

# Politechnika Warszawska

Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

Instytut Podstaw Budowy Maszyn

Zakład Mechaniki

<http://www.ipbm.simr.pw.edu.pl/>

***Teoria maszyn i podstawy automatyki***  
semestr zimowy 2016/2017

**dr inż. Sebastian Korczak**

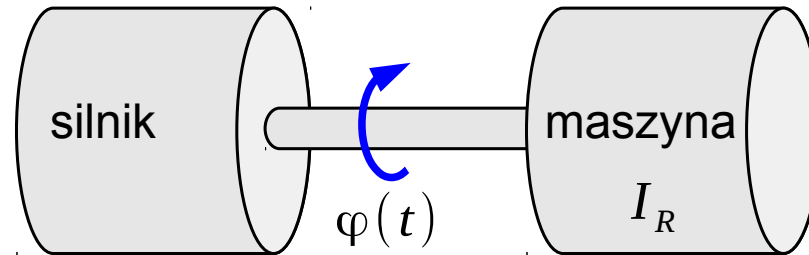
# Wykład 7

## Nierównomierność ruchu maszyny. Wstęp do automatyki.

*Licencja: tylko do edukacyjnego użytku studentów Politechniki Warszawskiej.*

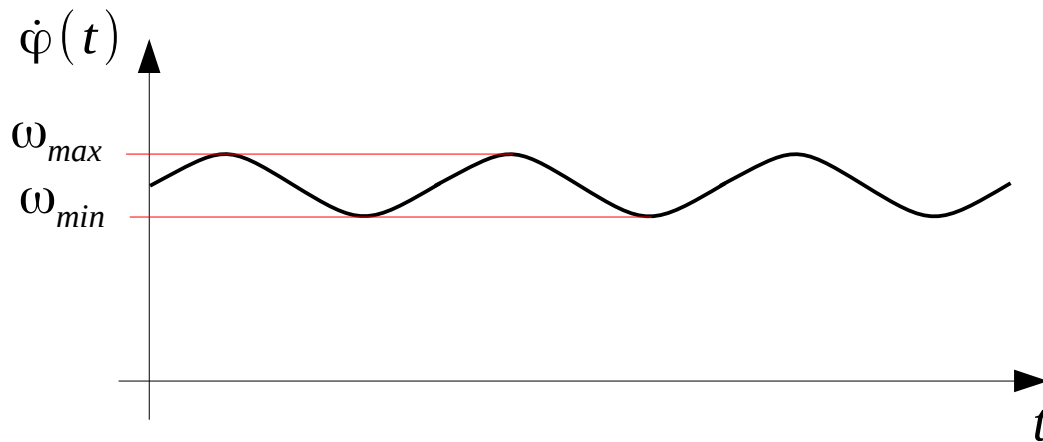
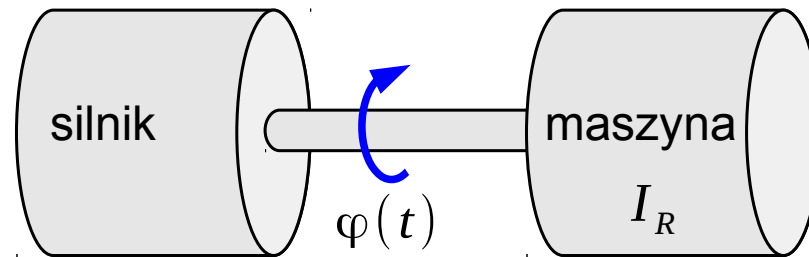
# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



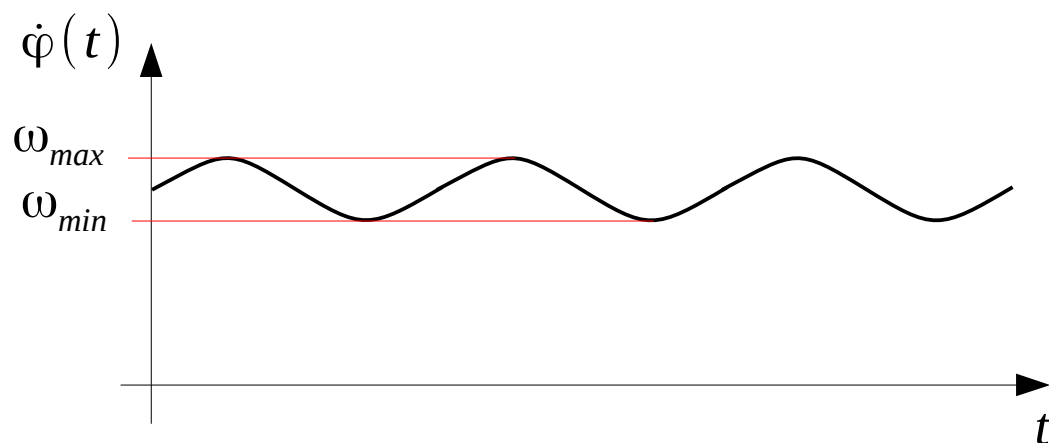
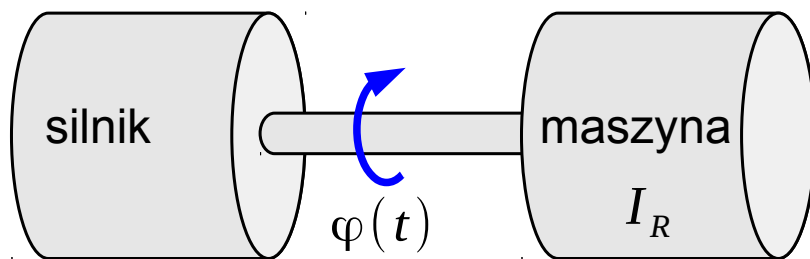
# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym

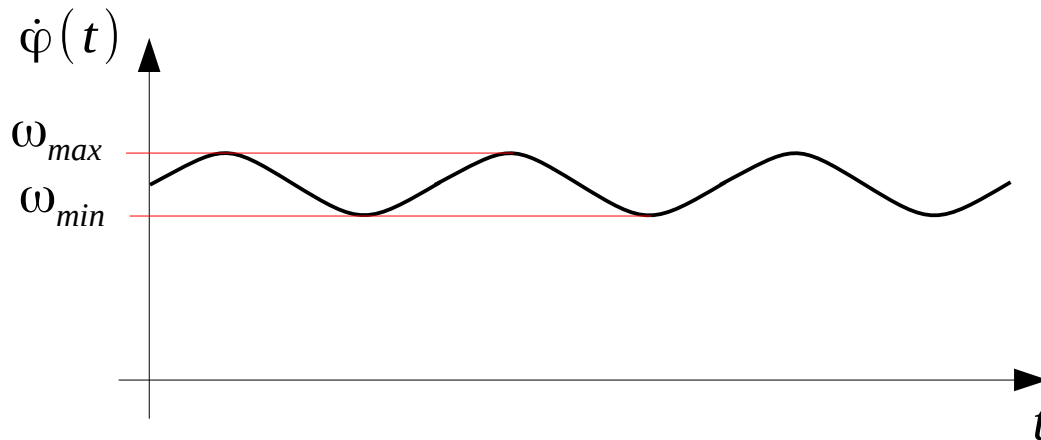
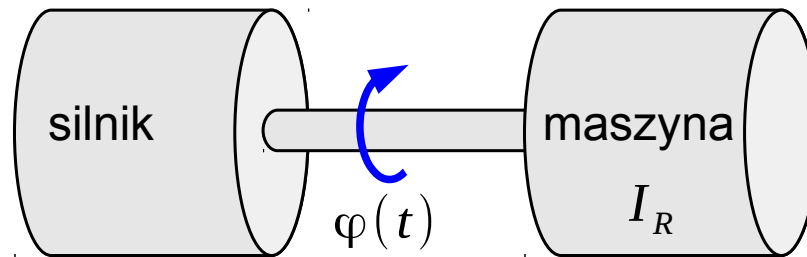


Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

Pompy

$$\delta = 1/5 \div 1/30$$

silniki spalinowe

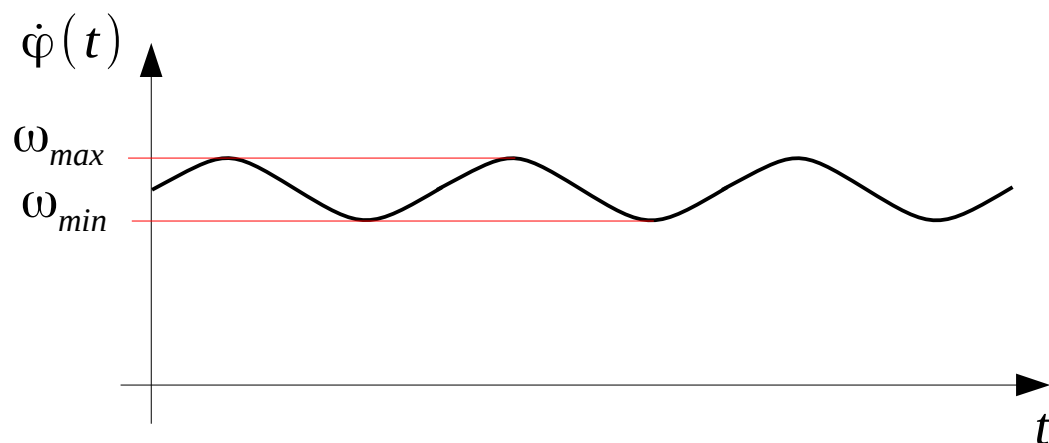
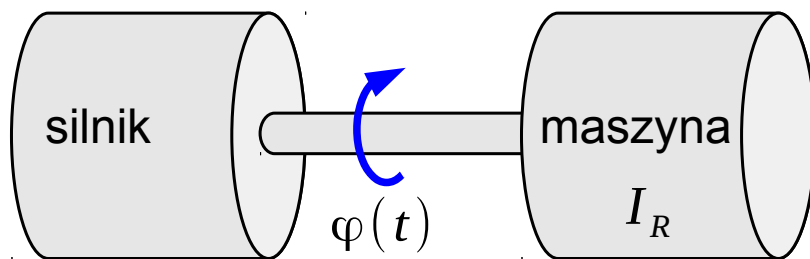
$$\delta = 1/50 \div 1/150$$

generatory

$$\delta = 1/200 \div 1/300$$

# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



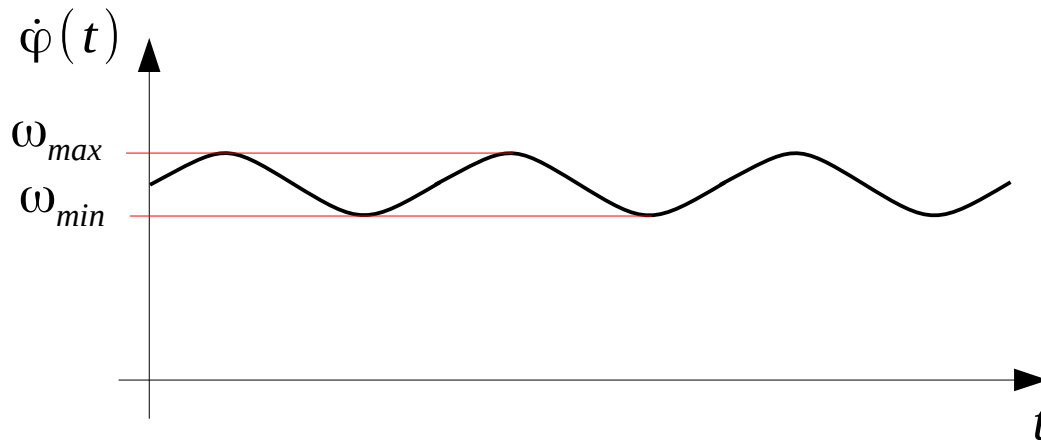
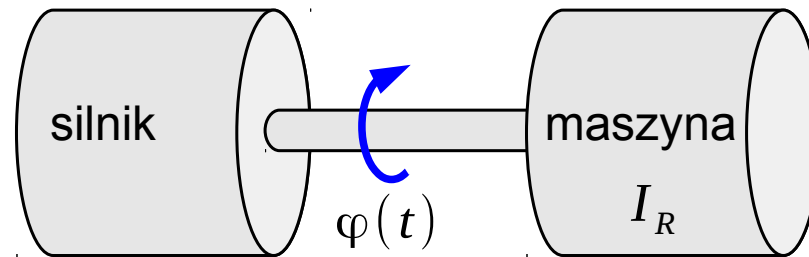
Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

$$E_{k.max} = \frac{1}{2} I_R \omega_{max}^2 \quad E_{k.min} = \frac{1}{2} I_R \omega_{min}^2$$

# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

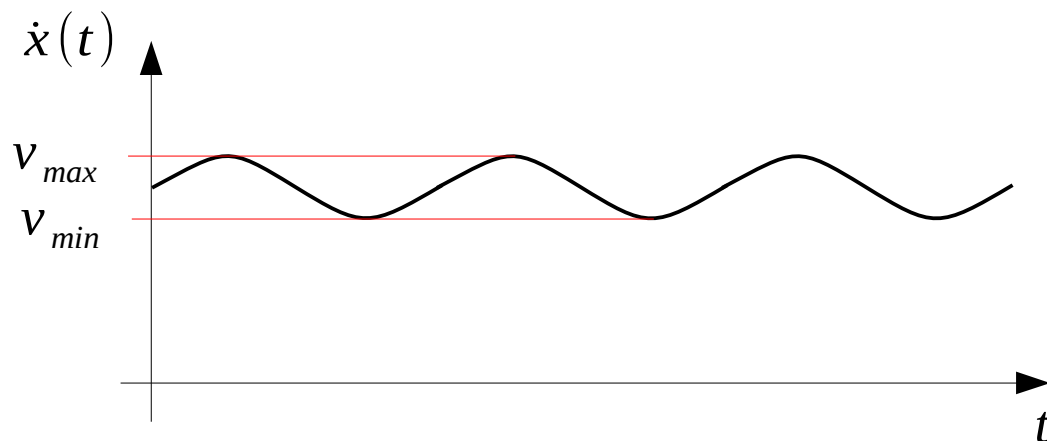
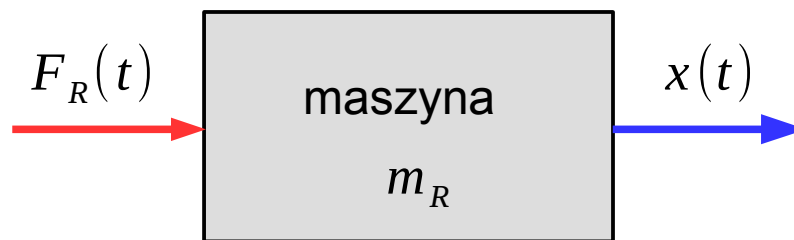
$$E_{k.max} = \frac{1}{2} I_R \omega_{max}^2 \quad E_{k.min} = \frac{1}{2} I_R \omega_{min}^2$$

$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$



# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



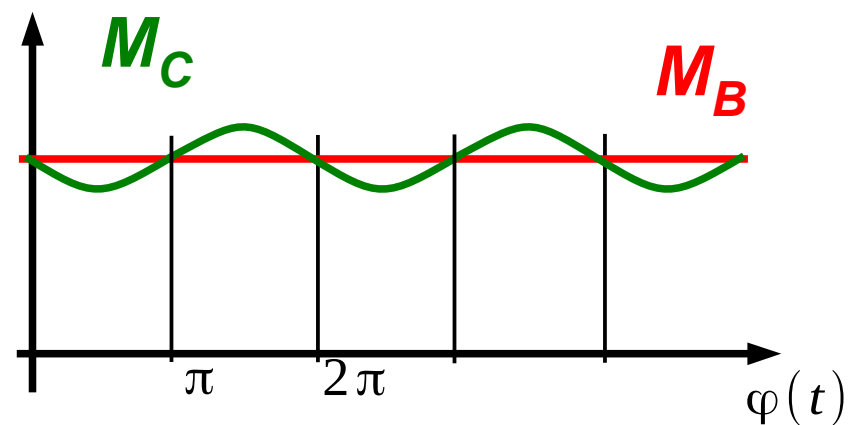
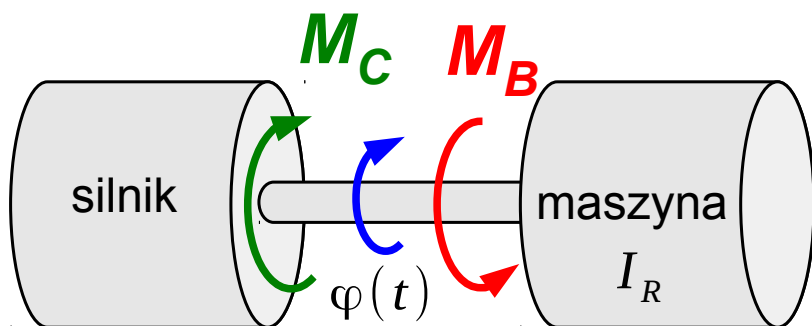
Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{v_{max} - v_{min}}{v_{\acute{s}r}} \quad v_{\acute{s}r} = \frac{v_{max} + v_{min}}{2}$$

$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta m_R v_{\acute{s}r}^2$$

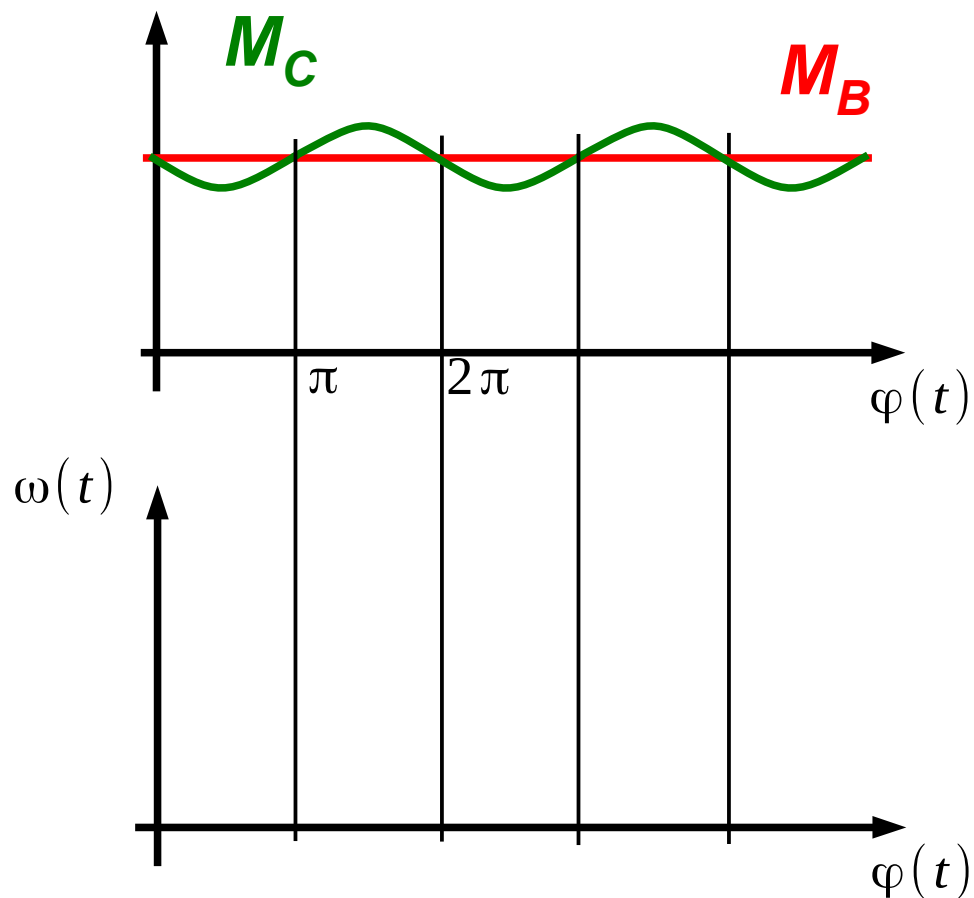
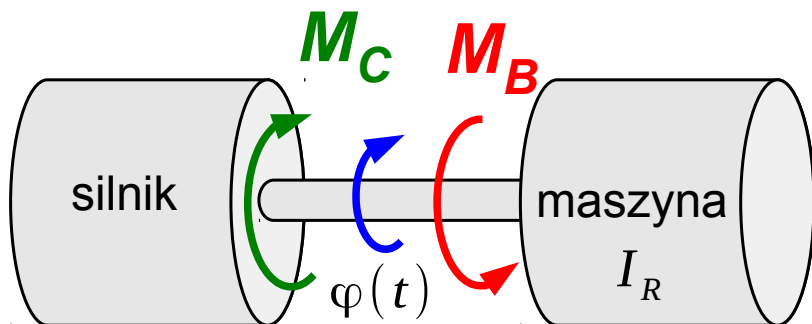
# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym  
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



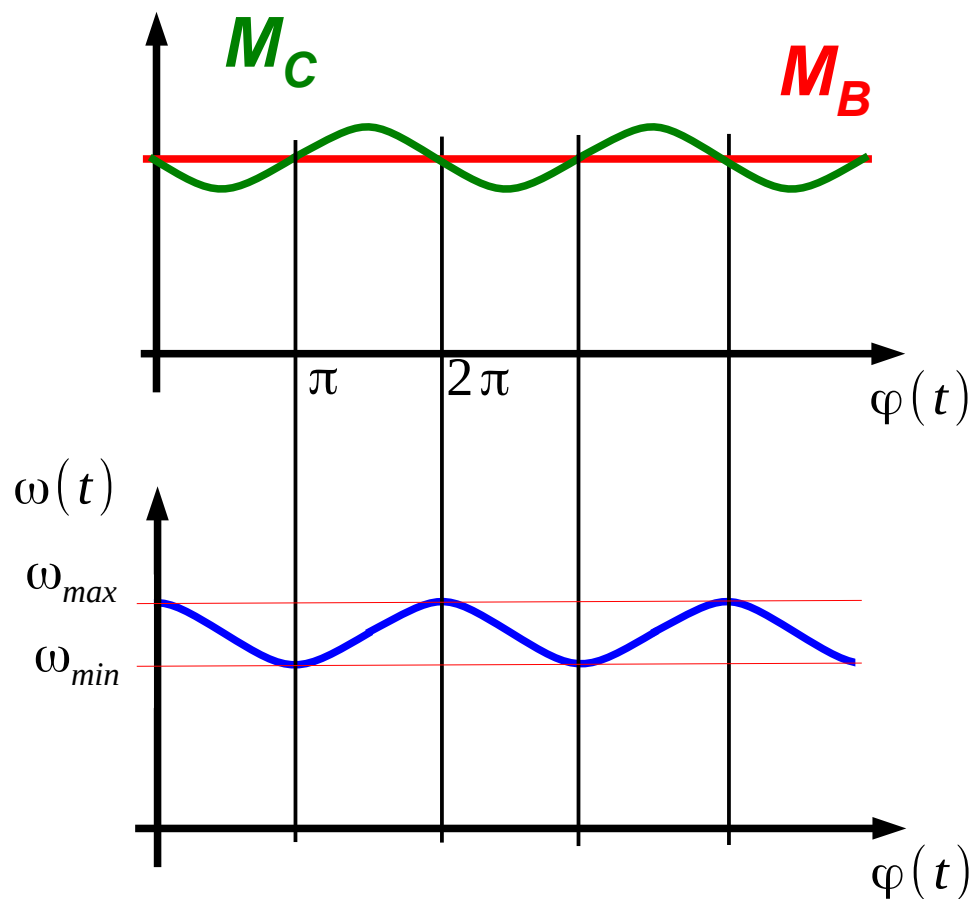
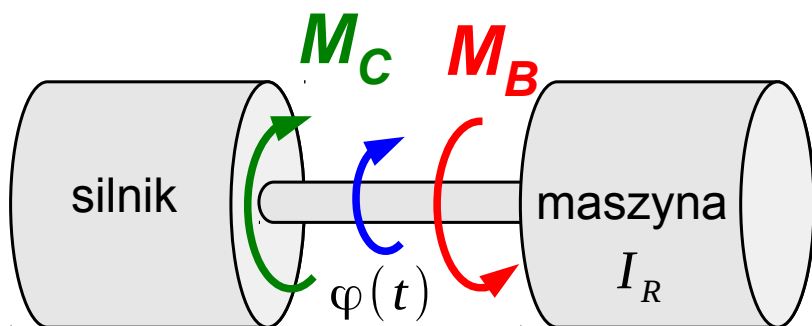
# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym  
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



