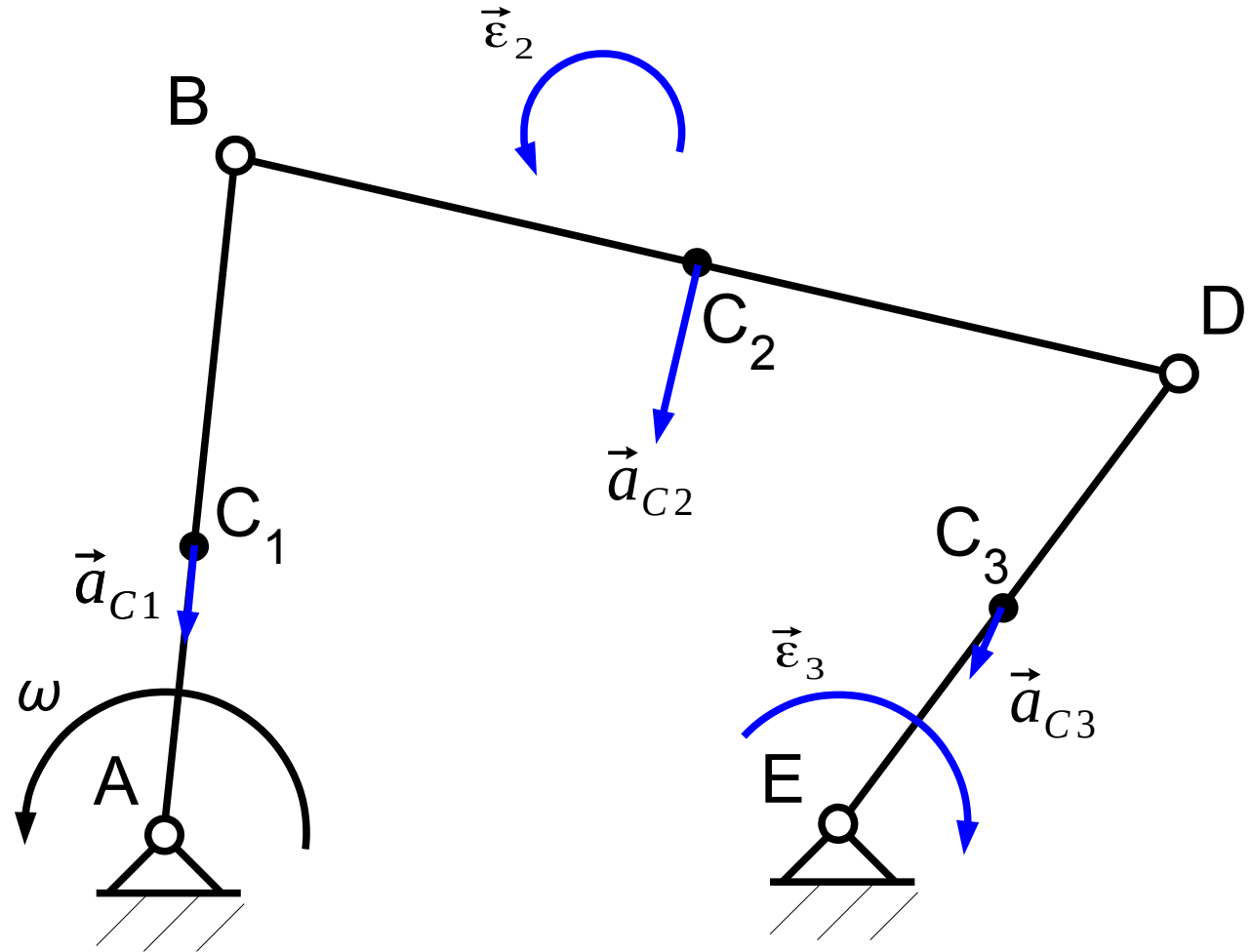
rozkład przyspieszeń



# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

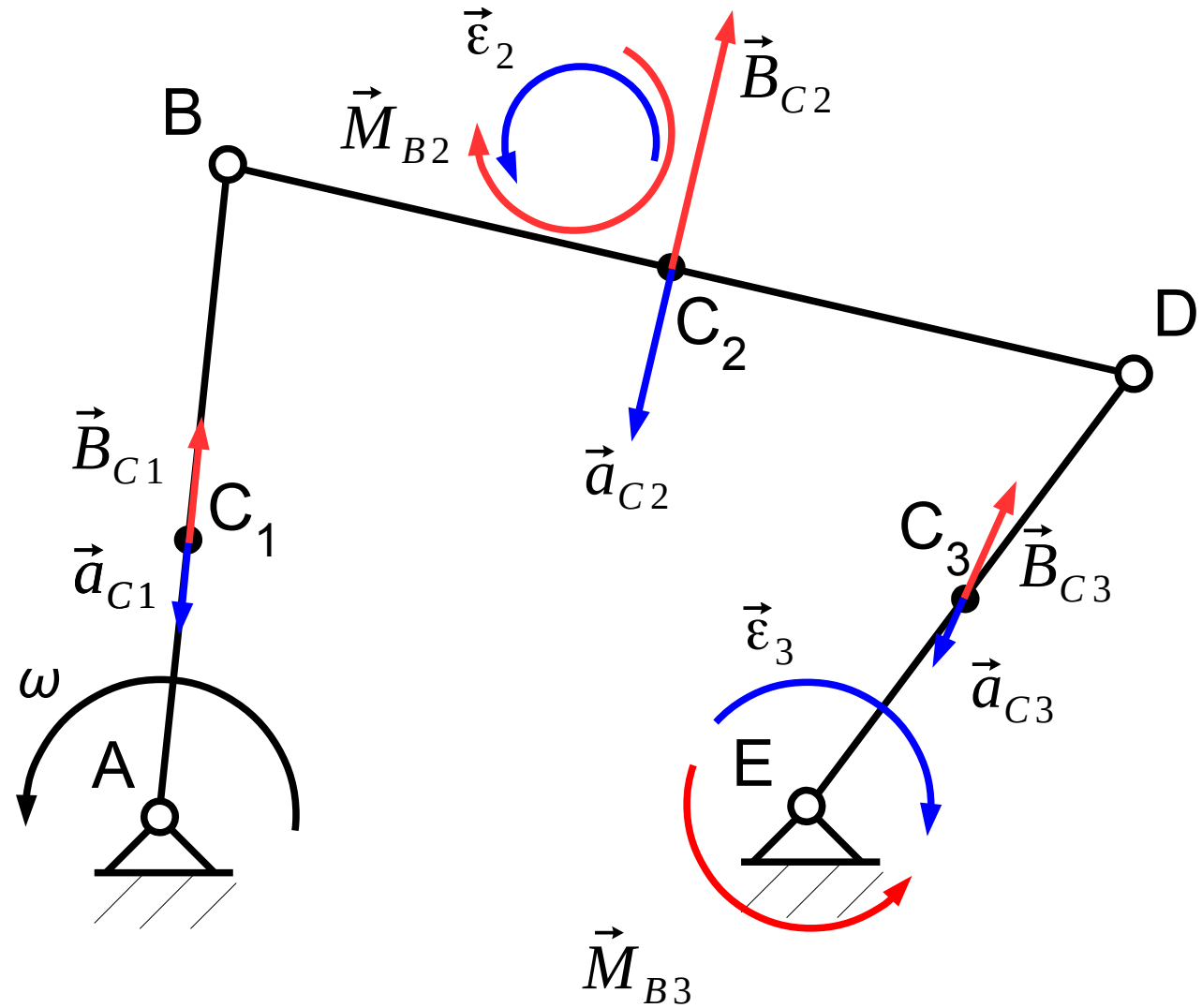
