Politechnika Warszawska
Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych
Instytut Podstaw Budowy Maszyn
Zakład Mechaniki
http://www.ipbm.simr.pw.edu.pl/

Teoria maszyn i podstawy automatyki

semestr zimowy 2017/2018

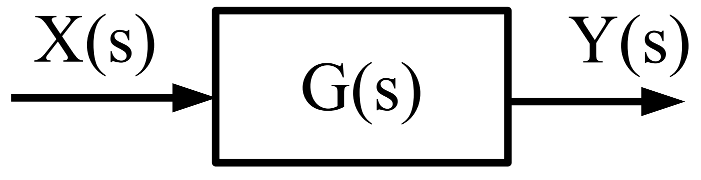
dr inż. Sebastian Korczak

Wykład 11

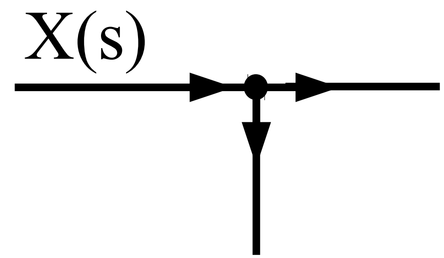
Algebra schematów blokowych.
Regulatory automatyczne i sterowanie.

Algebra schematów blokowych

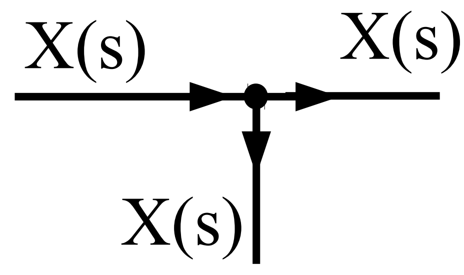
Algebra schematów blokowych
transmitancja



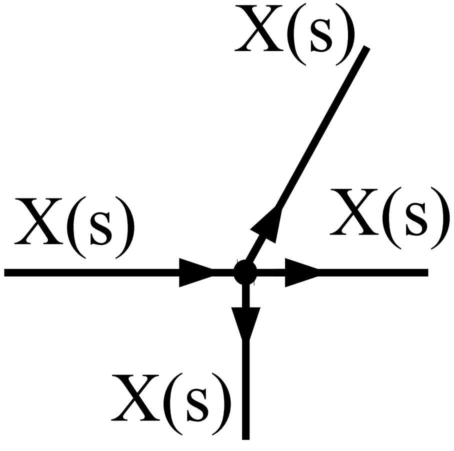
Algebra schematów blokowych
węzeł informacyjny



Algebra schematów blokowych
węzeł informacyjny

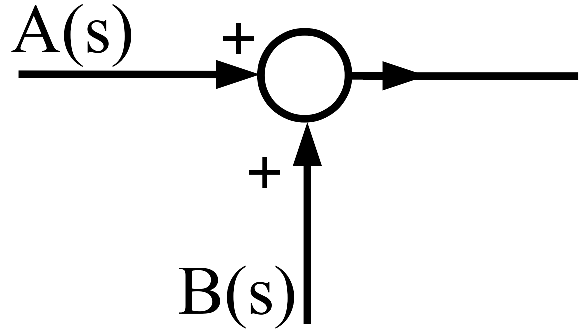


Algebra schematów blokowych
węzeł informacyjny

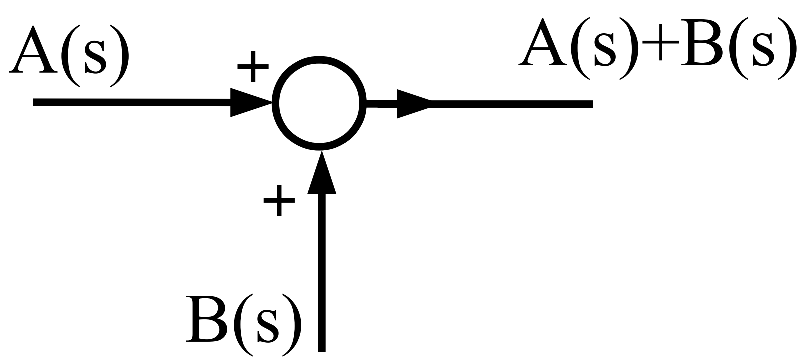


Jedno wejście,
wiele wyjść

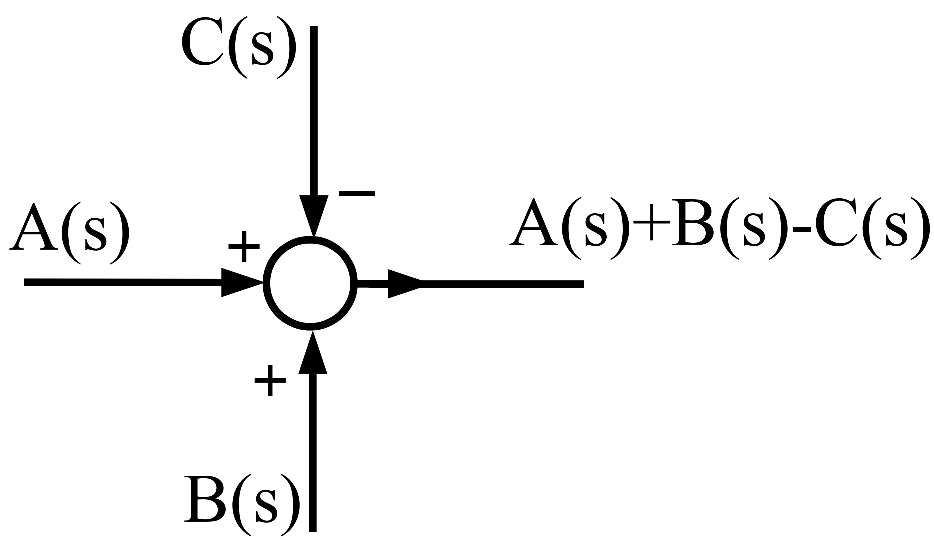
Algebra schematów blokowych
węzeł sumacyjny



Algebra schematów blokowych
węzeł sumacyjny

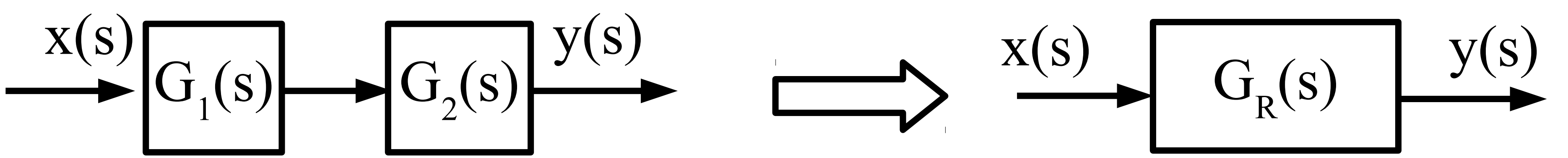


Algebra schematów blokowych
węzeł sumacyjny

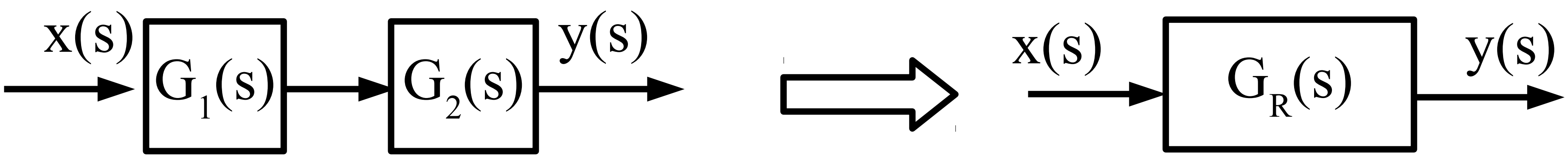


Wiele wejść,
jedno wyjście

Algebra schematów blokowych połączenie szeregowe

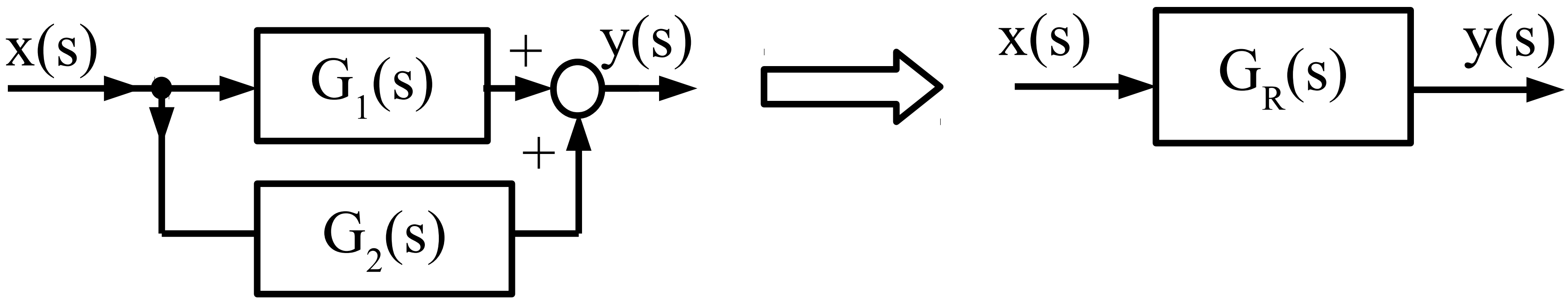


Algebra schematów blokowych
połączenie szeregowe

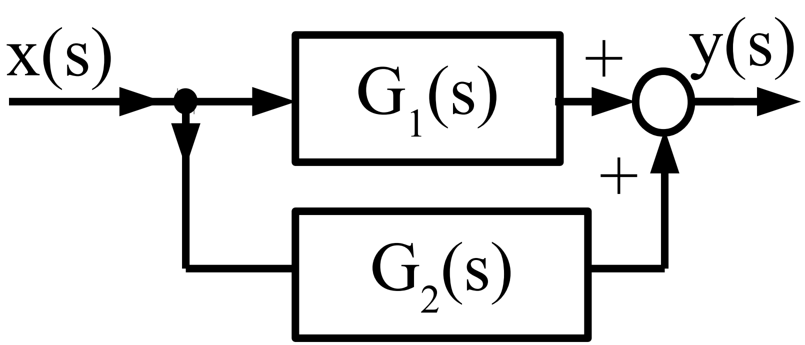


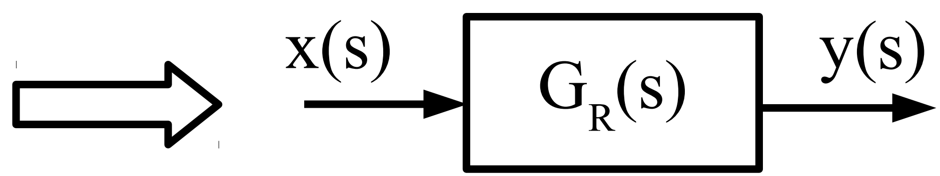
$$G_R(s)=G_1(s)\,G_2(s)$$

Algebra schematów blokowych
połączenie równoległe



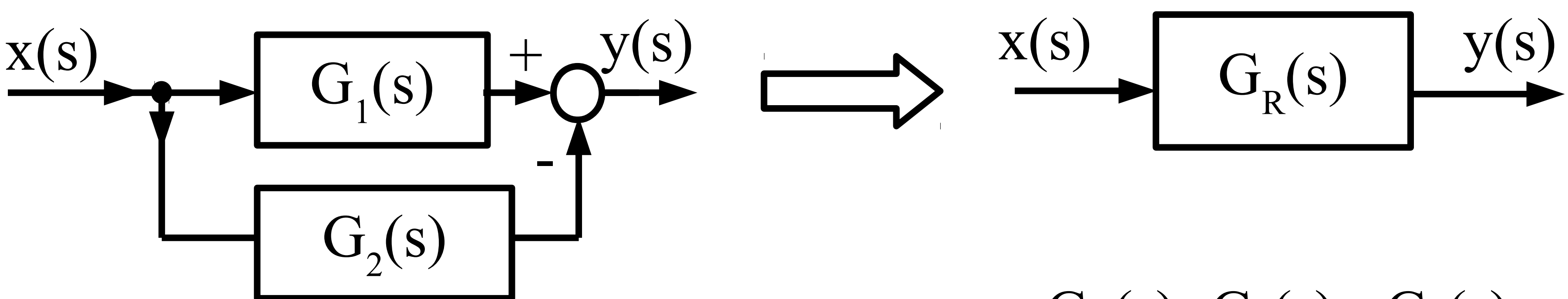
Algebra schematów blokowych
połączenie równoległe





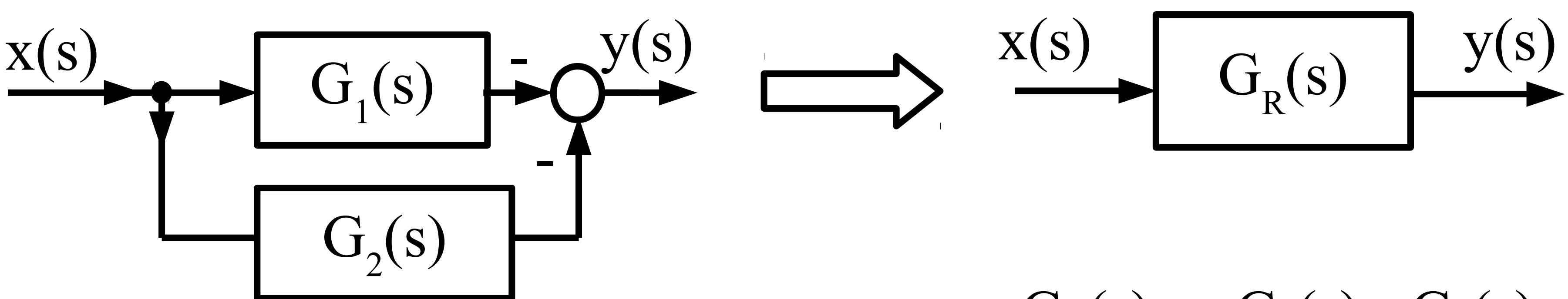
$$G_R(s)=G_1(s) + G_2(s)$$

Algebra schematów blokowych
połączenie równoległe



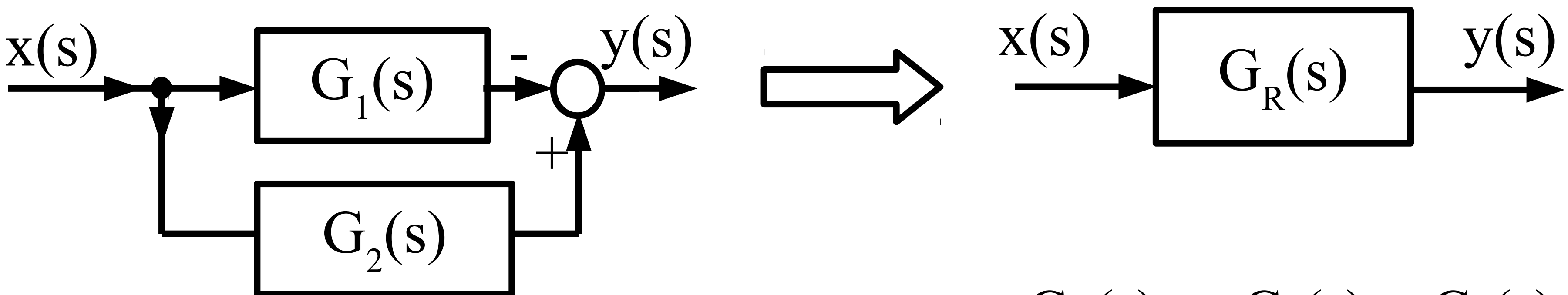
$$G_R(s)=G_1(s) - G_2(s)$$

Algebra schematów blokowych
połączenie równoległe



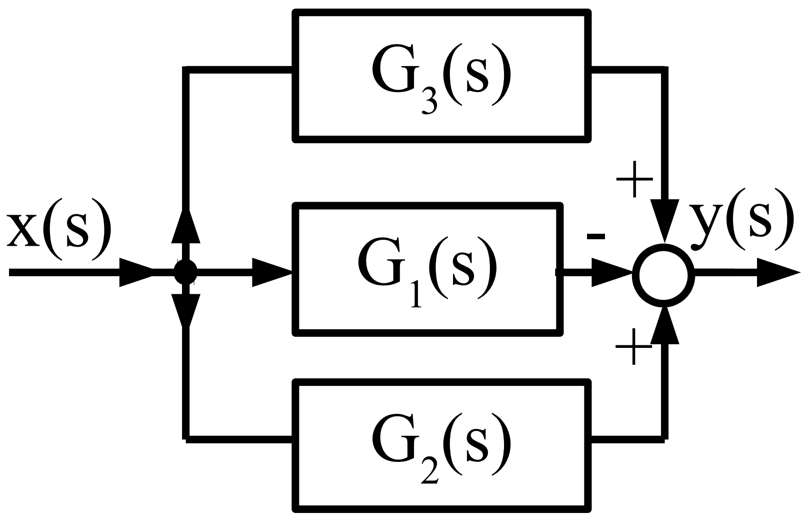
$$G_R(s) = -G_1(s) - G_2(s)$$

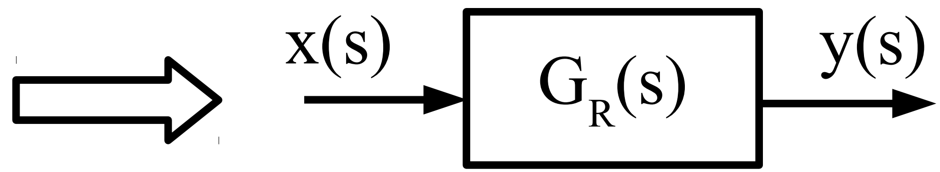
Algebra schematów blokowych
połączenie równoległe



$$G_R(s) = -G_1(s) + G_2(s)$$

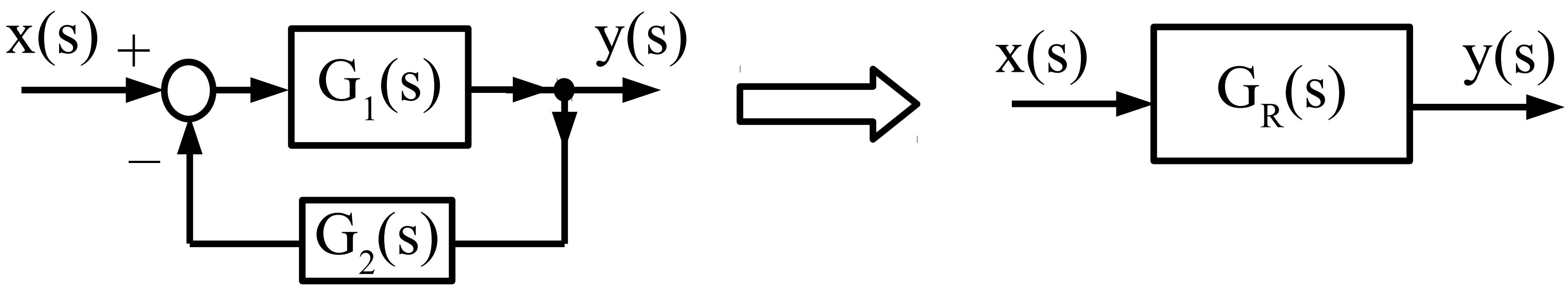
Algebra schematów blokowych
połączenie równoległe



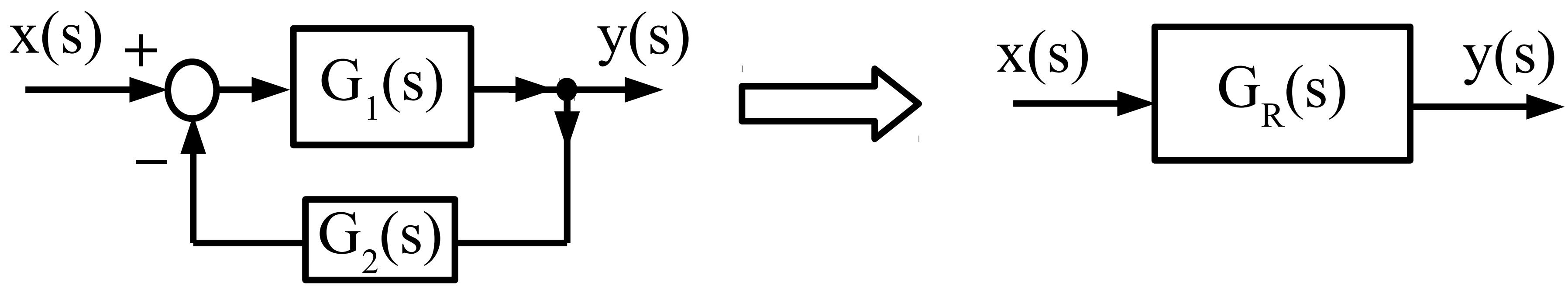


$$G_R(s) = -\,G_1(s) + G_2(s) + G_3(s)$$

Algebra schematów blokowych połączenie ze sprzężeniem zwrotnym

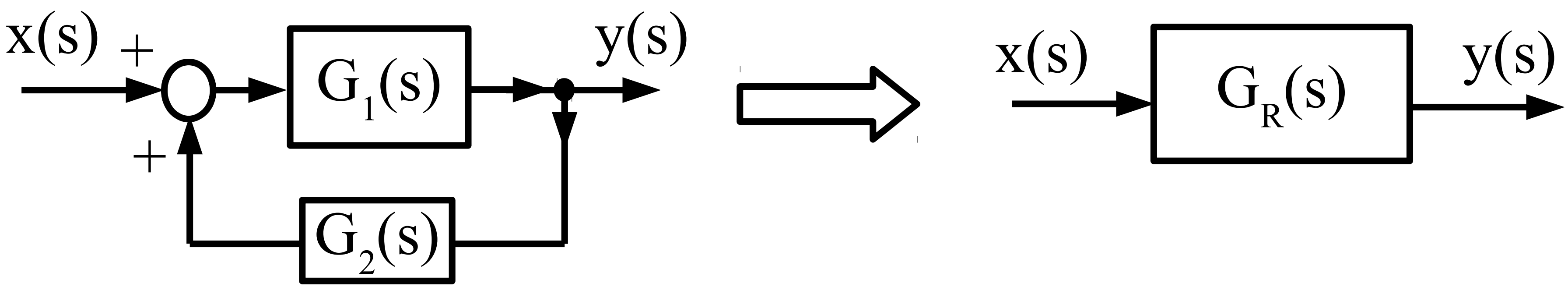


Algebra schematów blokowych
połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



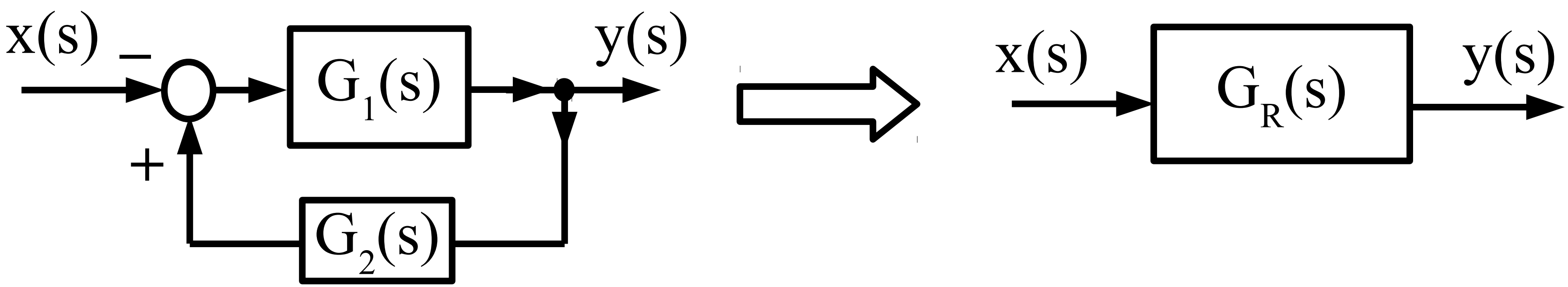
$$G_R = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2}$$

Algebra schematów blokowych
połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



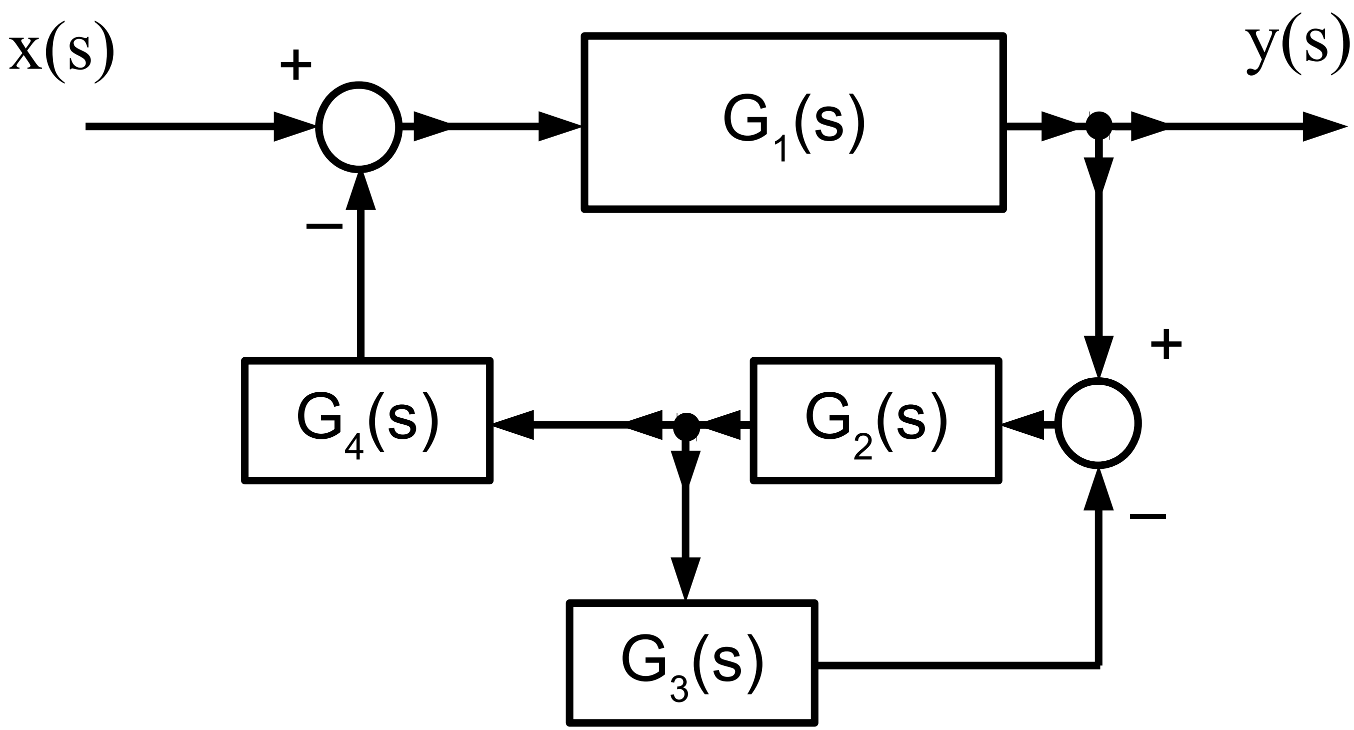
$$G_R = \frac{G_1}{1 - G_1 G_2}$$

Algebra schematów blokowych
połączenie ze sprzężeniem zwrotnym

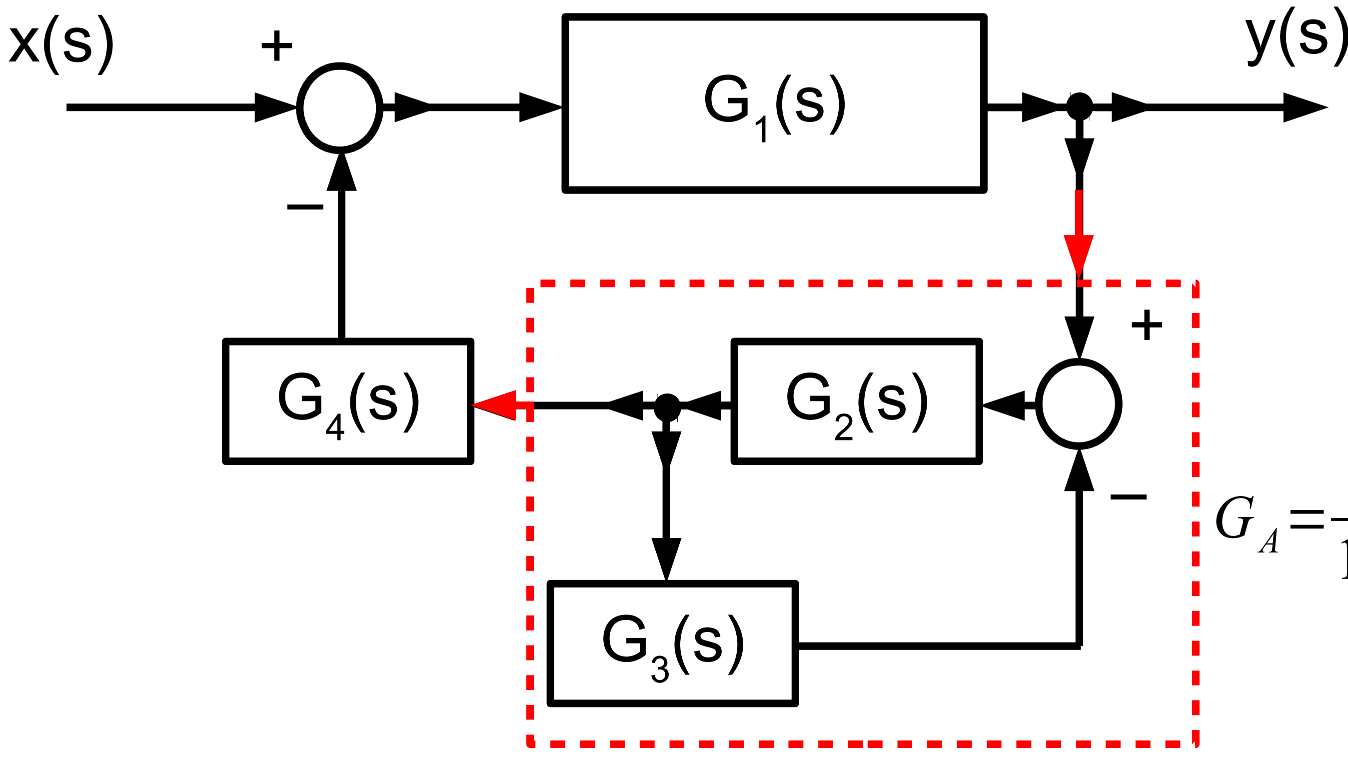


$$G_R = \frac{-G_1}{1 - G_1 G_2}$$

Przykład 1



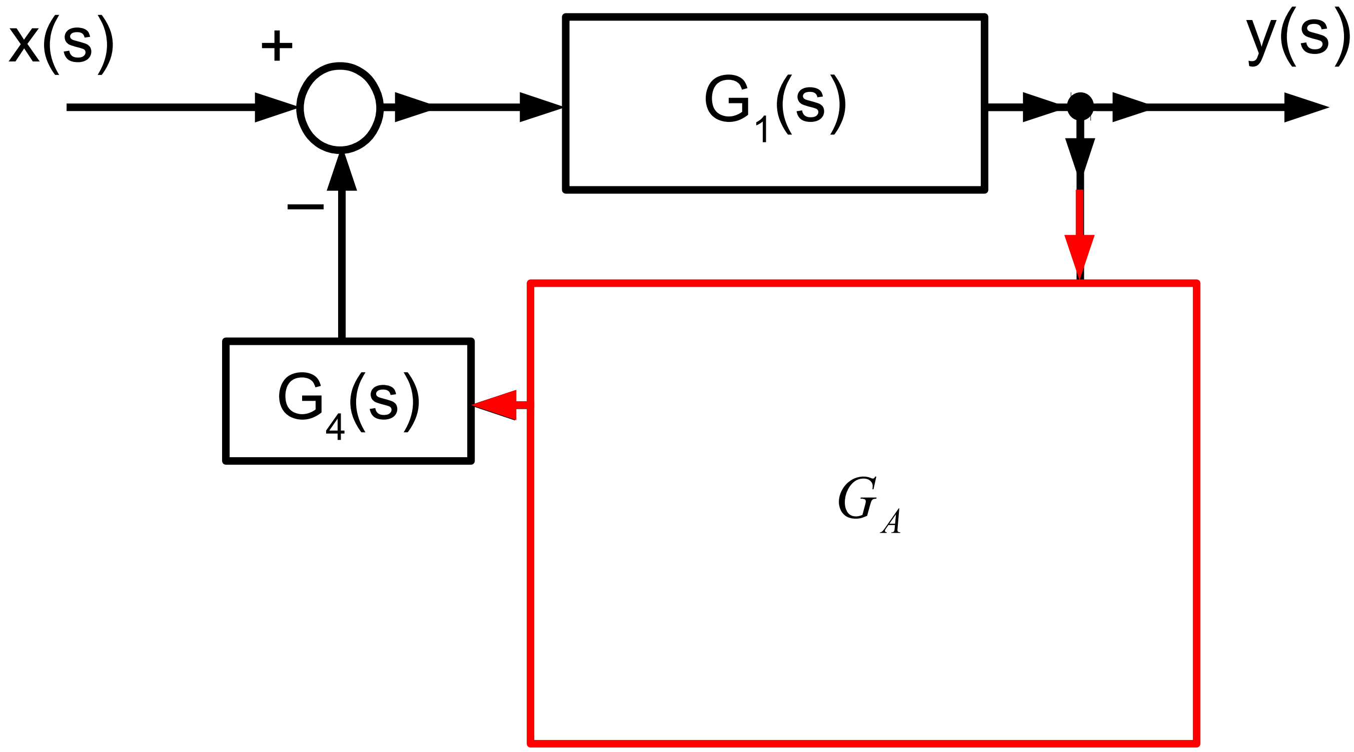
Przykład 1



$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

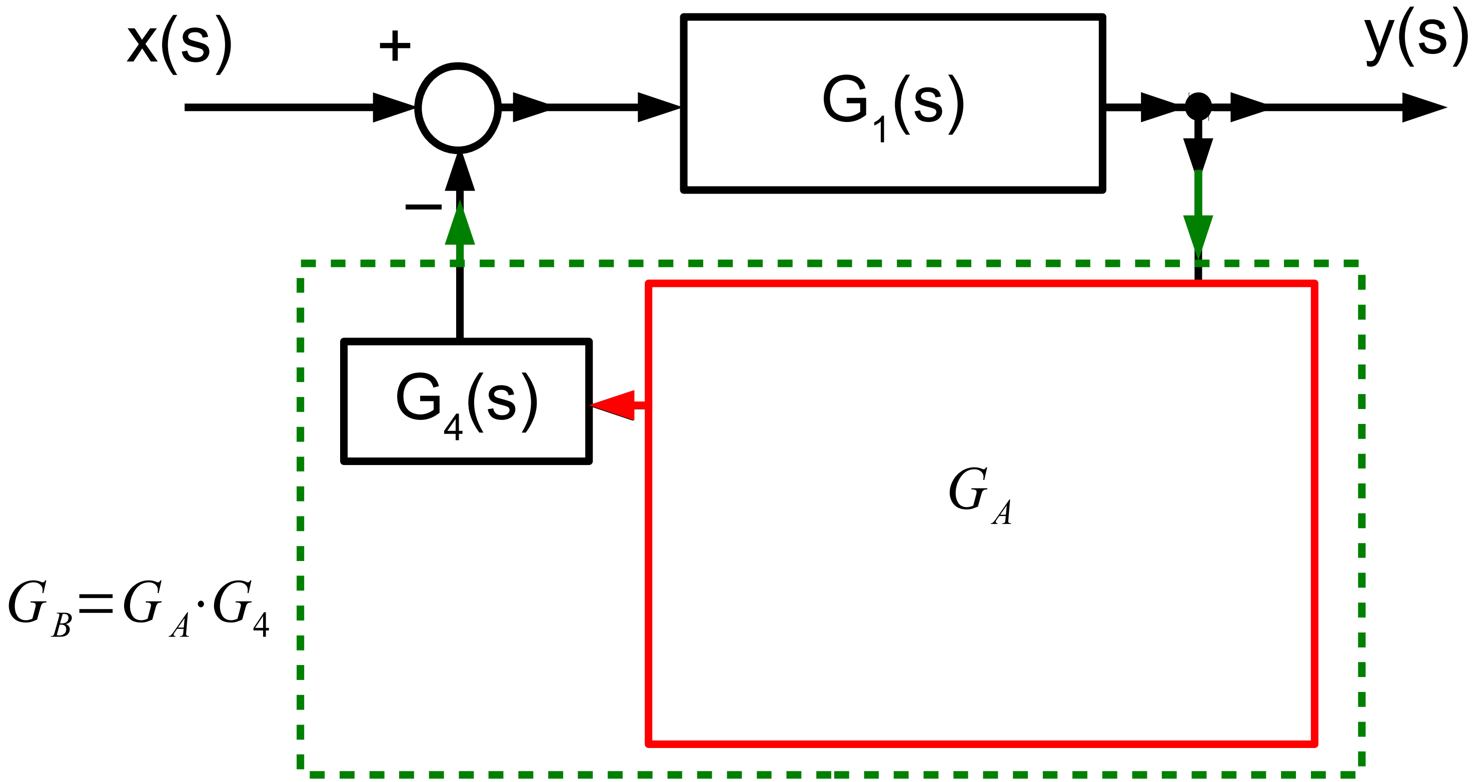
Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