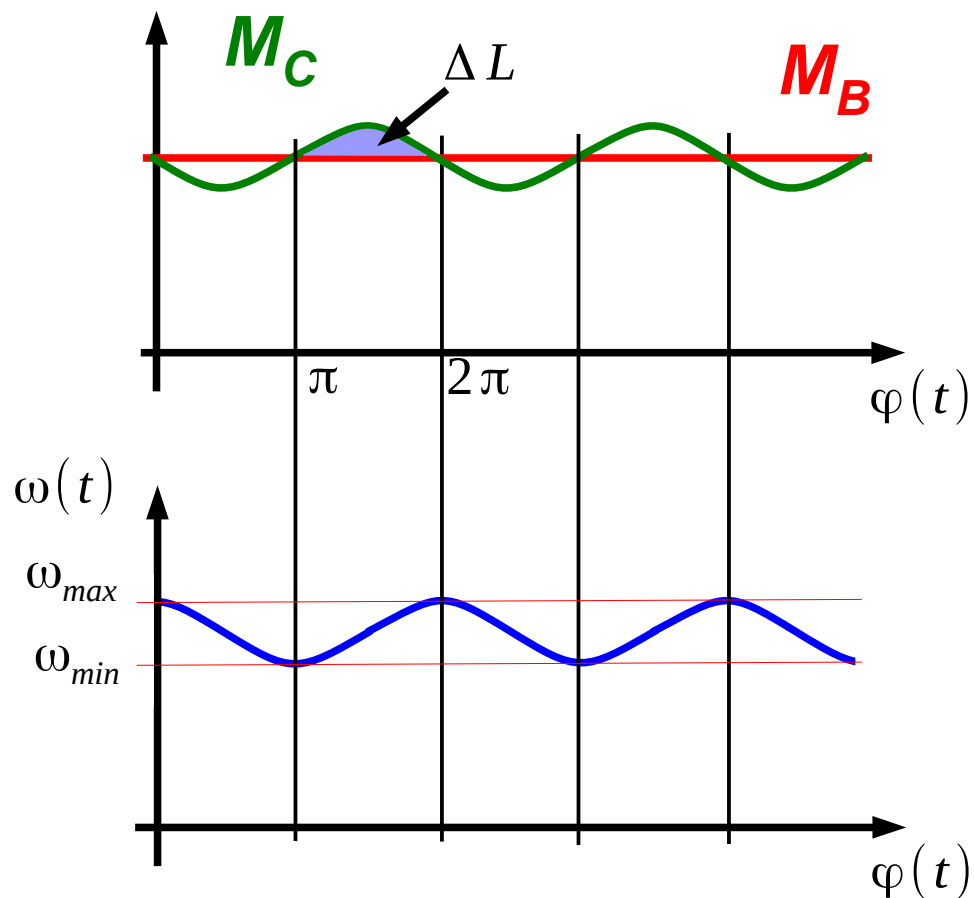
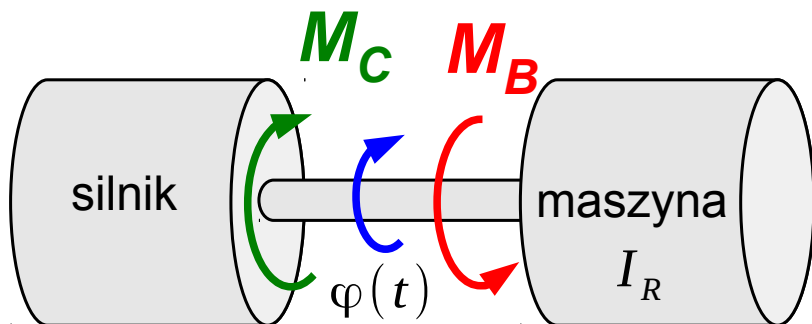
# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym  
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



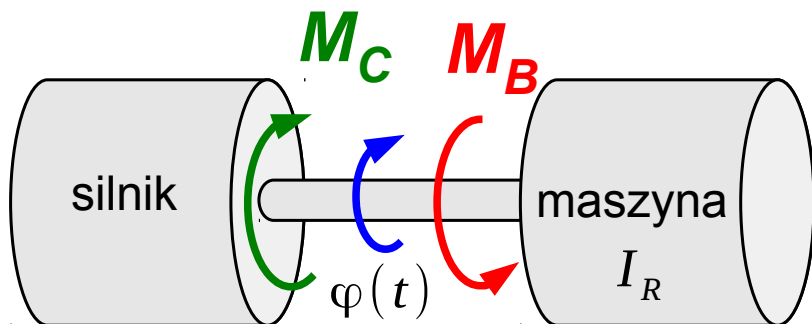
# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym  
przyczyna nierównomierności biegu - przykład

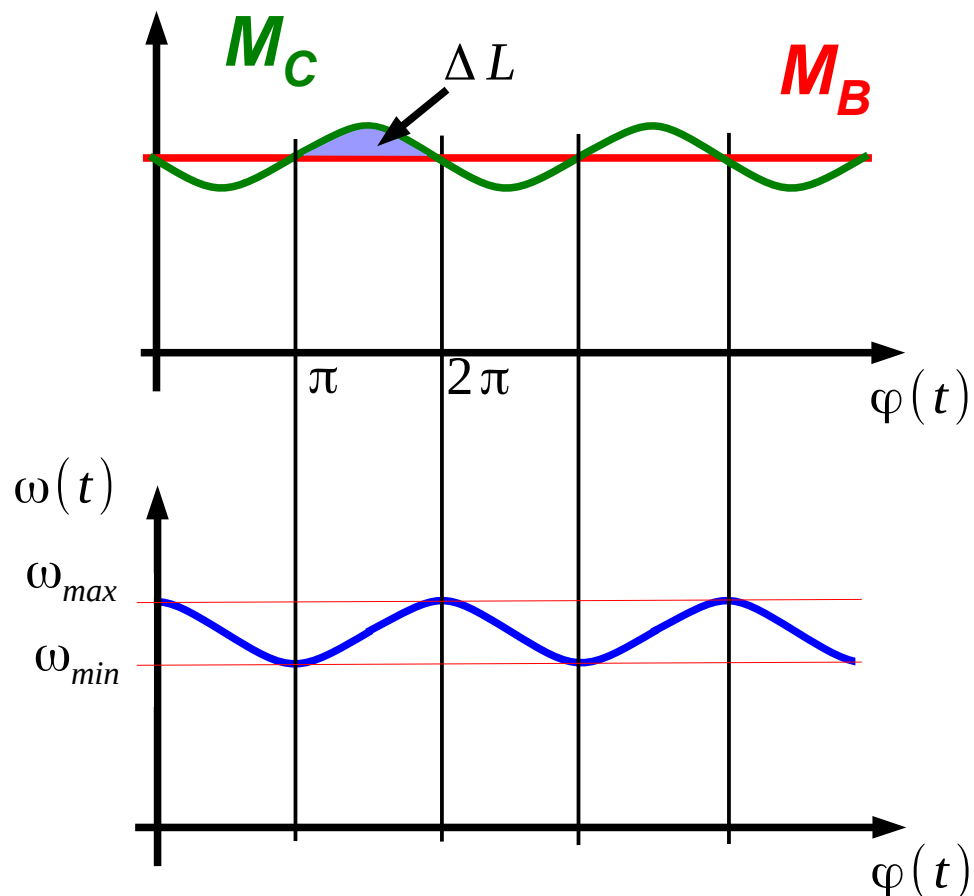


# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym  
przyczyna nierównomierności biegu - przykład

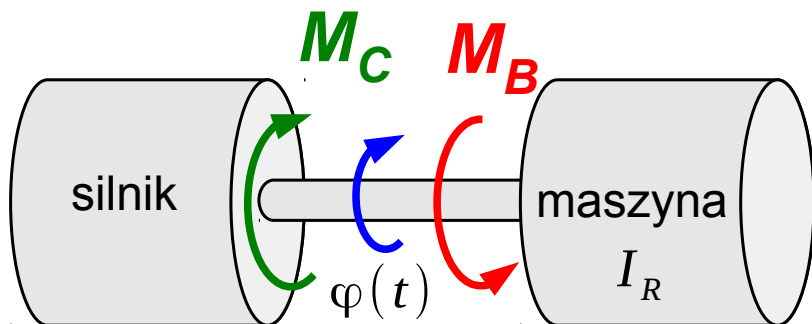


$$\Delta L = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} (M_C - M_B) d\varphi$$



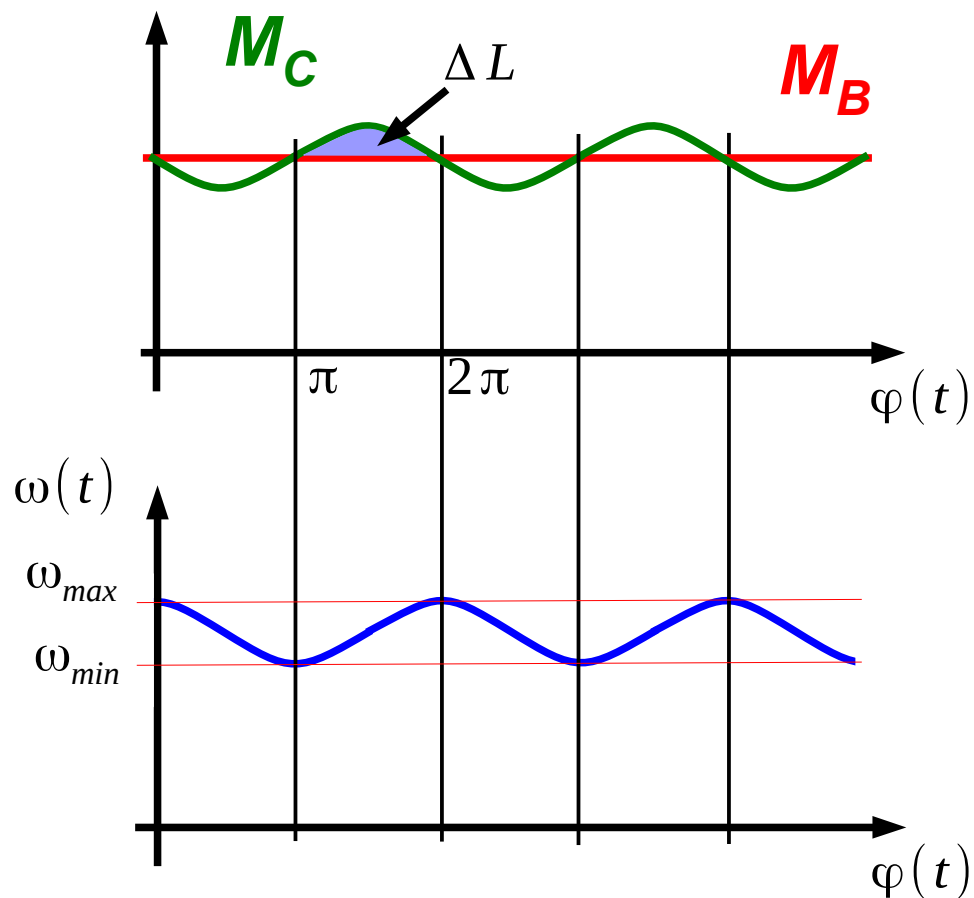
# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym  
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



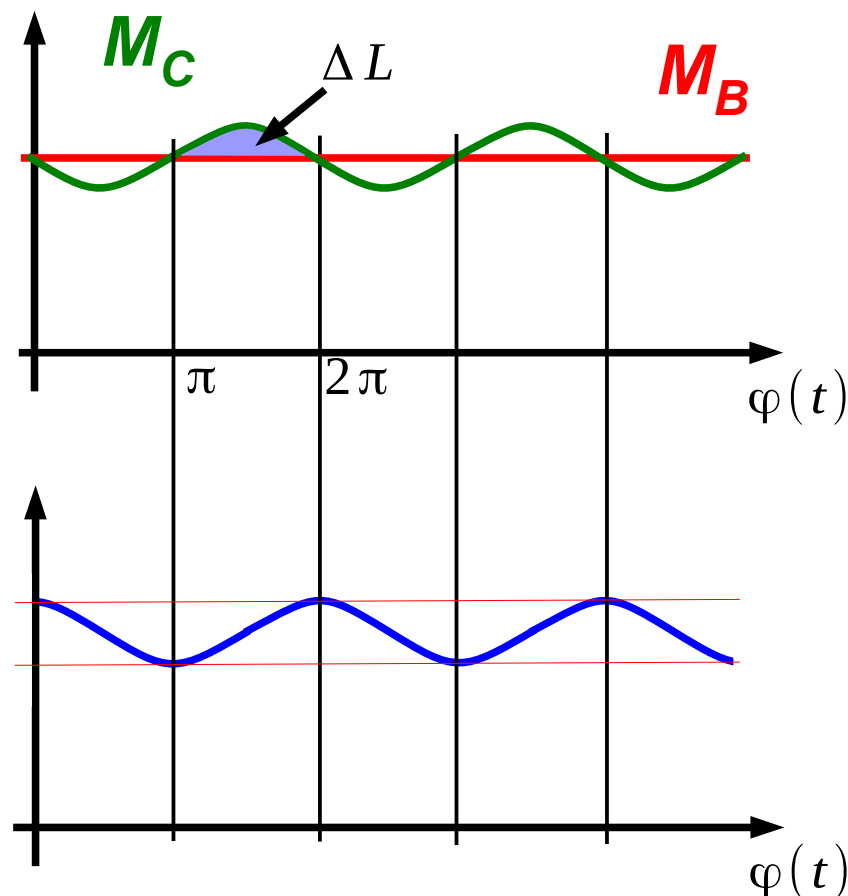
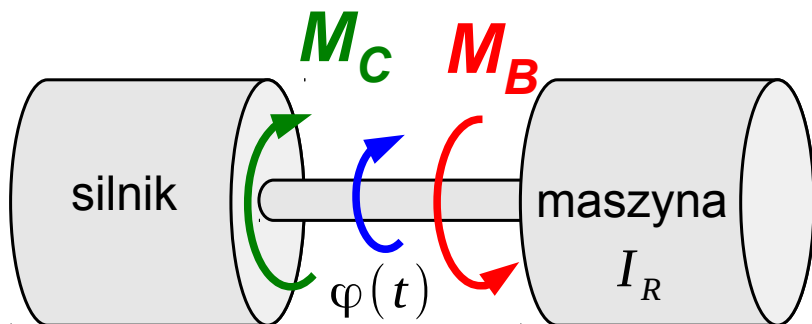
$$\Delta L = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} (M_C - M_B) d\varphi$$