rozkład przyspieszeń



# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

siły bezwładności

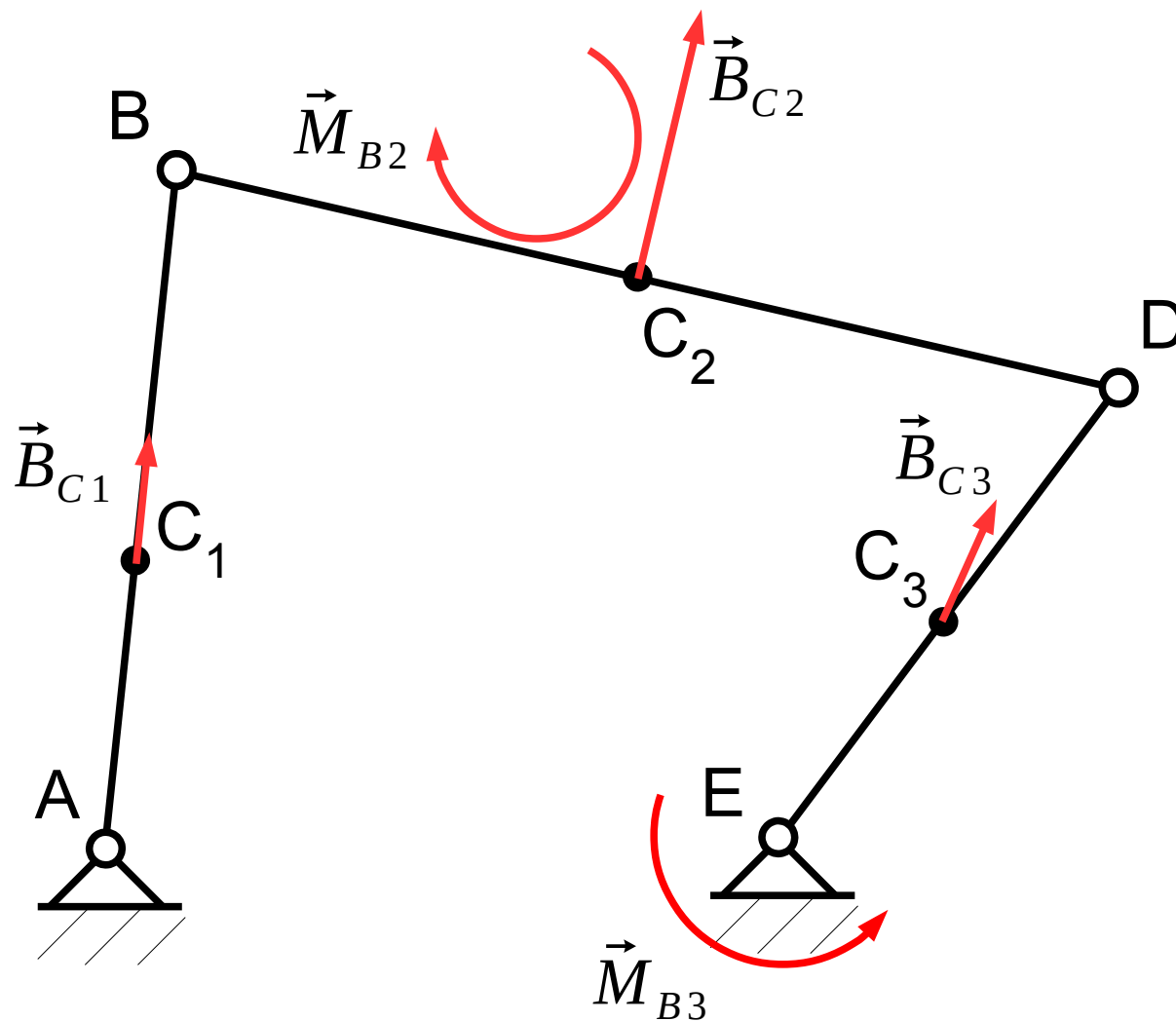




# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

siły bezwładności



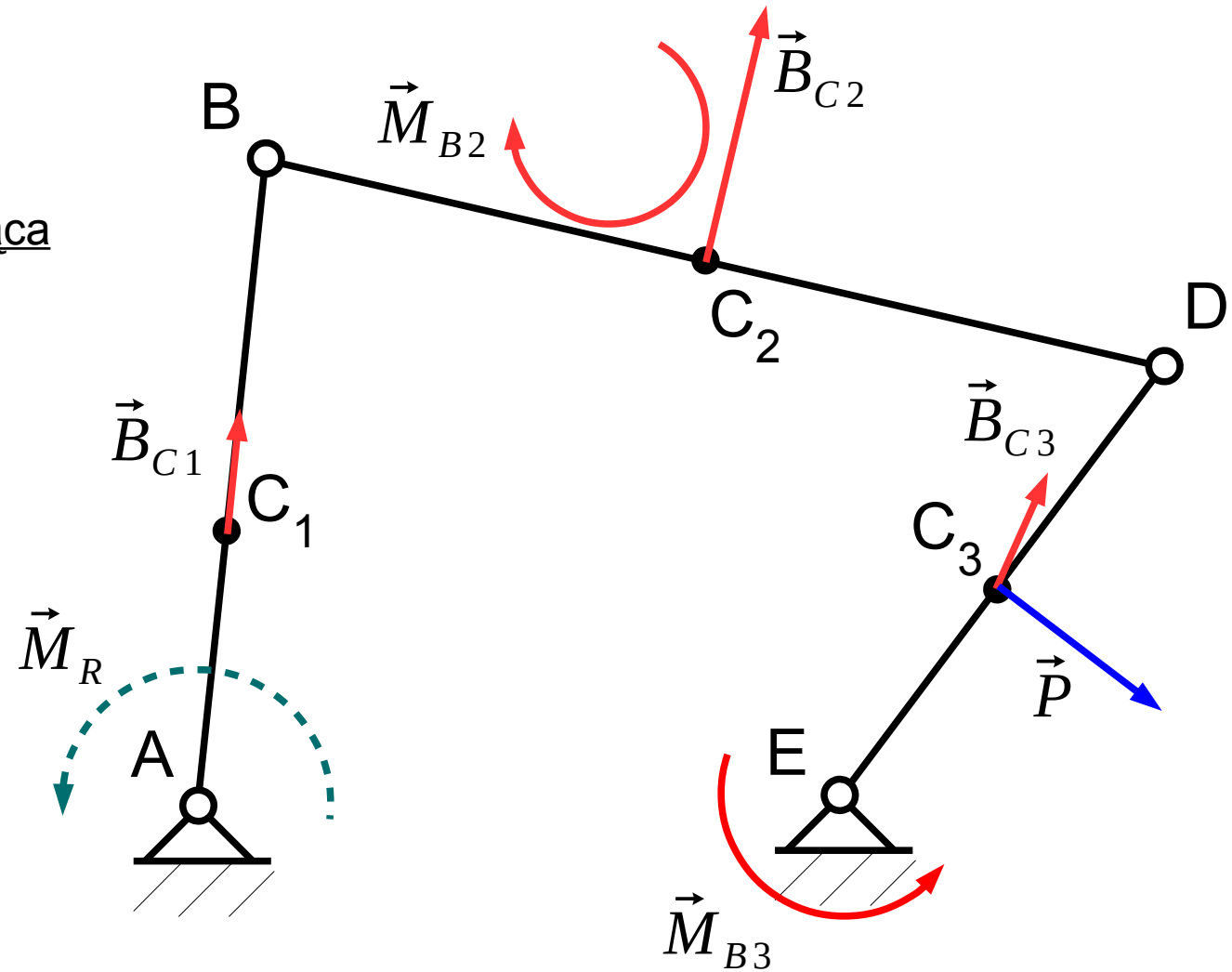
# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