$$G_A = \frac{G_2}{1+G_2 G_3}$$

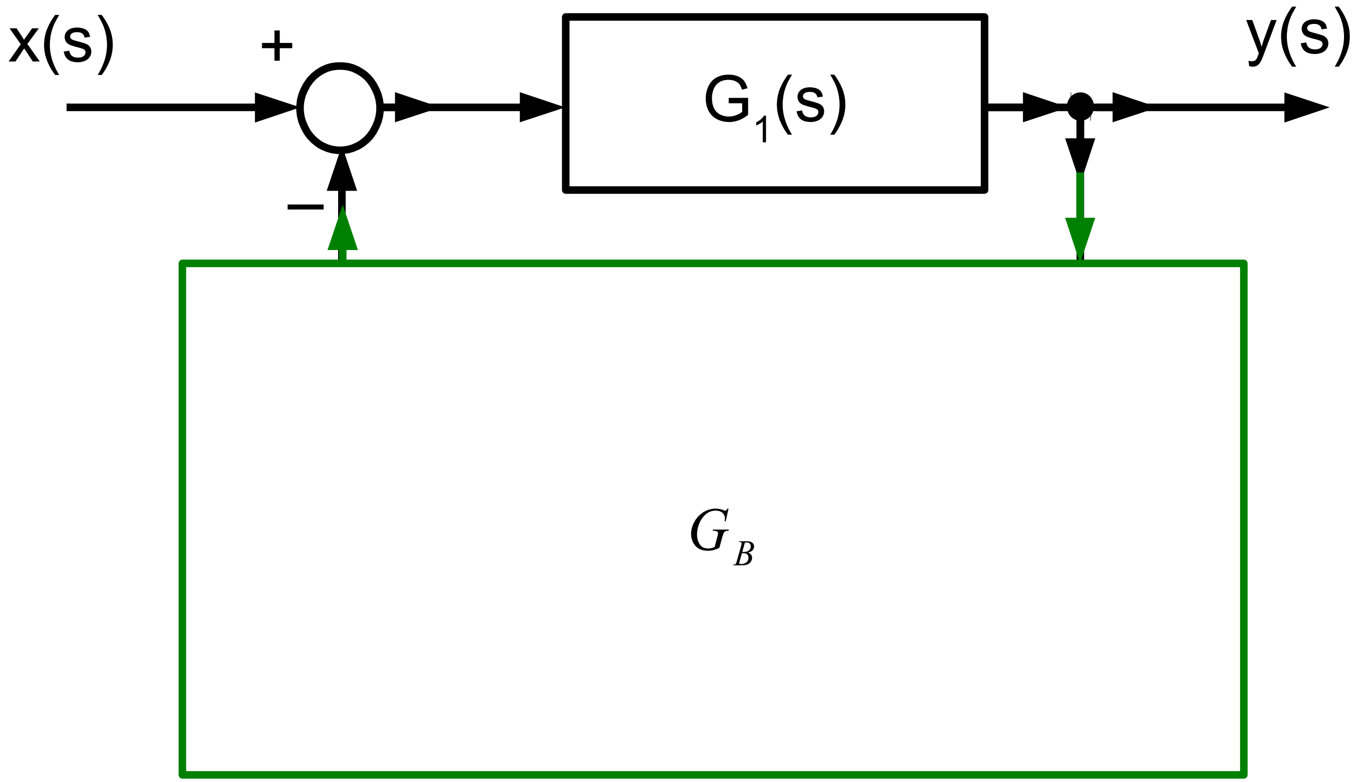
Przykład 1



Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1+G_2 G_3}$$

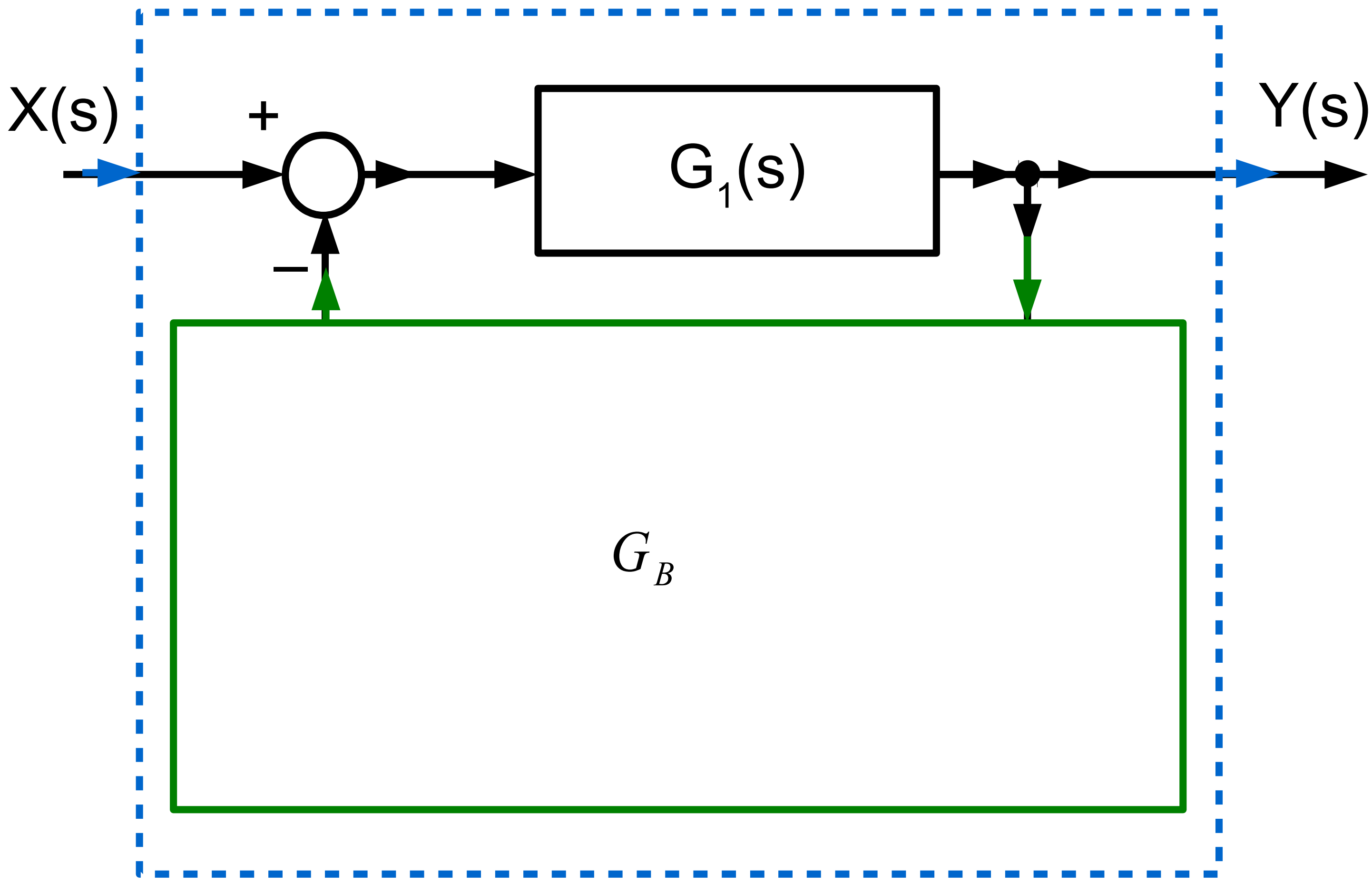
$$G_B = G_A \cdot G_4$$



$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A \cdot G_4$$

Przykład 1

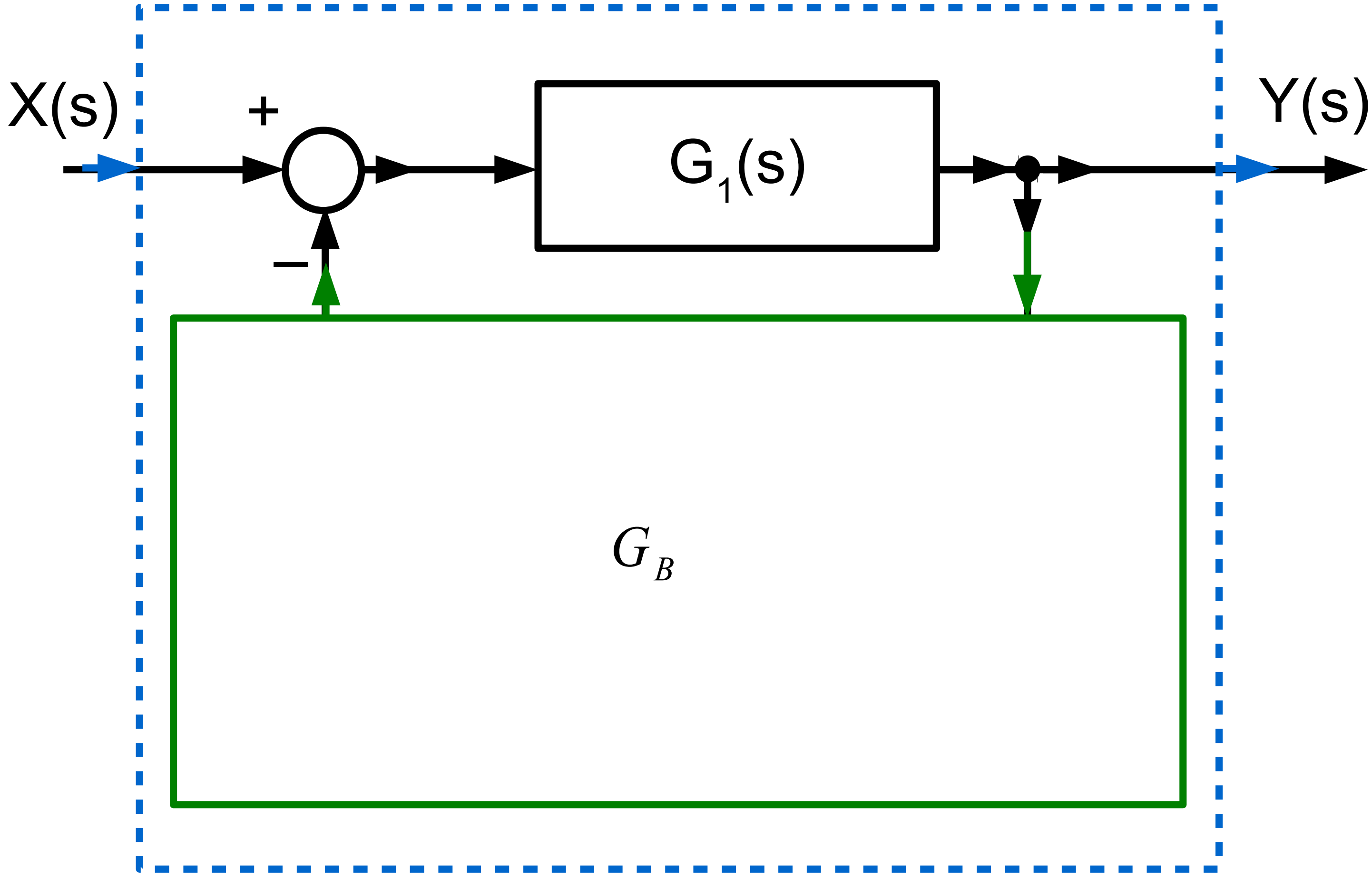


$$G_A = \frac{G_2}{1+G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A \cdot G_4$$

Przykład 1

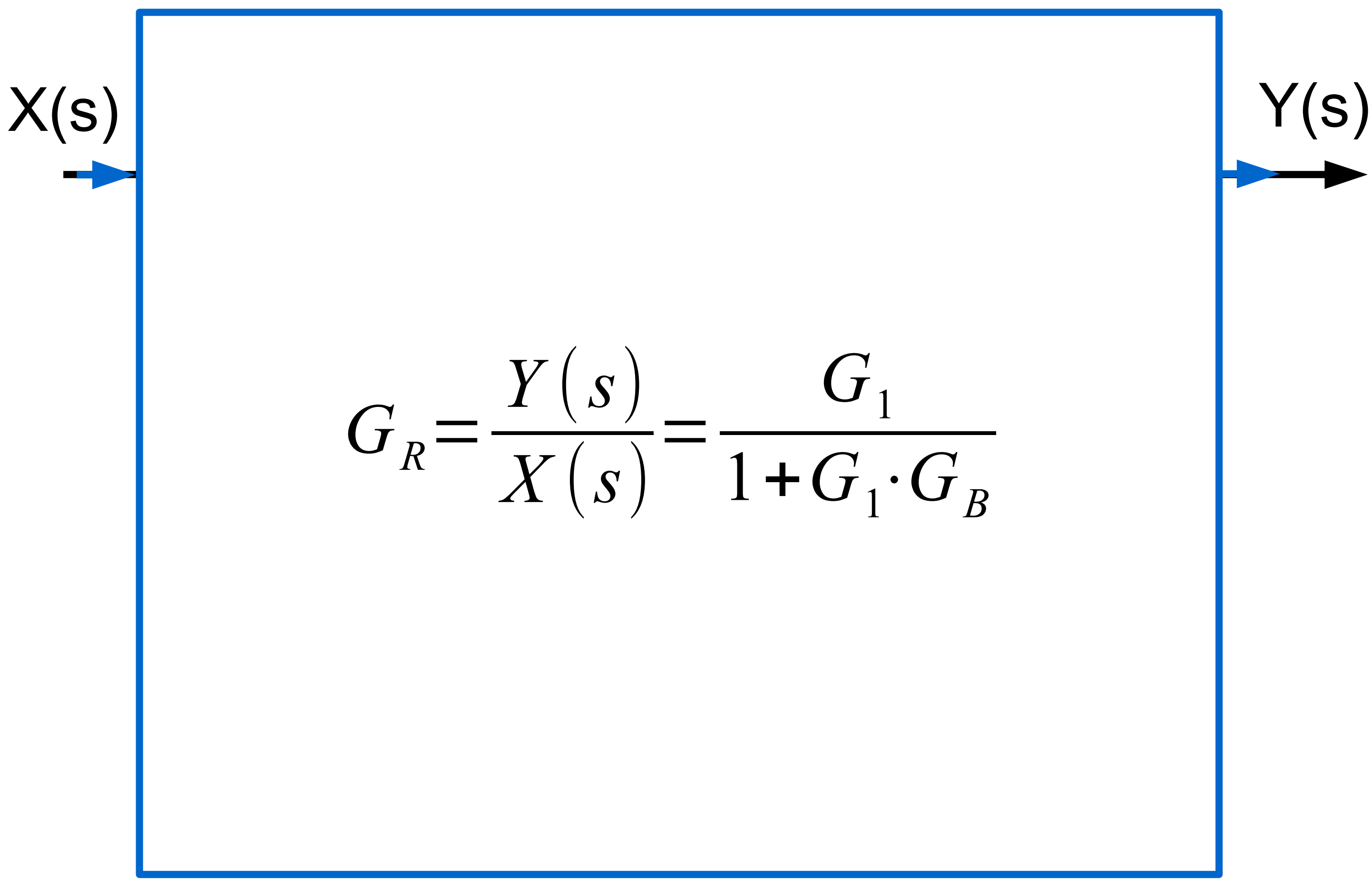
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G_1}{1+G_1 \cdot G_B}$$



Przykład 1

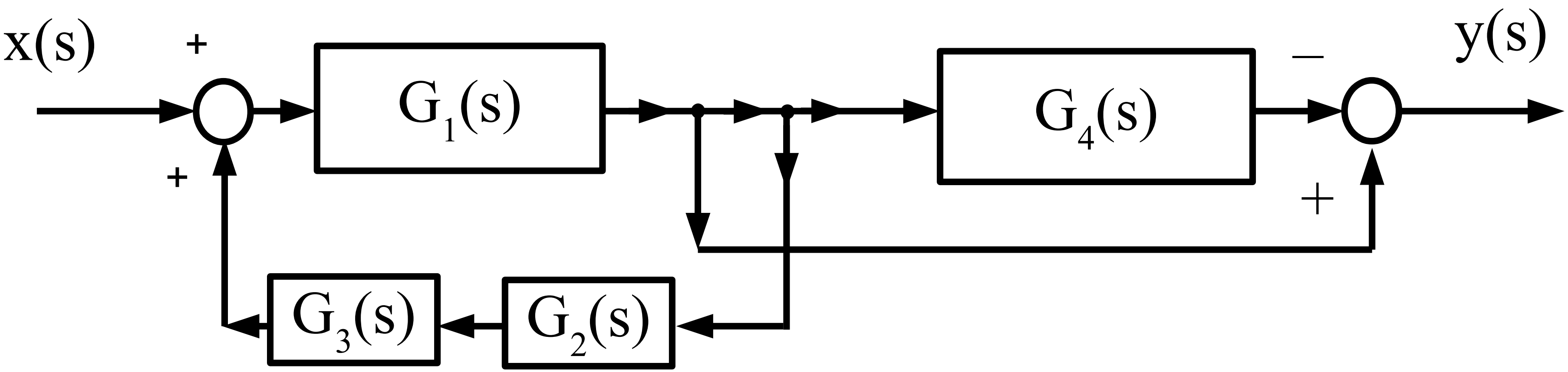
$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A \cdot G_4$$

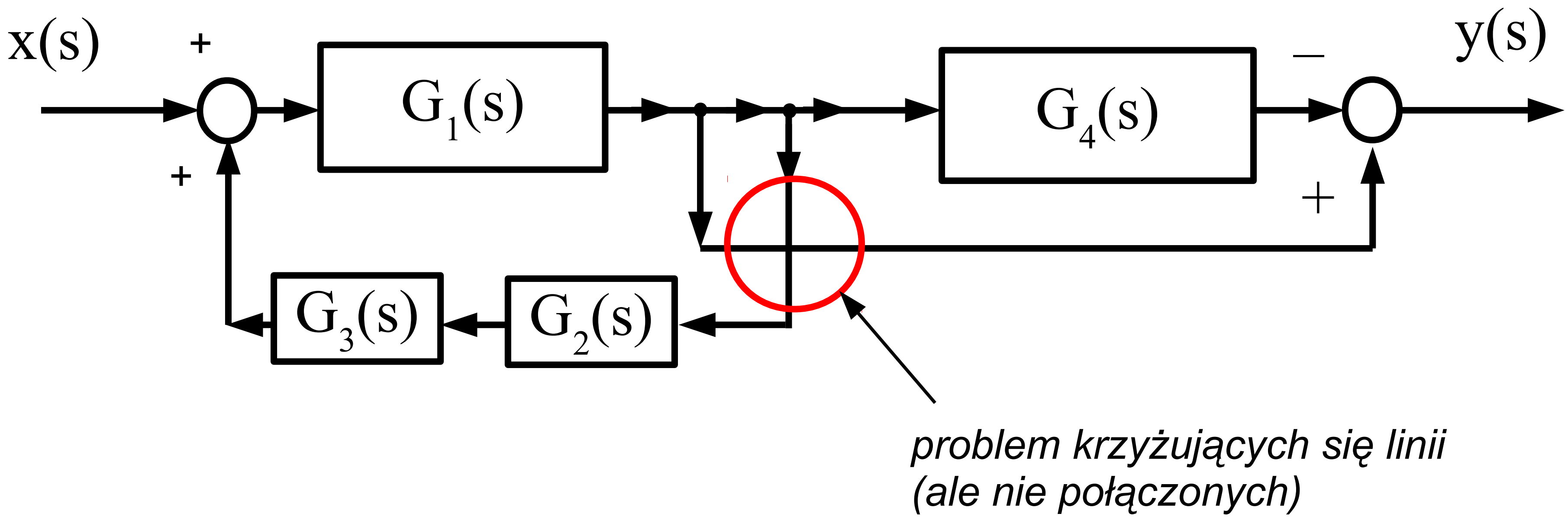


$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_B}$$

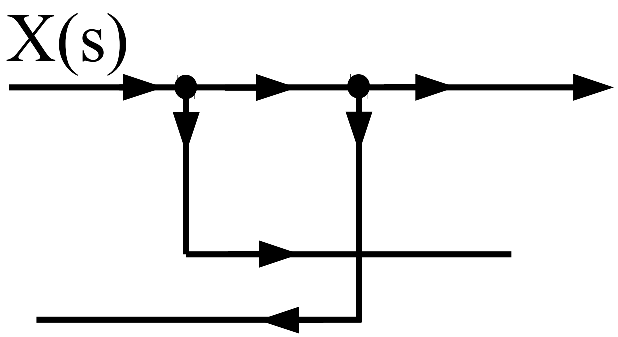
Przykład 2

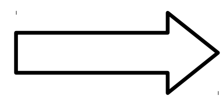


Przykład 2

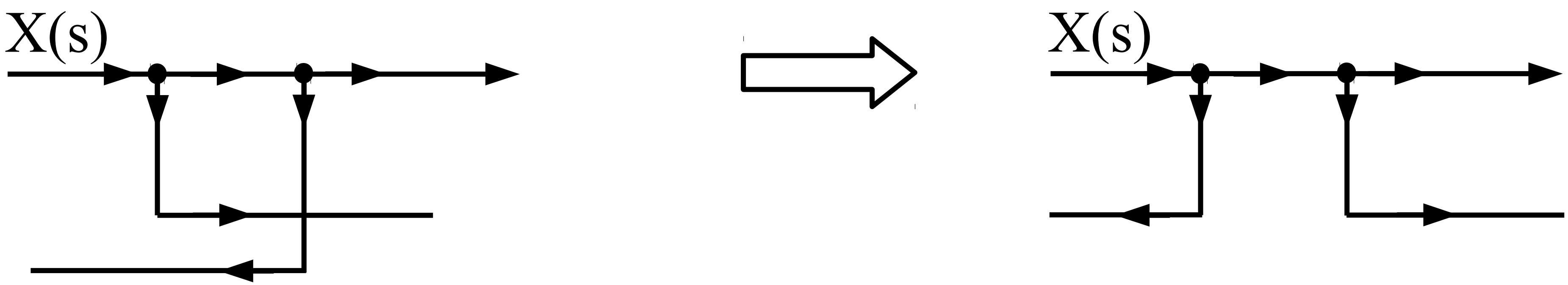

x(s)
+
+
G1(s)
G4(s)
–
y(s)
+
G3(s)
G2(s)
problem krzyżujących się linii
(ale nie połączonych)

Algebra schematów blokowych
zmiana kolejności węzłów informacyjnych

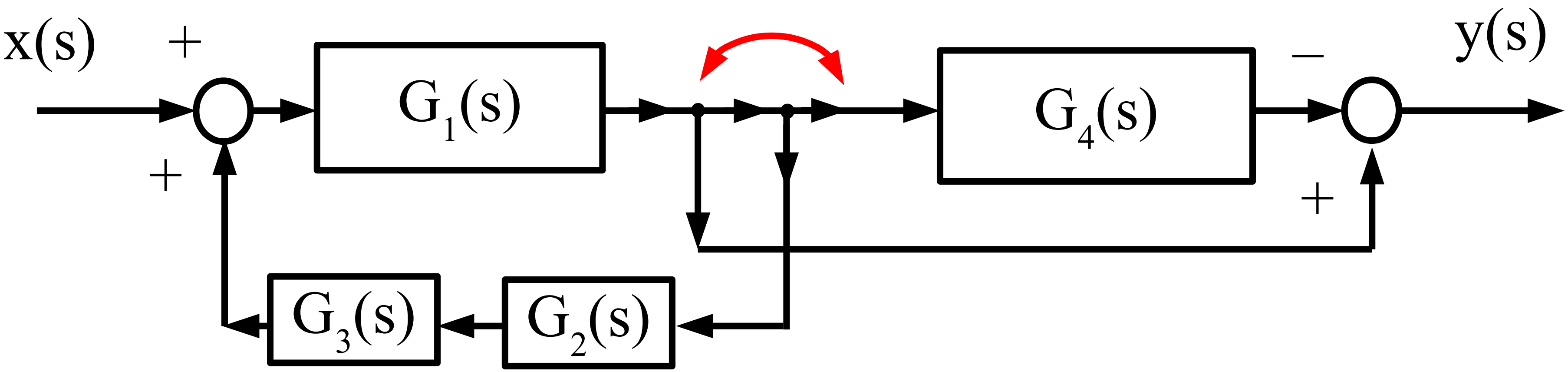




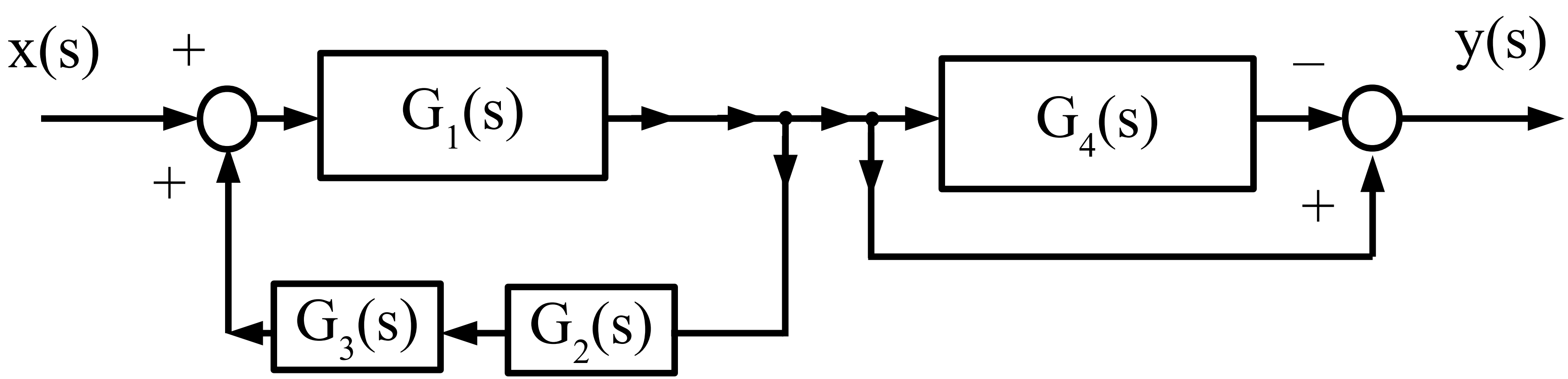
Algebra schematów blokowych
zmiana kolejności węzłów informacyjnych