$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta I_R \omega_{sr}^2$$



# Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym  
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



$$\Delta L = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} (M_C - M_B) d\varphi$$

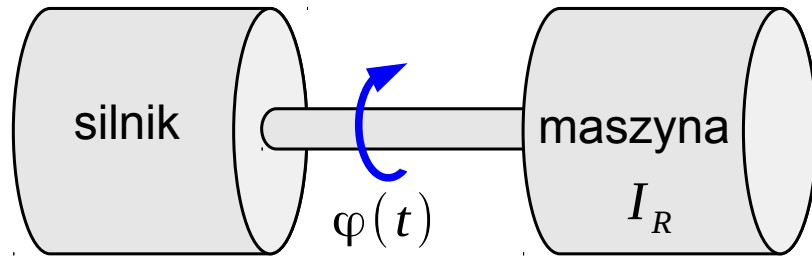
$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta I_R \omega_{sr}^2$$

$$\delta = \frac{\Delta L}{I_R \omega_{sr}^2}$$



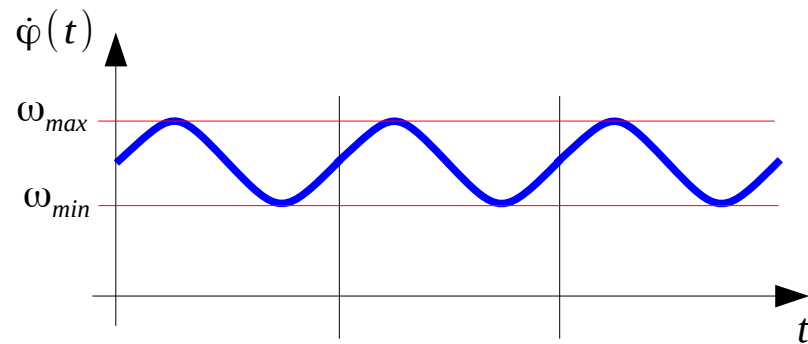
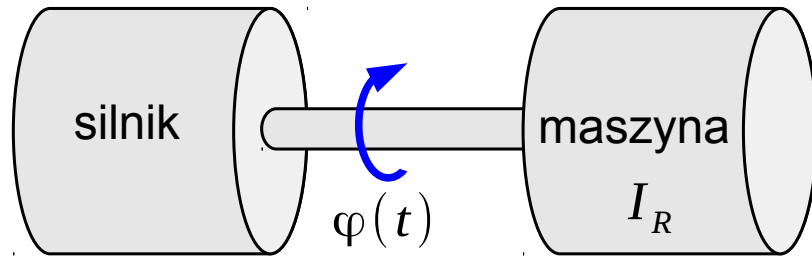
# Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



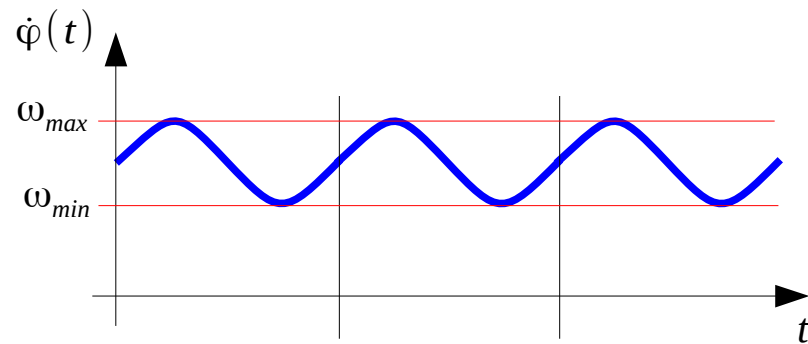
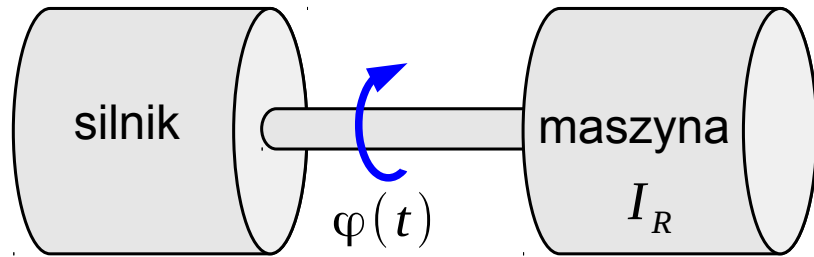
# Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



# Koło zamachowe

w ruchu ustalonym

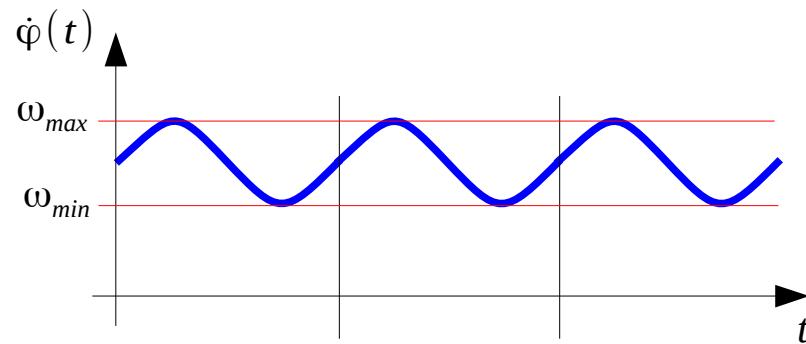
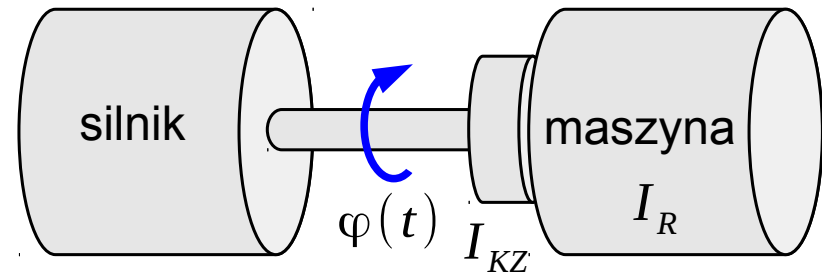
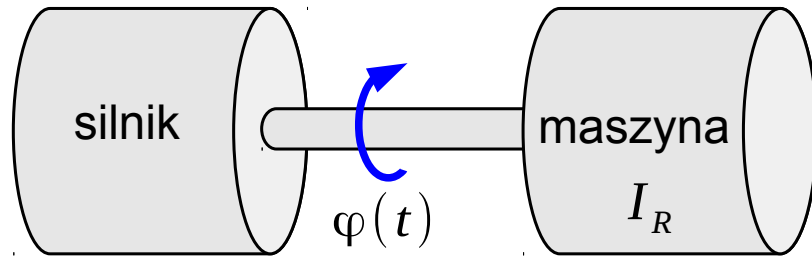


$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$

założenie  
 $I_R \approx const.$

# Koło zamachowe

w ruchu ustalonym

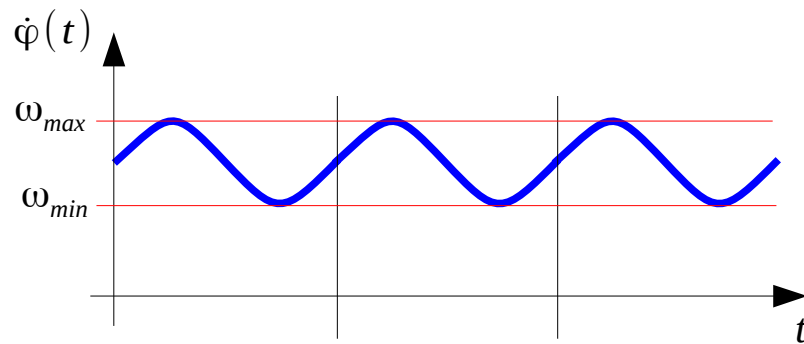
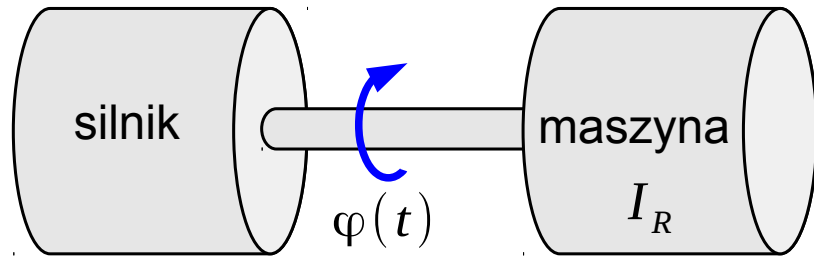


$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$

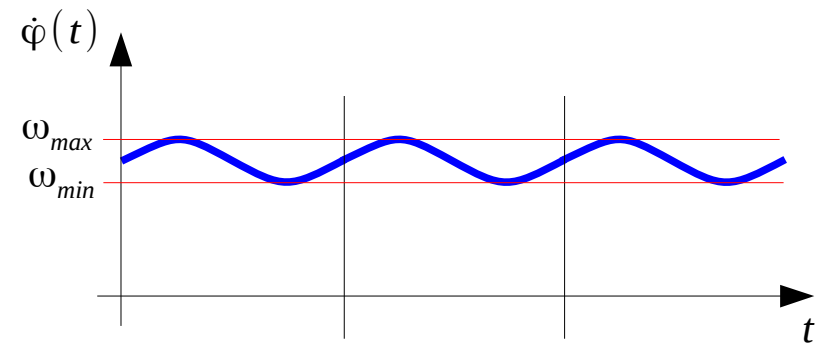
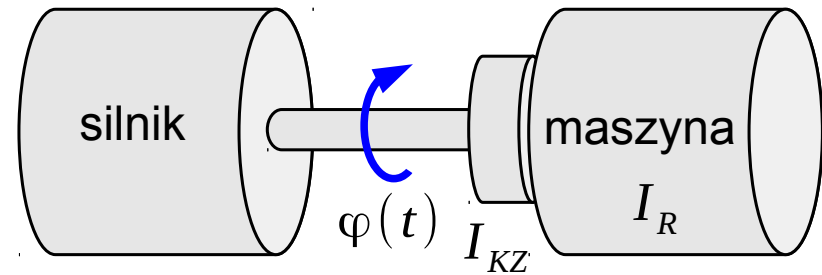
założenie  
 $I_R \approx const.$

# Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



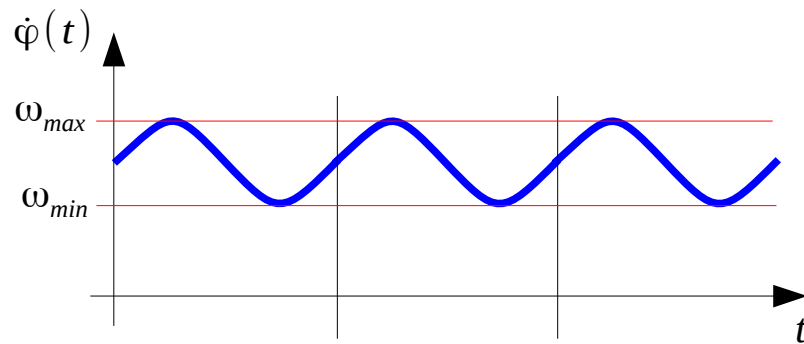
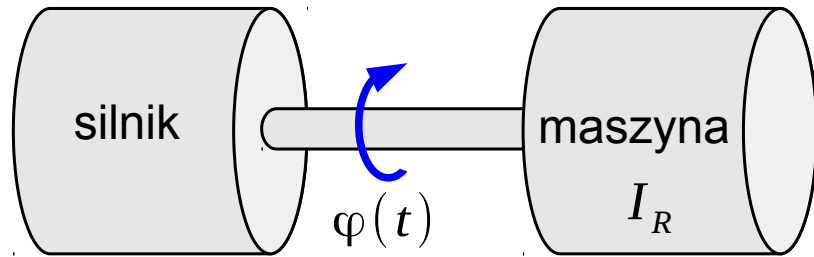
$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$



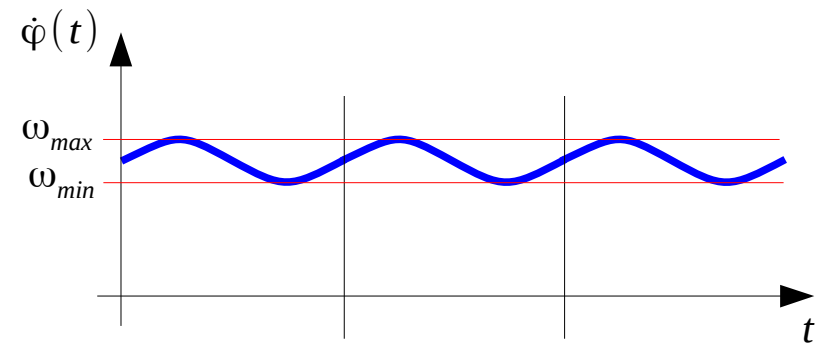
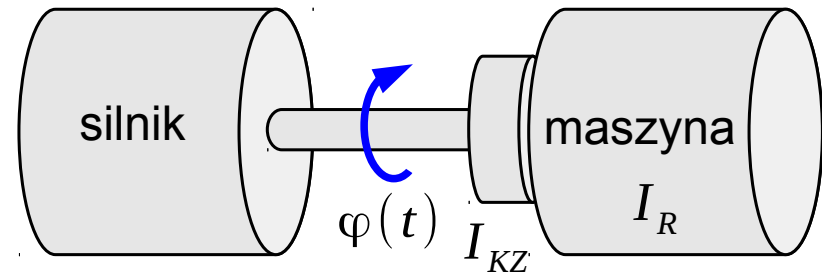
założenie  
 $I_R \approx const.$

# Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

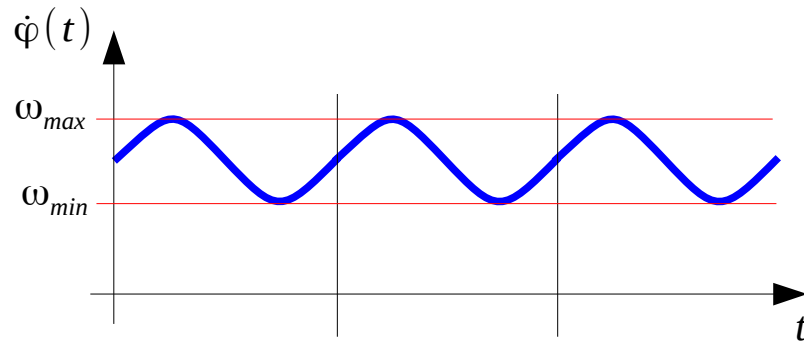
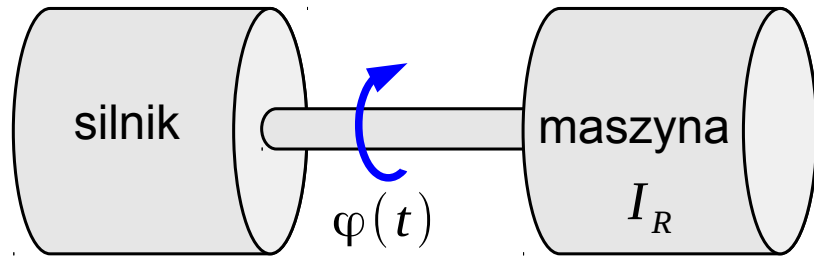


założenie  
 $I_R \approx const.$

$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{FW}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

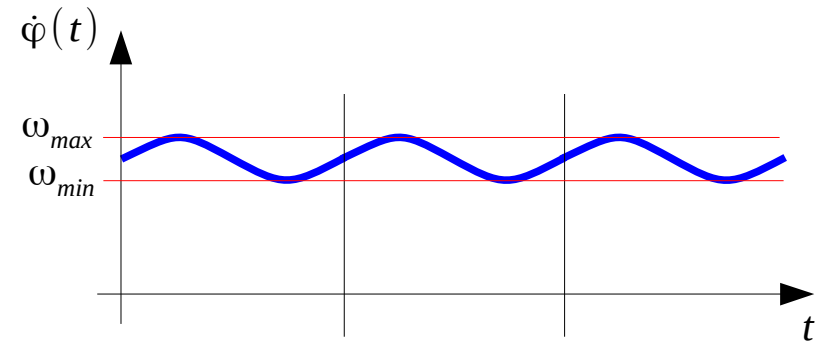
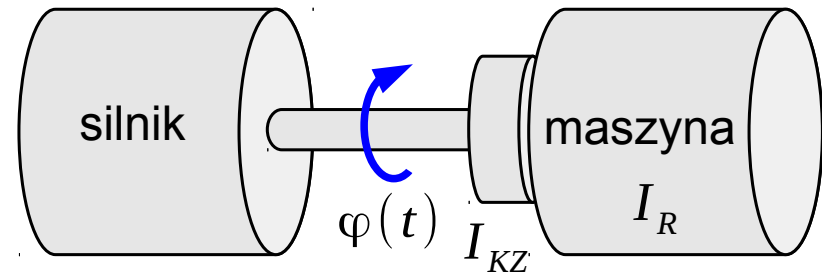
# Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

założenie  
 $I_R \approx const.$

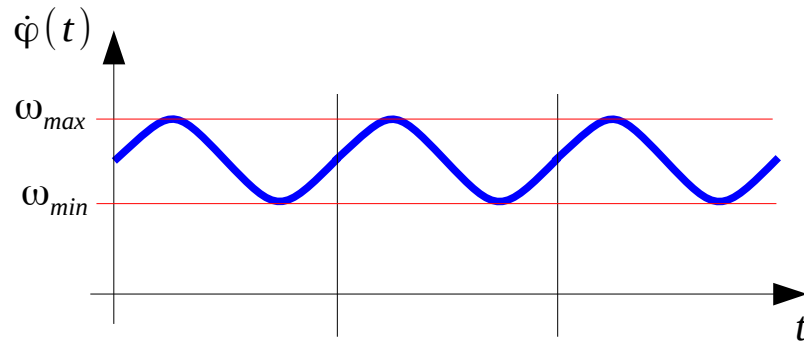
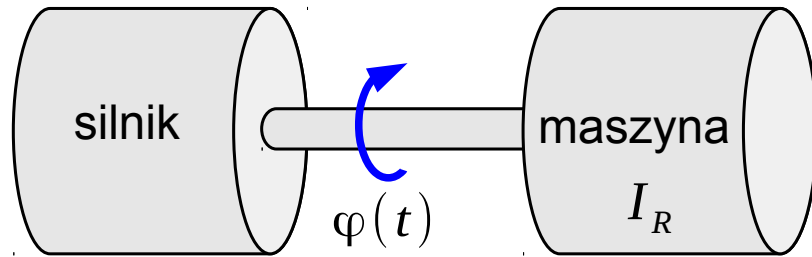


$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{FW}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

$$\delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

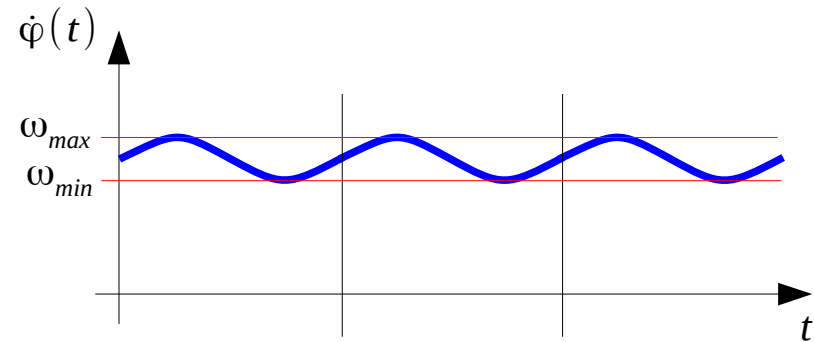
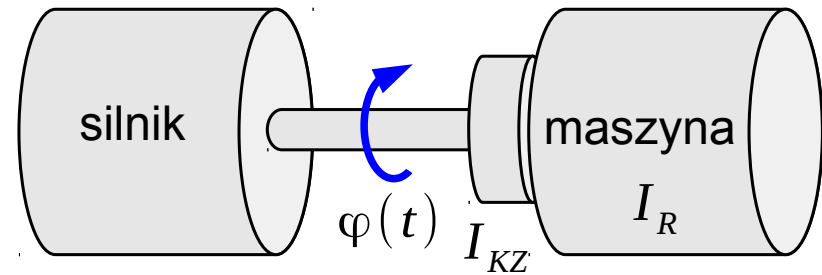
# Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

założenie  
 $I_R \approx const.$



$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{FW}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

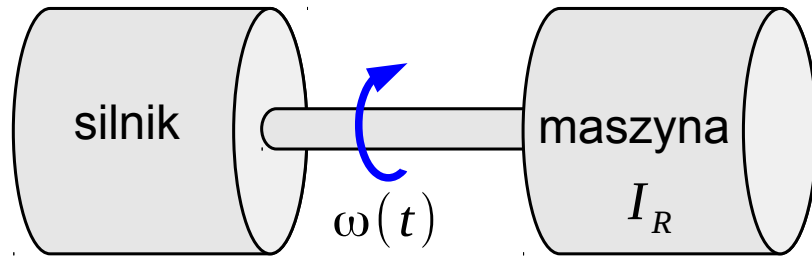
$$\delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

$$I_{KZ} = \left( \frac{\delta_1}{\delta_2} - 1 \right) I_R$$



# Koło zamachowe

## Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

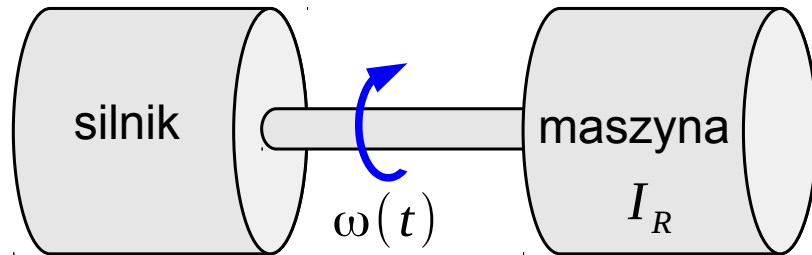
$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10obr/min.

# Koło zamachowe

## Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max}(t) = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min}(t) = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10 obr/min.

$$\omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 975 \frac{\text{obr}}{\text{min}} = 975 \cdot \frac{2\pi}{60 \text{ s}} = 102,10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} = \frac{50}{975} = 0,0513$$

$$\Delta L = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = 0,0513 \cdot 10 \text{ kg m}^2 \cdot \left(102,1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 = 5347,72 \text{ J}$$

$$\delta_{KZ} = \frac{10 \text{ obr/min}}{975 \text{ obr/min}} = 0,010256$$

$$\Delta L = \delta_{KZ} (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2 \Rightarrow I_{KZ} = \frac{\Delta L}{\delta_{KZ} \omega_{\acute{s}r}^2} - I_R = 41,3 \text{ kg m}^2$$

ale można policzyć to również krótszym wzorem:

$$I_{KZ} = \left(\frac{\delta}{\delta_{KZ}} - 1\right) I_R = 40 \text{ kg m}^2$$

...i tu widać jak zaokrąglenia w poszczególnych etapach obliczeń z lewej strony zawyżyły wynik...