Siły bezwładności

Siła robocza

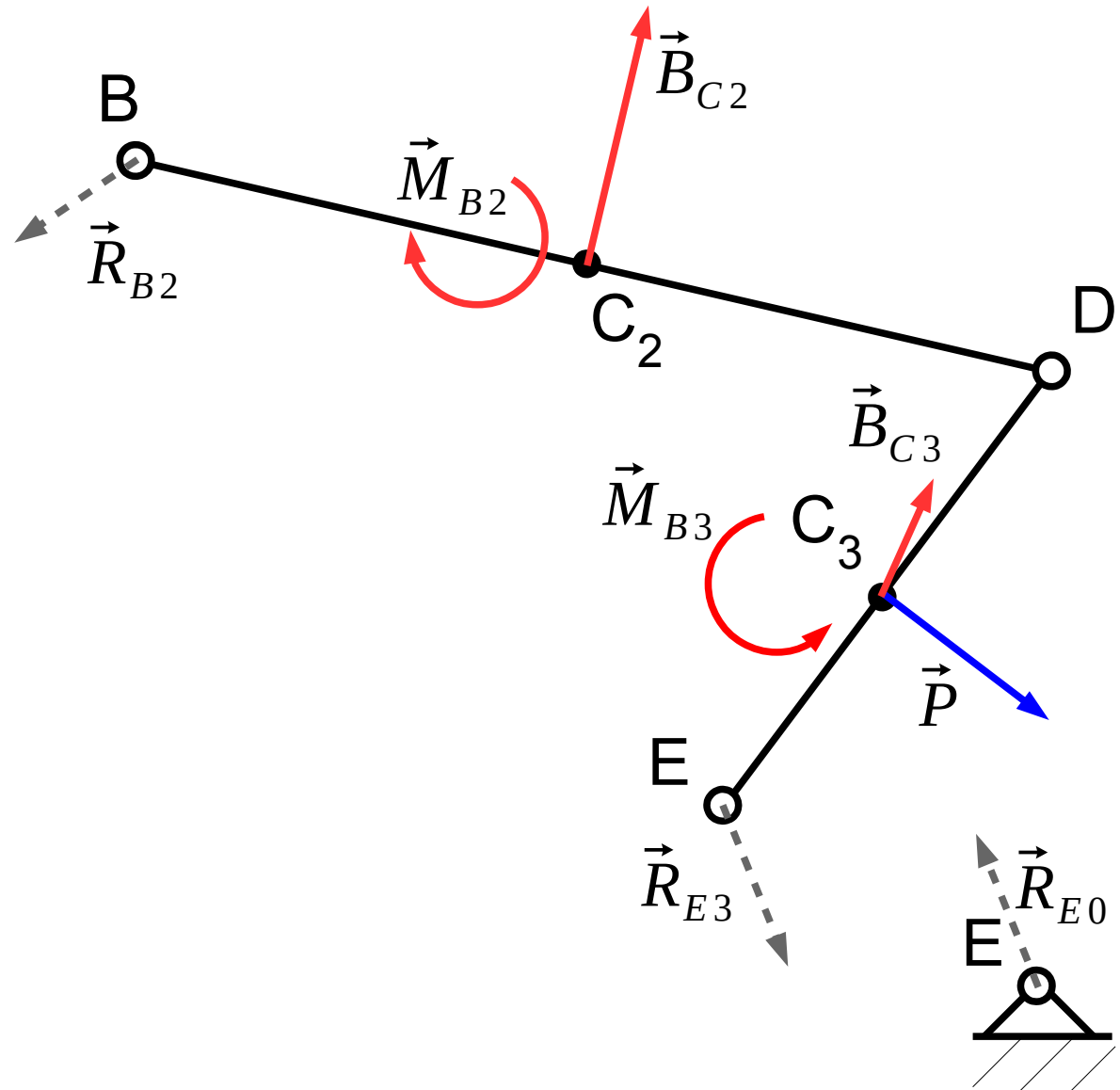
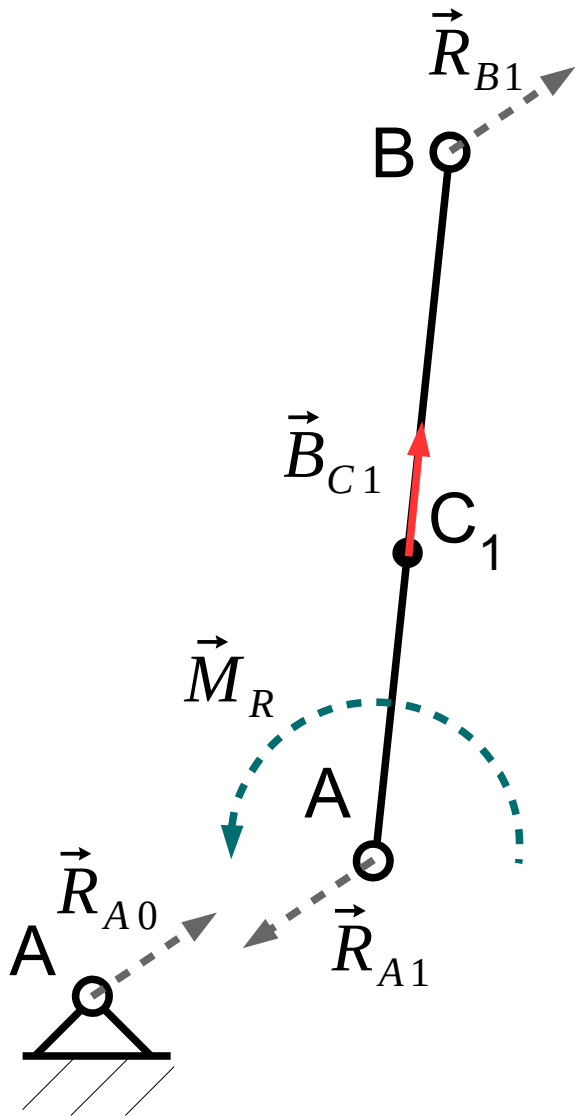
Poszukiwana siła napędzająca