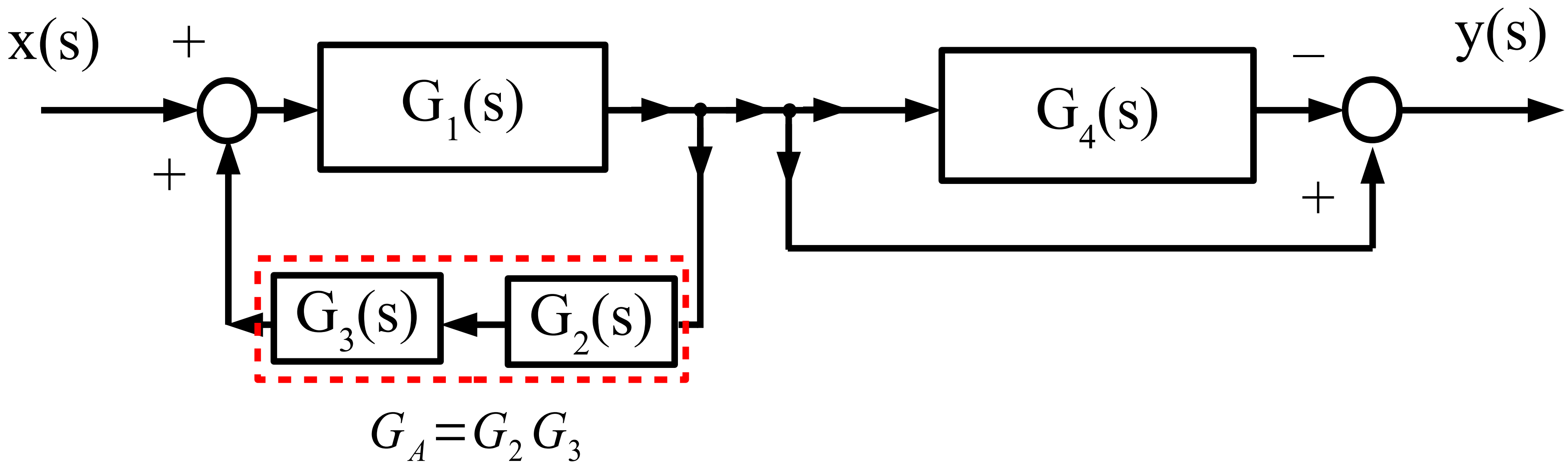
Przykład 2



Przykład 2

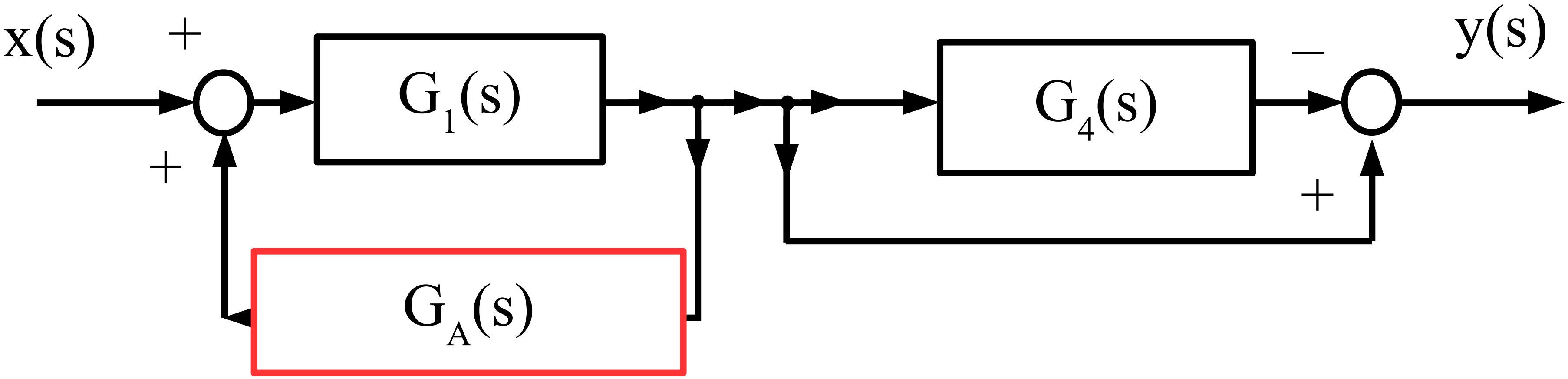


Przykład 2



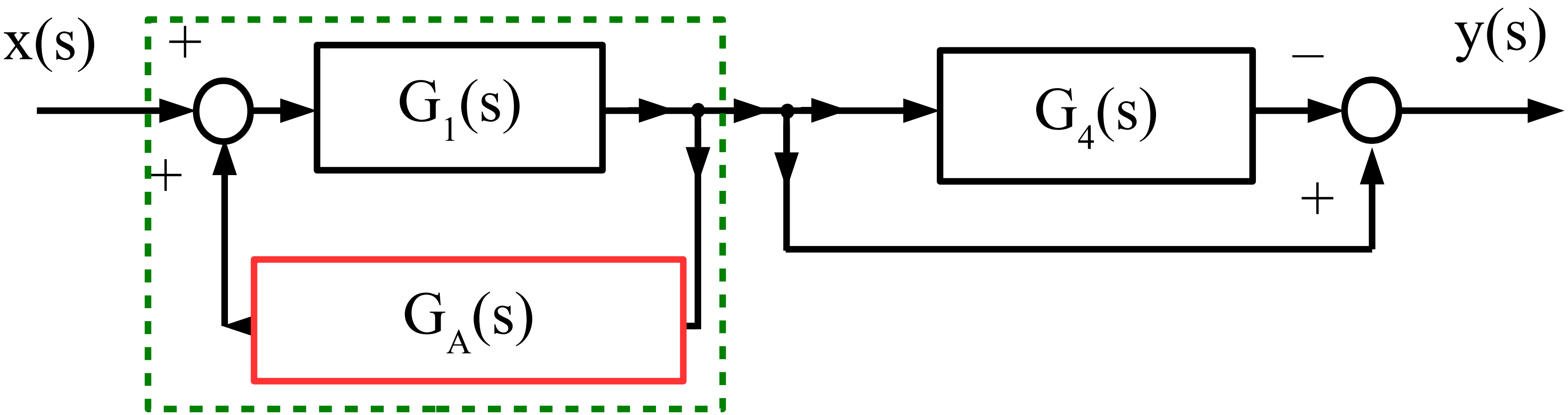
$$G_A = G_2 G_3$$

Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

Przykład 2

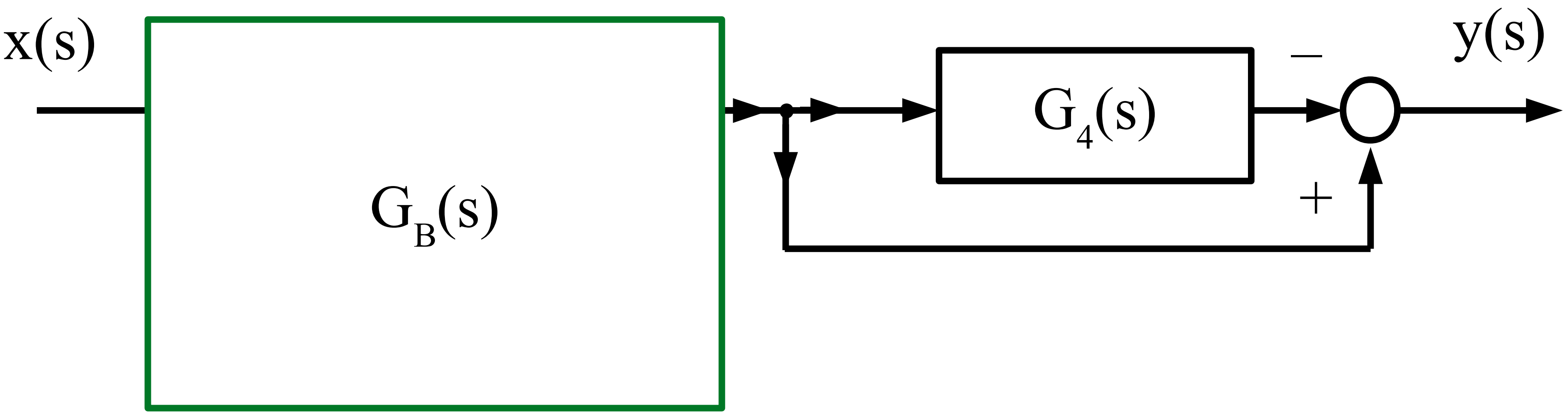


$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

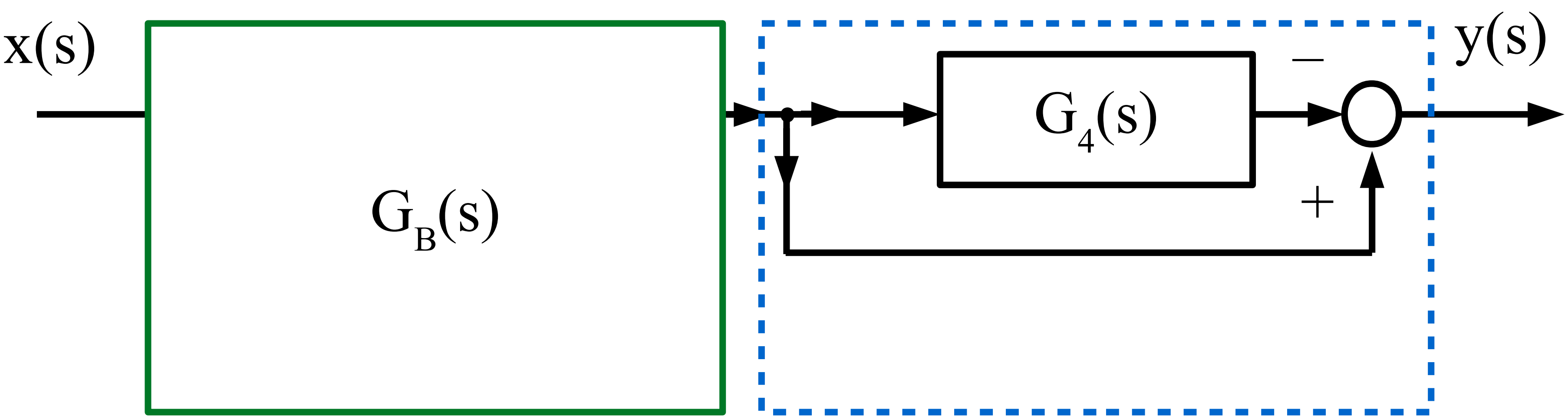
Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

Przykład 2

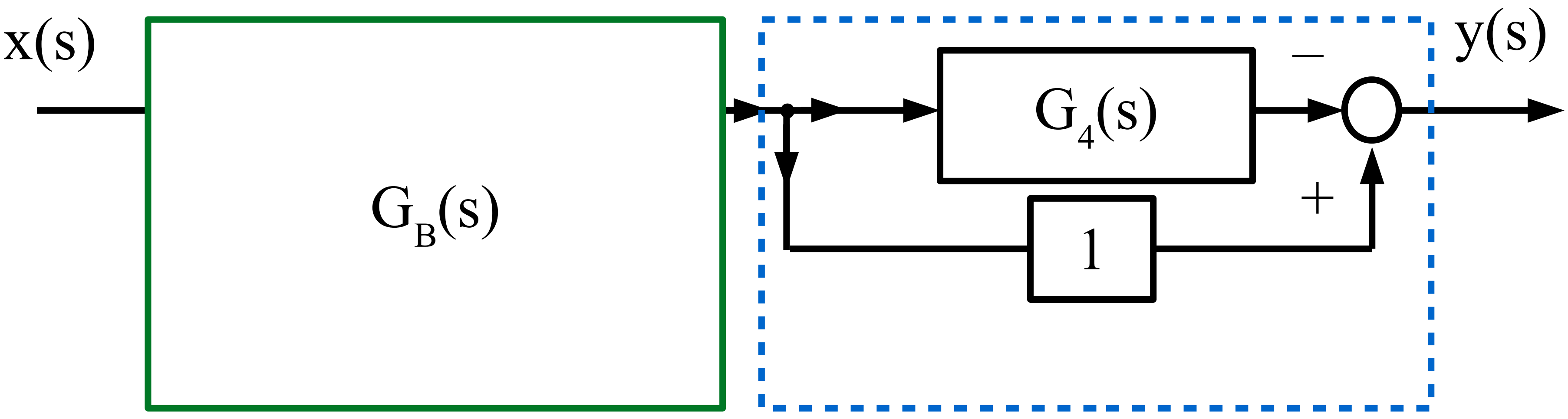
$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$



$$G_A = G_2 G_3$$

Przykład 2

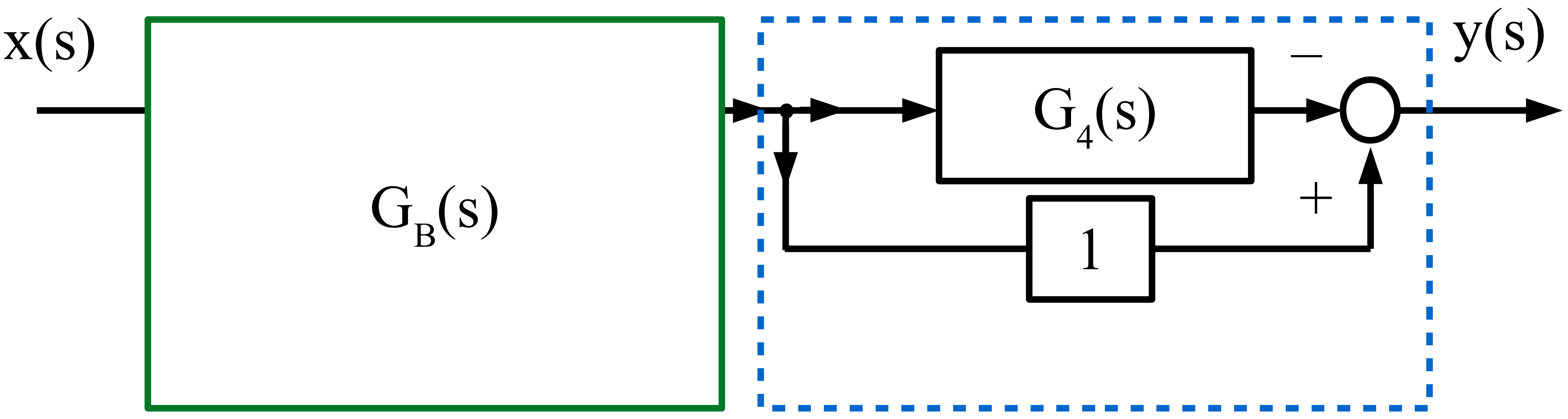
$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

Przykład 2



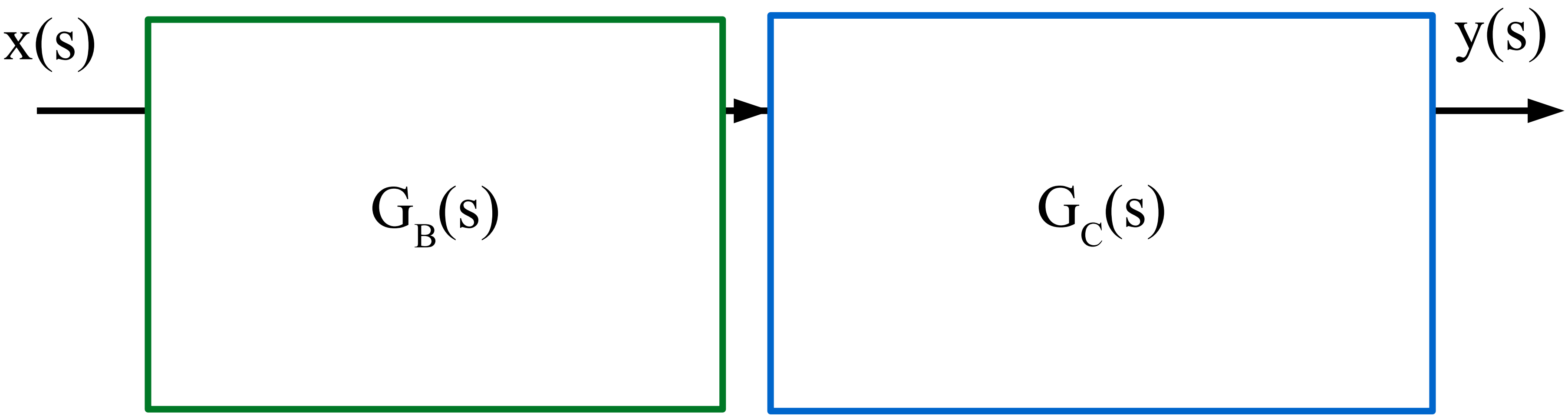
$$G_C = -G_4 + 1$$

Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$

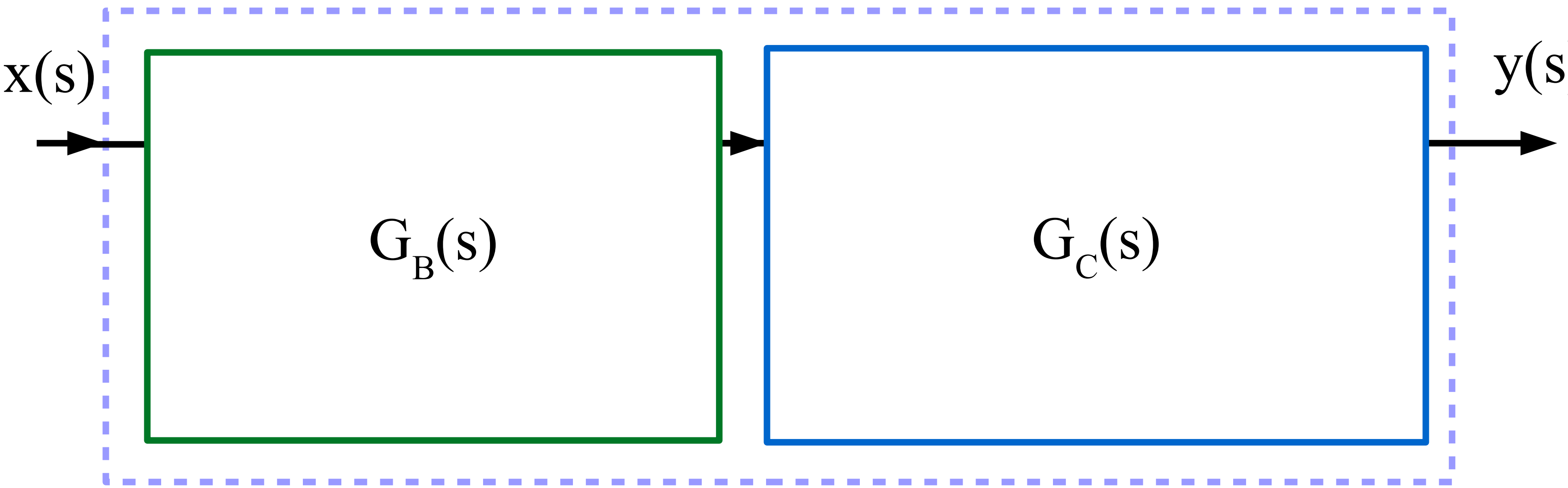


$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$

Przykład 2



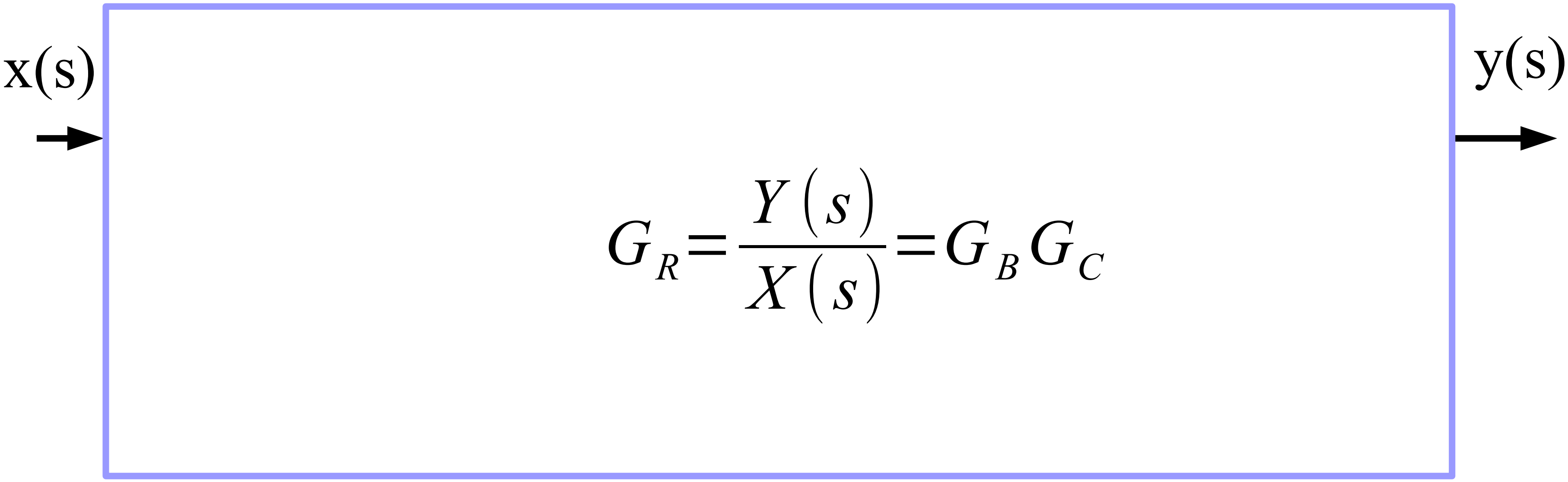
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = G_B G_C$$

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

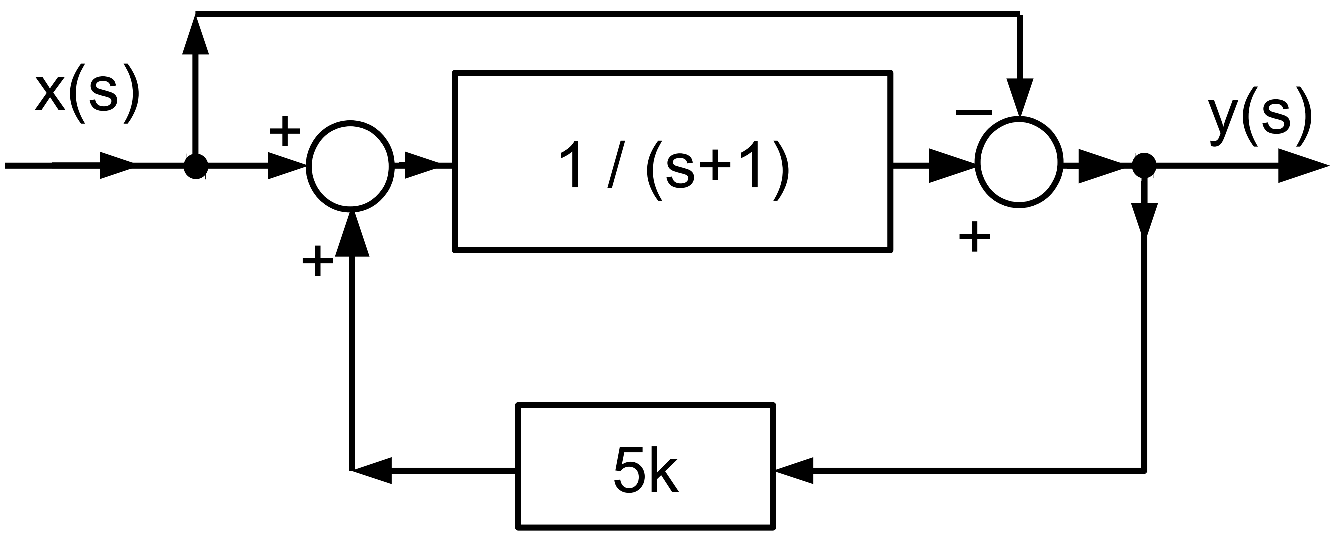
$$G_C = -G_4 + 1$$

Przykład 2

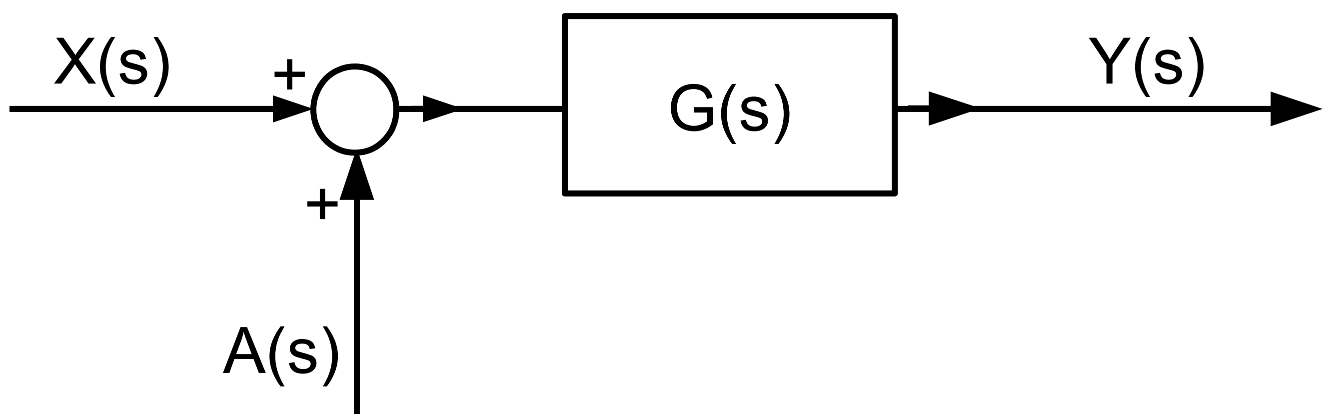


$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = G_B G_C$$

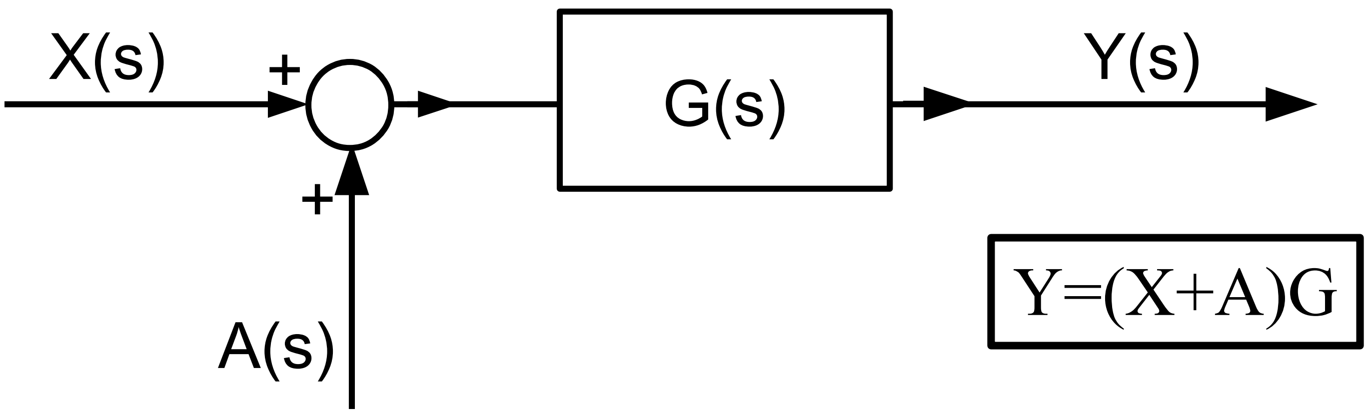
Przykład 3



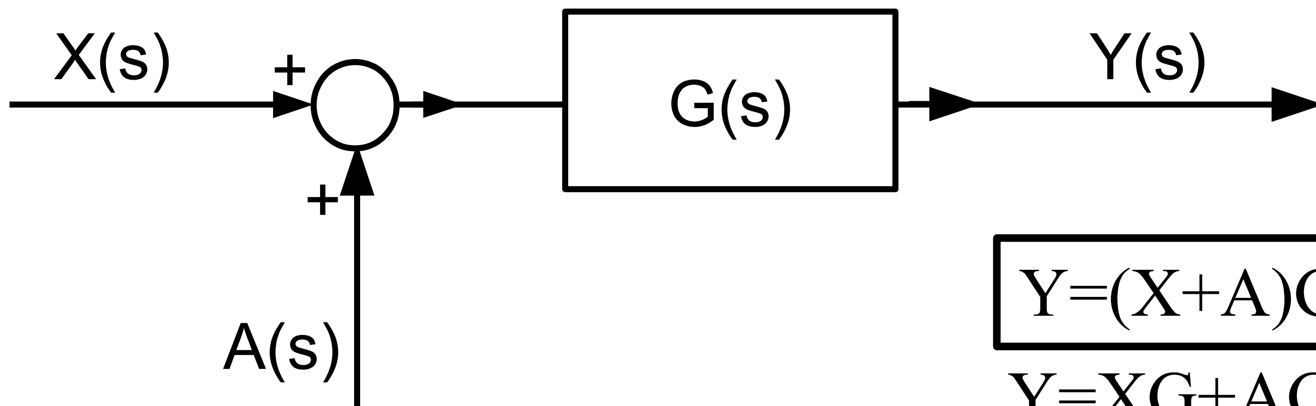
Algebra schematów blokowych
przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



Algebra schematów blokowych
przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



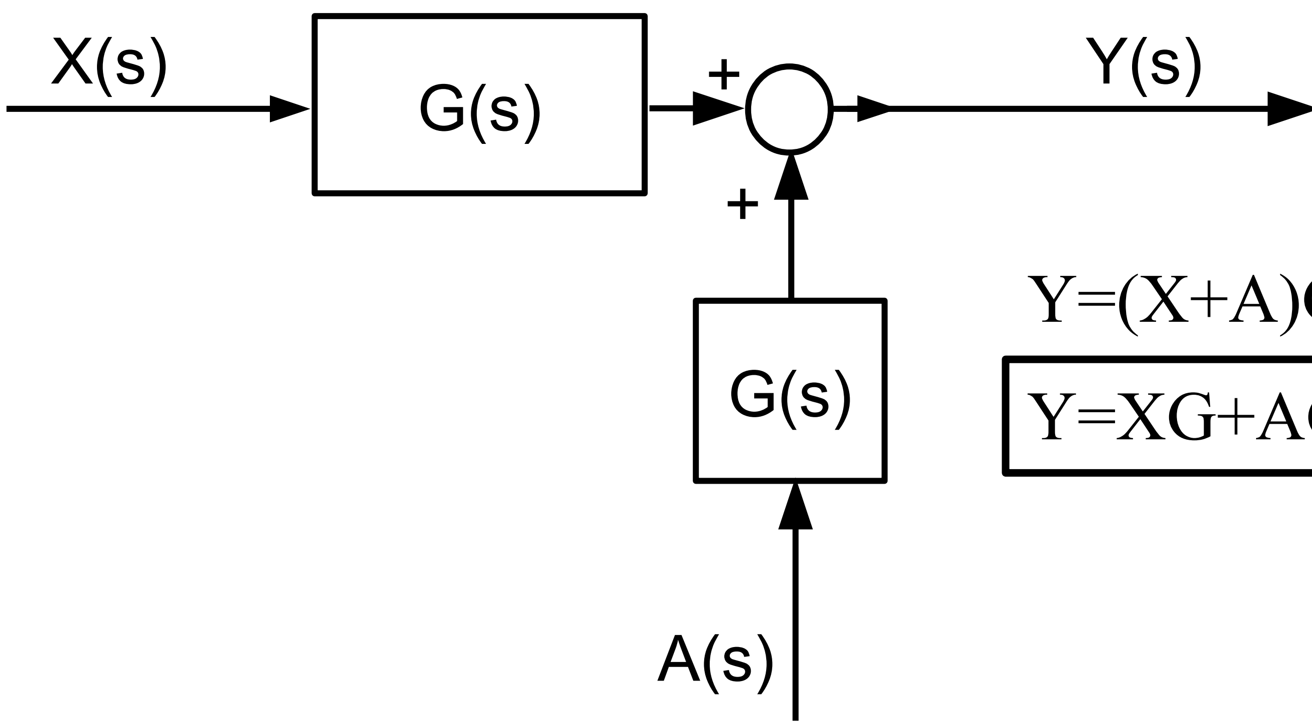
Algebra schematów blokowych przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



$$\boxed{Y=(X+A)G}$$

$$Y=XG+AG$$

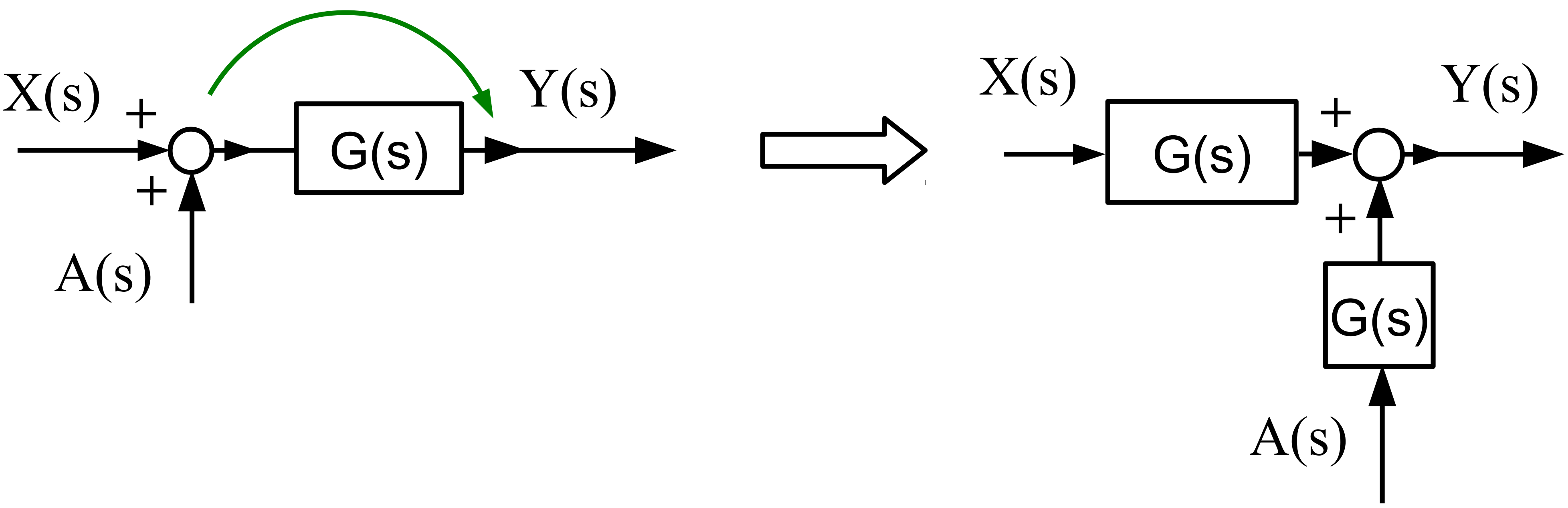
Algebra schematów blokowych
przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



$$Y=(X+A)G$$

$$\boxed{Y=XG+AG}$$

Algebra schematów blokowych
przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji

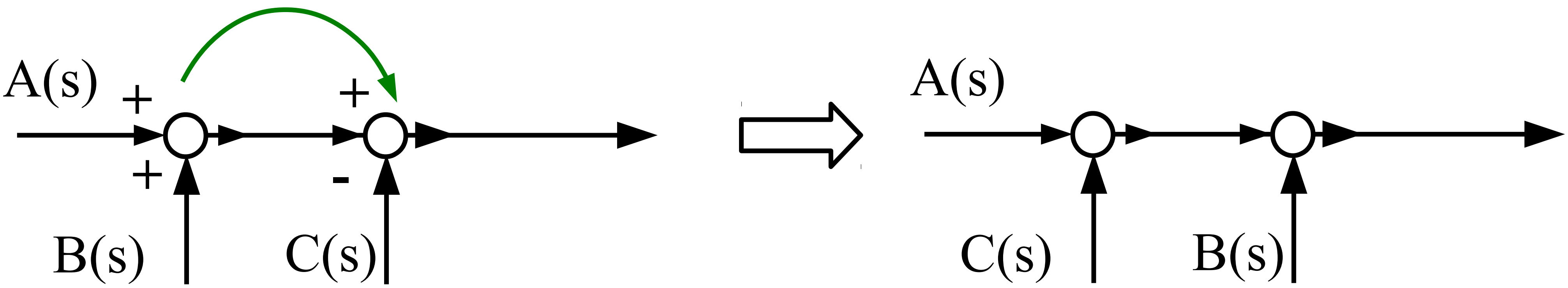


Y=(X+A)G

Y=XG+AG

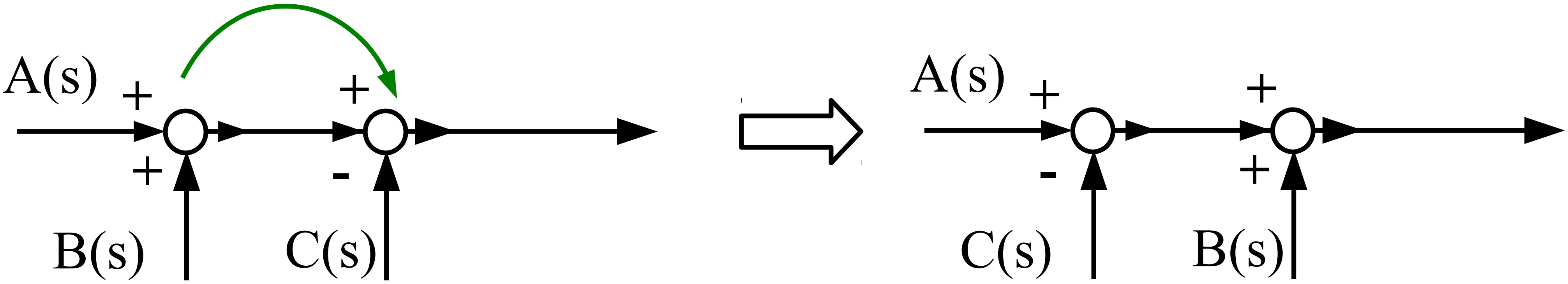
Algebra schematów blokowych
zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

Przykład 1



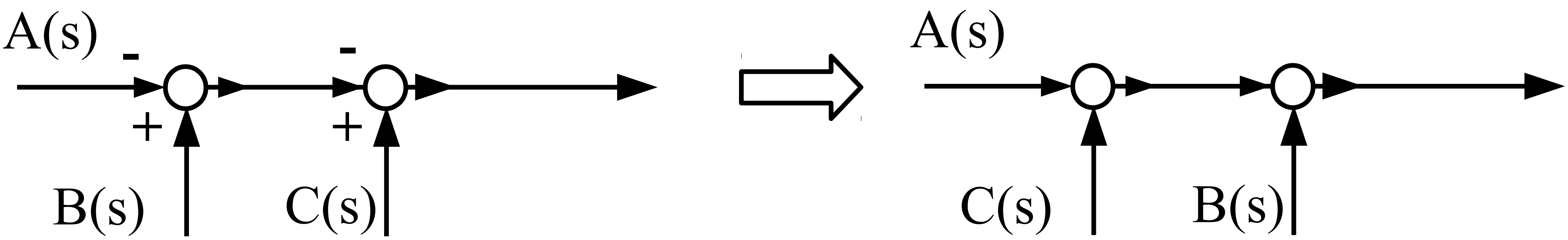
Algebra schematów blokowych
zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

Przykład 1



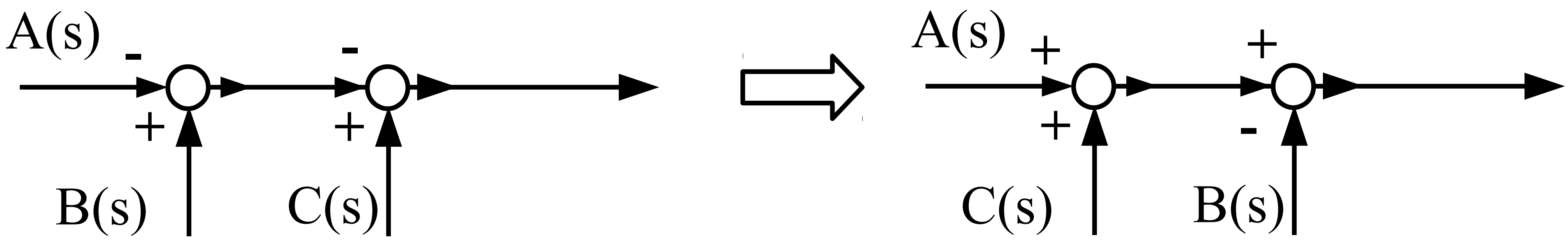
Algebra schematów blokowych zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

Przykład 2 - UWAGA NA ZNAKI!