# Koło zamachowe

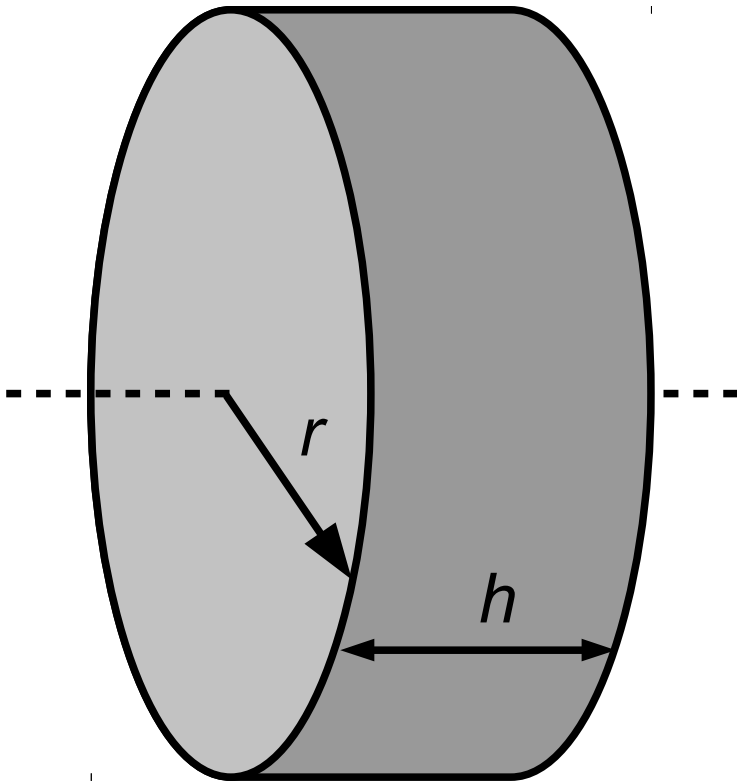
## Przykład 1

Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$

$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

$$\rho_{stal} =$$

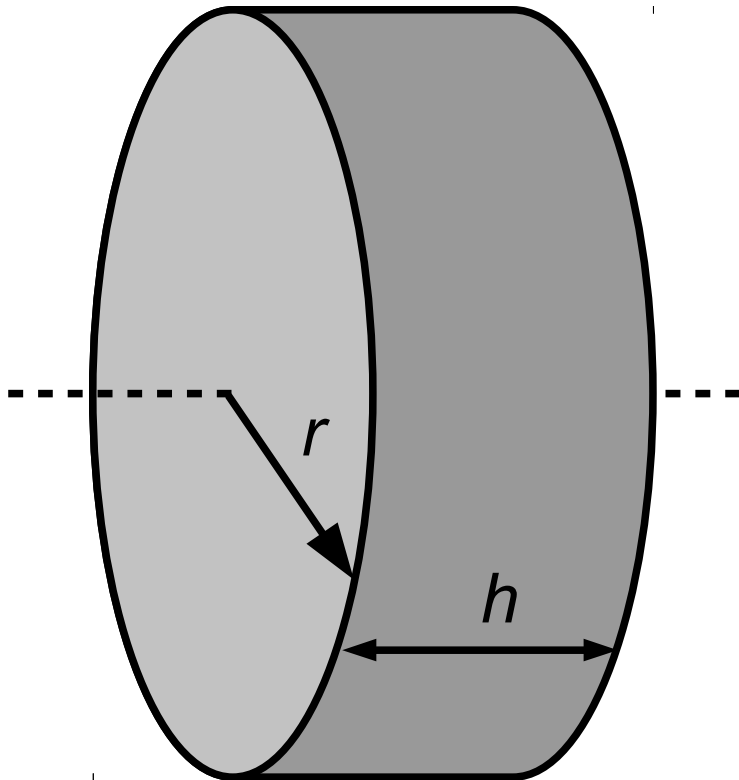


# Koło zamachowe

## Przykład 1

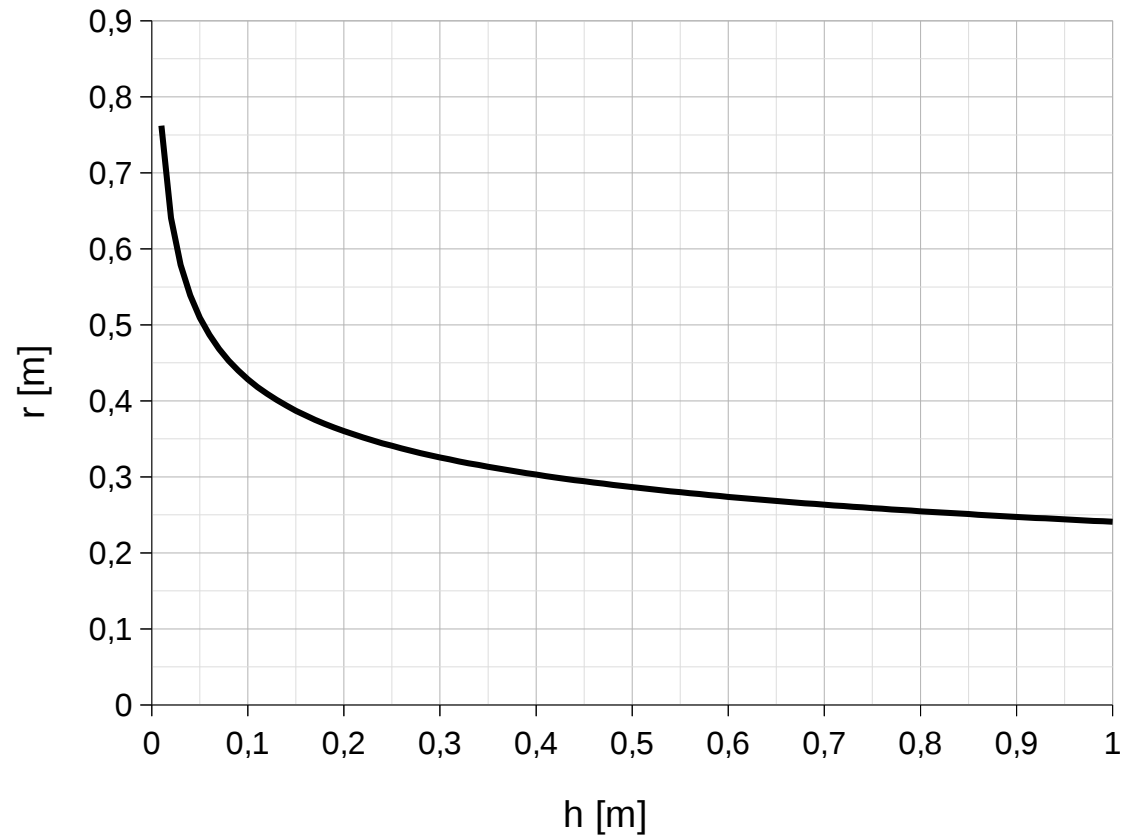
Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$



$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

$$\rho_{\text{stal}} = 7800 \text{ kg/m}^3$$

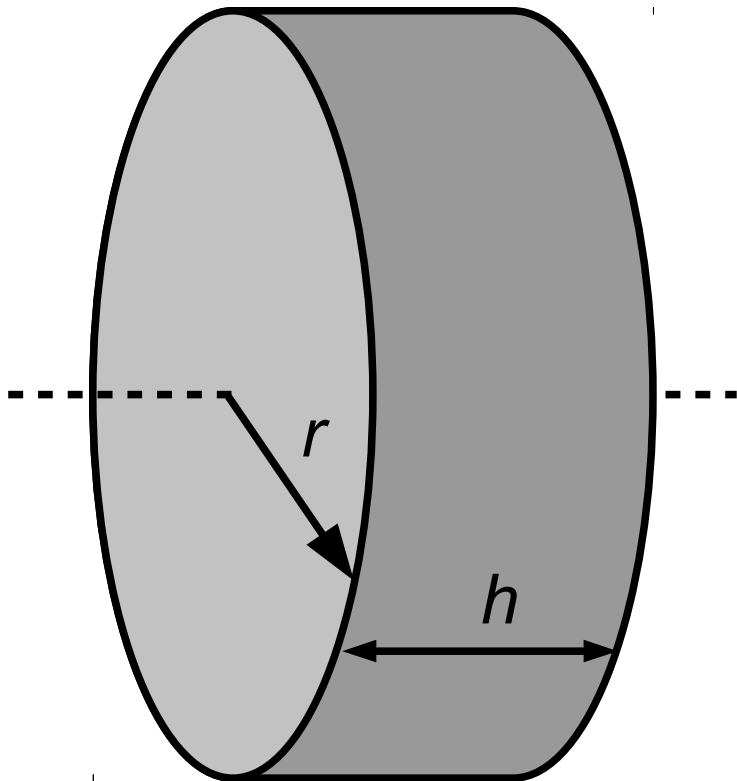


# Koło zamachowe

## Przykład 1

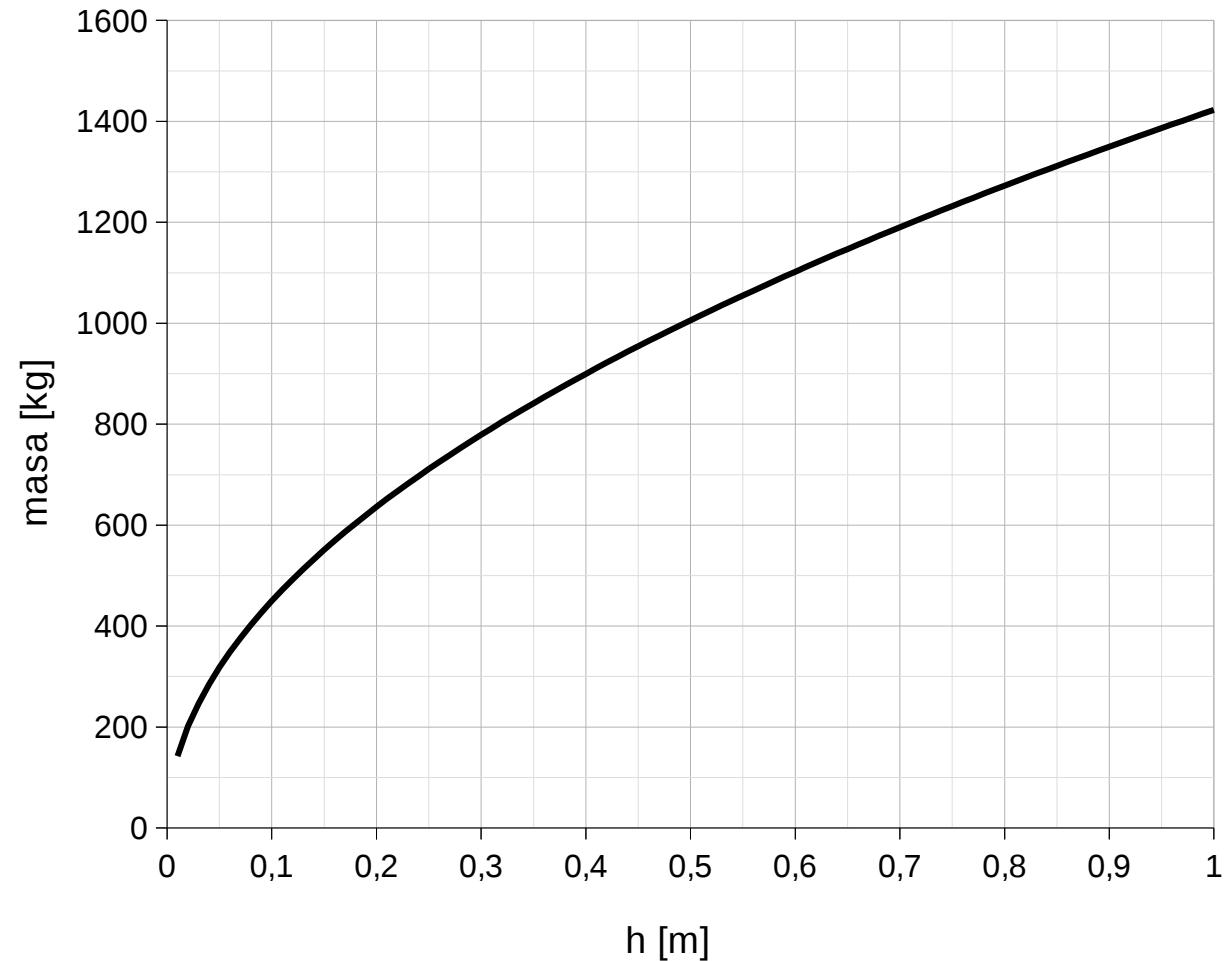
Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$