# Dynamika mechanizmów

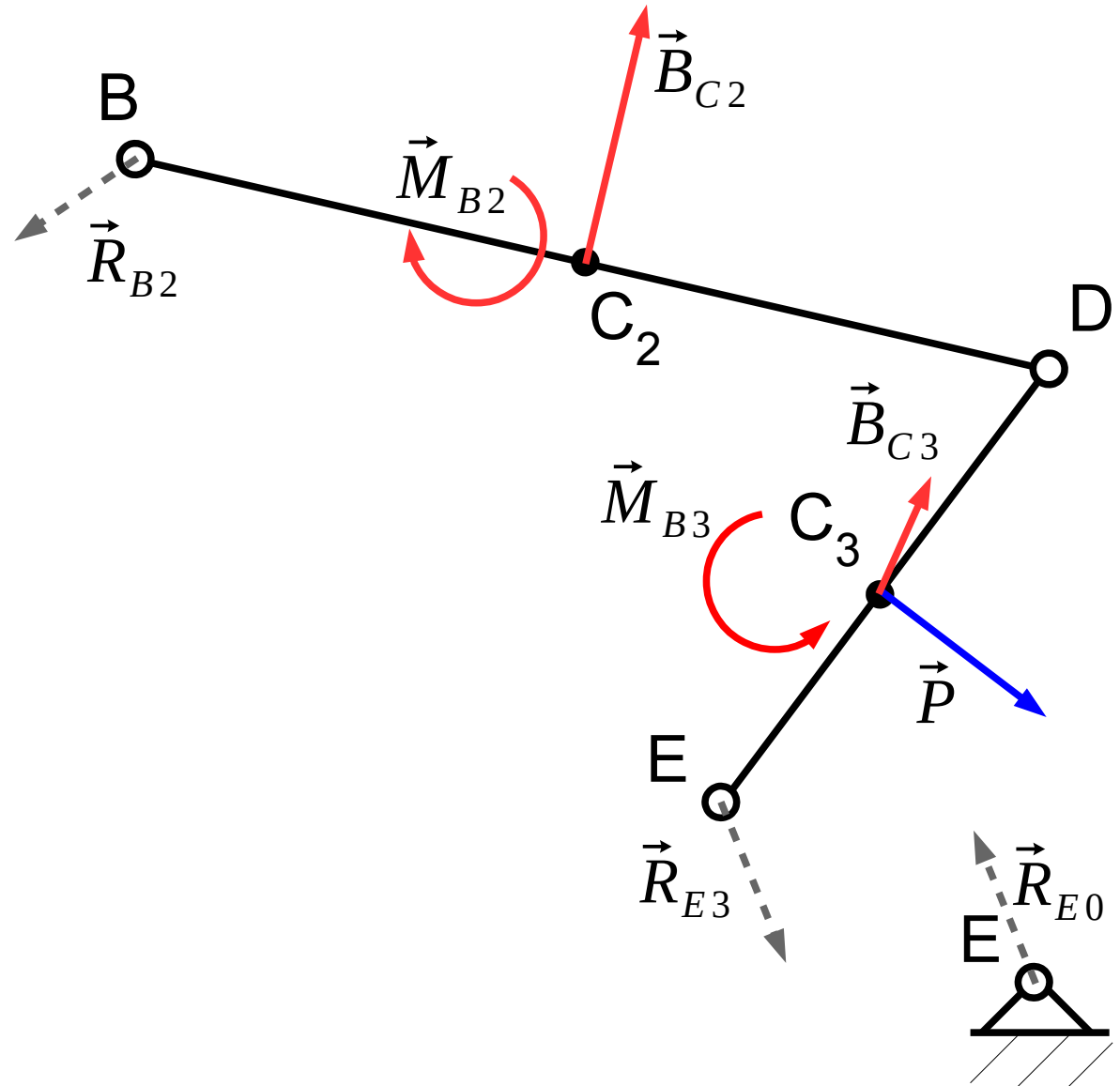
## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

### Podział strukturalny i reakcje



# Dynamika mechanizmów

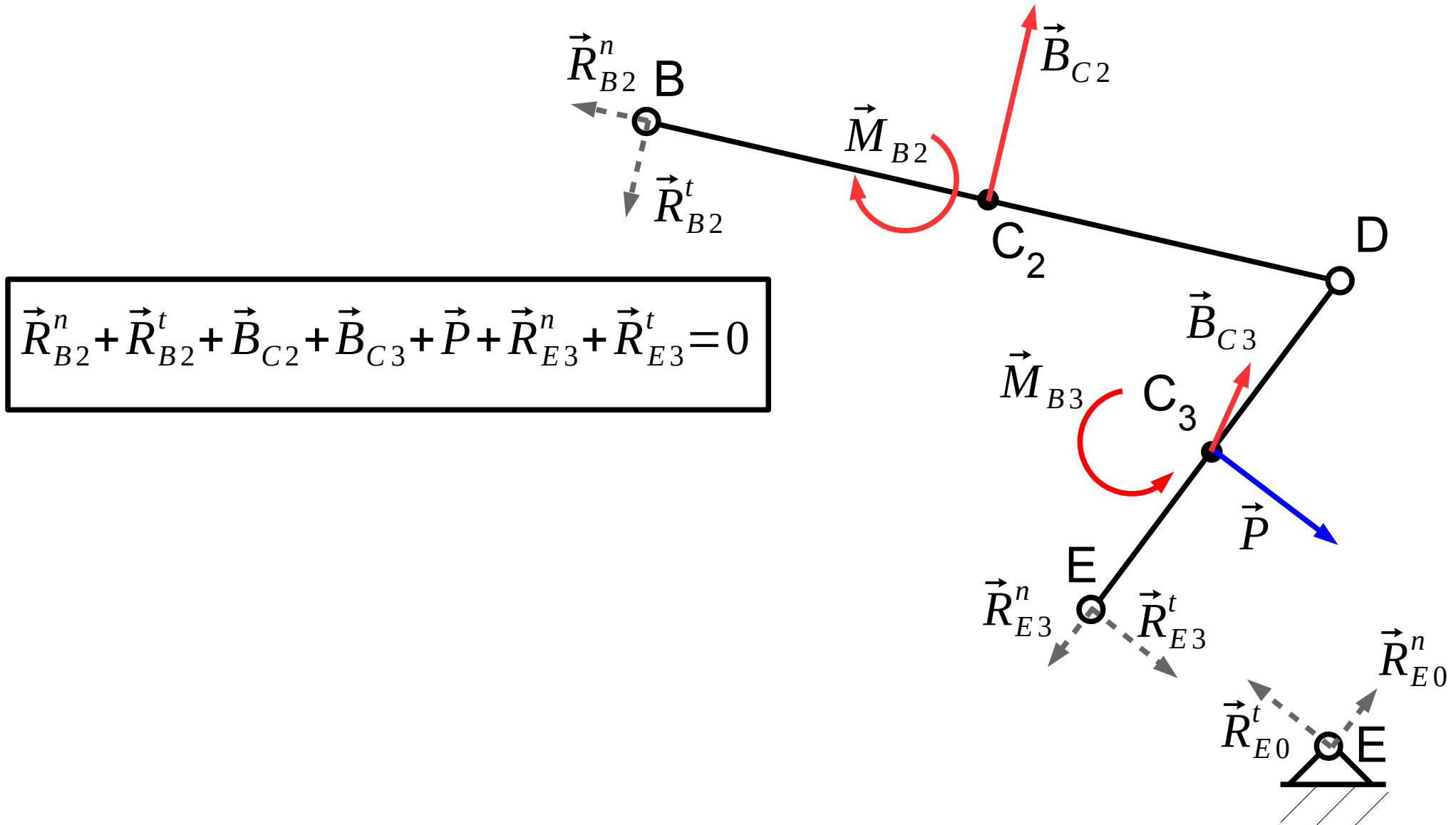
## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