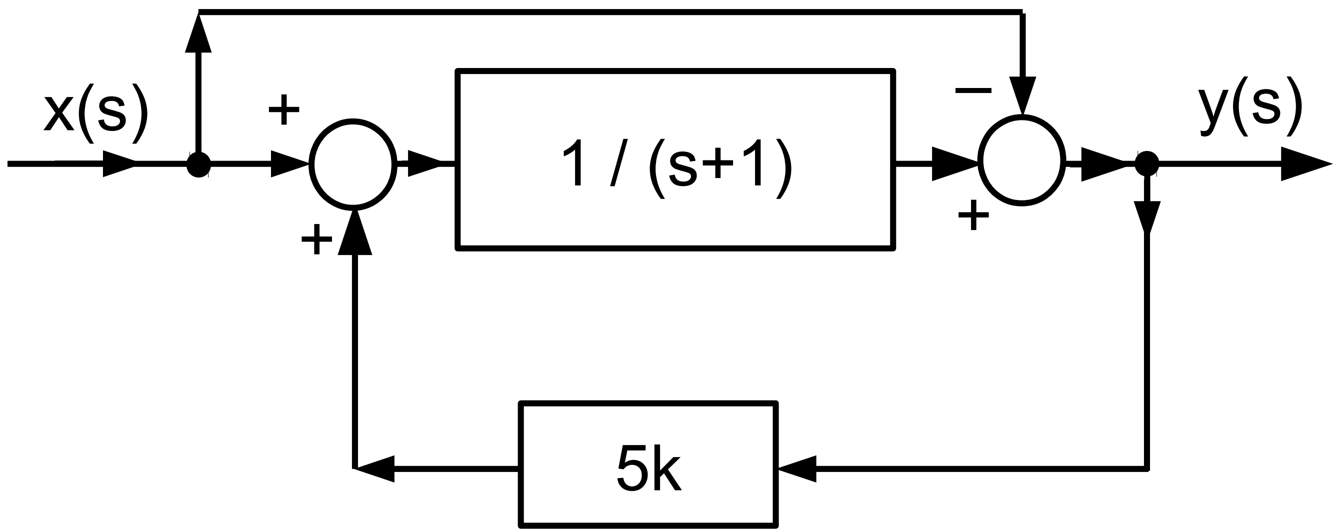


Algebra schematów blokowych zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

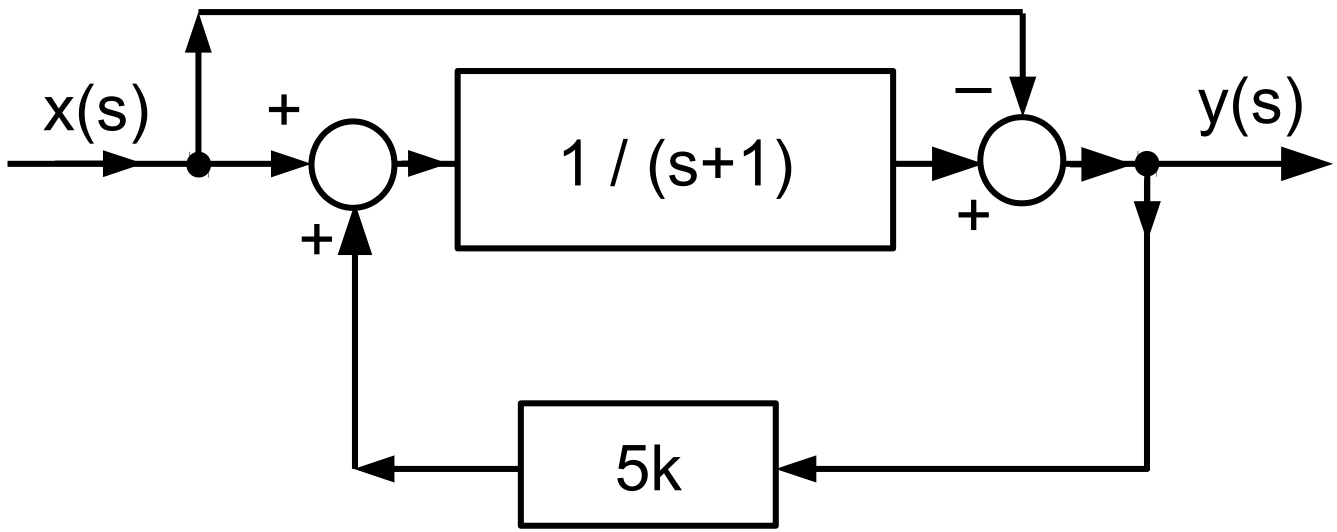
Przykład 2 - UWAGA NA ZNAKI!

