



**POLITECHNIKA WARSZAWSKA**  
**Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych**



**PRACA DYPLOMOWA**  
**Magisterska**

Studia stacjonarne – dzienne

**Semiaktywne tłumienie drgań w wymuszonych kinematycznie  
układach drgających z uwzględnieniem utraty kontaktu z podłożem**

**Semi-active vibration damping in oscillatory systems forced  
by displacement including loss of contact with the ground**

Opiekun naukowy:

**dr hab. inż. Piotr Przybyłowicz, prof. nzw. PW**

Prowadzący:

**dr hab. inż. Piotr Przybyłowicz, prof. nzw. PW**

Wykonał:

**Sebastian Korczak**

Numer albumu:

**200178**

Warszawa, 2010

## STRESZCZENIE

Niniejsza praca dyplomowa przedstawia proces budowy matematycznego modelu dwumasowego układu drgającego nazywanego „ćwiartkowym modelem samochodu”. Jego charakterystyczną cechą jest uwzględnieniem zjawiska utraty kontaktu koła z drogą oraz zastosowanie semiaktywnego układu tłumienia drgań pionowych. Budowa modelu możliwa była dzięki wnikliwej analizie problemów składowych i autorskiemu podejściu do wielu zagadnień. Przyjęty model kontaktu poprzez element sprężysto-tłumiący zweryfikowano przy wymuszeniach kinematycznych harmonicznym, „nagłych” oraz losowych. Po analizie porównawczej wybrano do zastosowania algorytm sterowania tłumieniem „skyhook”, dla której zaproponowano metodę pomiaru prędkości bezwzględnej obiektu całkując jego przyspieszenie otrzymane z pomiaru czujnikiem piezoelektrycznym. Dzięki opracowanej metodzie generowania sygnałów nierówności nawierzchni drogi możliwe było określenie wpływu jej stanu i prędkości pojazdu na czas przebywania układu bez kontaktu z podłożem. Ostateczny model określony został mianem hybrydowego ze względu na niejednorodną strukturę fizyczną i formę opisu matematycznego. Jego rozwiązanie wymagało przestudiowania możliwości wybranych algorytmów numerycznych przy uwzględnieniu wartości błędów metody oraz budowy programu obliczeniowego implementującego od podstaw algorytm rozwiązania w środowisku *FreeMat*.

## **ABSTRACT**

The main purpose of presented thesis is to describe the process of building a two-mass vibrating system mathematical model called a 'quarter car model'. The essential feature of the model is taking a focus on the loss of contact between the tire and the ground as well as using a semi-active system for vertical vibration damping. Model construction was possible due to deep analysis of basic problems and innovatory approach to many issues. The model of contact with visco-elastic element was verified with harmonic, random and 'sharp' displacement forcing. Having compared the semi-active algorithms, the author decided to use the 'skyhook' algorithm using object's absolute velocity calculated with integration of acceleration measured by a piezoelectric sensor. Due to the author's study of road surface irregularities signal generation, it was possible to determine the influence of road quality and vehicle's velocity on the time of tire-road loss of contact. The final model was called a hybrid one because of its non-uniform physical structure and form of mathematical description. Model solving required studying the capabilities of selected numerical algorithms, considering method error values and building a calculating program with special low level algorithms in *FreeMat* environment.

## Spis treści

1. Wstęp.....	7
2. Cel pracy.....	8
3. Tłumienie drgań – zarys ogólny.....	9
4. Wybrane algorytmy semiaktywnego tłumienia drgań.....	11
4.1. Sterowanie adaptacyjno-pasywne.....	11
4.2. Sterowanie typu „skyhook”.....	12
4.3. Sterowanie położeniem równowagi.....	13
4.4. Praktyczne aspekty zastosowania układów semiaktywnego tłumienia drgań.....	13
5. Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych.....	15
5.1. Zarys ogólny.....	15
5.2. Metoda Eulera.....	16
5.3. Metody Rungego-Kutty.....	16
6. Zjawisko utraty kontaktu z podłożem.....	18
6.1. Fizyczne aspekty i zasadność modelowania.....	18
6.2. Budowa modeli uwzględniających zjawisko utraty kontaktu.....	19
6.3. Układ o jednym stopniu swobody.....	19
6.3.1. Model matematyczny.....	19
6.3.2. Wymuszenie harmoniczne.....	20
6.3.3. Wymuszenia „nagle”.....	24
6.3.4. Doświadczenie.....	28
6.3.5. Spadek swobodny.....	30
6.4. Układ o dwóch stopniach swobody (prosty model pojazdu).....	30
6.4.1. Model matematyczny.....	31
6.4.2. Wymuszenie harmoniczne.....	33
6.4.3. Wymuszenia „nagle”.....	35
6.4.4. Doświadczenie.....	39
7. Praktyczne aspekty numerycznego rozwiązywania równań ruchu.....	41
7.1. Realizacja algorytmów.....	41
7.1.1. Metoda Eulera.....	41
7.1.2. Metody Rungego – Kutty.....	42
7.2. Błędy obliczeń i dobór kroku czasowego.....	44
8. Wymuszenie kinematyczne od nierówności drogi.....	46
8.1. Generowanie.....	46

8.2. Weryfikacja.....	50
8.3. Zastosowanie.....	50
9. Sterowanie semiaktywne a utrata kontaktu.....	52
9.1. Układ ze sterowaniem adaptacyjno – pasywnym.....	52
9.2. Układ ze sterowaniem typu „skyhook”.....	53
9.3. Układ ze sterowaniem ciągłym położenia równowagi.....	55
10. Model hybrydowy.....	56
10.1. Założenia i model fizyczny.....	56
10.2. Model matematyczny.....	57
10.3. Analiza modelu.....	59
11. Podsumowanie i wnioski.....	63
12. Literatura.....	65