$$\vec{R}_{B2} + \vec{B}_{C2} + \vec{B}_{C3} + \vec{P} + \vec{R}_{E3} = 0$$

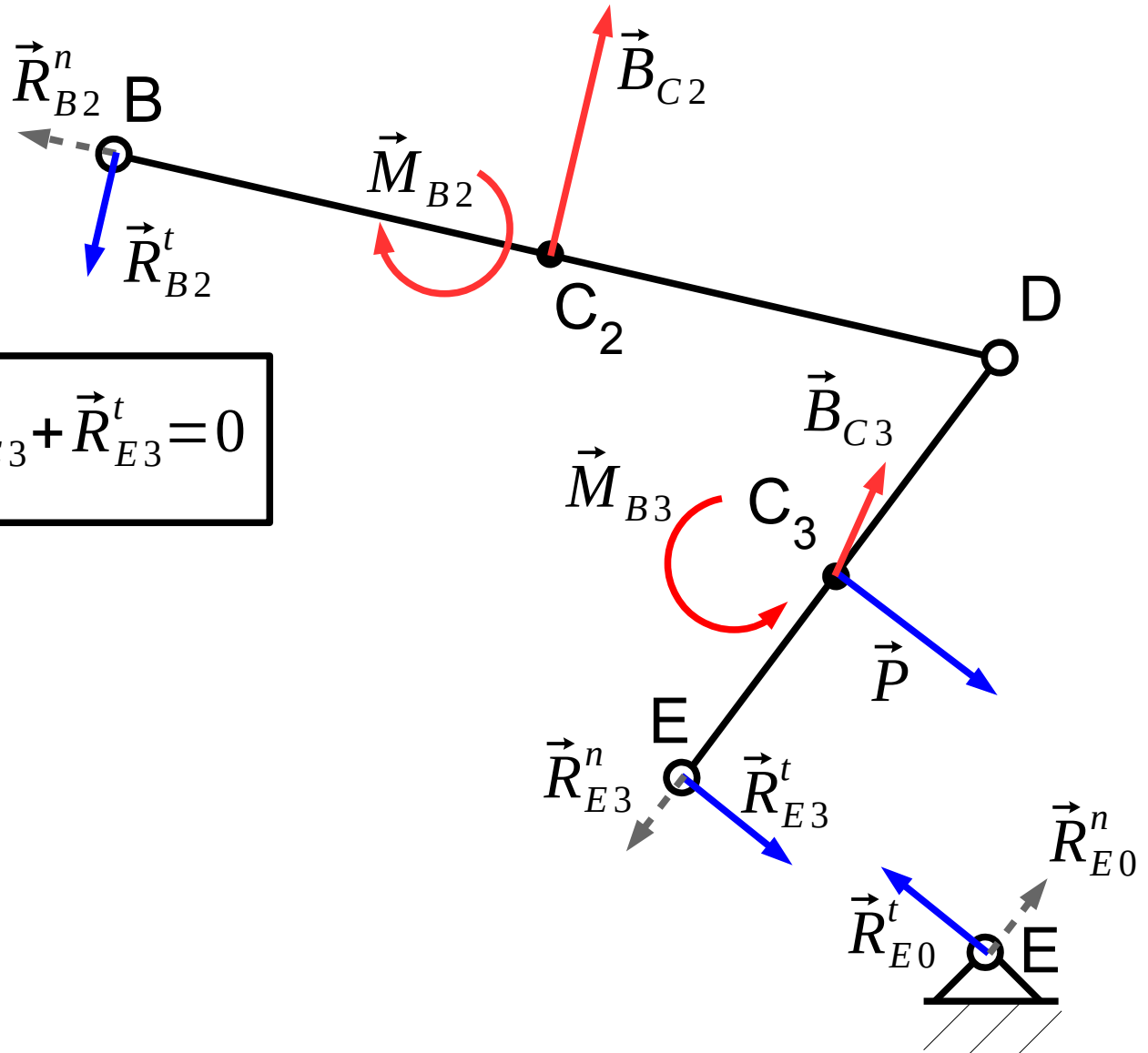
# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



$$\vec{R}_{B2}^n + \vec{R}_{B2}^t + \vec{B}_{C2} + \vec{B}_{C3} + \vec{P} + \vec{R}_{E3}^n + \vec{R}_{E3}^t = 0$$