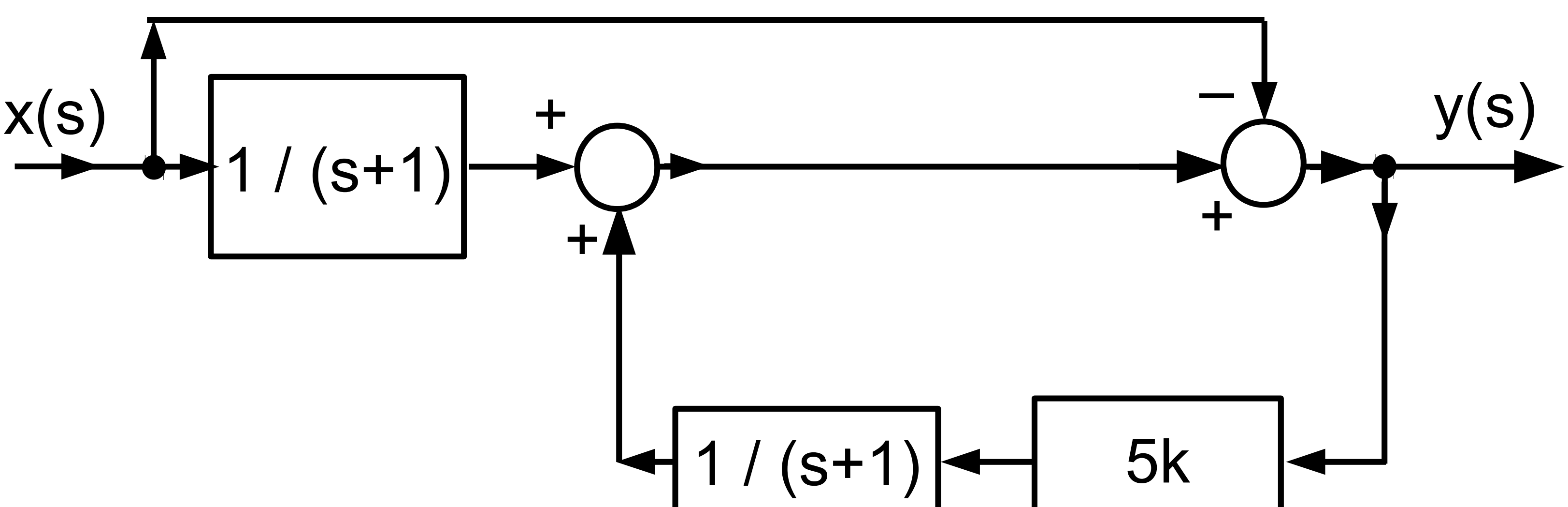


Przykład 3

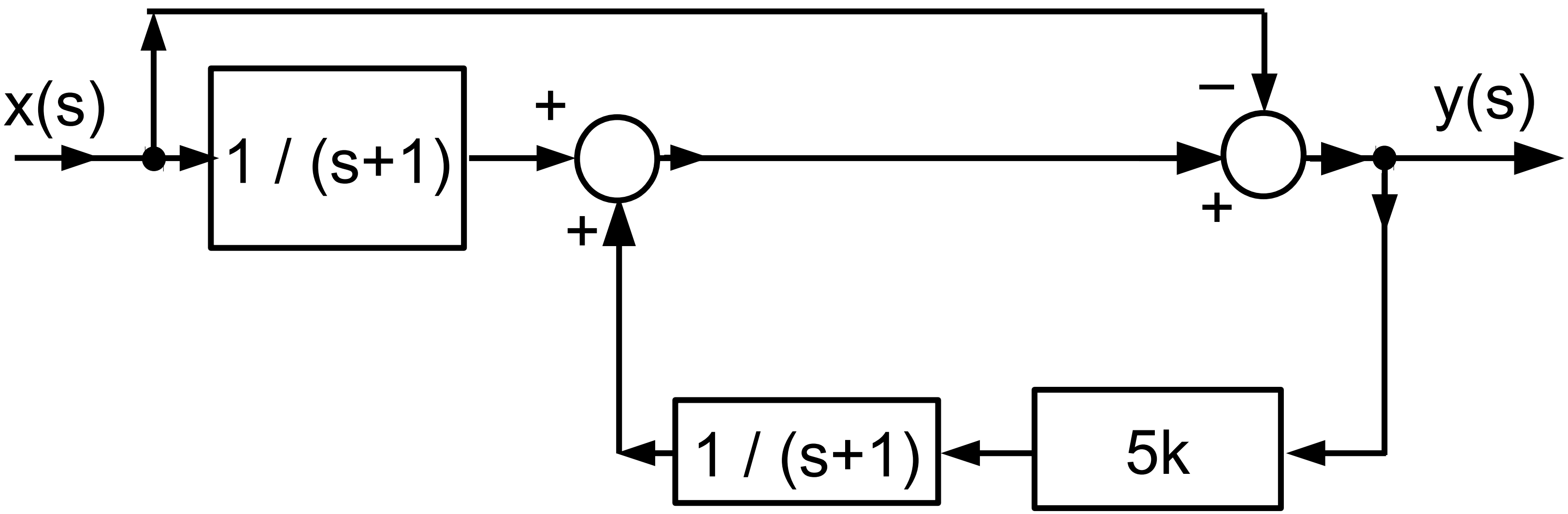


Przykład 3

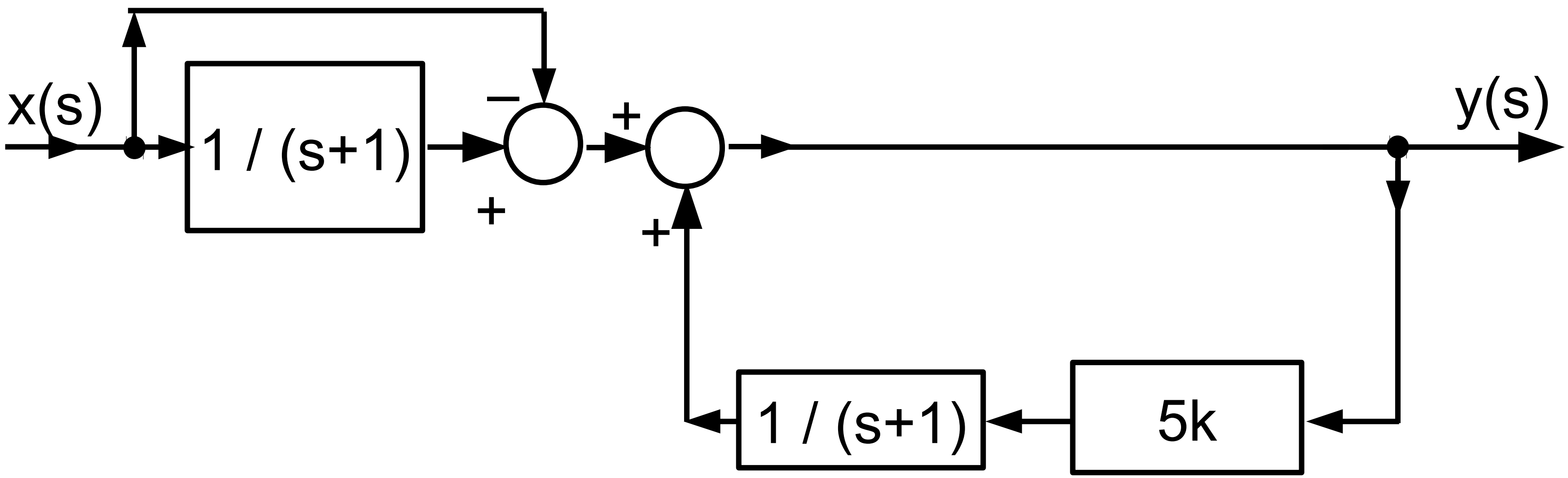




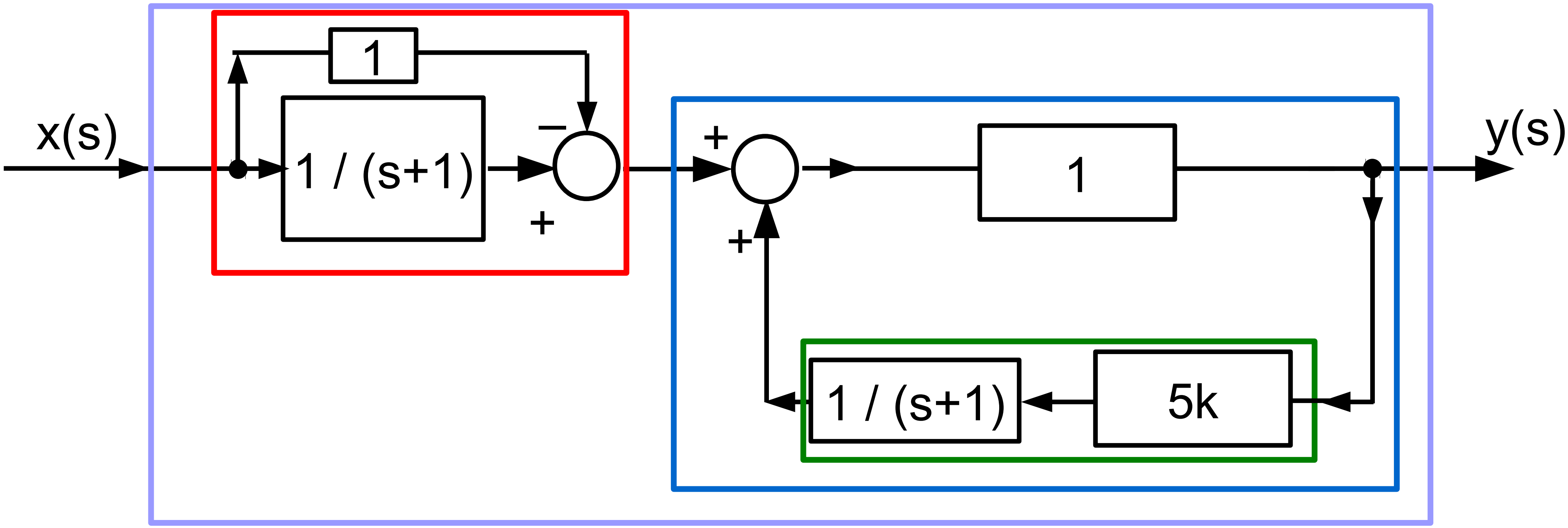
Przykład 3



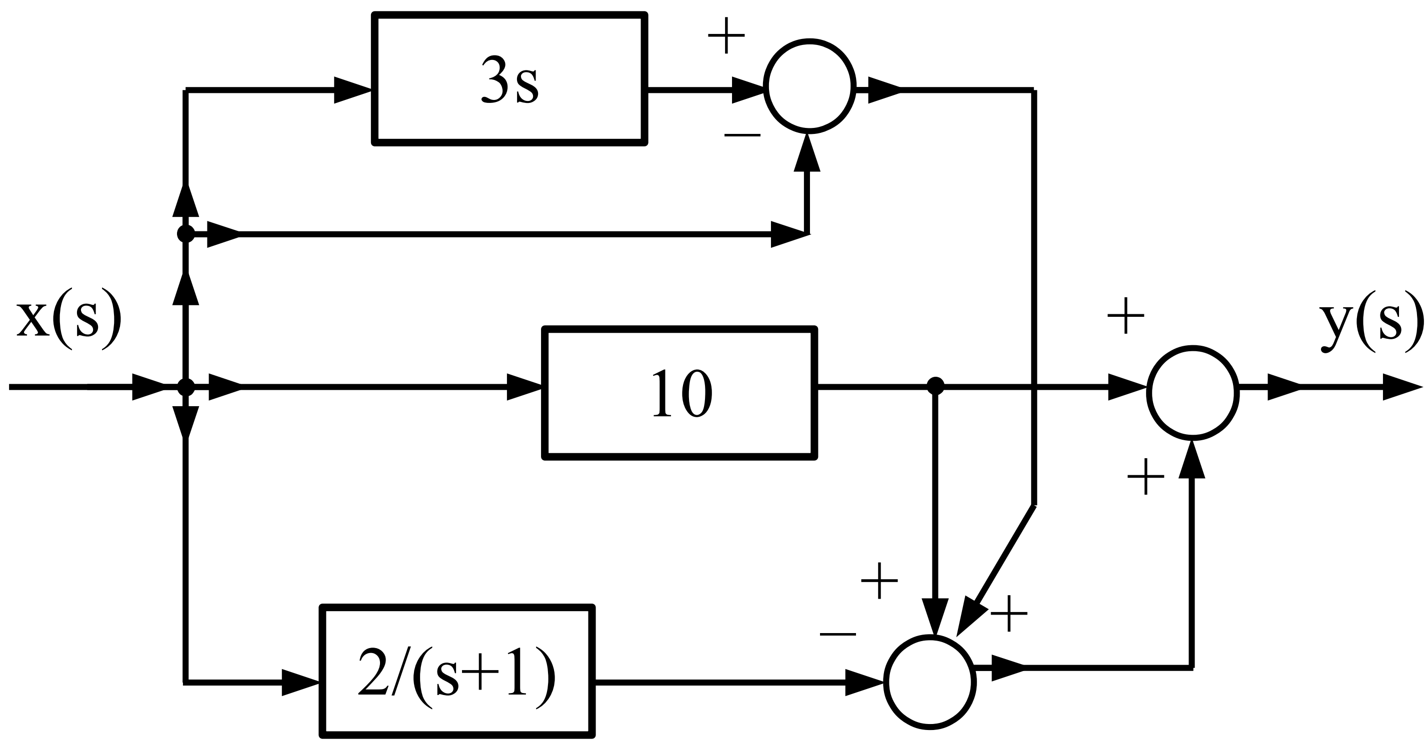
Przykład 3



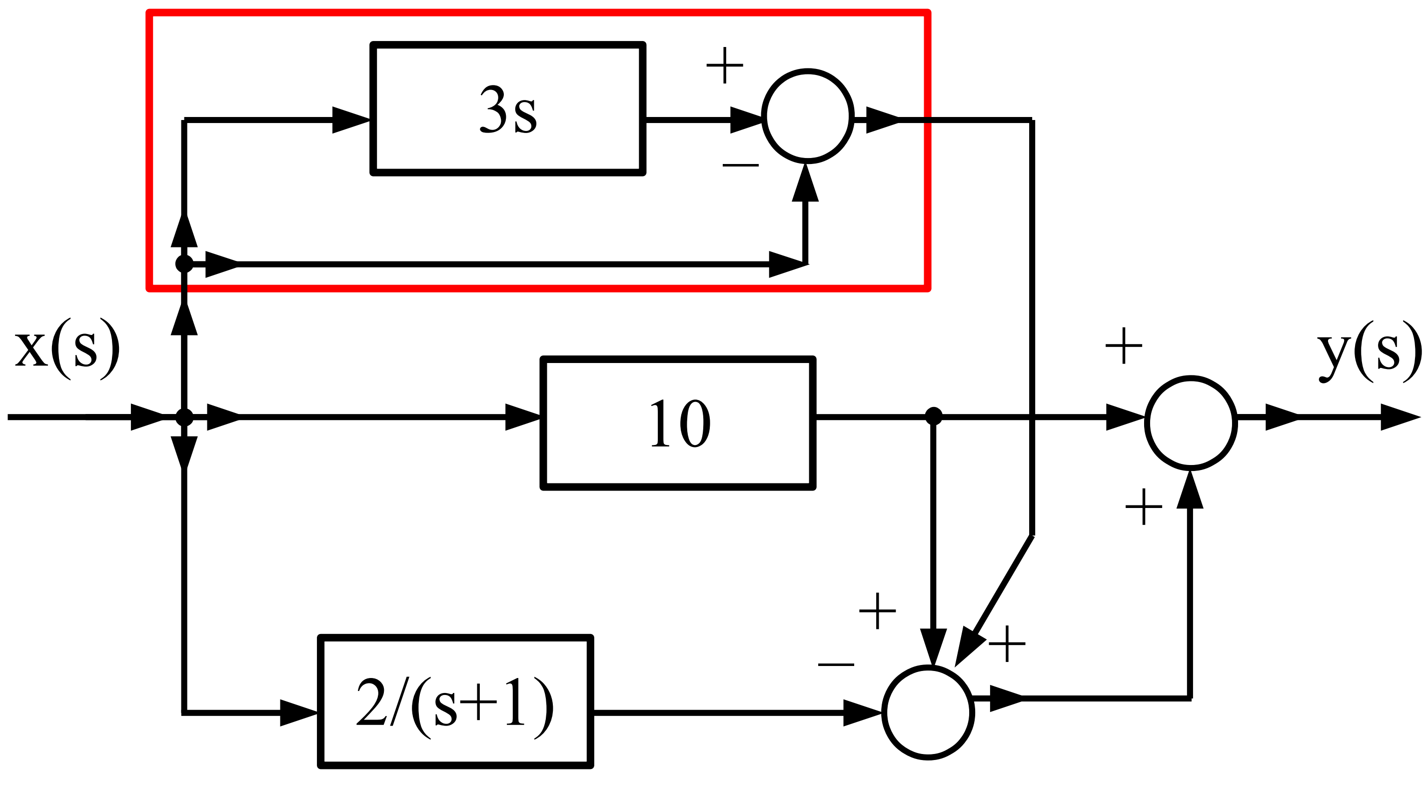
Przykład 3



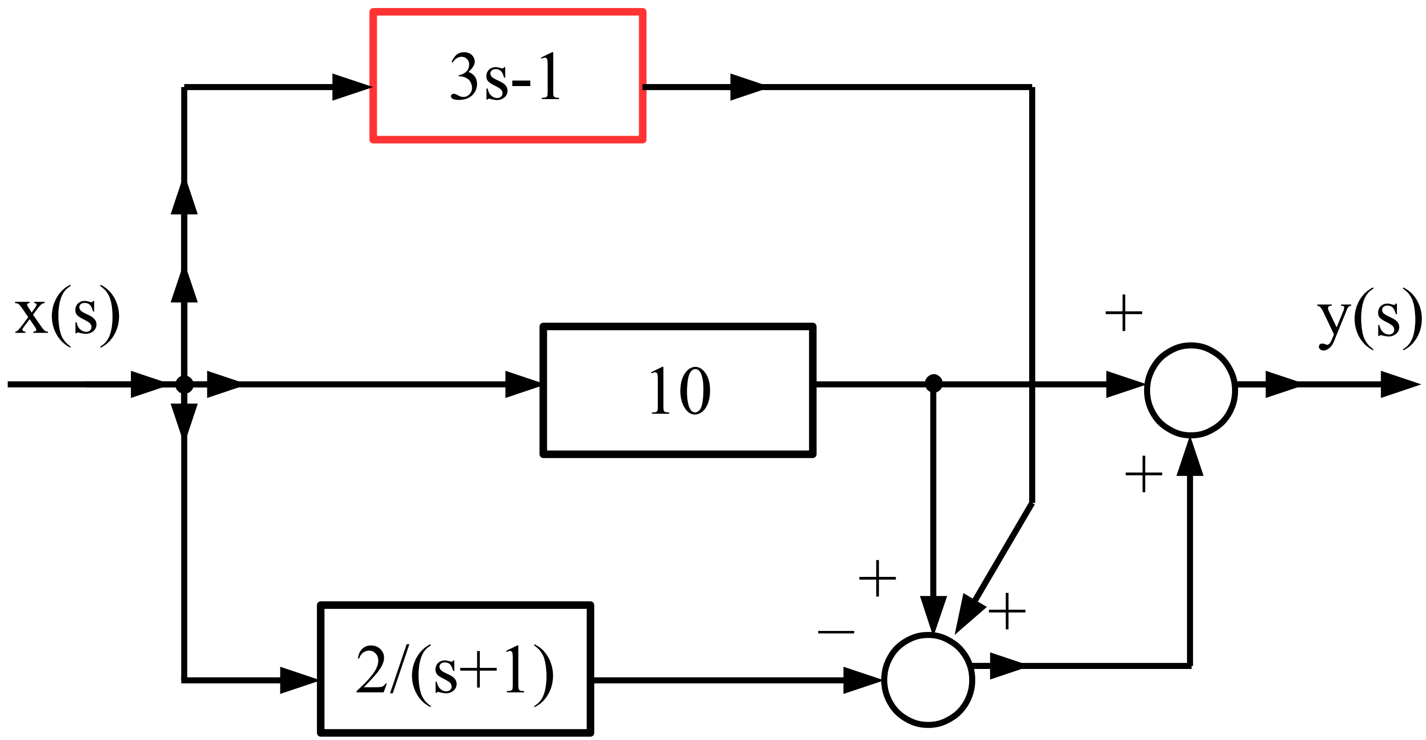
Przykład 4



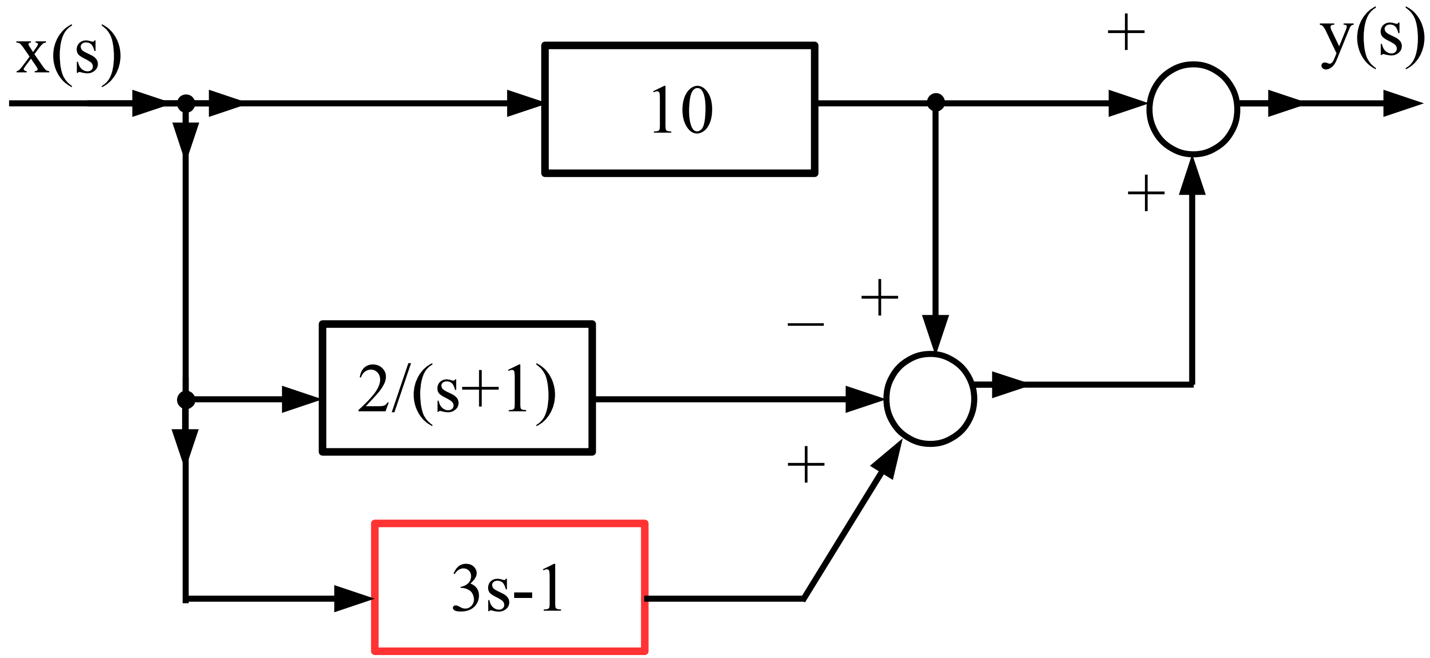
Przykład 4



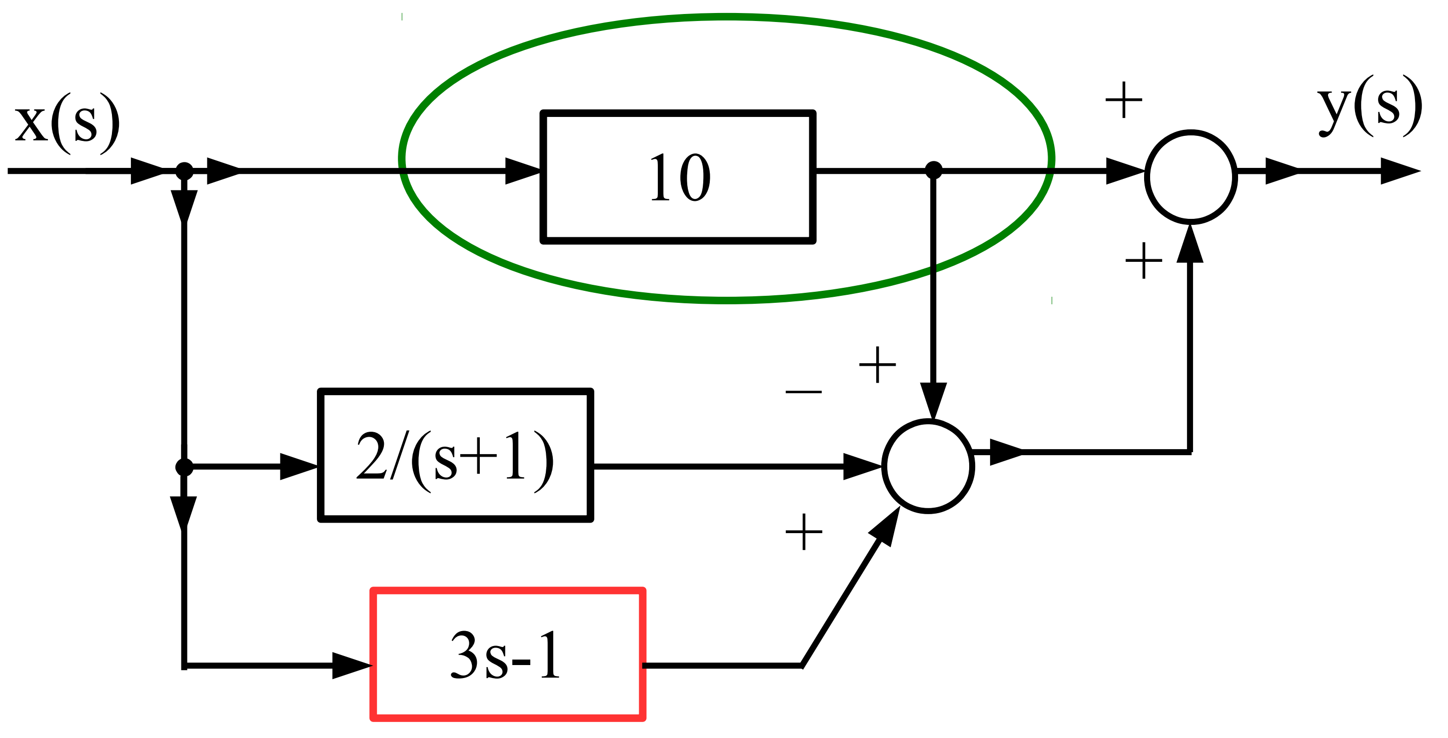
Przykład 4



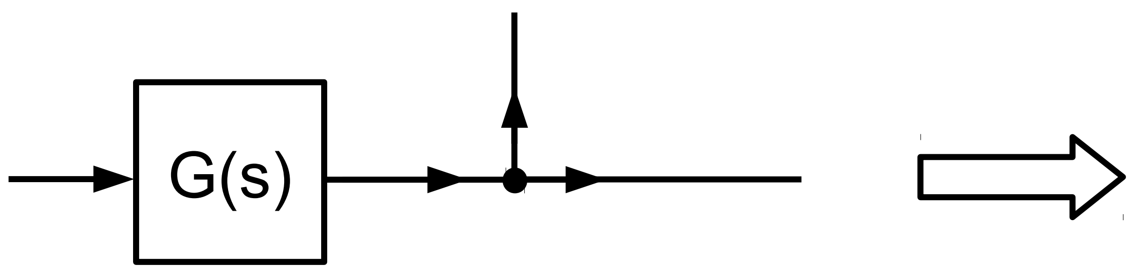
Przykład 4



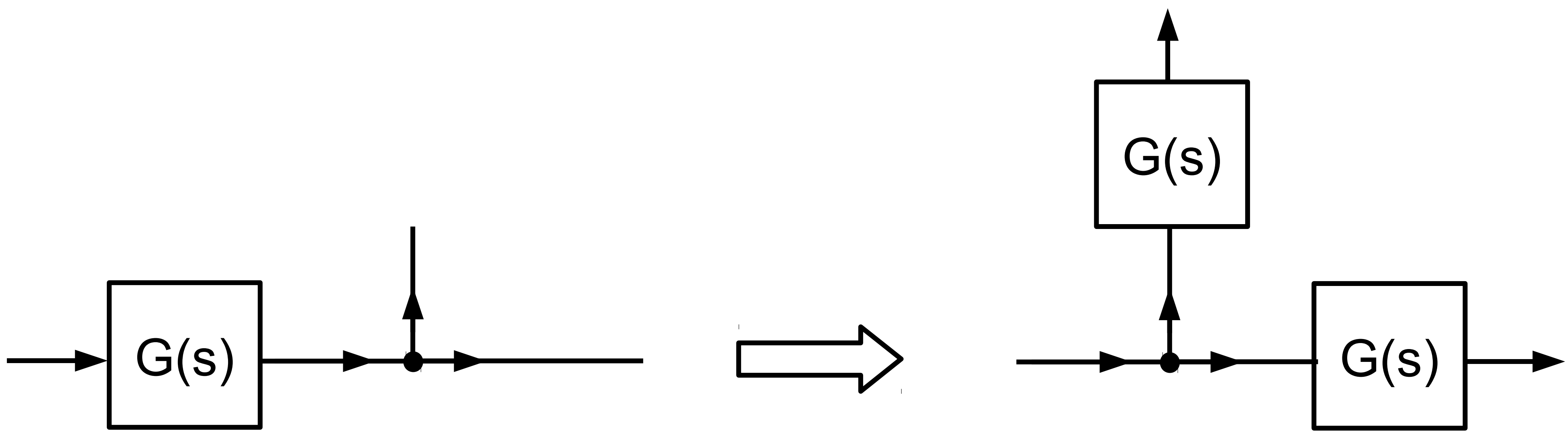
Przykład 4



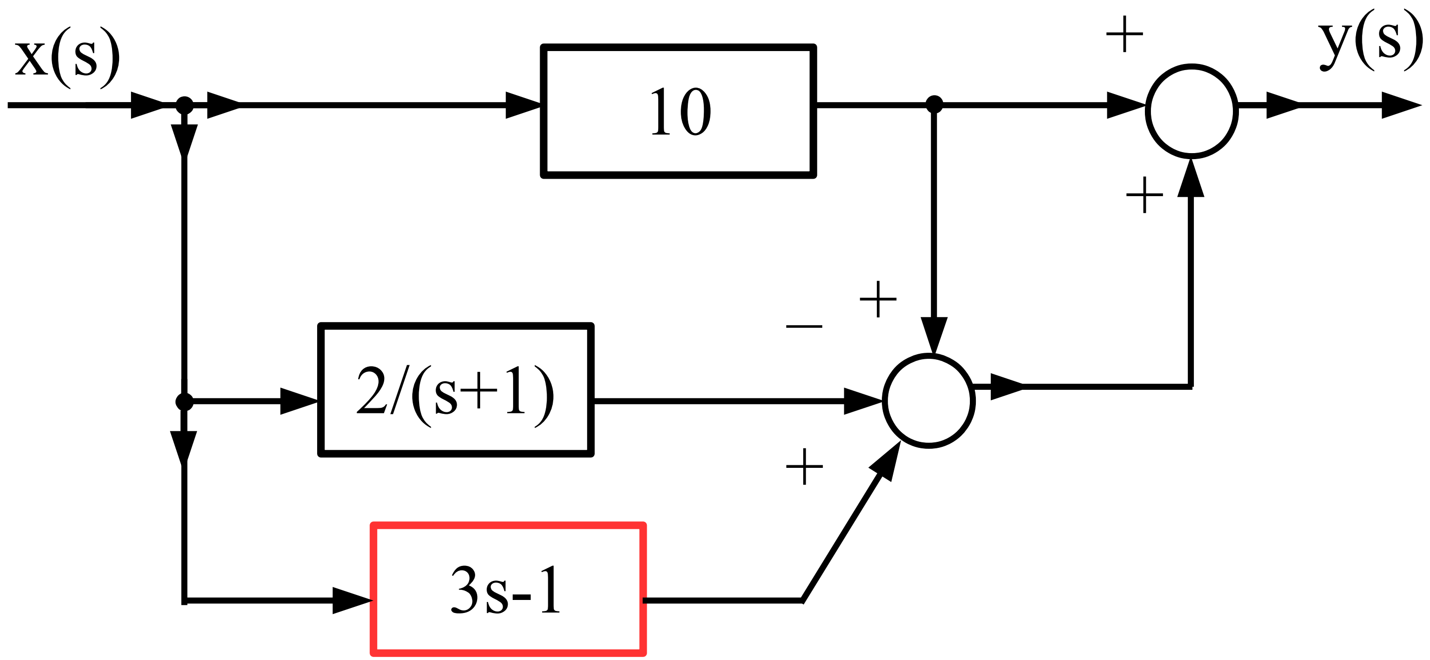
Algebra schematów blokowych
zmiana kolejności bloku transmitancji i węzła informacyjnego



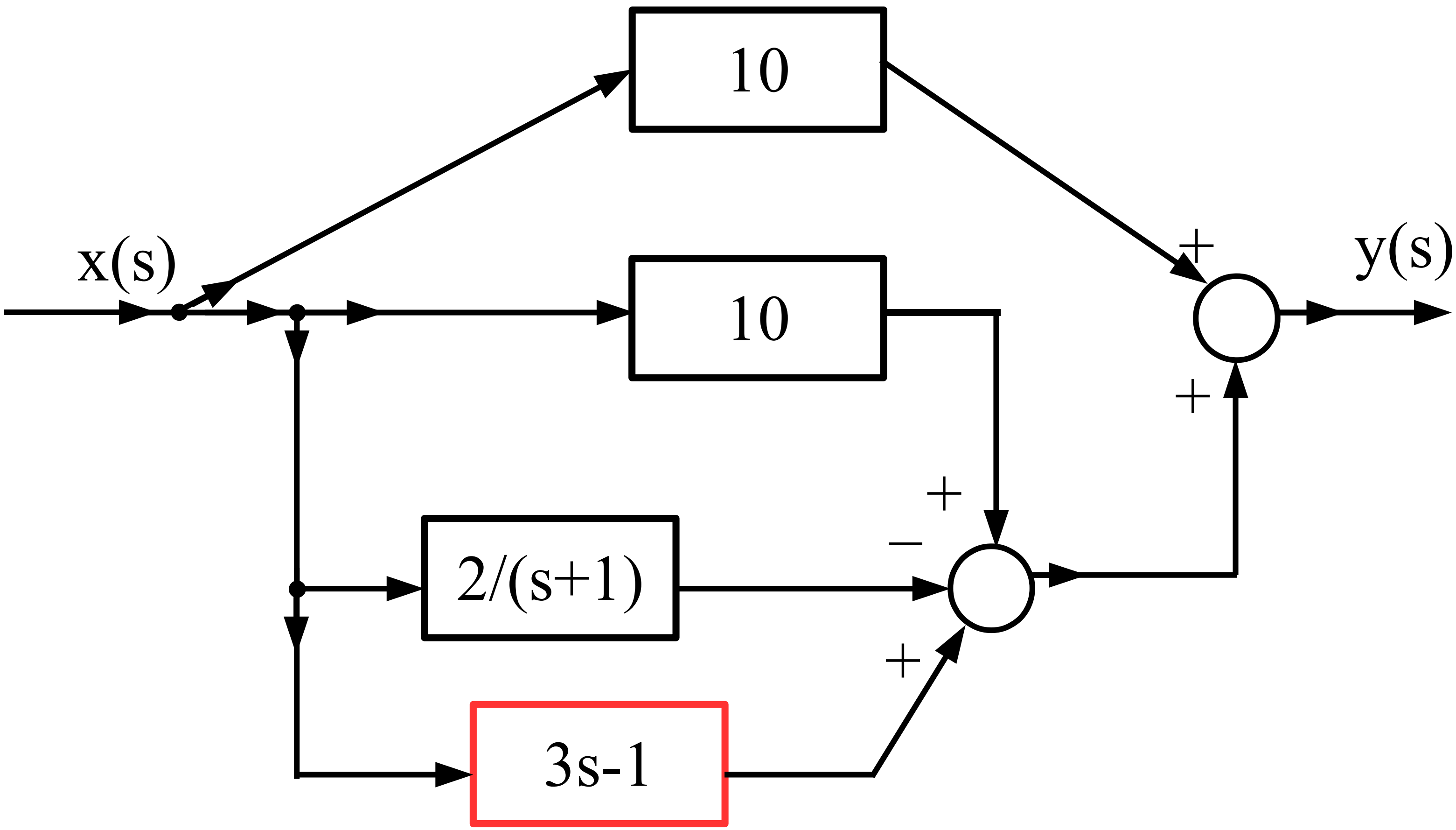
Algebra schematów blokowych
zmiana kolejności bloku transmitancji i węzła informacyjnego



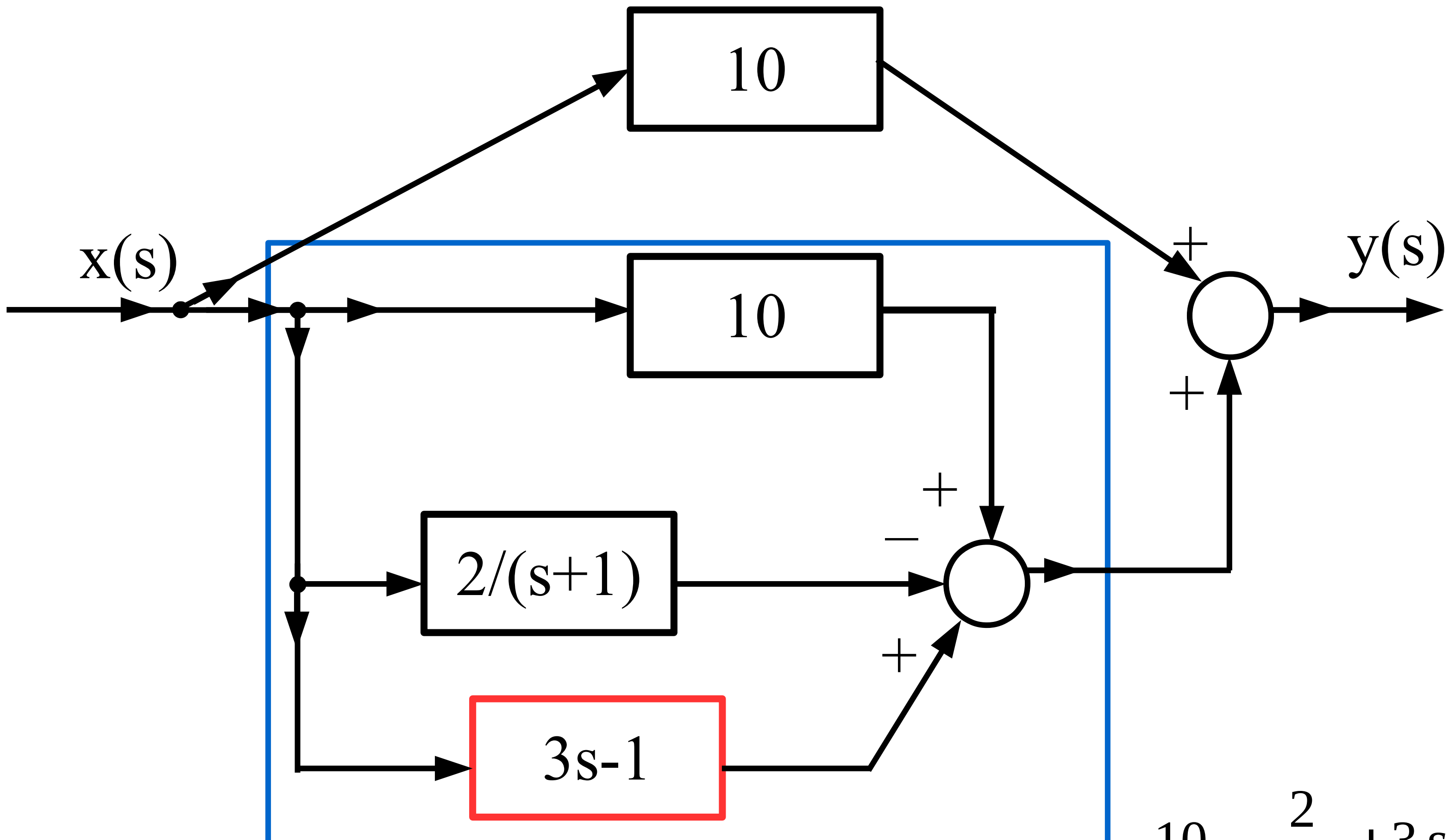
Przykład 4



Przykład 4

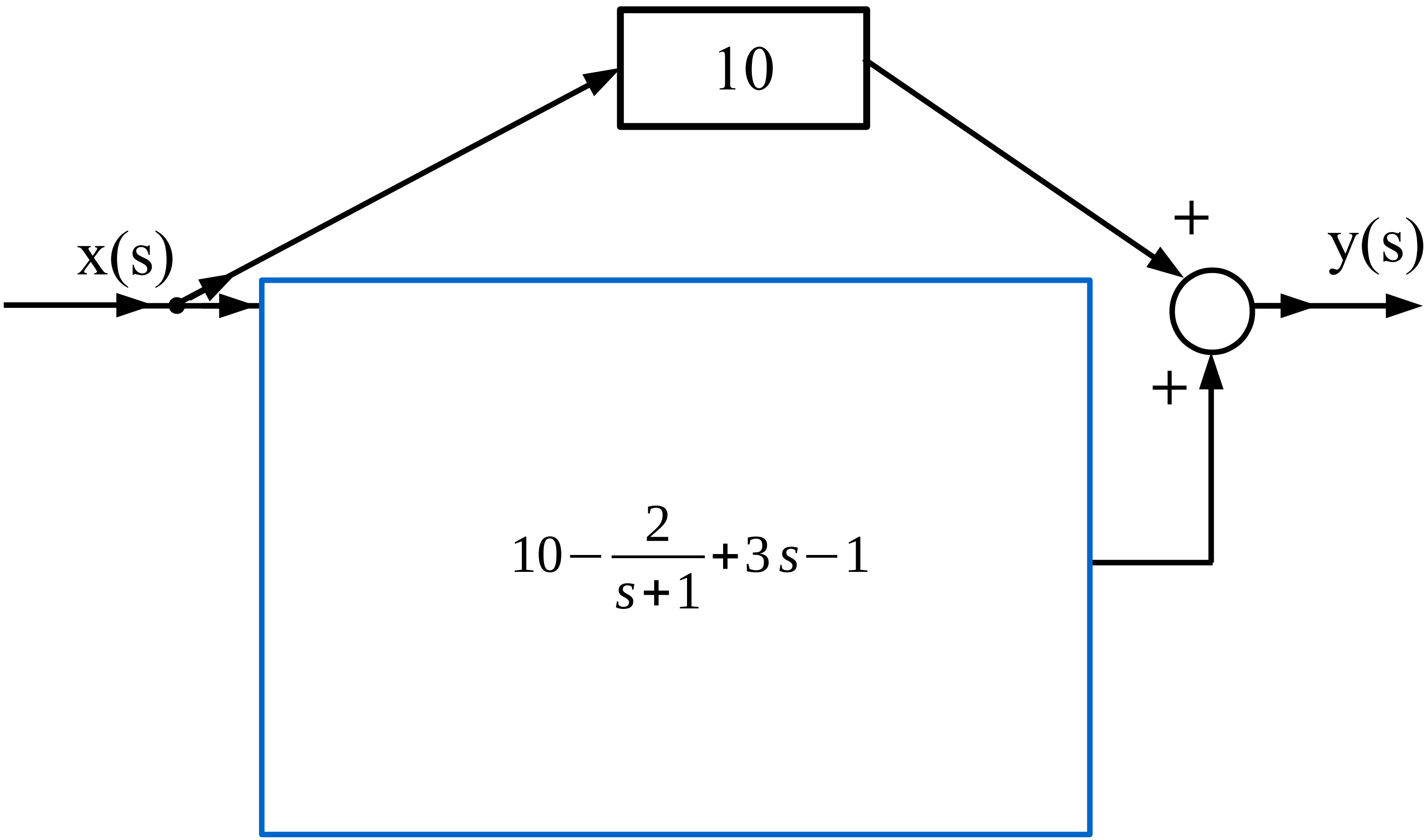


Przykład 4

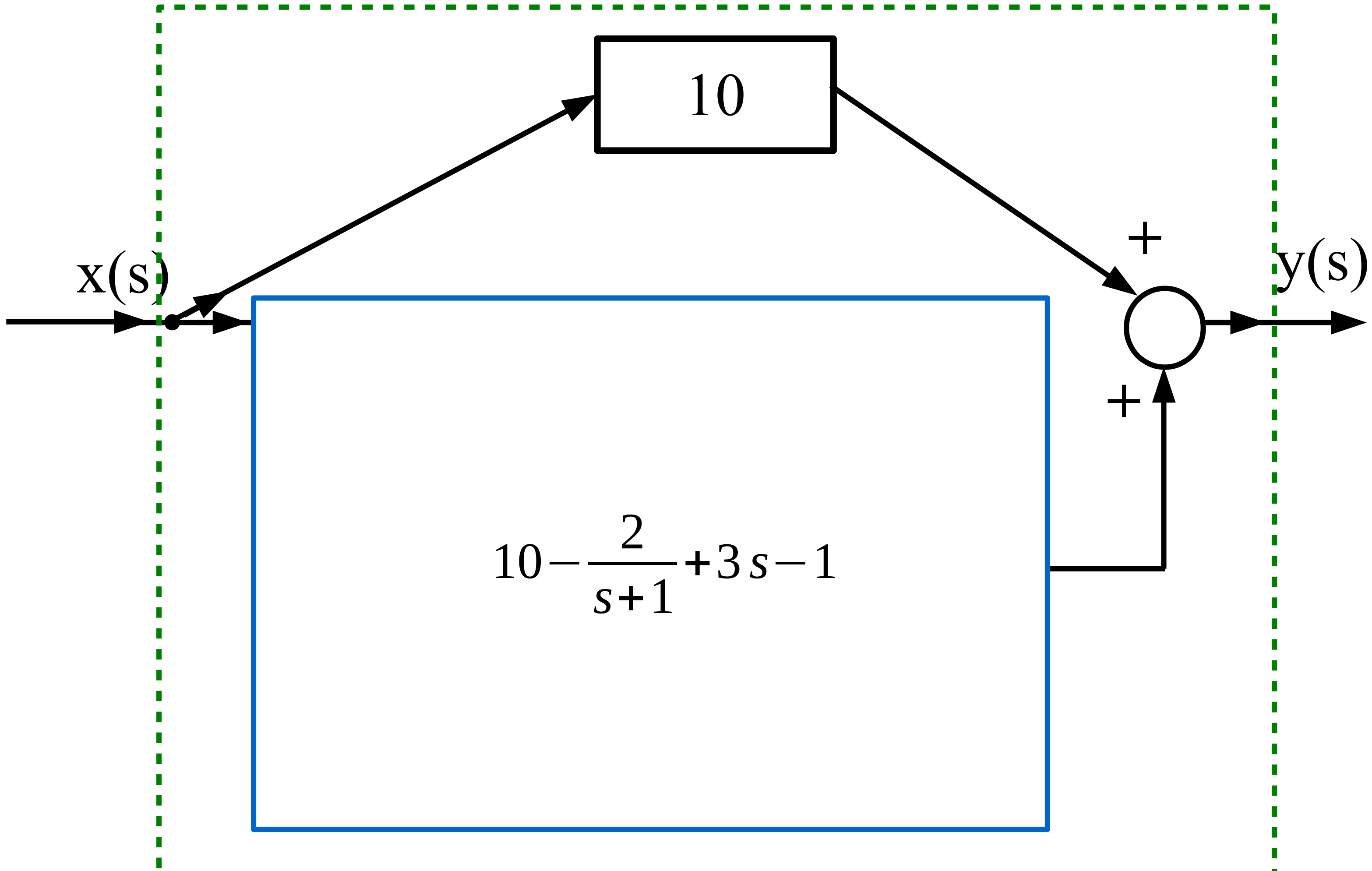


$$10-\frac{2}{s+1}+3s-1$$

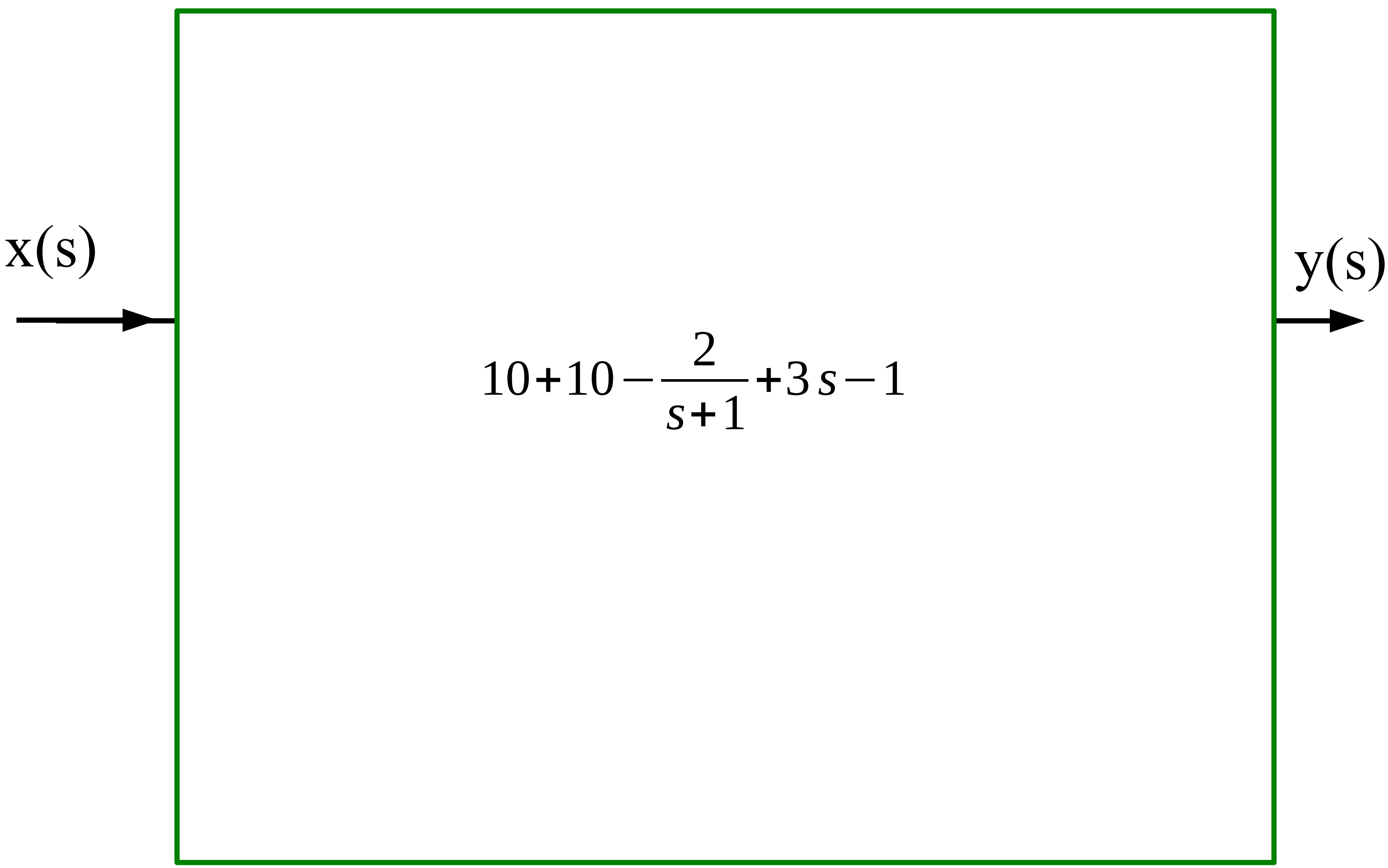
Przykład 4



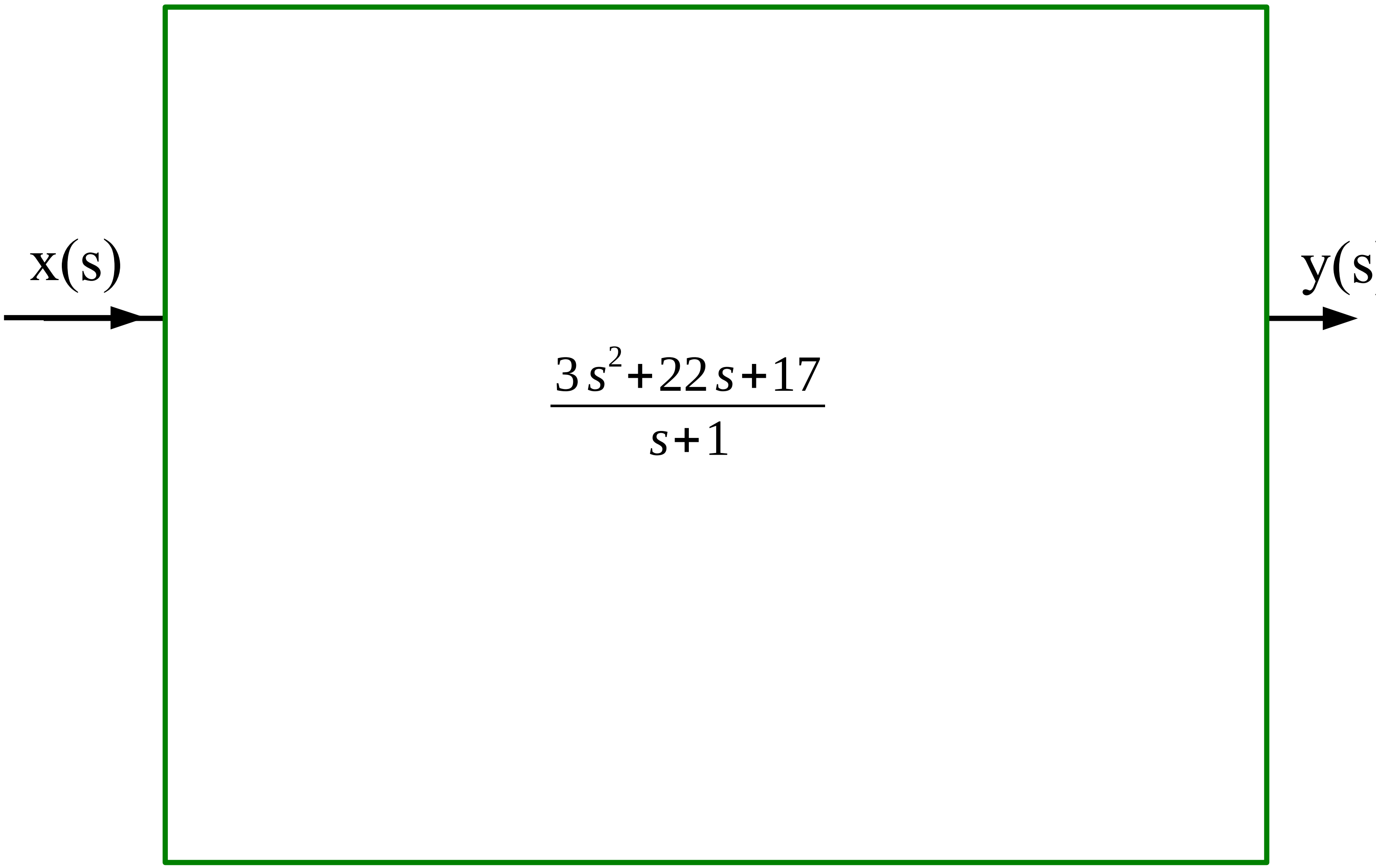
Przykład 4



Przykład 4

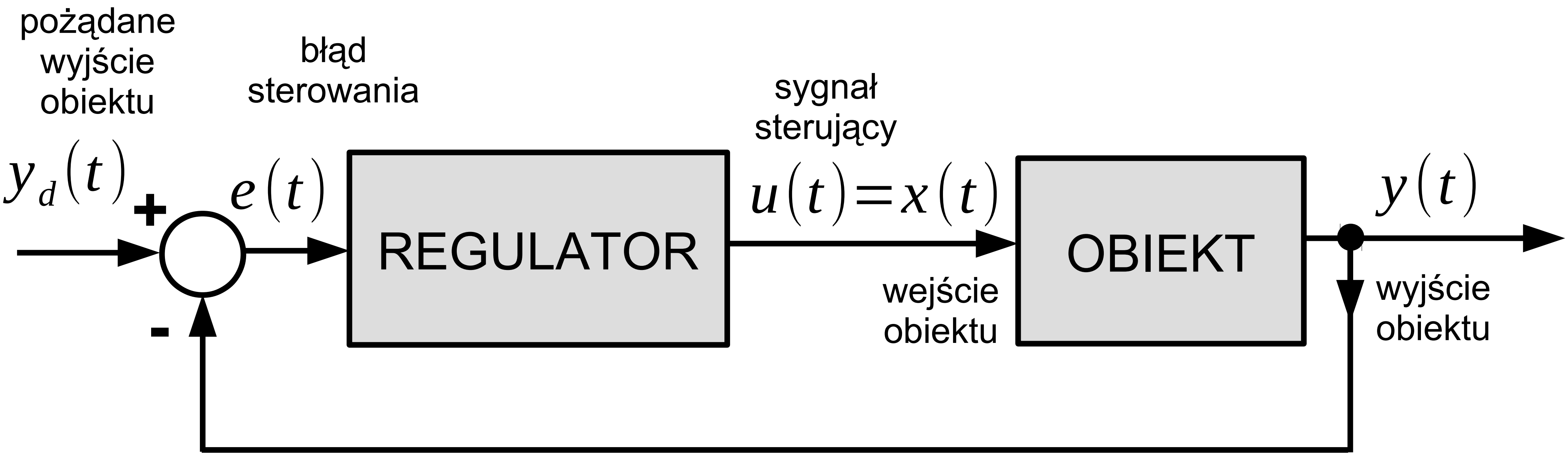


Przykład 4



Regulatory automatyczne i sterowanie

Sterowanie w zamkniętej pętli

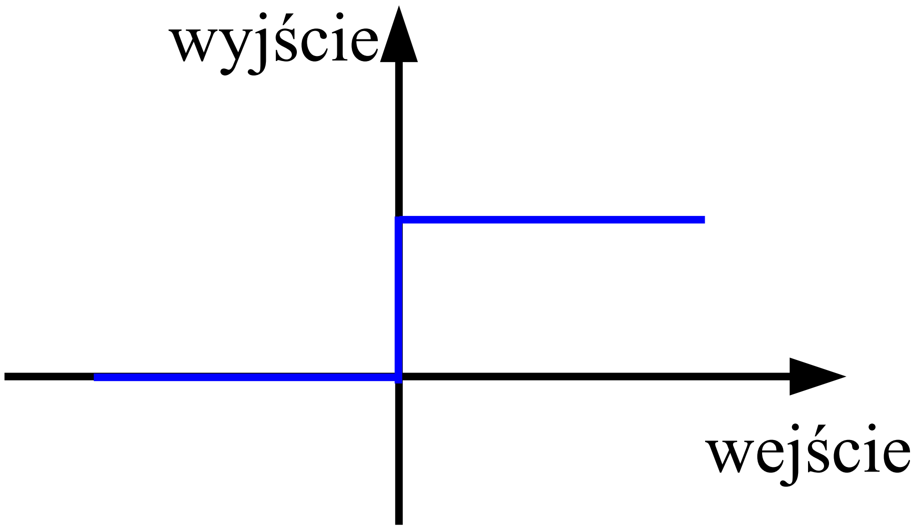


Sterowanie w zamkniętej pętli

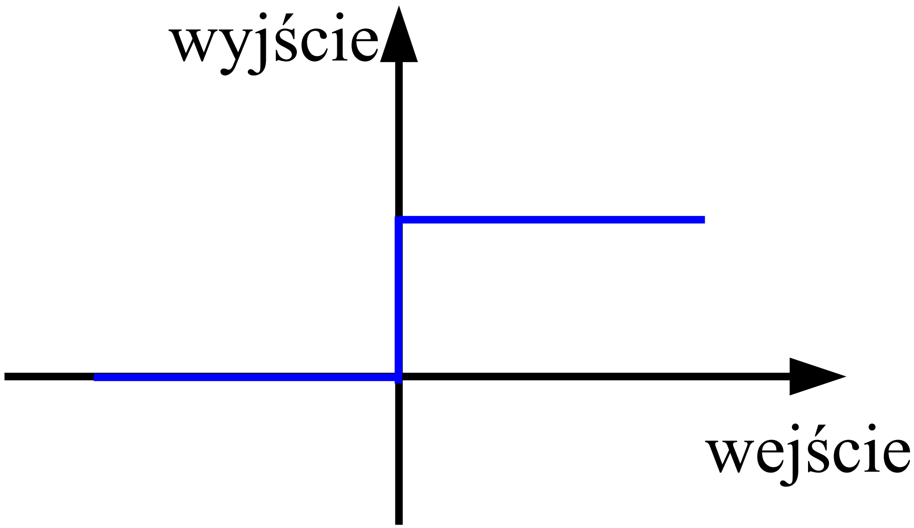
Podstawowe regulatory

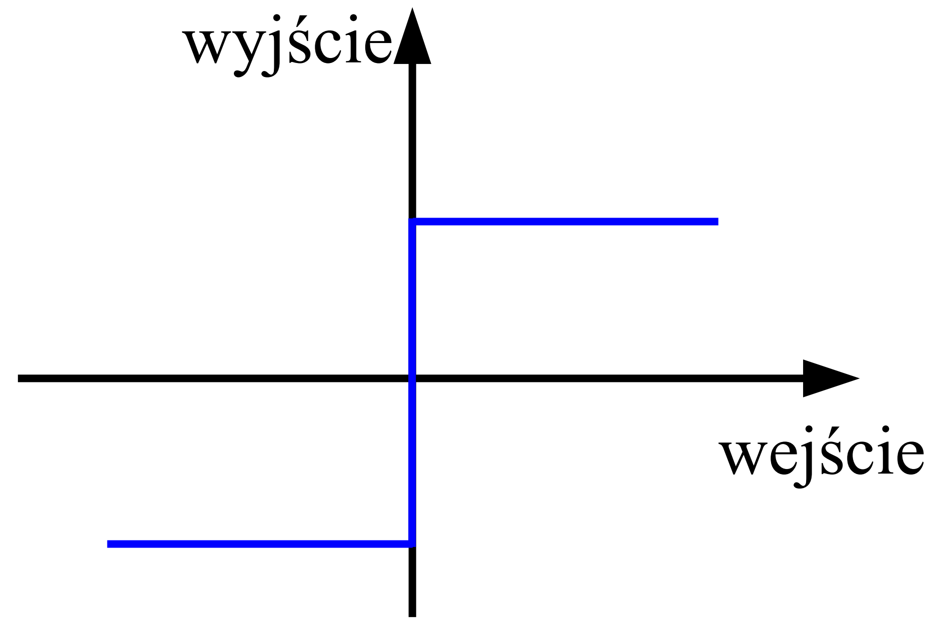
- dwustanowy
- trójstanowy
- Proporcjonalny (P)
- Całkujący (I)
- Różniczkujący (D)
- Proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID)