$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

$$\rho_{\text{stal}} = 7800 \text{ kg/m}^3$$



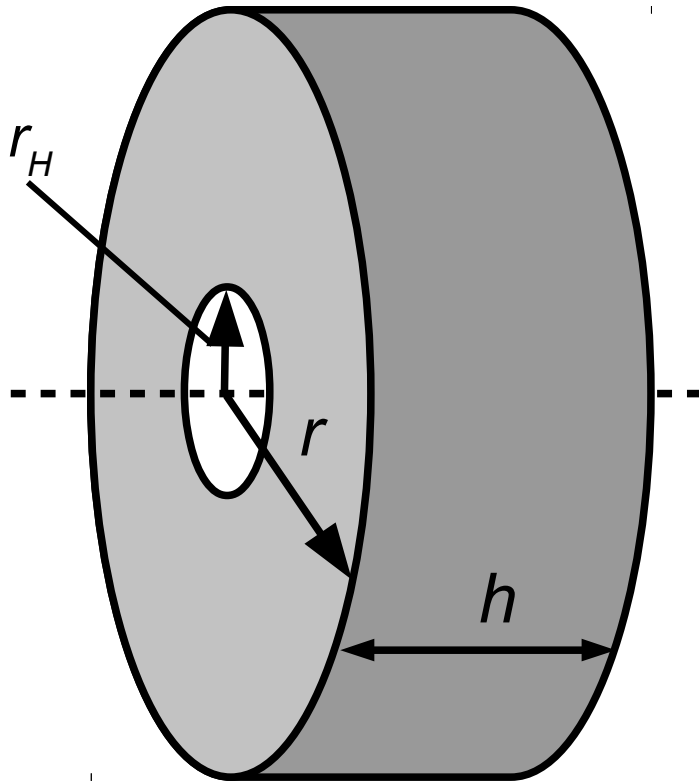
# Koło zamachowe

## Przykład 1

Walec z otworem

$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_H^4$$

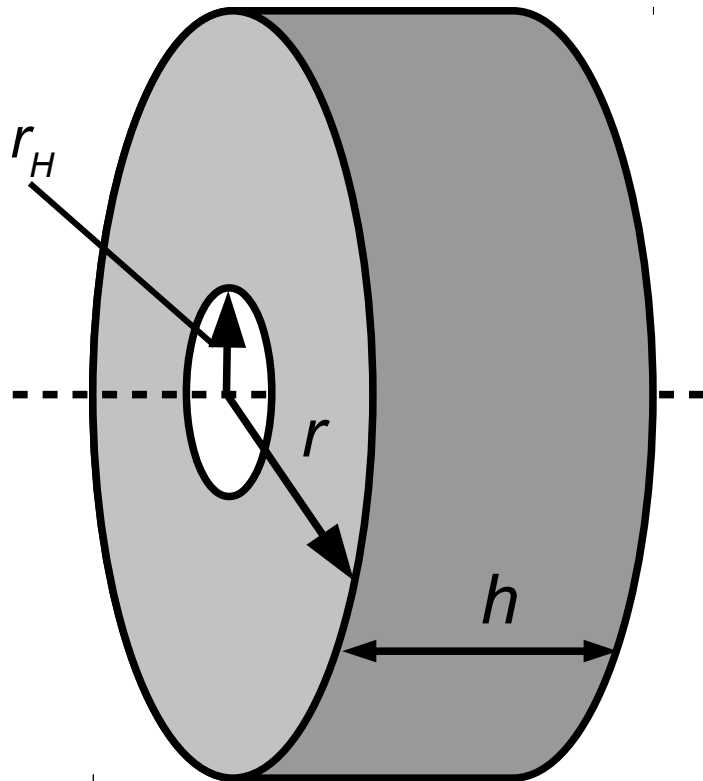


# Koło zamachowe

## Przykład 1

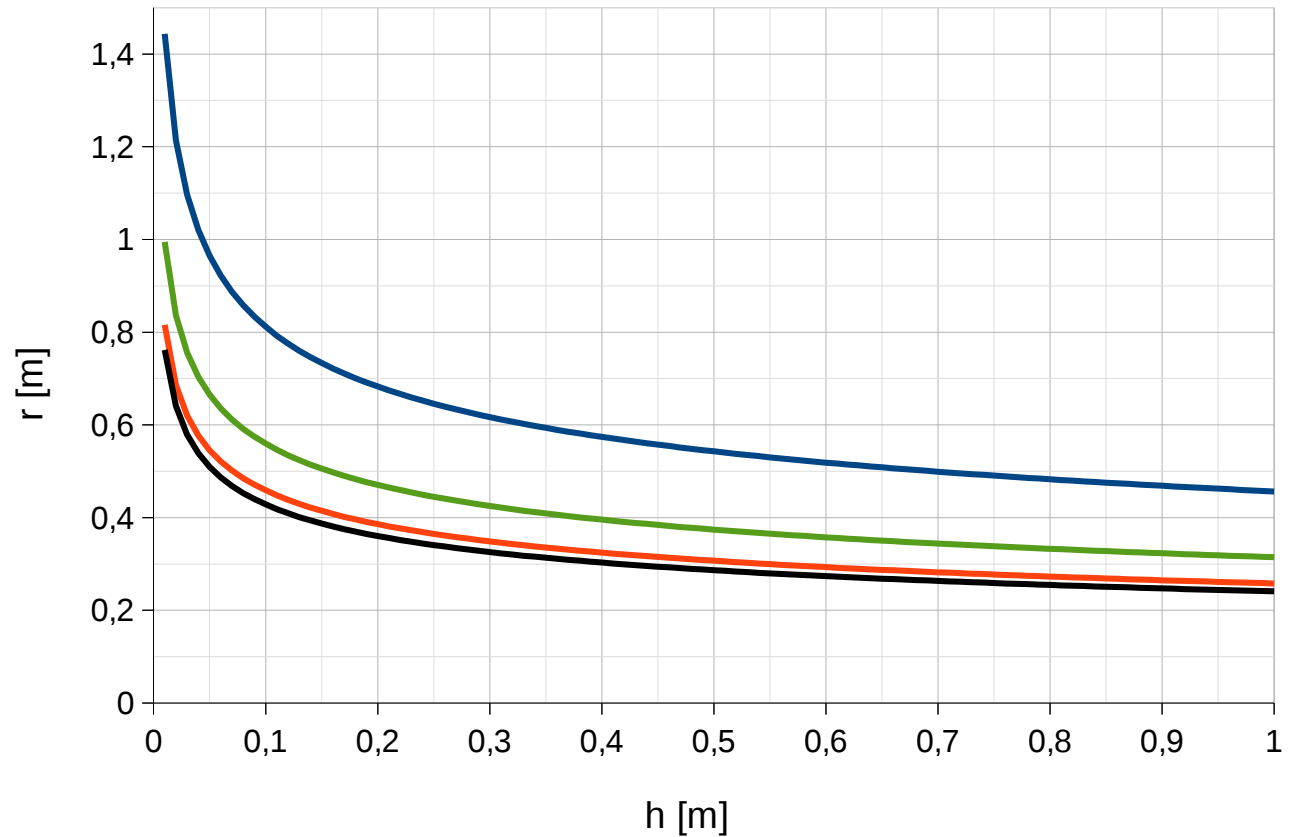
### Walec z otworem

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_H^4$$



$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

- r (lity walec)
- r(70% otworu)
- r(90% otworu)
- r(98% otworu)

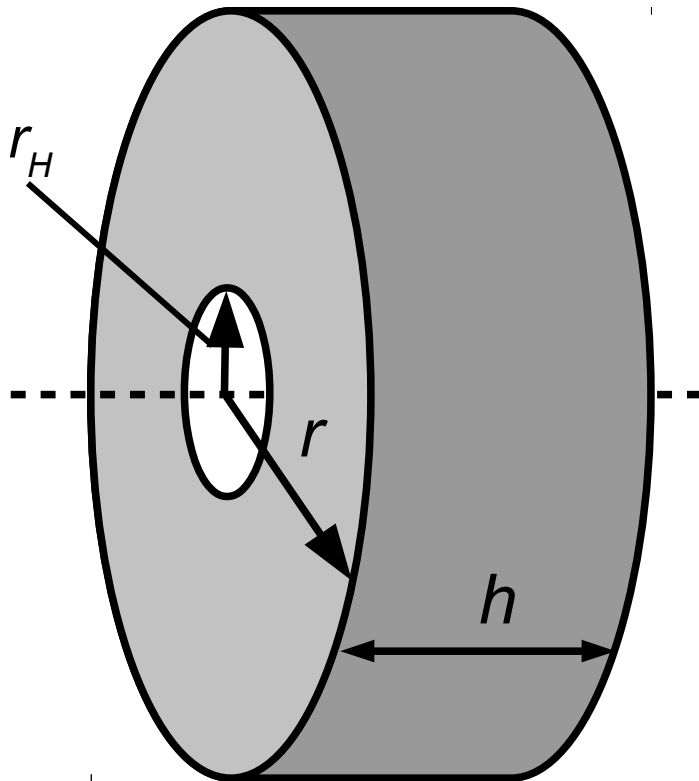


# Koło zamachowe

## Przykład 1

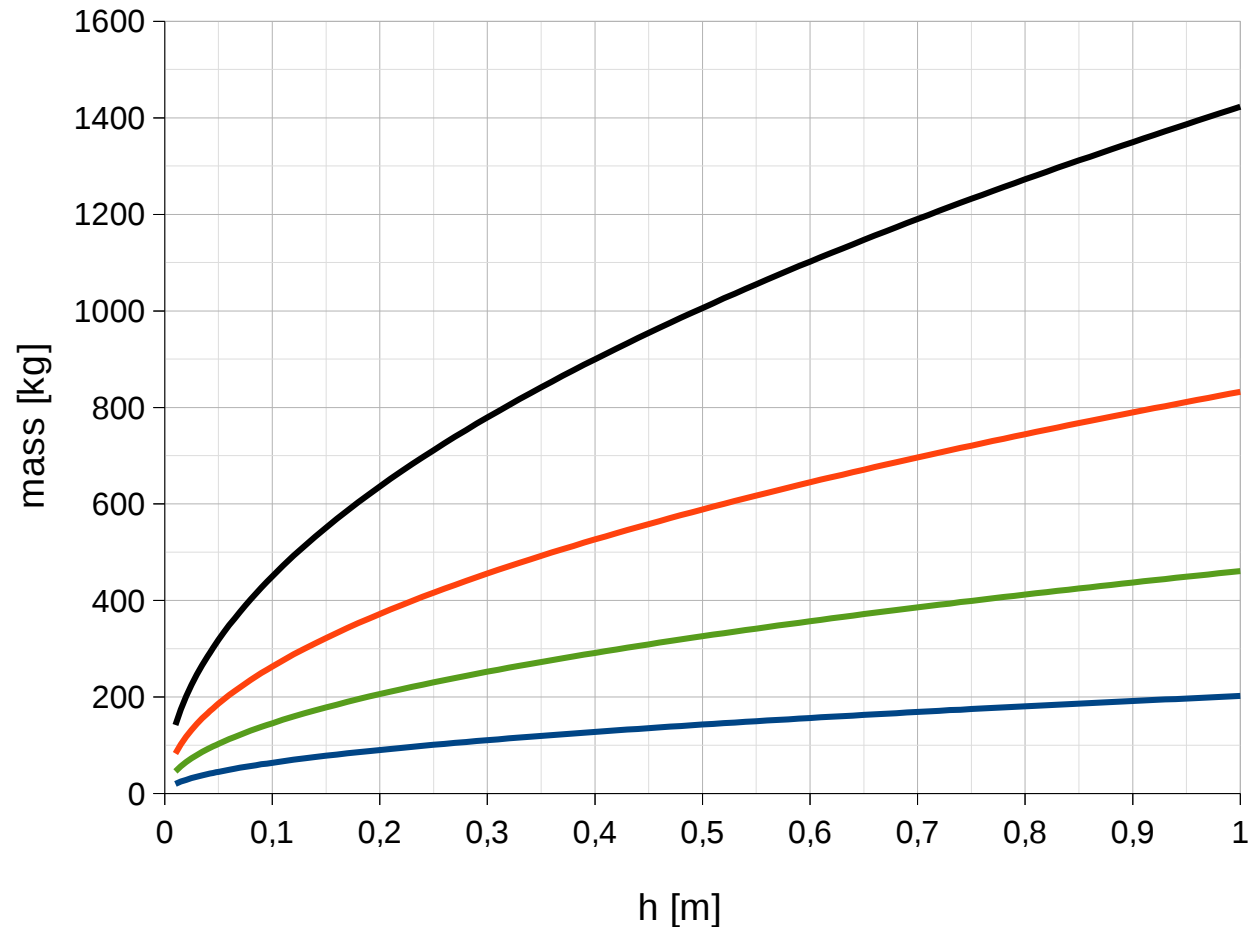
### Walec z otworem

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_H^4$$



$$I_{KZ} = 41,3 \text{ kgm}^2$$

- masa (lity walec)
- masa (70% otworu)
- masa (90% otworu)
- masa (98% otworu)





# Podstawy automatyki

# Podstawy automatyki

Automatyka – dyscyplina naukowa (z dziedziny nauk technicznych, wymieniana razem z robotyką) zajmująca się zagadnieniami sterowania procesami bez stałego nadzoru człowieka

# Podstawy automatyki

Automatyka – dyscyplina naukowa (z dziedziny nauk technicznych, wymieniana razem z robotyką) zajmująca się zagadnieniami sterowania procesami bez stałego nadzoru człowieka

automatyka  $\neq$  automatyzacja

# Podstawy automatyki

Automatyka – dyscyplina naukowa (z dziedziny nauk technicznych, wymieniana razem z robotyką) zajmująca się zagadnieniami sterowania procesami bez stałego nadzoru człowieka

automatyka  $\neq$  automatyzacja

Teoria sterowania – gałąź matematyki i cybernetyki zajmująca się analizą i modelowaniem matematycznym układów i procesów traktowanych jako układy dynamiczne ze sprzężeniem zwrotnym.

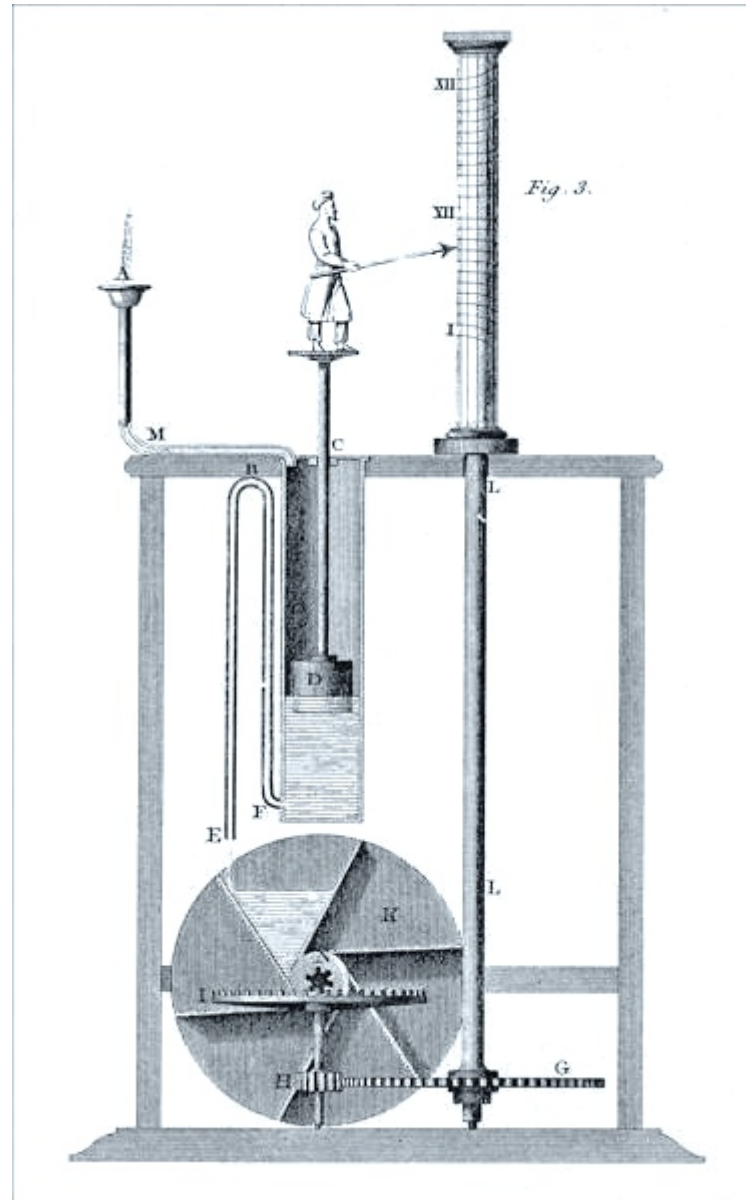
# Historia automatyki

Starożytna Grecja, Egipt, Państwo Arabskie

układy utrzymywania  
poziomu płynów

Klepsydra Ktesibiosa  
(3w. p.n.e.)