człon BD:  $\sum_i M_{iD} = 0$

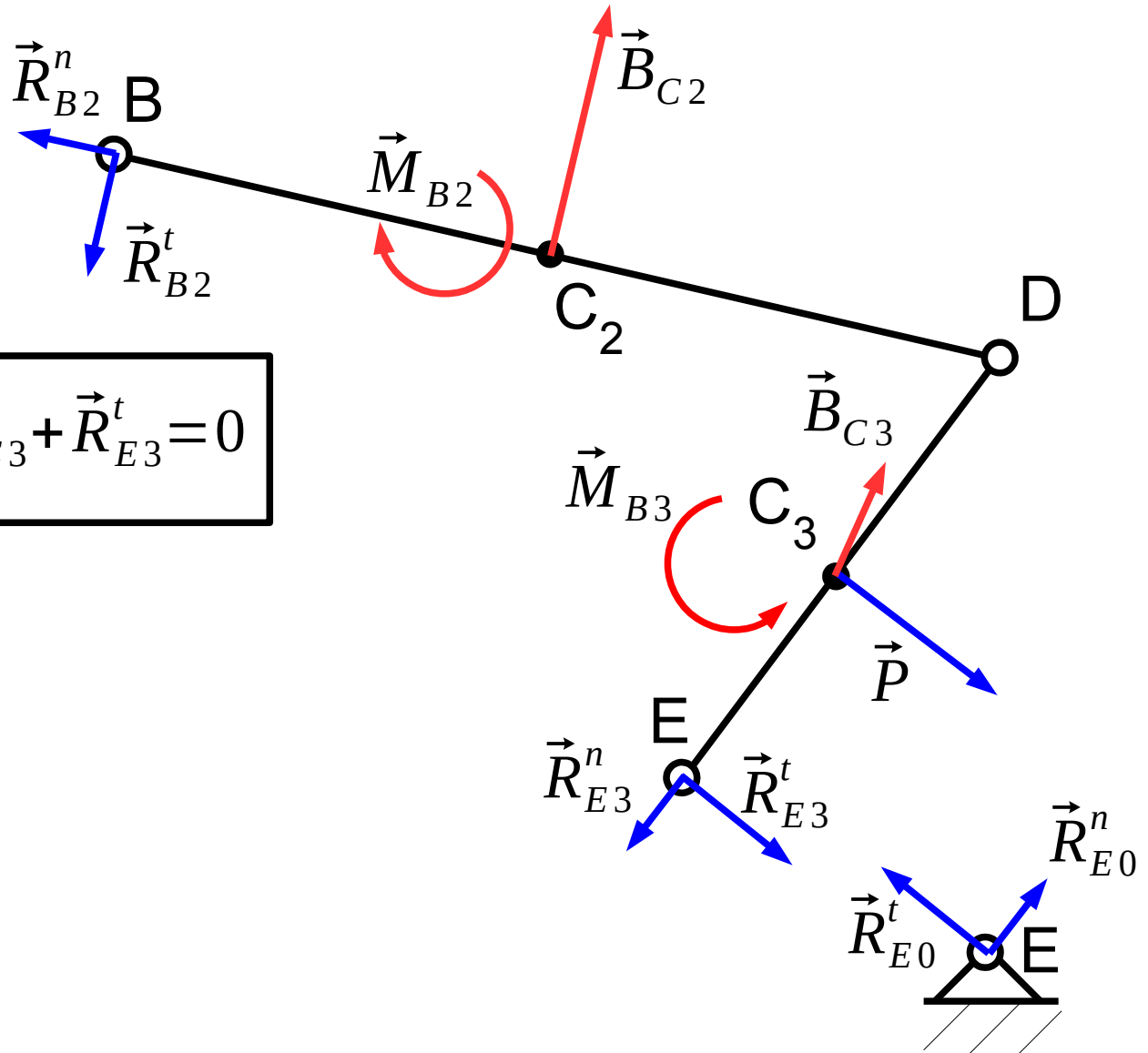
$$\vec{R}_{B2}^t = \dots$$

człon ED:  $\sum_i M_{iD} = 0$

$$\vec{R}_{E3}^t = \dots$$

# Dynamika mechanizmów

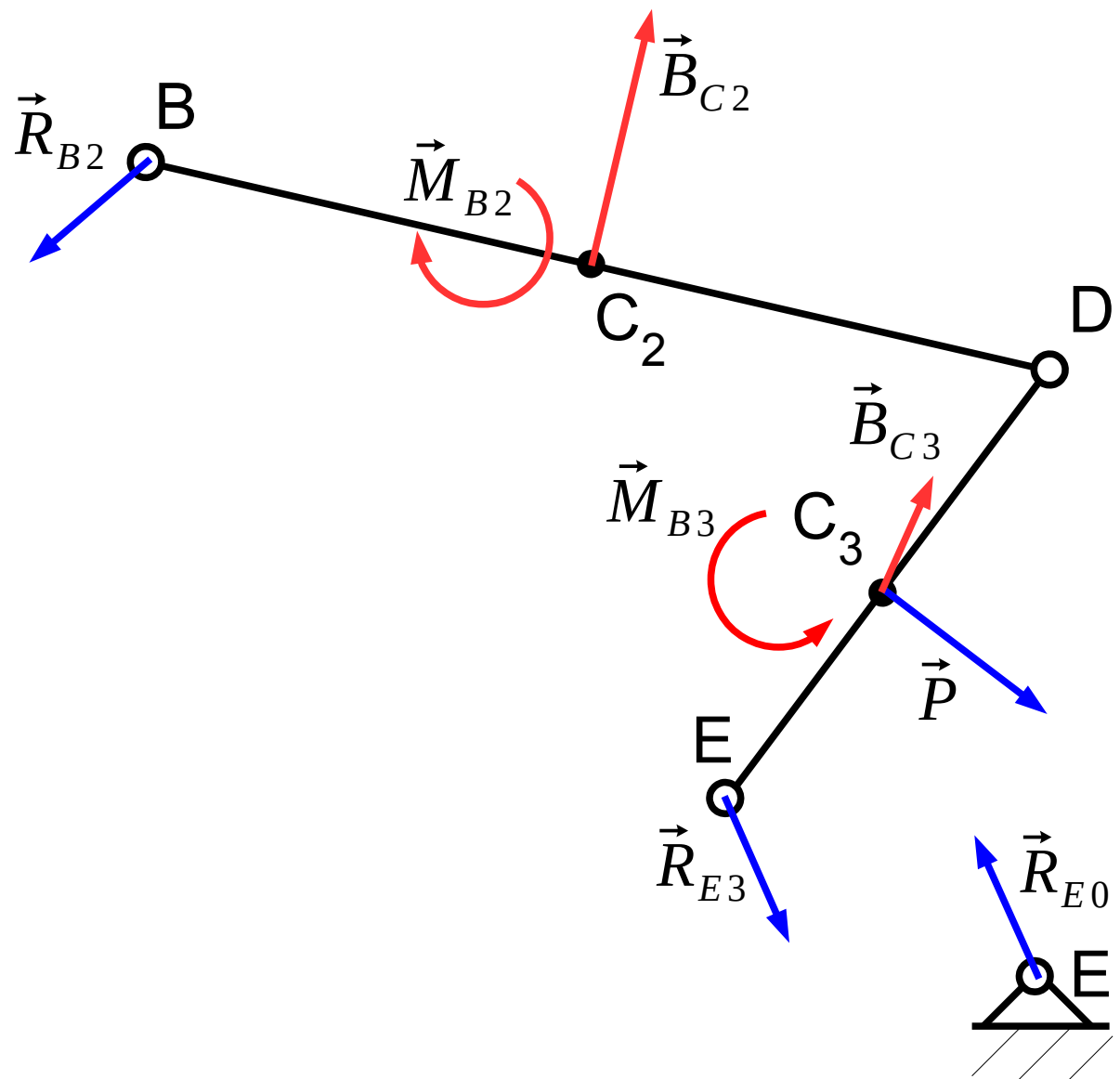
## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