Regulator dwustanowy

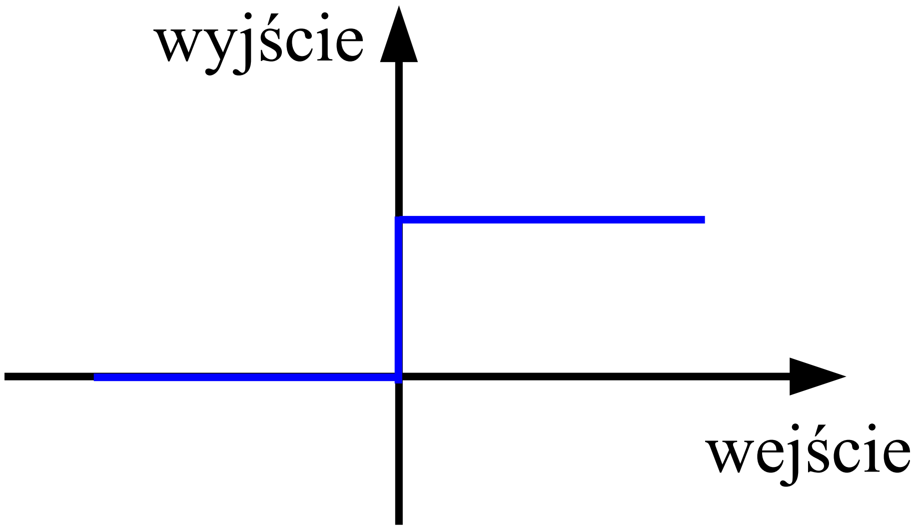


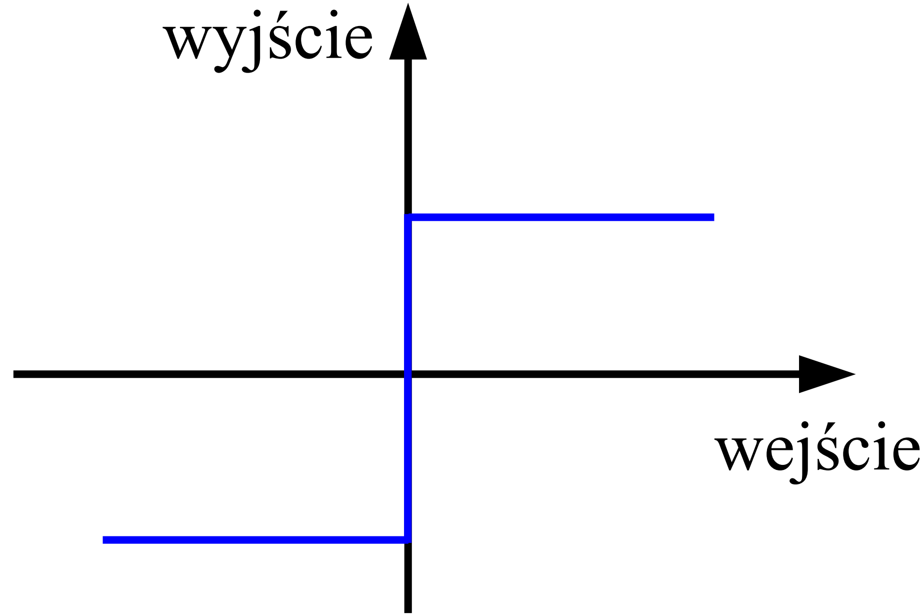
Regulator dwustanowy



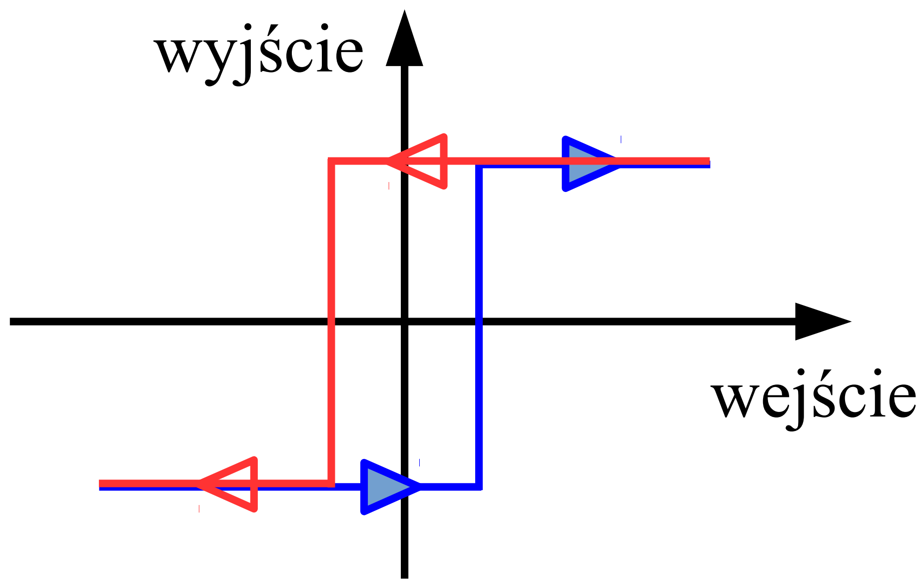


Regulator dwustanowy

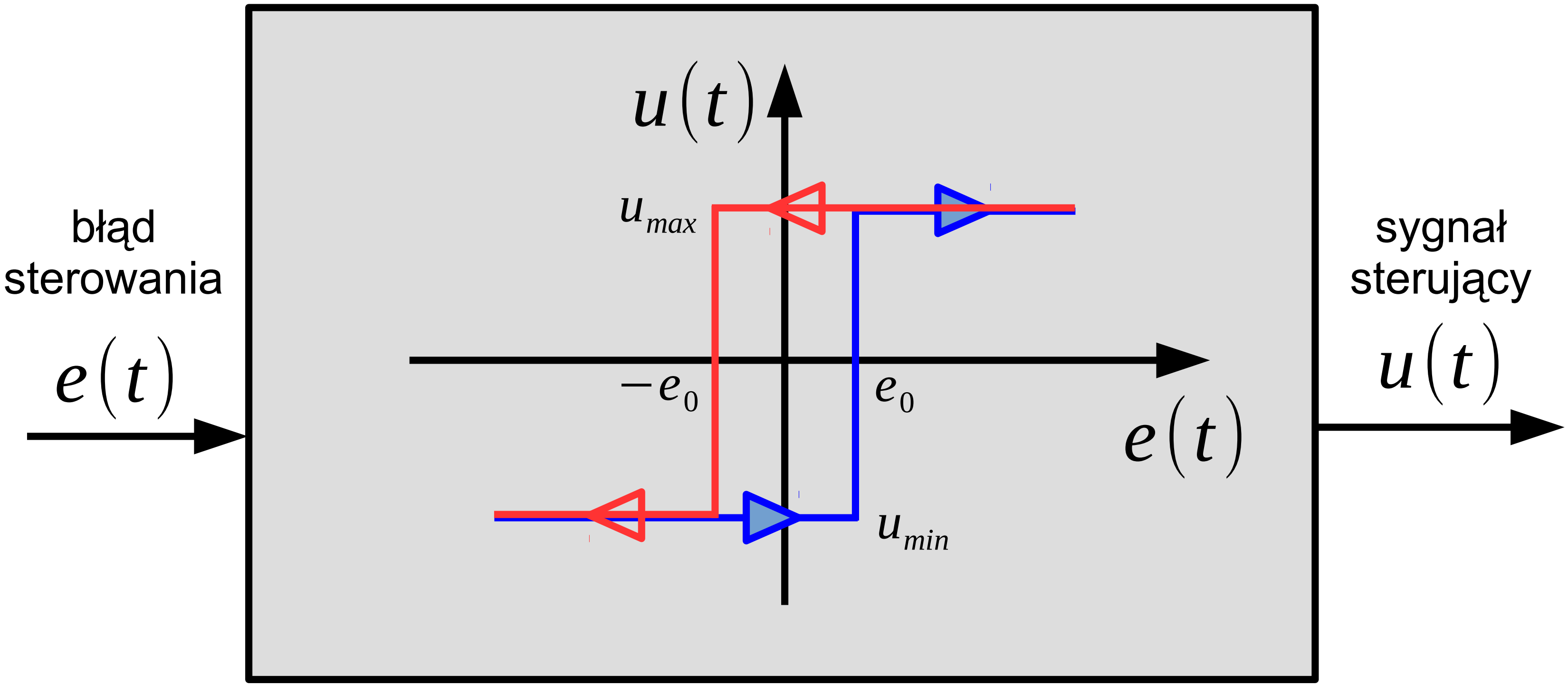




rzeczywisty
(z histerezą)



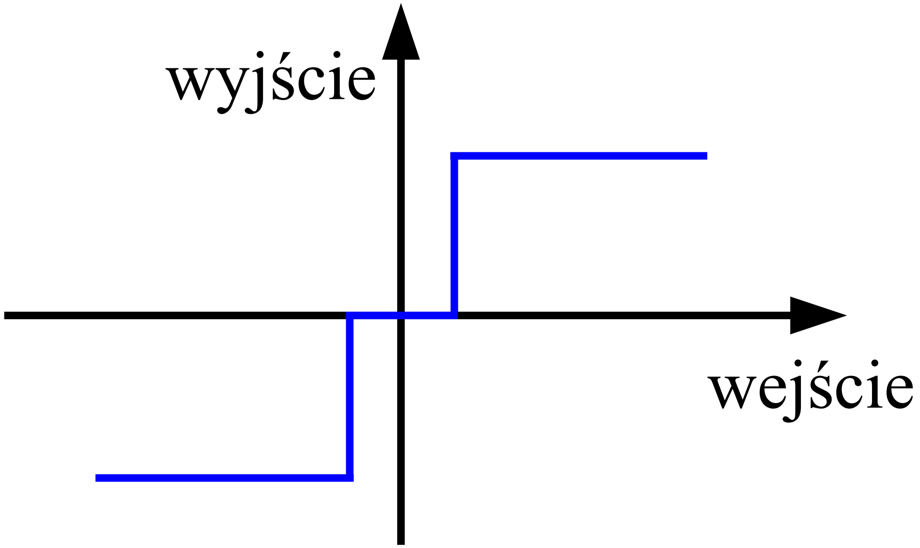
Regulator dwustanowy



$$u(t)=\begin{cases} u_{max}, \text{ jeżeli } e>e_0 \\ u_{min}, \text{ jeżeli } e<-e_0 \\ \text{bez zmian, w pozostałych przypadkach} \end{cases}$$

e_o - histereza konstrukcyjna lub programowalna

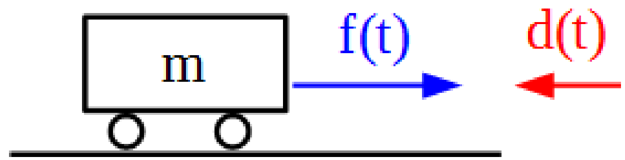
Regulator trójstanowy



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu
m – masa pojazdu,
f(t) – siła napędowa,
d(t)=c*v(t) – opór powietrza,
v(t) – prędkość pojazdu



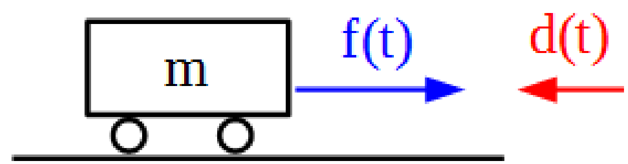
$$m\frac{dv(t)}{dt}=f(t)-d(t)$$

$$G(s)=\frac{V(s)}{F(s)}=\frac{1}{ms+c}$$

Przykład 1

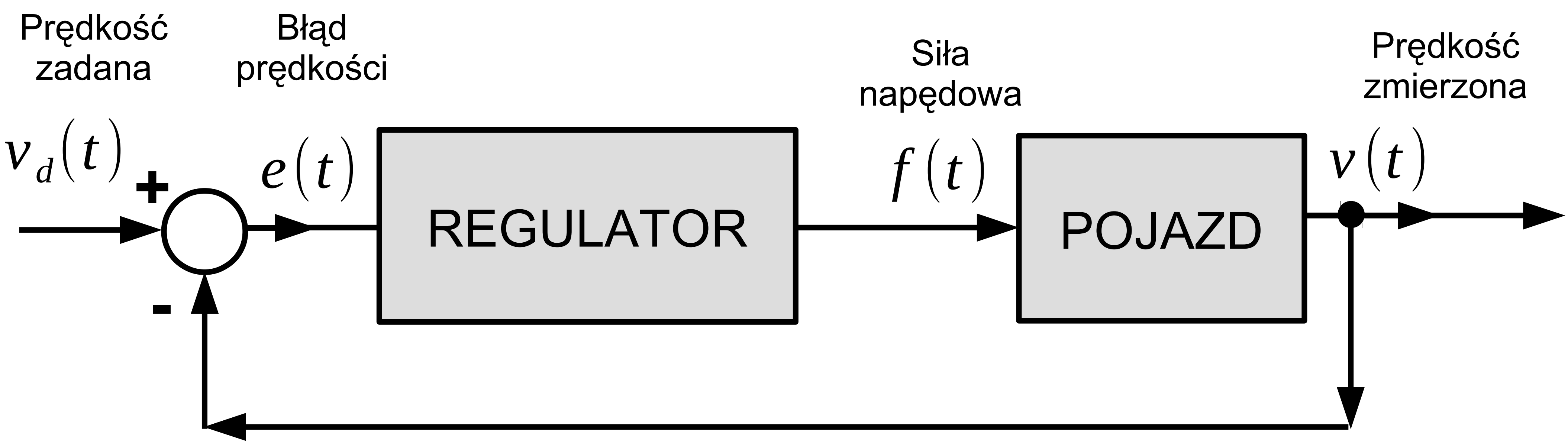
Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu
m – masa pojazdu,
f(t) – siła napędowa,
d(t)=c*v(t) – opór powietrza,
v(t) – prędkość pojazdu



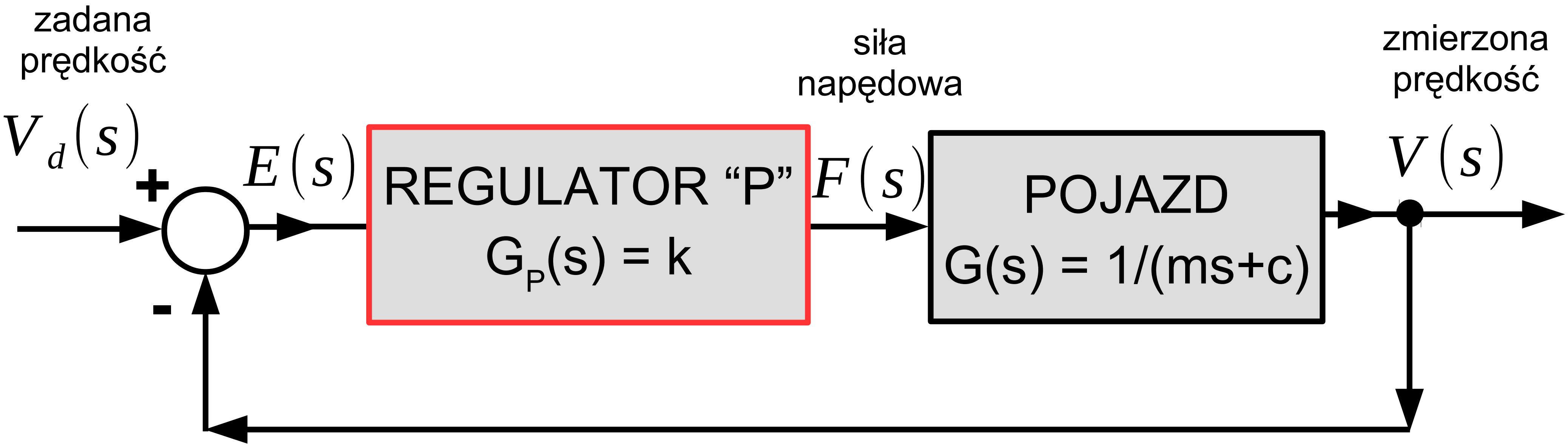
$$m\frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms+c}$$



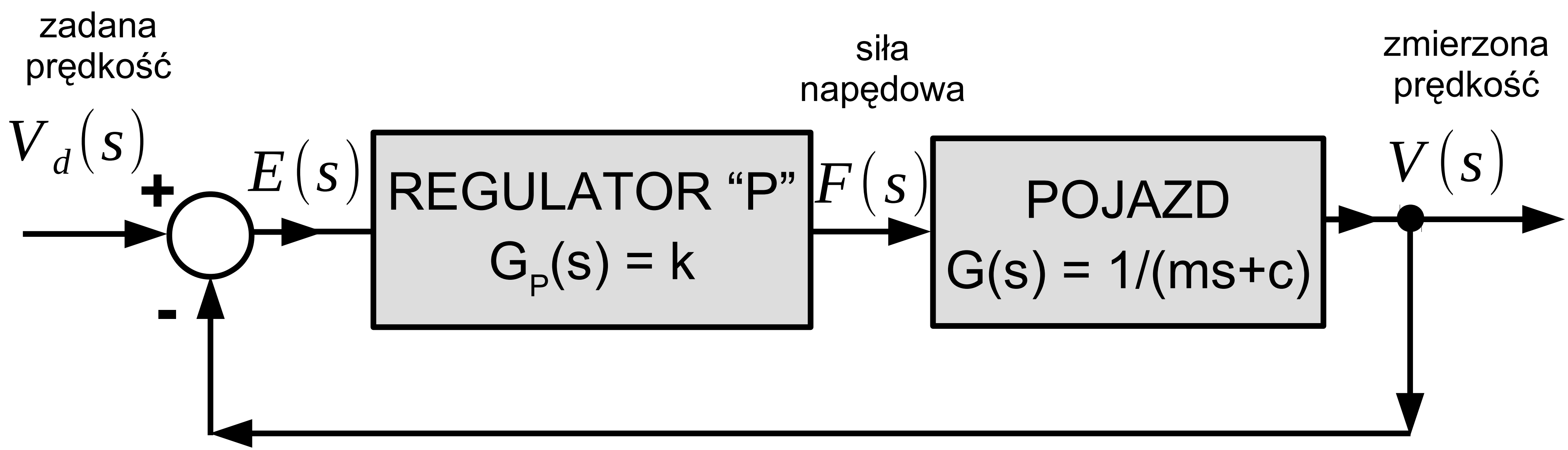
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

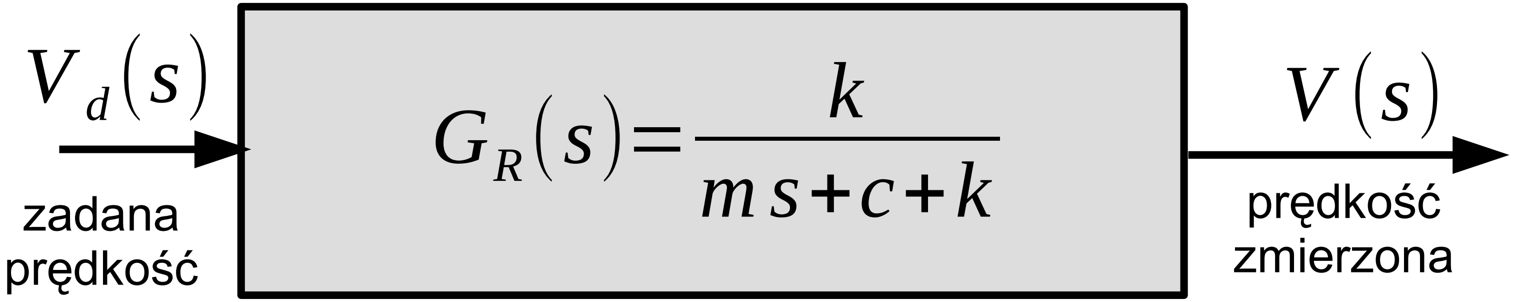


$$G_Z(s) = \frac{G_P(s)G(s)}{1+G_P(s)G(s)}$$

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms+c+k}$$

Przykład 1

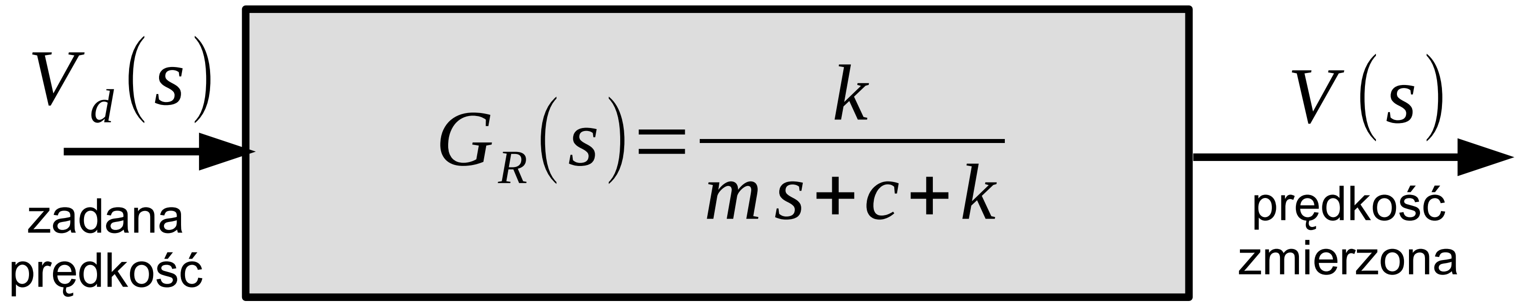
Sterowanie prędkością (tempomat)



wejście: $v_d(t)=v_0 1(t)$ Transformata wejścia: $V_d(s)=v_0\frac{1}{s}$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



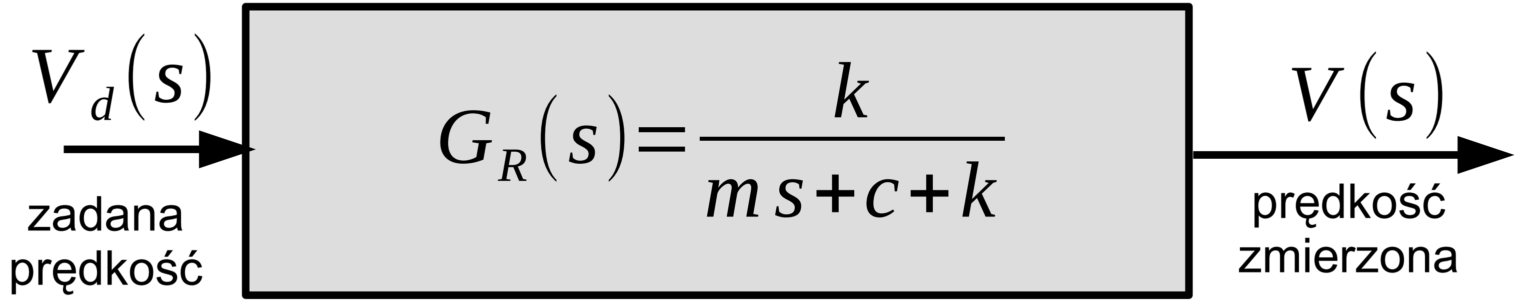
wejście: $v_d(t)=v_0 1(t)$ Transformata wejścia: $V_d(s)=v_0\frac{1}{s}$

wyjście:

$$V(s)=V_d(s)G_Z(s)=$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



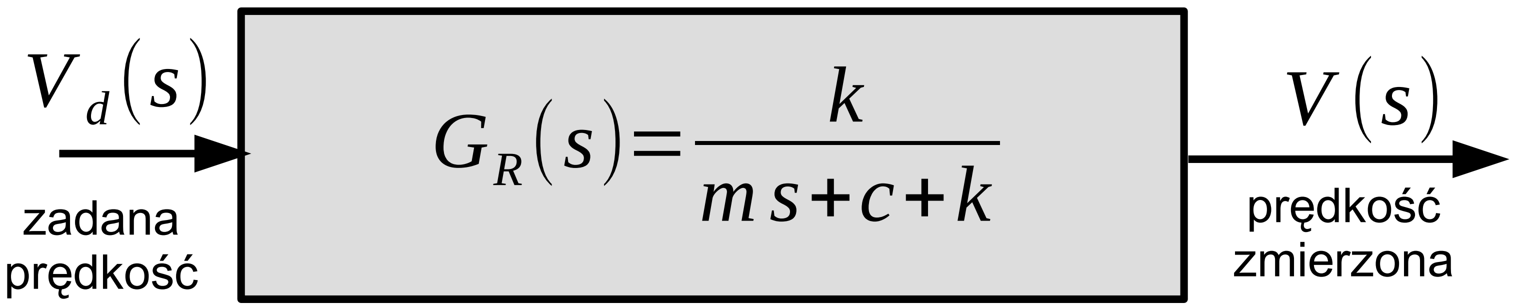
wejście: $v_d(t)=v_0 1(t)$ Transformata wejścia: $V_d(s)=v_0\dfrac{1}{s}$

wyjście:

$$V(s)=V_d(s)G_Z(s)=\frac{v_0 k}{s(ms+c+k)}=\frac{v_0 k}{c+k}\,\frac{\dfrac{c+k}{m}}{s\left(s+\dfrac{c+k}{m}\right)}$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



wejście: $v_d(t)=v_0 1(t)$ Transformata wejścia: $V_d(s)=v_0\dfrac{1}{s}$

wyjście:

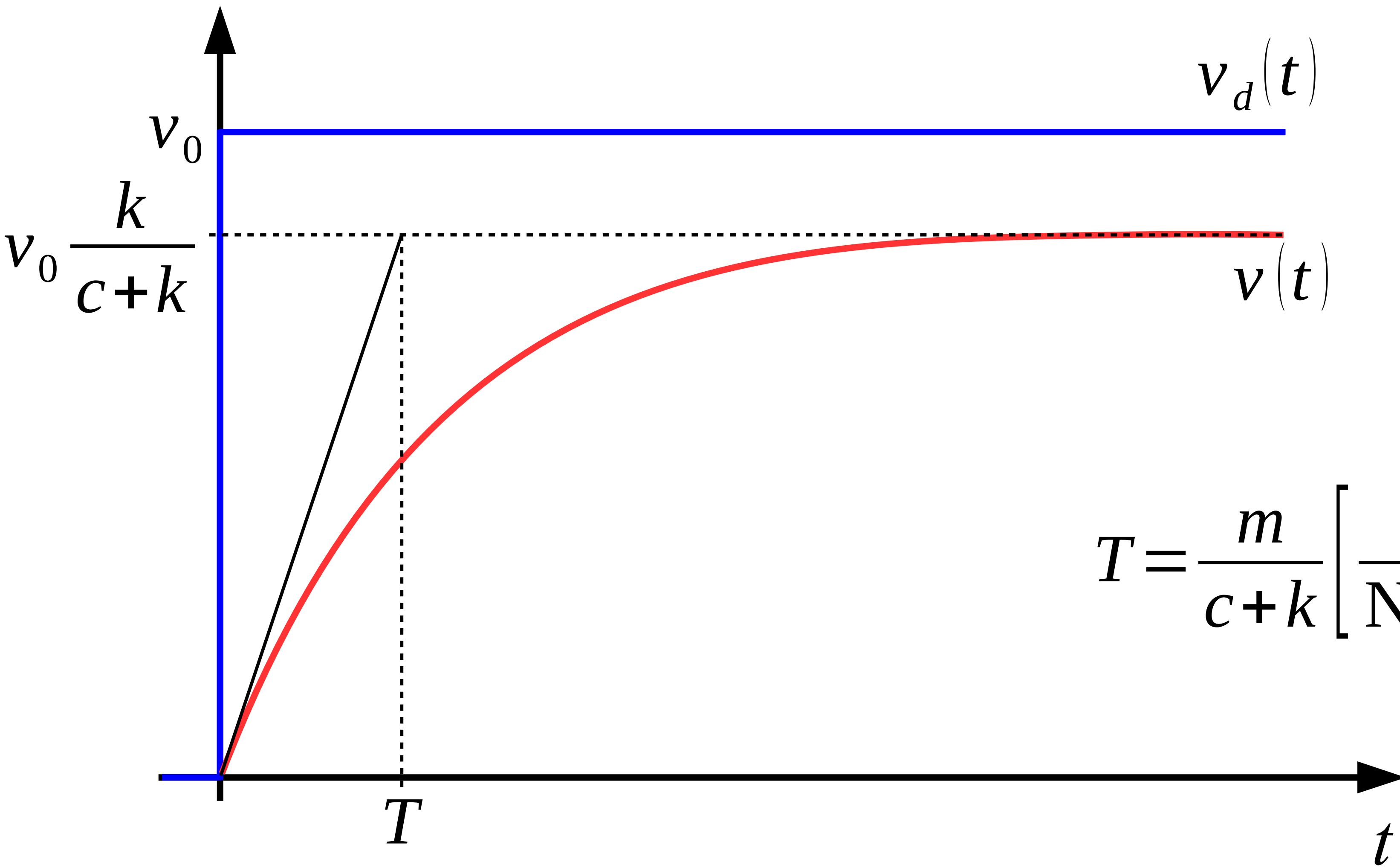
$$V(s)=V_d(s)G_Z(s)=\frac{v_0 k}{s(ms+c+k)}=\frac{v_0 k}{c+k}\frac{\frac{c+k}{m}}{s\left(s+\frac{c+k}{m}\right)}$$

$$v(t)=\frac{v_0 k}{c+k}\left(1-\exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right)\right)$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k}\left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right)\right)$$

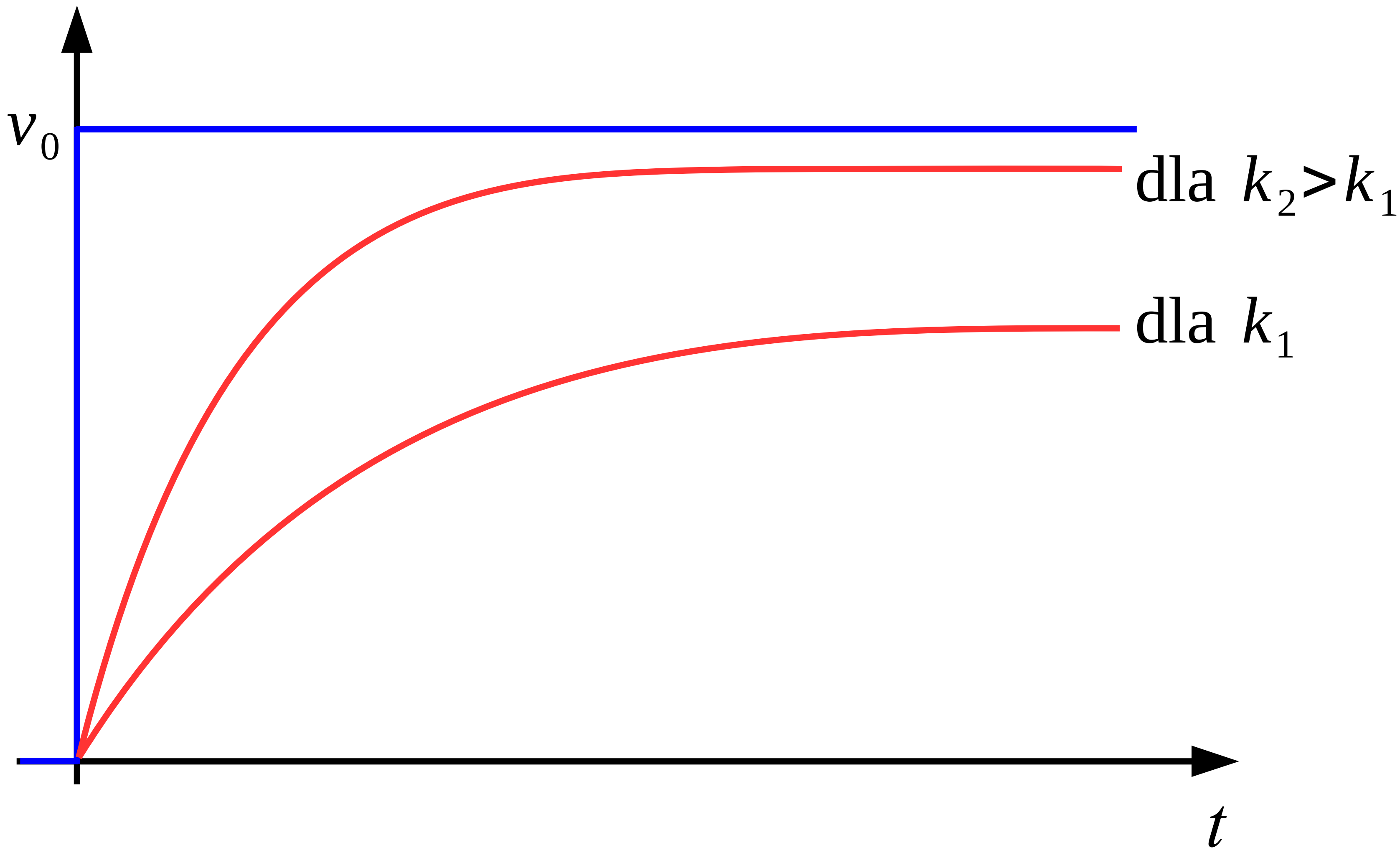


$$T = \frac{m}{c+k}\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{Ns/m}} = \mathrm{s}\right]$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

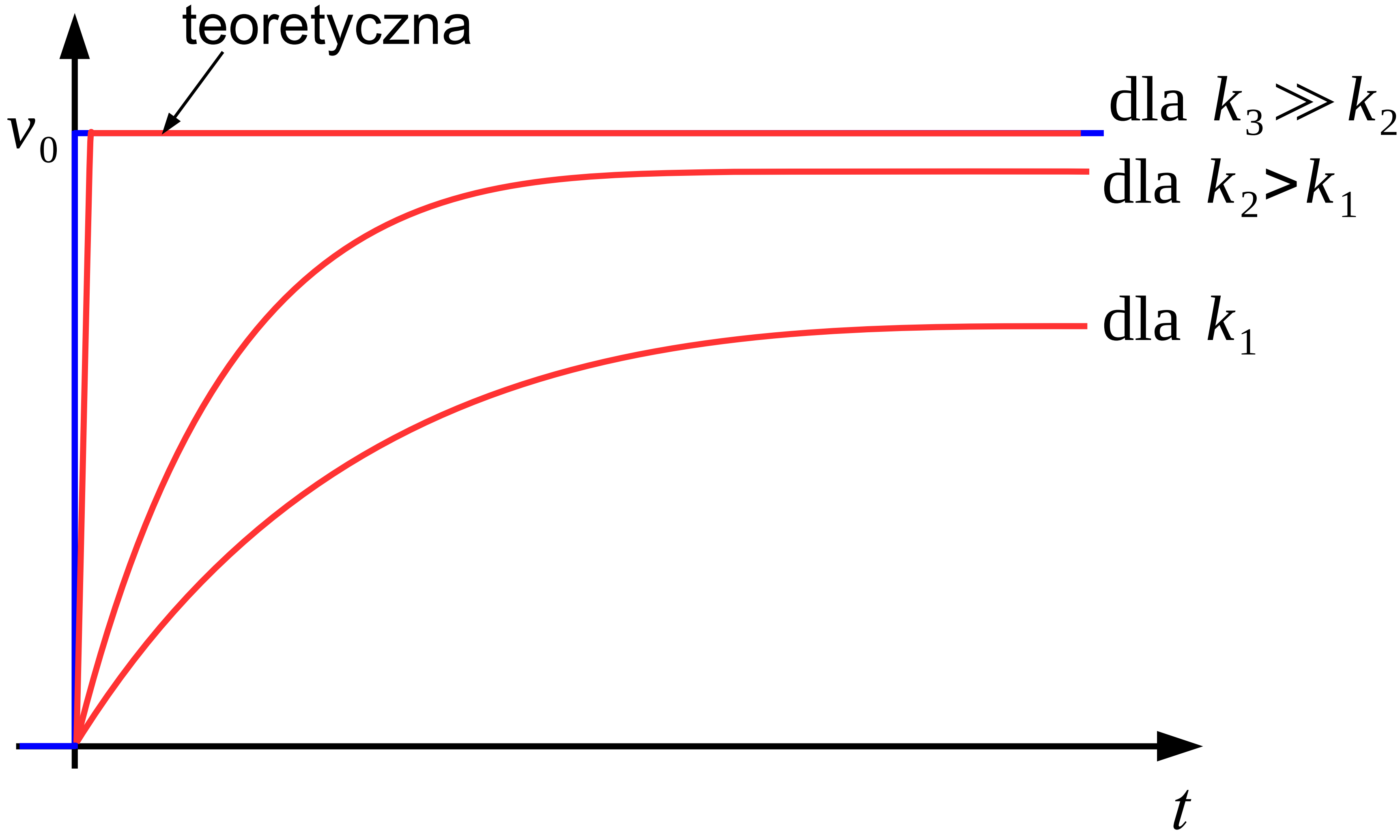
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k}\left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right)\right)$$



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

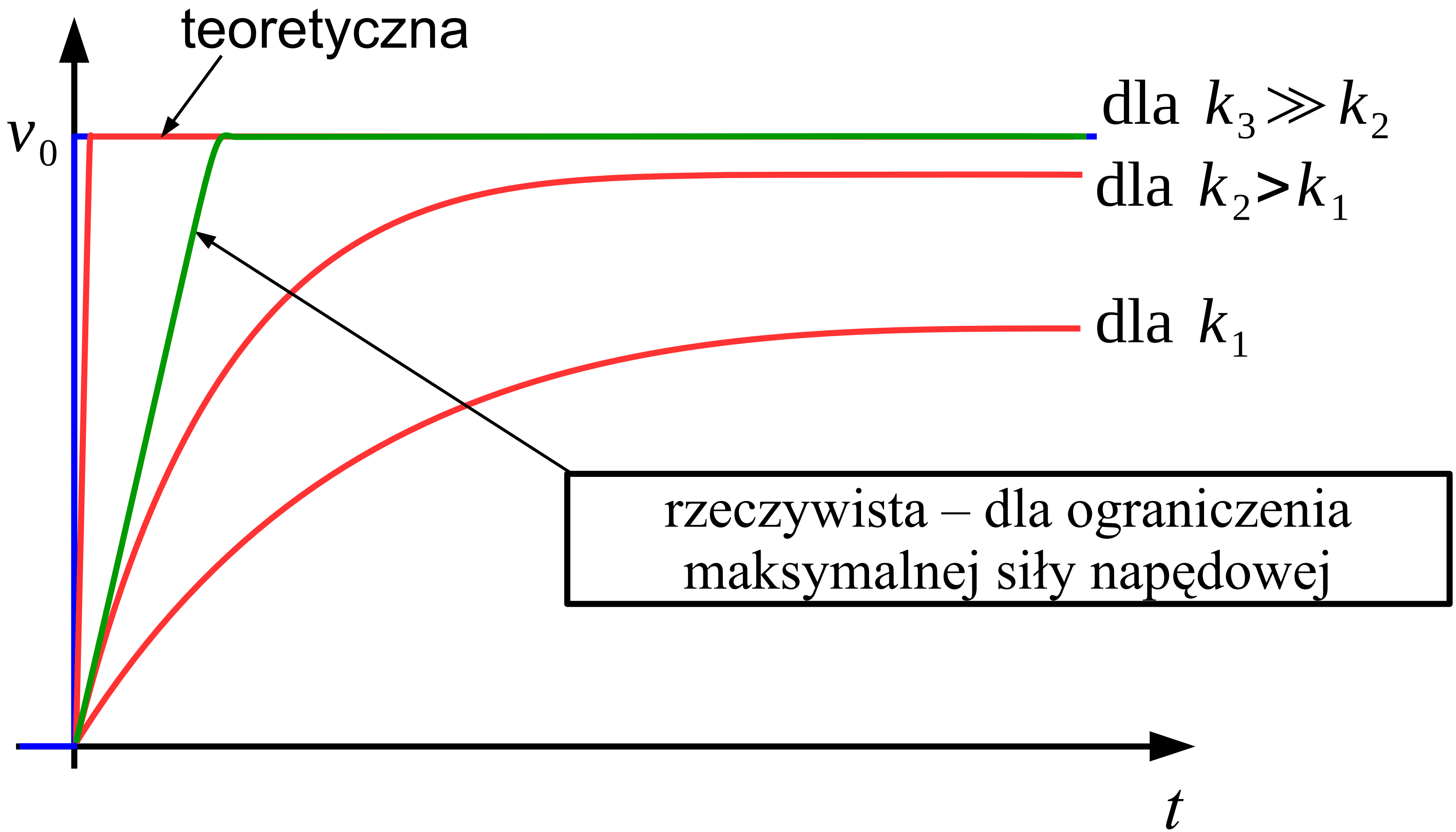
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k}\left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right)\right)$$



Przykład 1

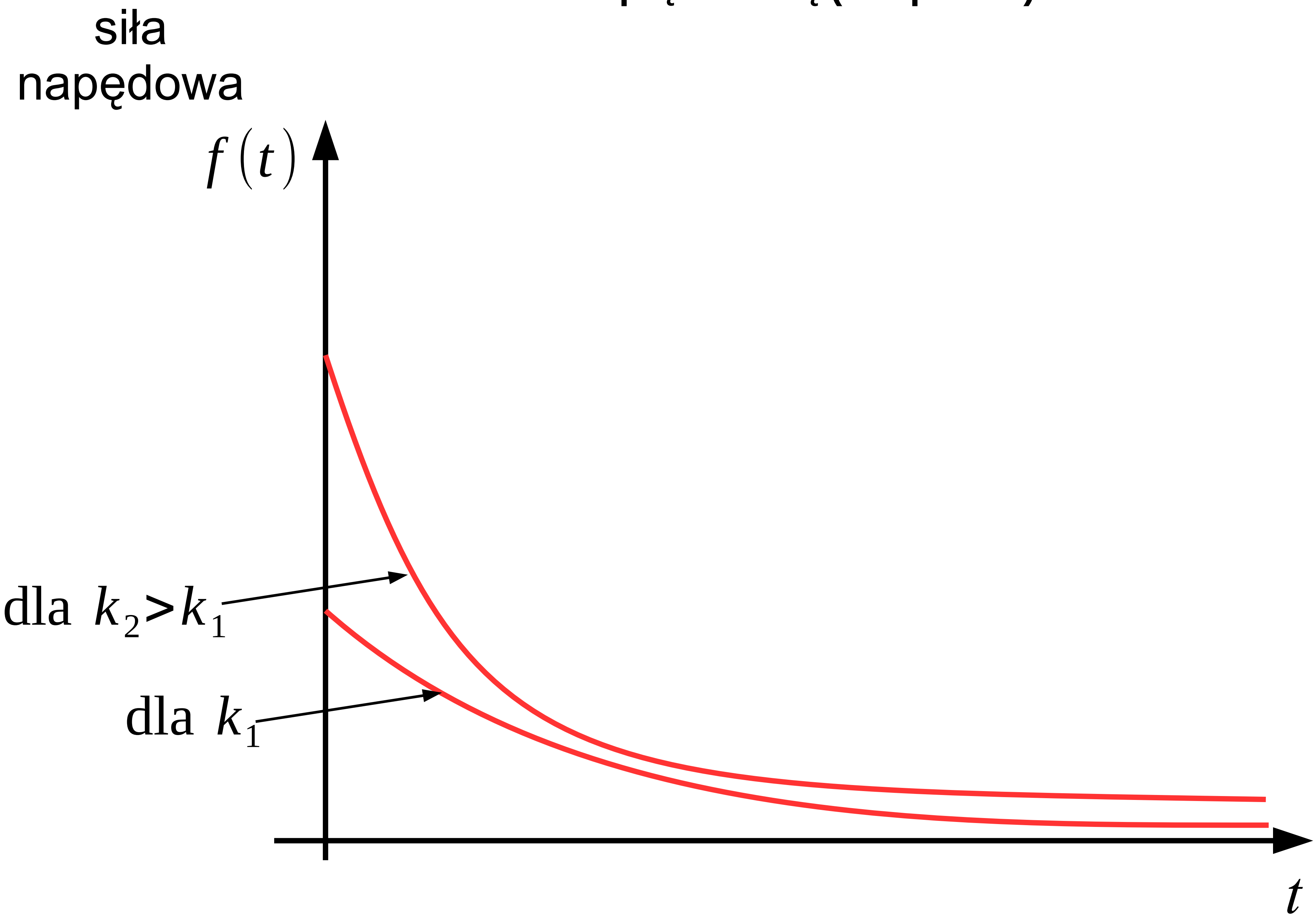
Sterowanie prędkością (tempomat)

$$v(t)=v_0\frac{k}{c+k}\left(1-\exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right)\right)$$



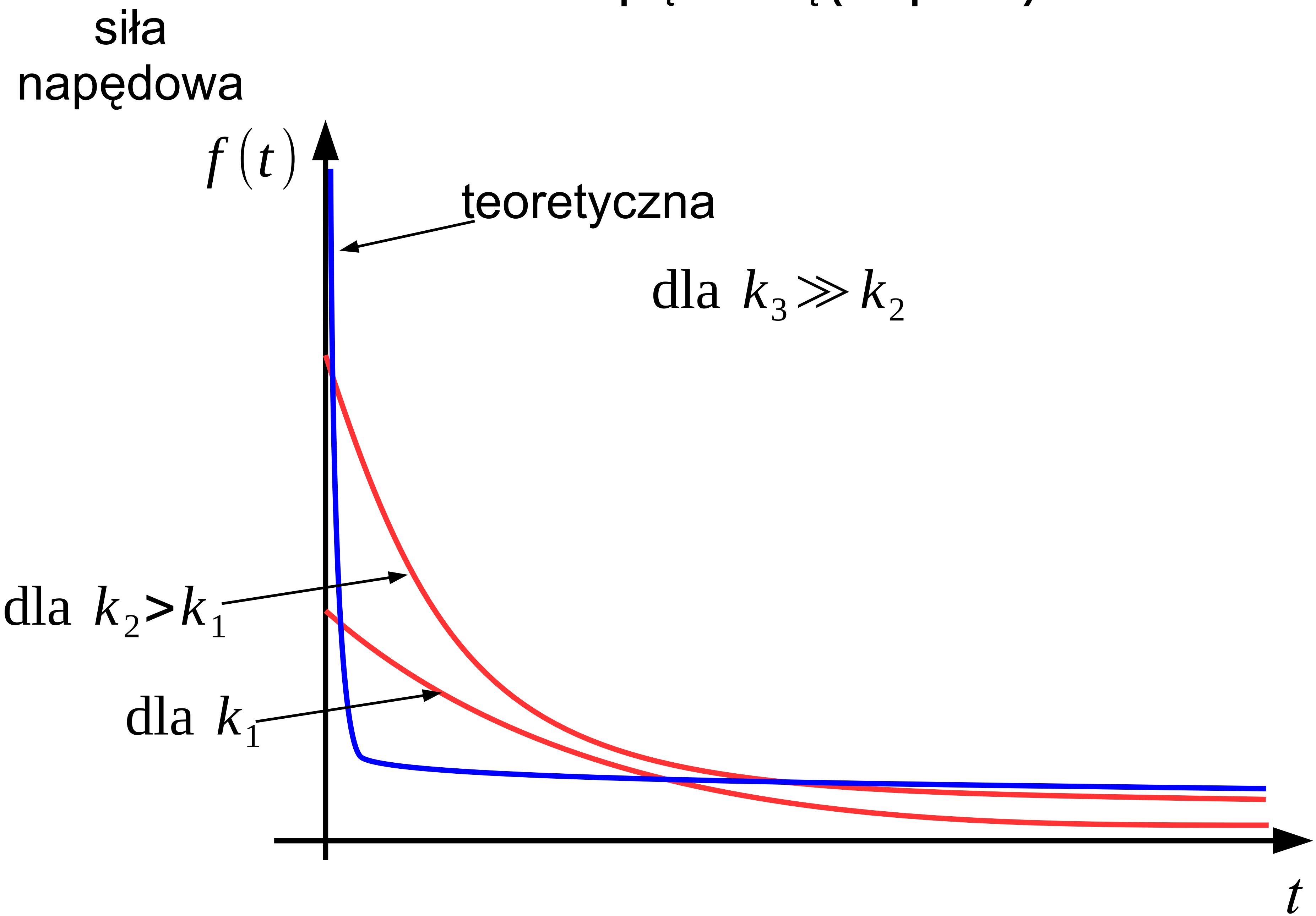
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



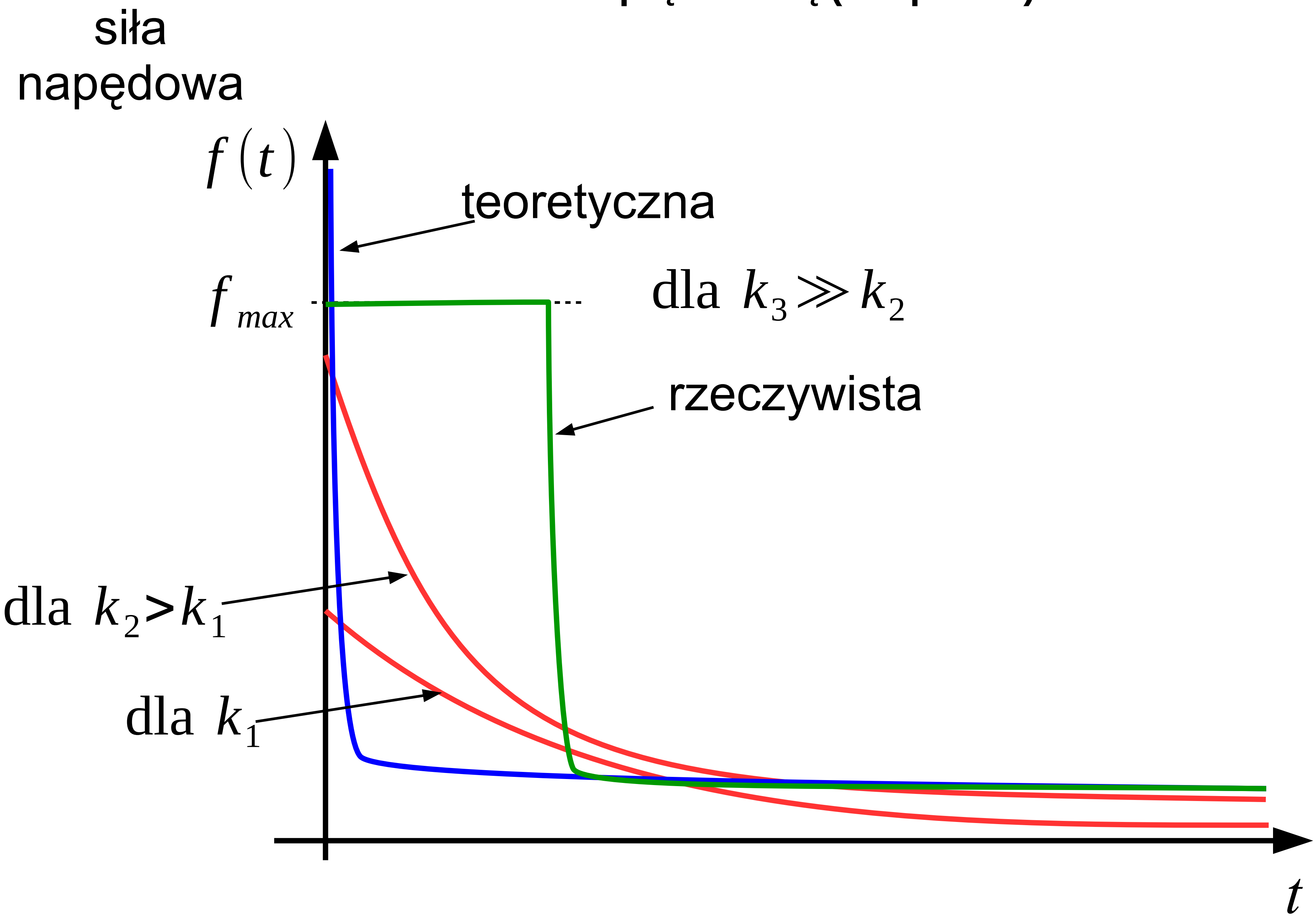
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

UWAGA!

ograniczenia wartości sygnałów
=
układ nieliniowy
=
model liniowy (opis z użyciem transmitancji) nie jest prawdziwy,
ale można go stosować z ograniczeniami

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$G_Z(s)=\frac{k}{ms+c+k},\ G_Z(j\omega)=\frac{k}{mj\omega+c+k}$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$G_Z(s)=\frac{k}{ms+c+k},\quad G_Z(j\omega)=\frac{k}{mj\omega+c+k}$$

$$P(\omega)=\frac{k(c+k)}{m^2\omega^2+(c+k)^2},\quad Q(\omega)=\frac{-km\omega}{m^2\omega^2+(c+k)^2}$$

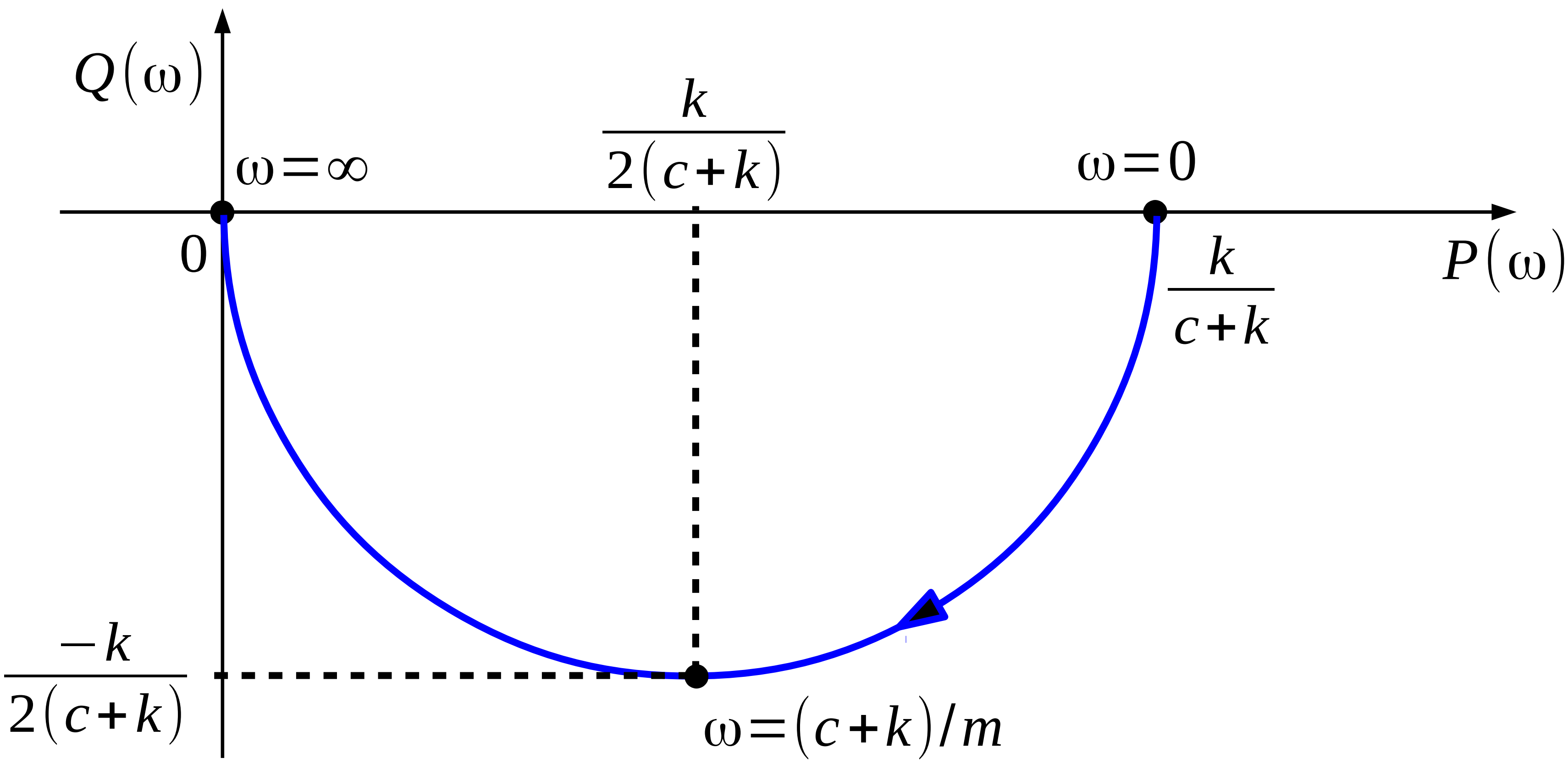
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$G_Z(s)=\frac{k}{ms+c+k}, \quad G_Z(j\omega)=\frac{k}{mj\omega+c+k}$$

$$P(\omega)=\frac{k(c+k)}{m^2\omega^2+(c+k)^2}, \quad Q(\omega)=\frac{-km\omega}{m^2\omega^2+(c+k)^2}$$

dla $k>0$



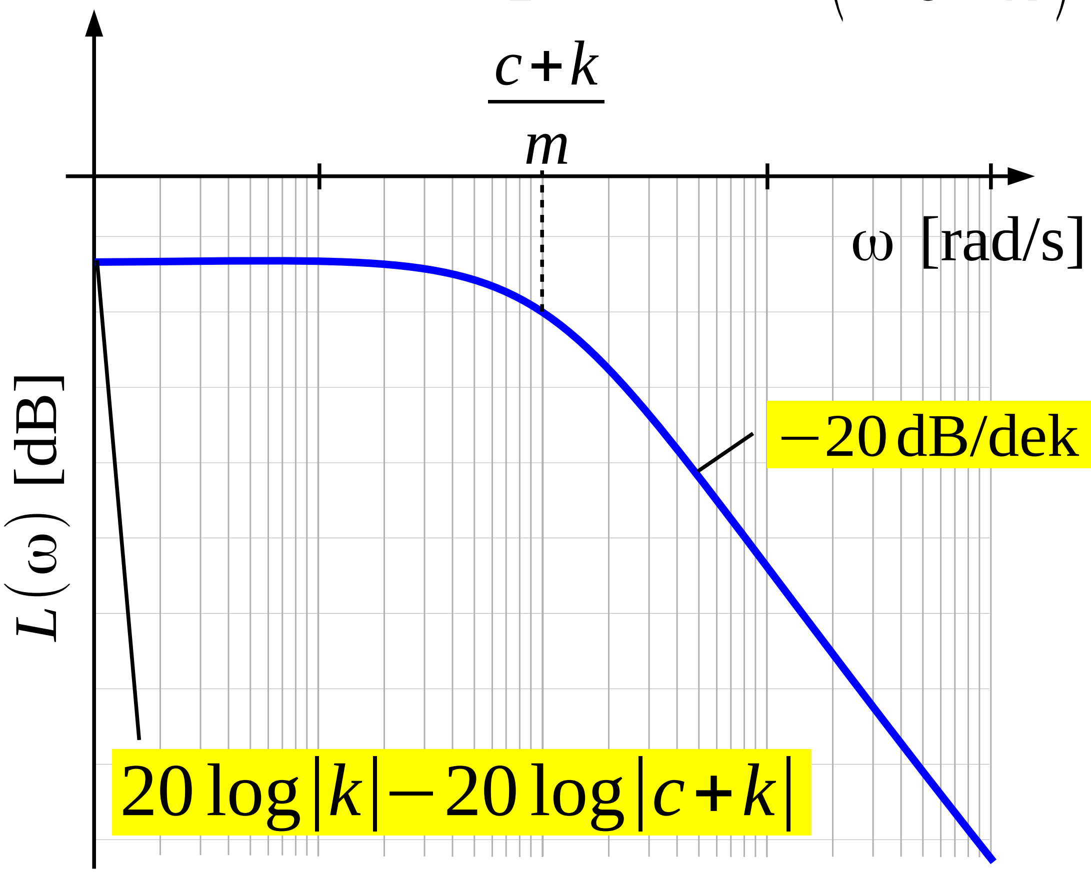
Przykład 1

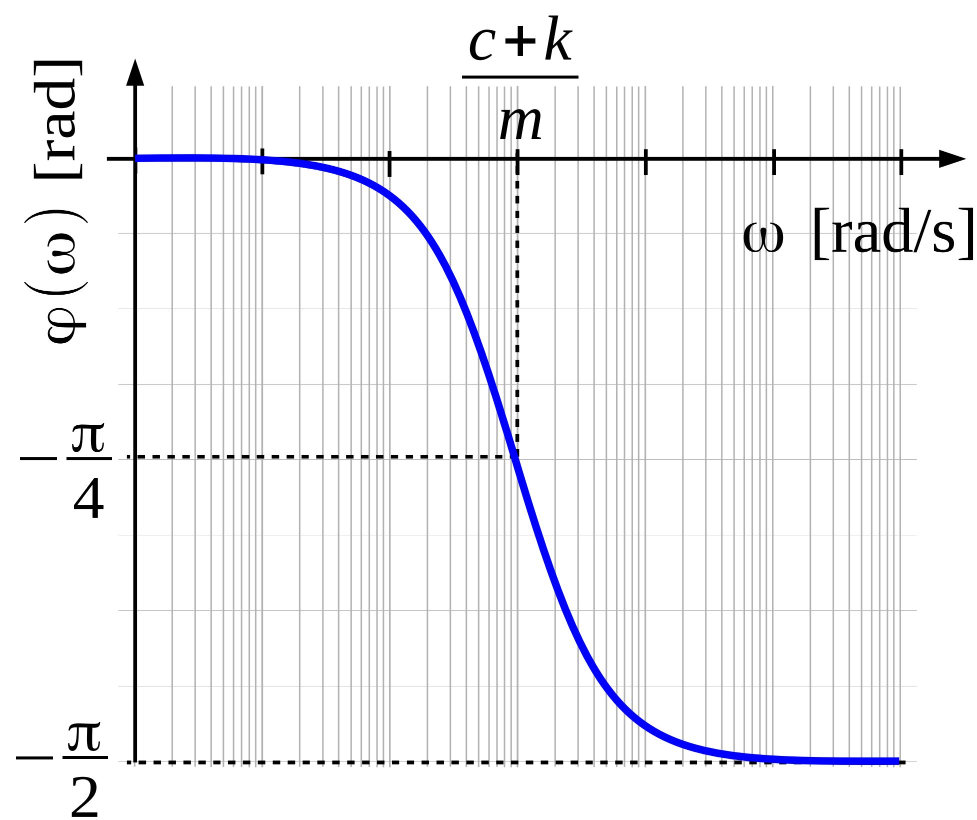
Sterowanie prędkością (tempomat)

$$A(\omega)=\sqrt{P^2+Q^2}=|k|/\sqrt{m^2\omega^2+c+k}$$

$$L(\omega)=20\log A(\omega)=20\log|k|-20\log\sqrt{m^2\omega^2+(c+k)^2}$$

$$\varphi(\omega)=\arctan\frac{Q}{P}=\arctan\left(-\frac{m\omega}{c+k}\right)$$





Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

PODSUMOWANIE
regulator proporcjonalny + element inercyjny I rzędu

- stały błąd w stanie ustalonym
- zwiększenie wzmocnienia regulatora = spadek błędu stanu ustalonego i spadek czasu narastania
- ograniczenie maksymalnej wartości sygnału sterującego = ograniczenie minimalnego czasu narastania
- ograniczenia sygnałów = układ jest nieliniowy