$$\vec{R}_{B2}^n + \vec{R}_{B2}^t + \vec{B}_{C2} + \vec{B}_{C3} + \vec{P} + \vec{R}_{E3}^n + \vec{R}_{E3}^t = 0$$

# Dynamika mechanizmów

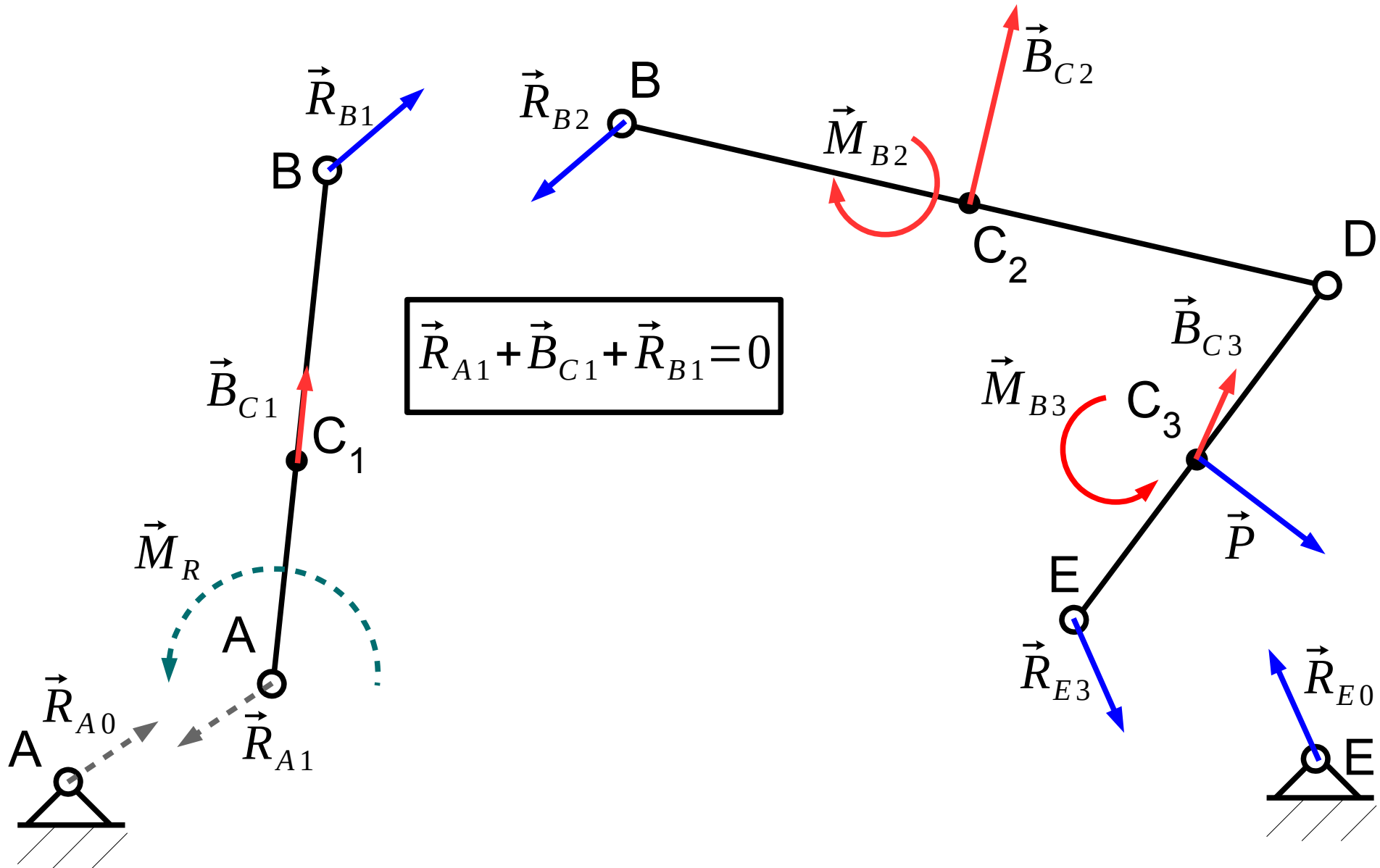
## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład





# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład



# Dynamika mechanizmów

## Pierwsze zadanie dynamiki – przykład