Przykład 1

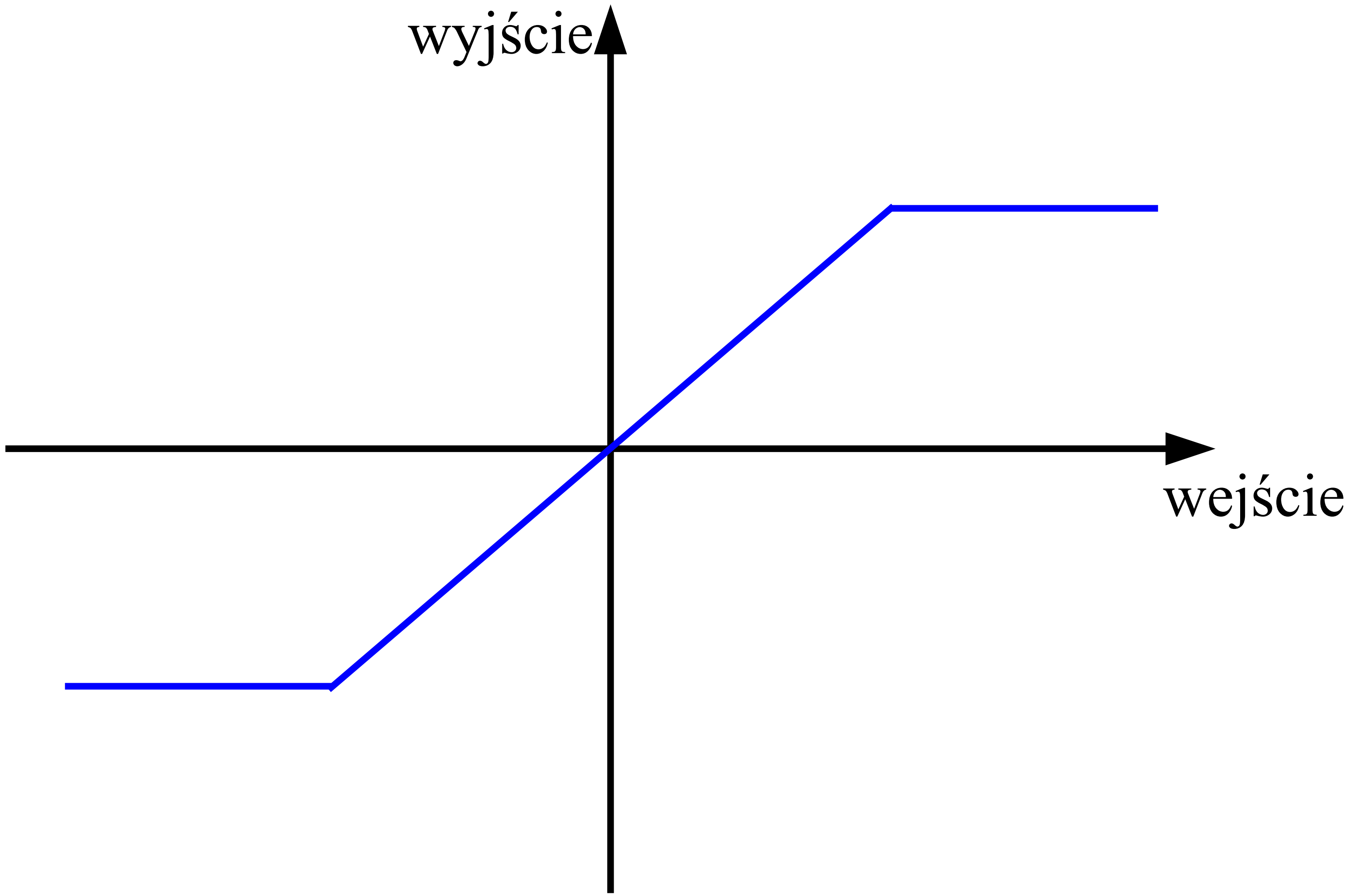
Sterowanie prędkością (tempomat)

PODSUMOWANIE
regulator proporcjonalny + element inercyjny I rzędu

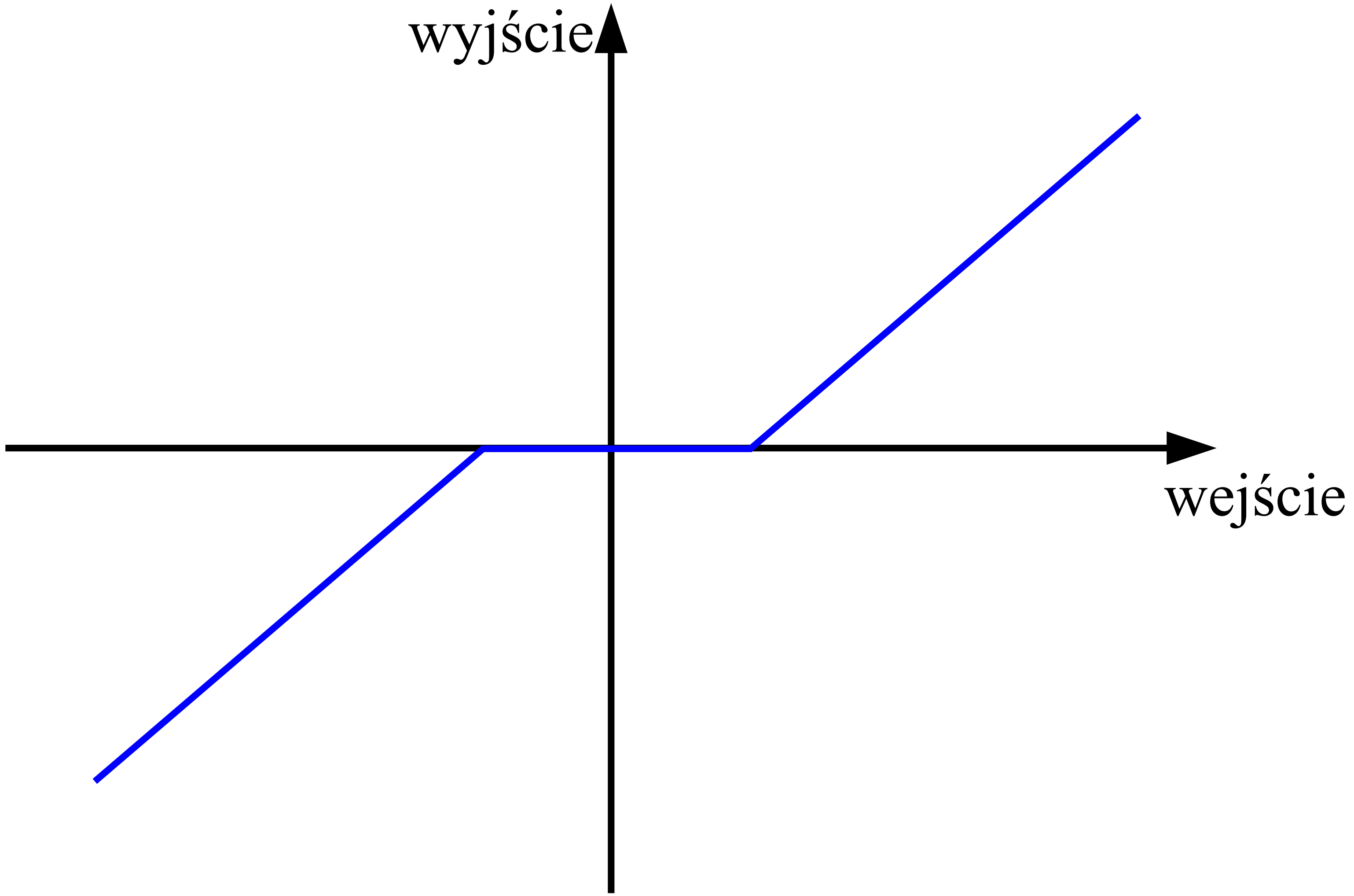
- stały błąd w stanie ustalonym
- zwiększenie wzmocnienia regulatora = spadek błędu stanu ustalonego i spadek czasu narastania
- ograniczenie maksymalnej wartości sygnału sterującego = ograniczenie minimalnego czasu narastania
- ograniczenia sygnałów = układ jest nieliniowy

układy nieliniowe – stosujemy opis równaniami stanu (wykład 15) i symulacje numeryczne

Ograniczenie wartości sygnałów (saturacja)

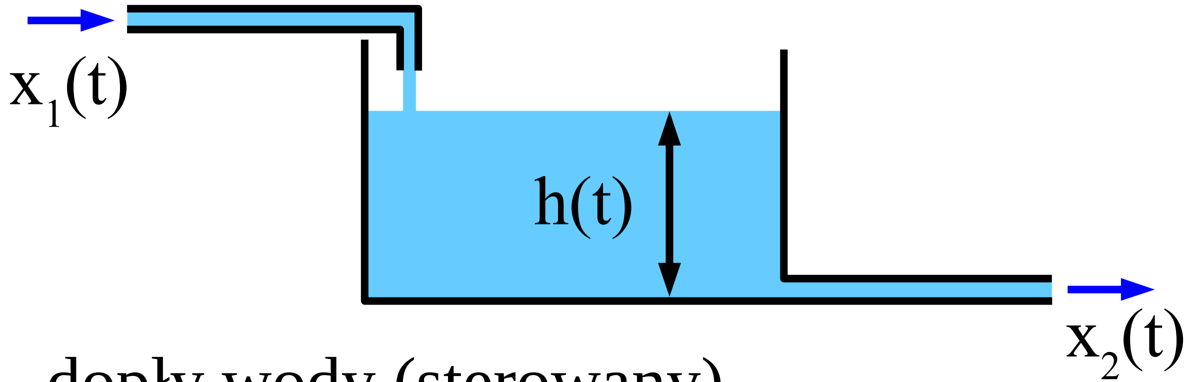


Strefa nieczułości



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



$x_1(t)[m^3/s]$ - dopły wody (sterowany)

$x_2(t)[m^3/s]$ - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

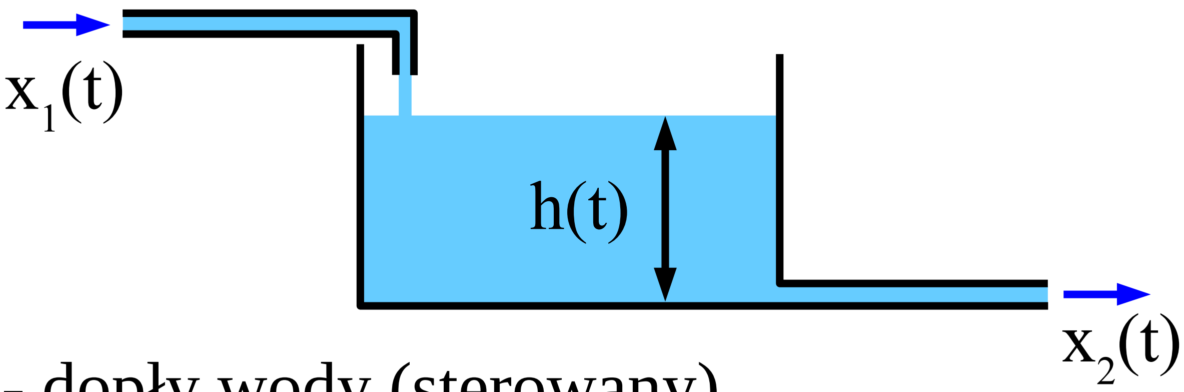
$v(t)[m^3]$ - objętość wody w zbiorniku

$h(t)[m]$ - poziom wody w zbiorniku

$A[m^2]$ - pole powierzchni przekroju zbiornika prostopadłościennego

Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



$x_1(t)[m^3/s]$ - dopły wody (sterowany)

$x_2(t)[m^3/s]$ - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

$v(t)[m^3]$ - objętość wody w zbiorniku

$h(t)[m]$ - poziom wody w zbiorniku

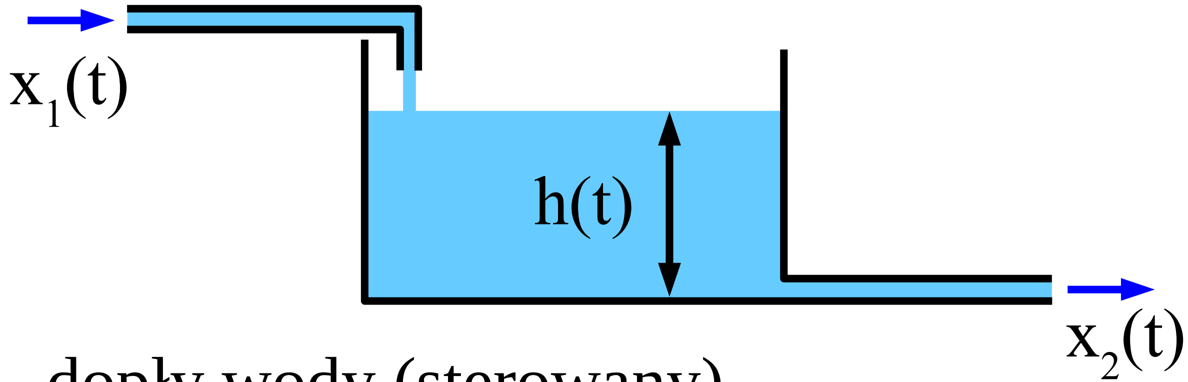
$A[m^2]$ - pole powierzchni przekroju zbiornika prostopadłościennego

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

$$A\frac{dh(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



$x_1(t)[m^3/s]$ - dopły wody (sterowany)

$x_2(t)[m^3/s]$ - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

$v(t)[m^3]$ - objętość wody w zbiorniku

$h(t)[m]$ - poziom wody w zbiorniku

$A[m^2]$ - pole powierzchni przekroju zbiornika prostopadłościennego

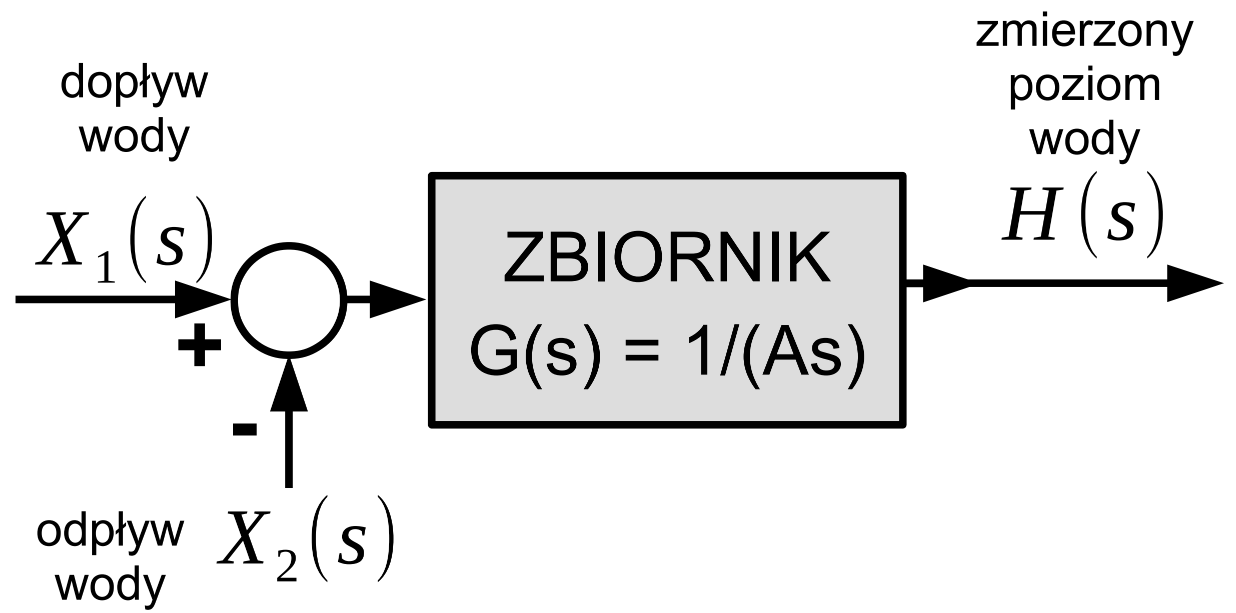
$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

$$A\frac{dh(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

$$\boxed{G(s) = \frac{H(s)}{X_1(s) - X_2(s)} = \frac{1}{As}}$$

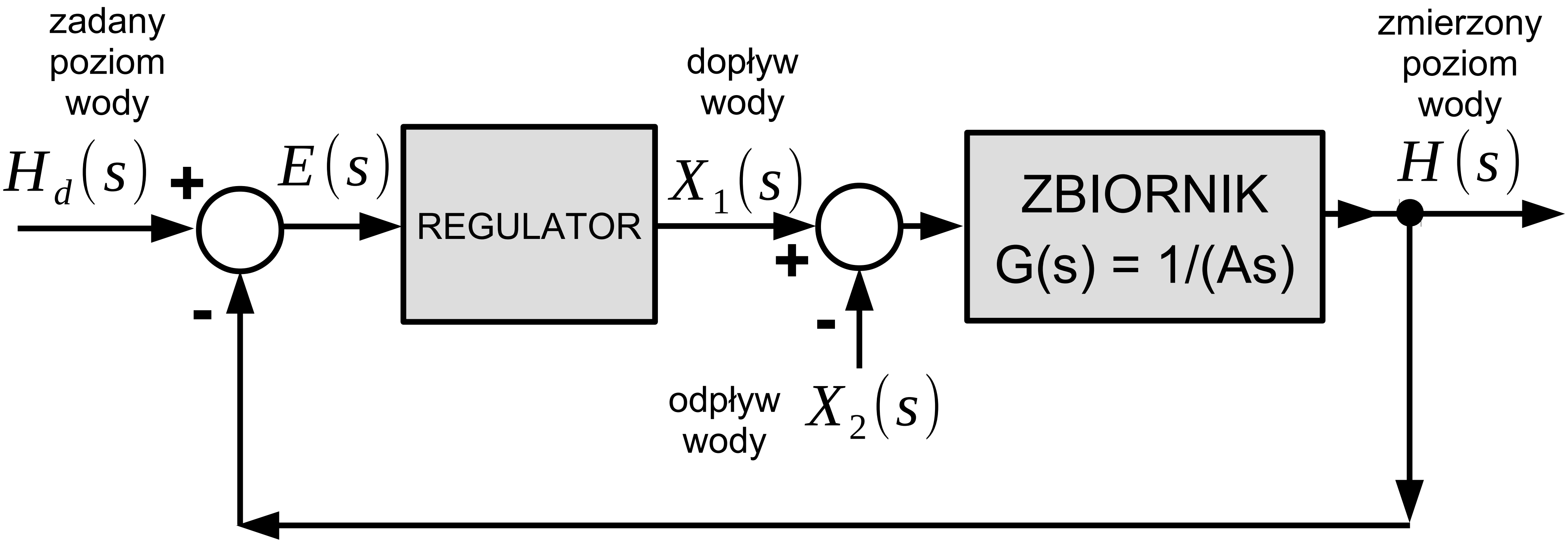
Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



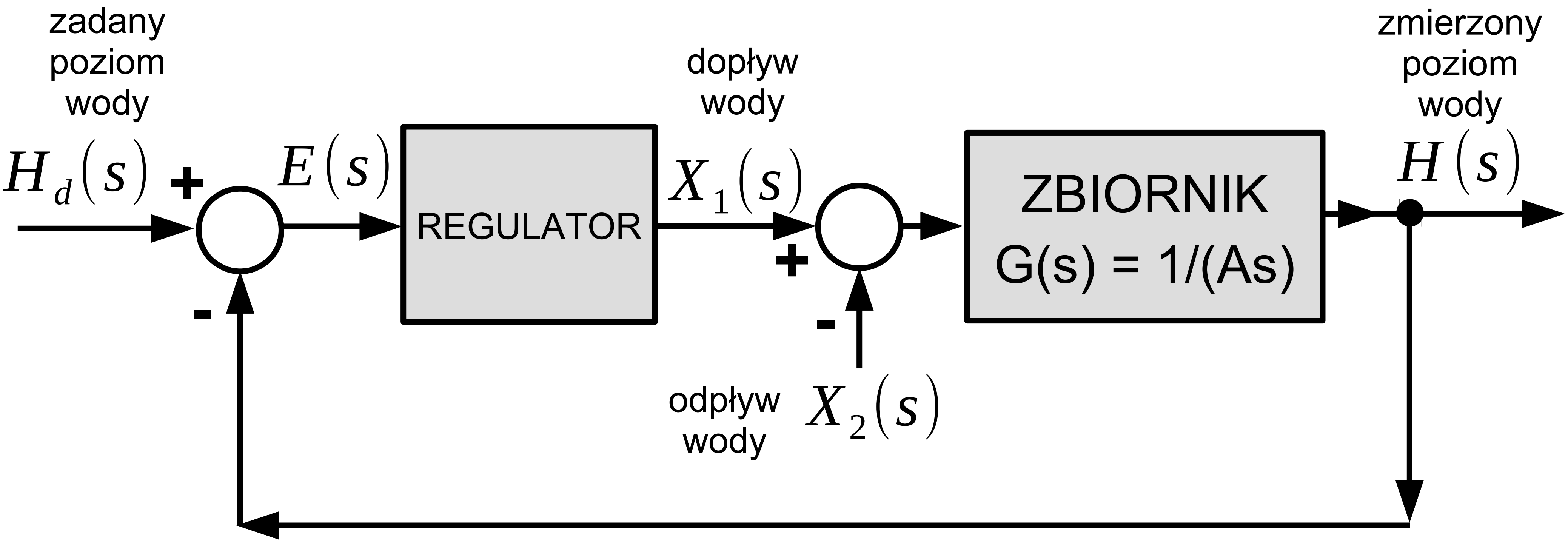
Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



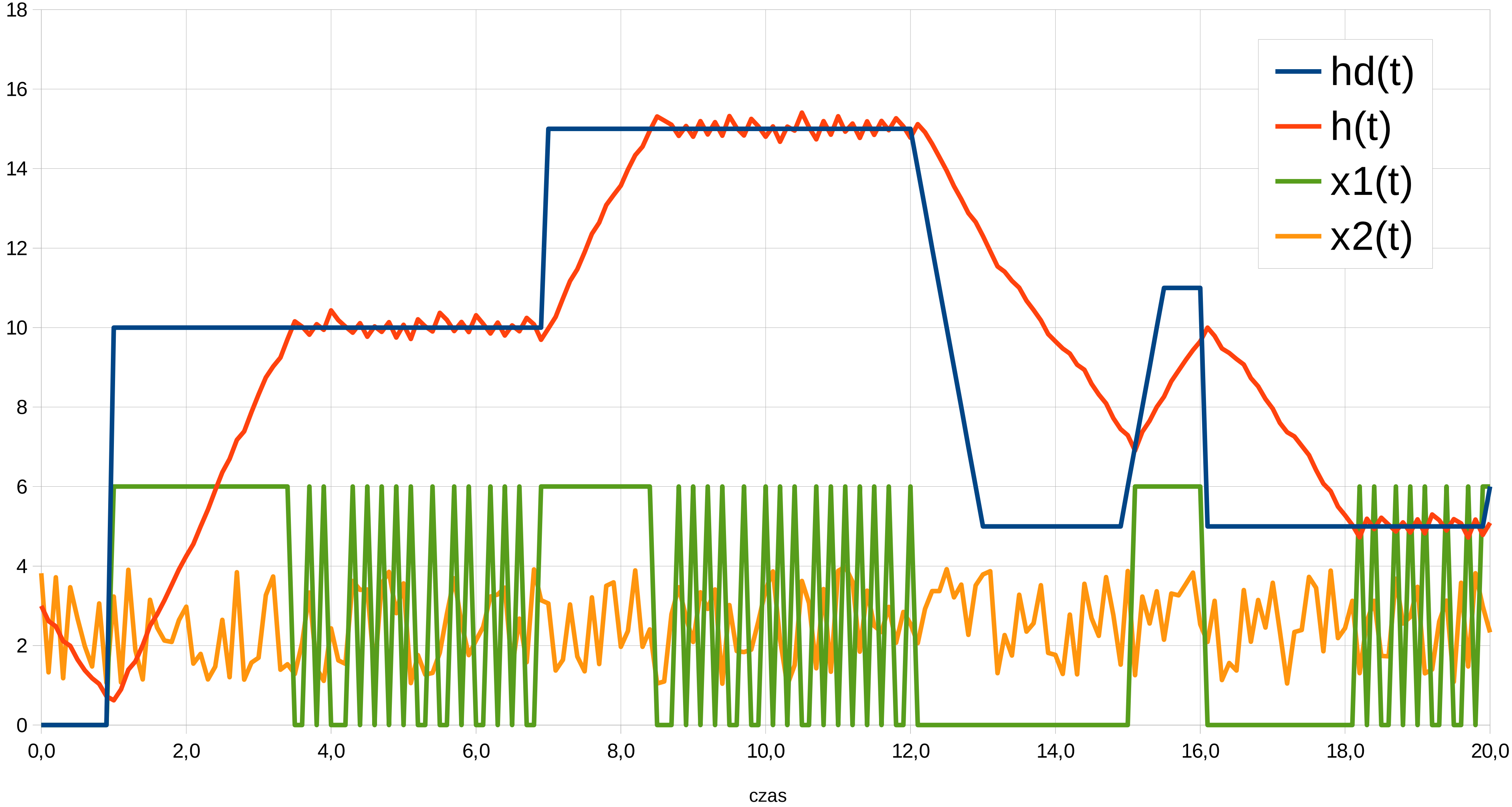
<u>Proponowane regulatory</u>:

- idealny dwustanowy
- dwustanowy z histerezą
- proporcjonalny

Przykład 2

Sterowanie poziomem wody

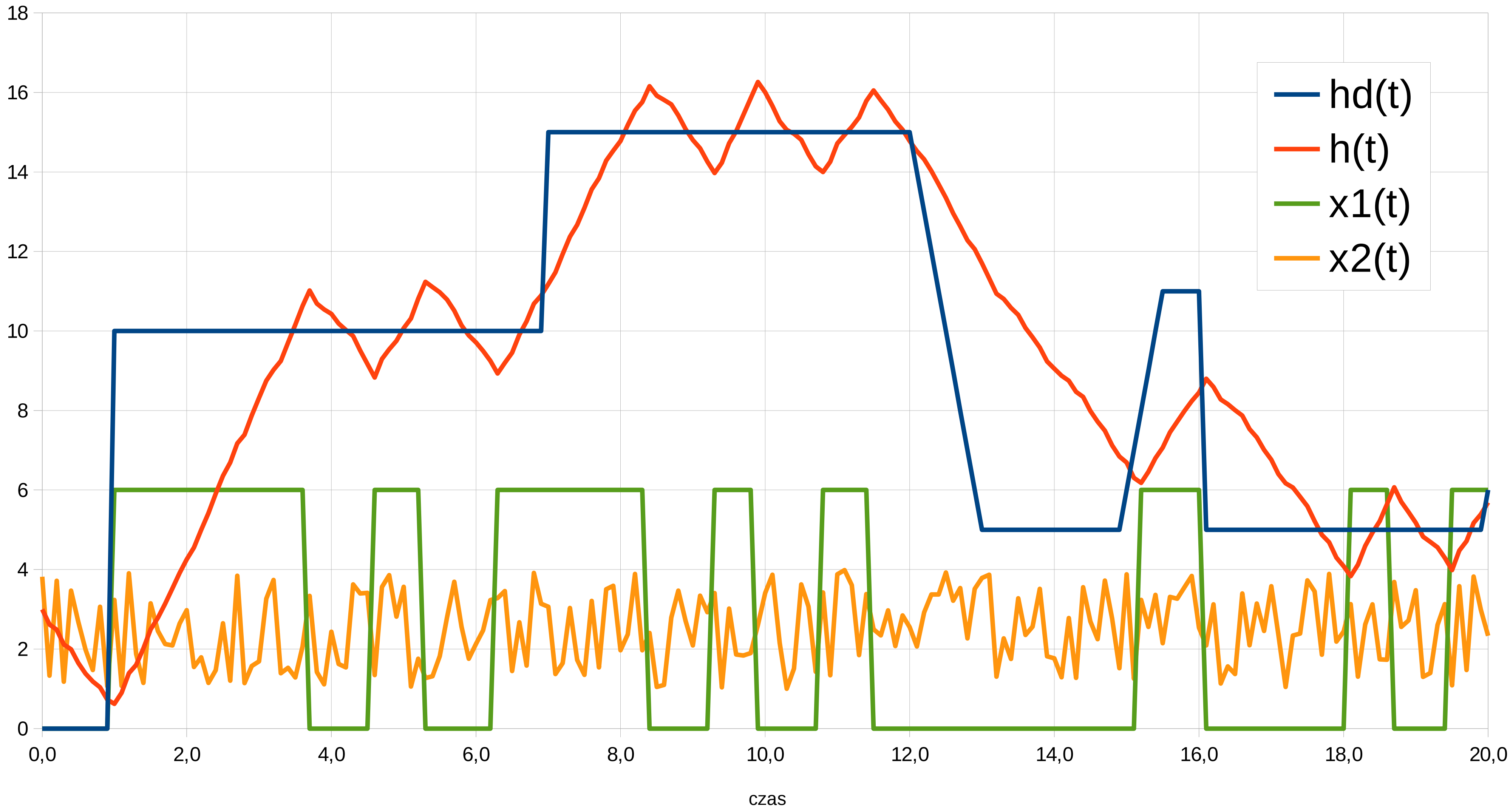
regulator idealny dwustanowy



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody

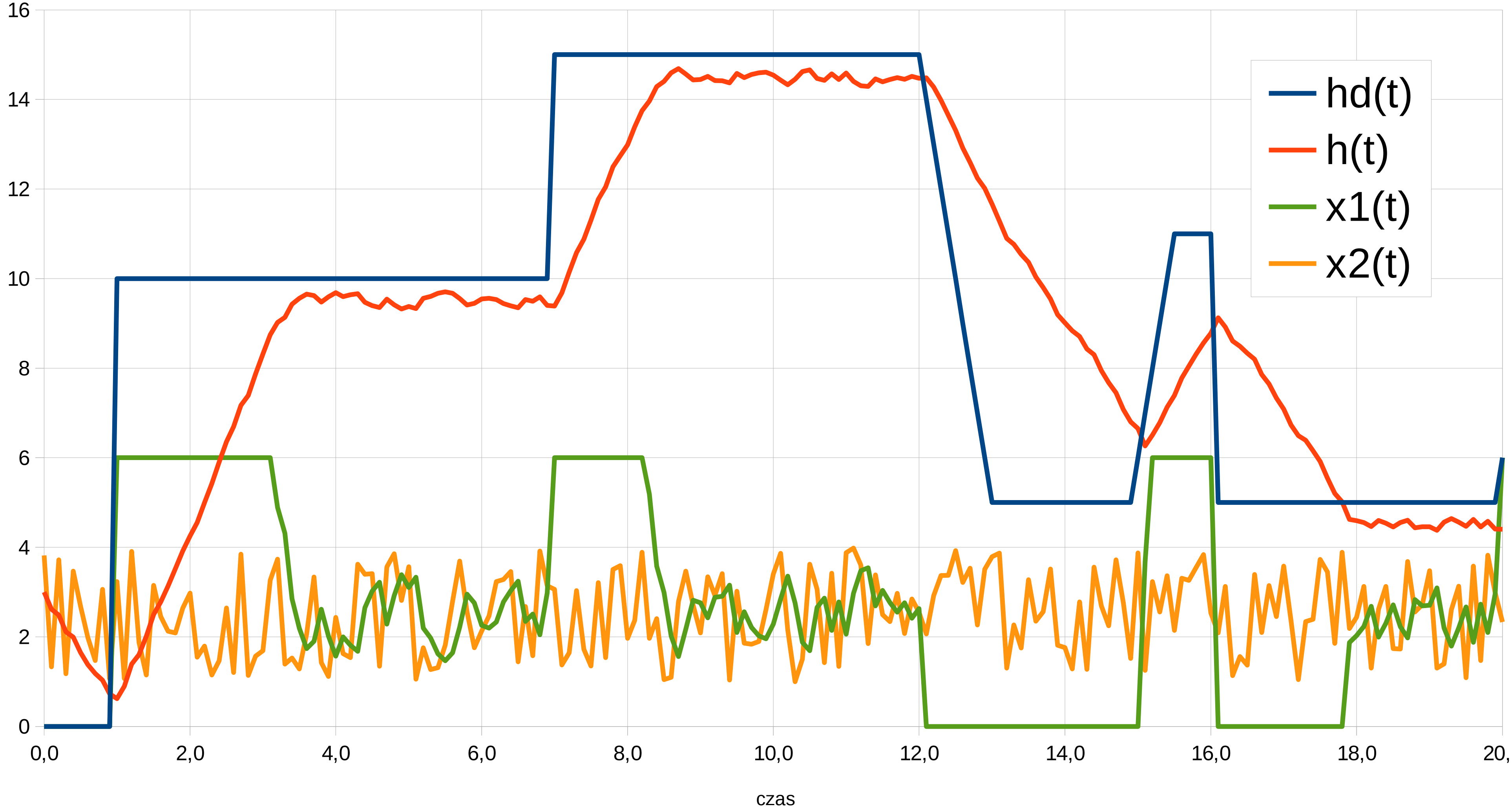
regulator dwustanowy z histerezą



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody

regulator proporcjonalny (małe wzmocnienie k_P)



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody

regulator proporcjonalny (duże wzmocnienie k_P)