Źródło-wikipedia: Abraham Rees (1819) "Clepsydra" in *Cyclopædia: or, a New Universal Dictionary of Arts and Sciences* The image is the JPEG reproduction published 2007-02-01 by the Horological Foundation.



# Teoria sterowania

<b>Klasyczna teoria sterowania</b>	
układy o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO)	
układy liniowe	
układy niezależne od czasu	
opis za pomocą transmitancji	
analiza w dziedzinie czasu i częstości	
zainteresowanie odpowiedzi układu	

# Teoria sterowania

<b>Klasyczna teoria sterowania</b>	<b>Współczesna teoria sterowania (od około 1950)</b>
układy o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO)	układy o wielu wejściach i wyjściach
układy liniowe	często układy nieliniowe
układy niezależne od czasu	układy zależne od czasu
opis za pomocą transmitancji	opis równaniami stanu
analiza w dziedzinie czasu i częstości	analiza w dziedzinie czasu
zainteresowanie odpowiedzią układu	zainteresowanie stanem układu

# Single Input Single Output (SISO) system





# Single Input Multiple Output (SIMO) system



# Multiple Input Single Output (MISO) system



# Multiple Input Multiple Output (MIMO) system



# Historia automatyki

## XVII-XVIII

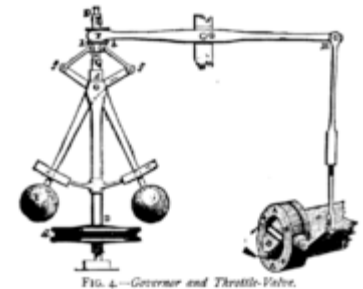
Regulacja temperatury pieców i kotłów  
regulacja ciśnienia

## XVIII-XIX

regulacja przepływu w dystrybucji wody i silnikach parowych  
regulacja prędkości i siły w młynach wiatrakowych  
regulator Watta dla silników parowych

## XIX-XX

Transformata Laplace'a i Z-transformata  
Lapunow – analiza stabilności  
Routh – analiza stabilności  
Hurwitz – analiza stabilności  
Nyquist – analiza stabilności i częstościowa  
Bode, Nichols – analiza w dziedzinie częstości  
Evans – linia pierwiastkowa  
Sperry, Minorsky – PID



# Układy liniowe niezależne od czasu (Linear time-invariant LTI)

## Układ liniowy

$x(t)$  - wejście,  $y(t) = h(x(t))$  - wyjście

$h(\alpha x(t)) = \alpha h(x(t)) = \alpha y(t)$  skalowanie

$h(x_1(t) + x_2(t)) = h(x_1(t)) + h(x_2(t))$  superpozycja

# Układy liniowe niezależne od czasu (Linear time-invariant LTI)

## Układ niezależny od czasu

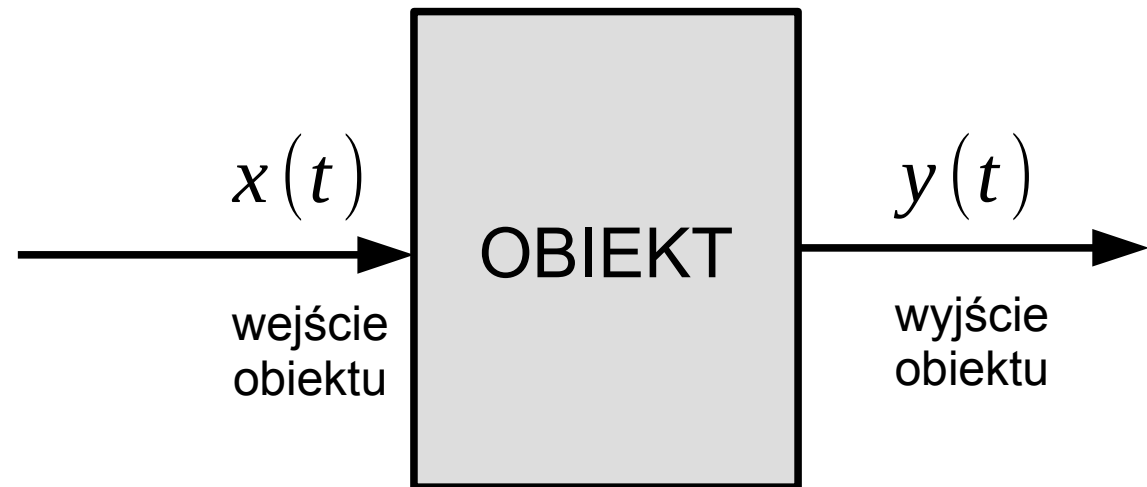
*wyjście układu nie zależy wprost od czasu*

jeżeli  $y(t) = h(x(t))$  to  $y(t - \tau) = h(x(t - \tau))$

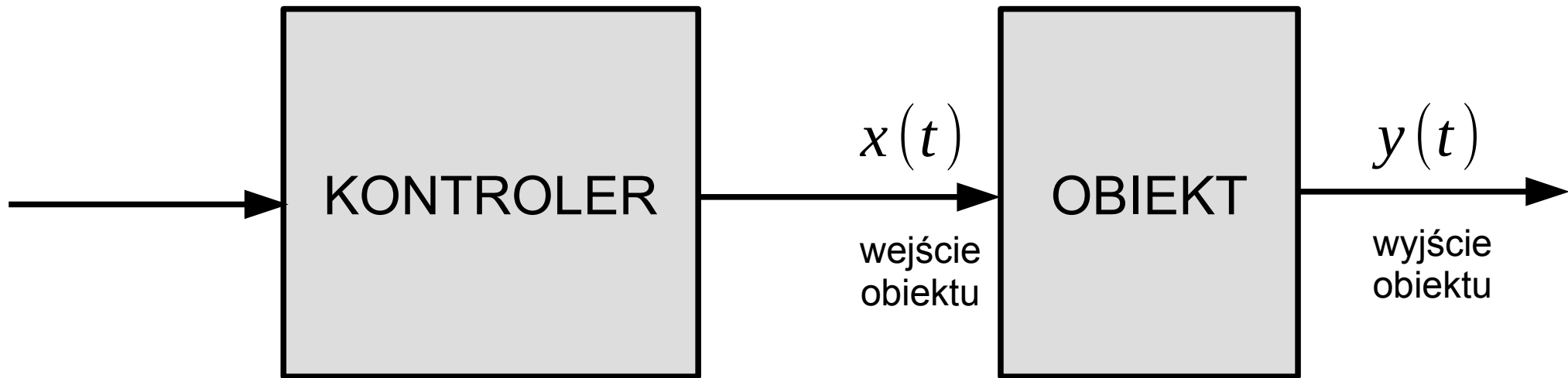
## Układ zależny od czasu

jeżeli  $y(t) = h(x(t))$  to  $y(t - \tau) \neq h(x(t - \tau))$

# Sterowanie w otwartej pętli

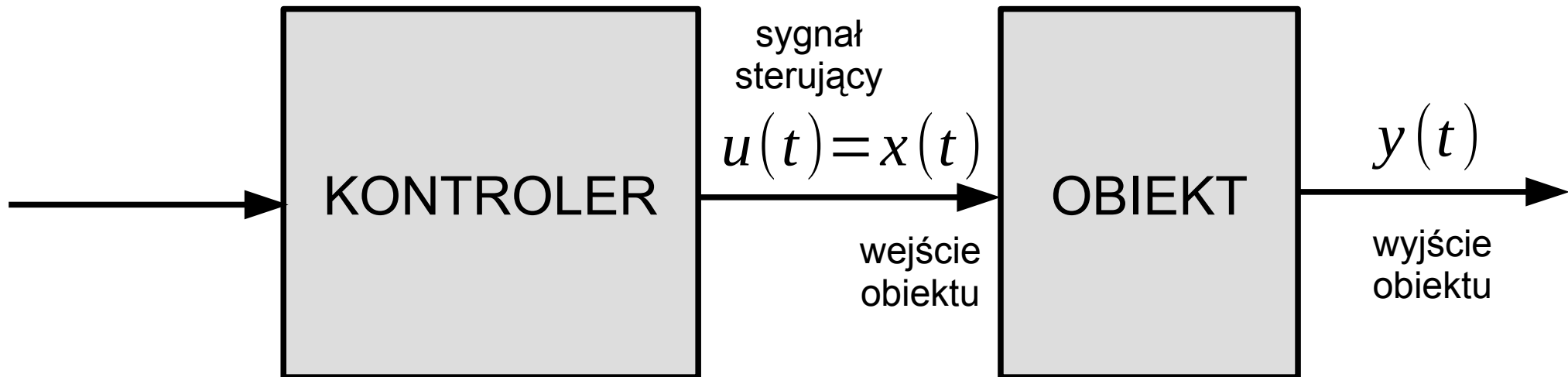


# Sterowanie w otwartej pętli

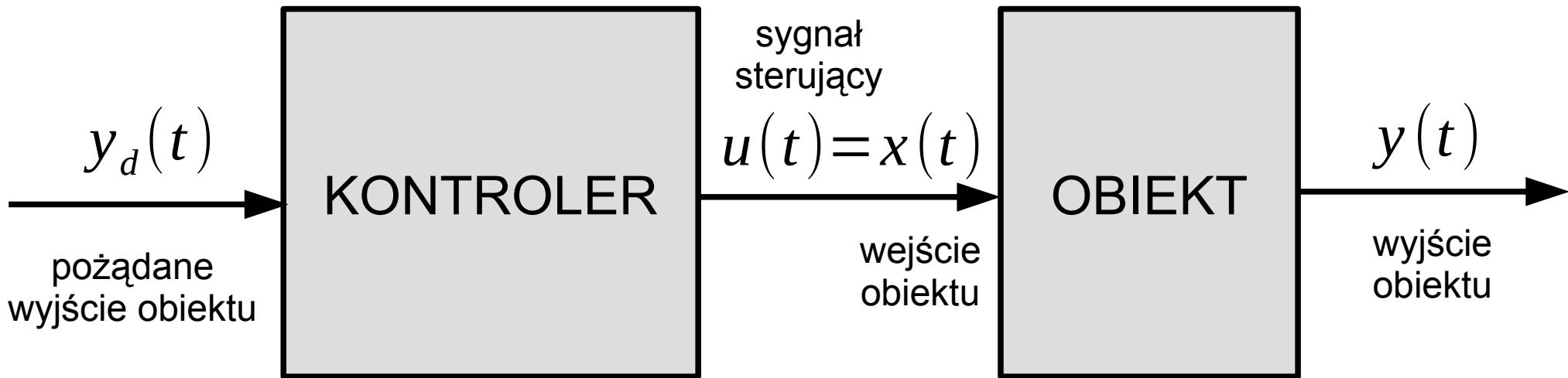




# Sterowanie w otwartej pętli



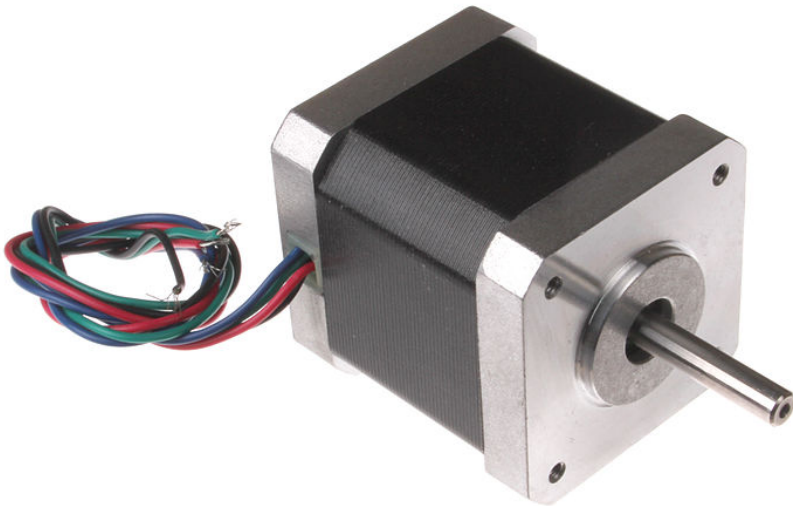
# Sterowanie w otwartej pętli



# Sterowanie w otwartej pętli

## Zastosowania

silniki krokowe



źródło: [wikimedia.org](http://wikimedia.org); author: oomlout

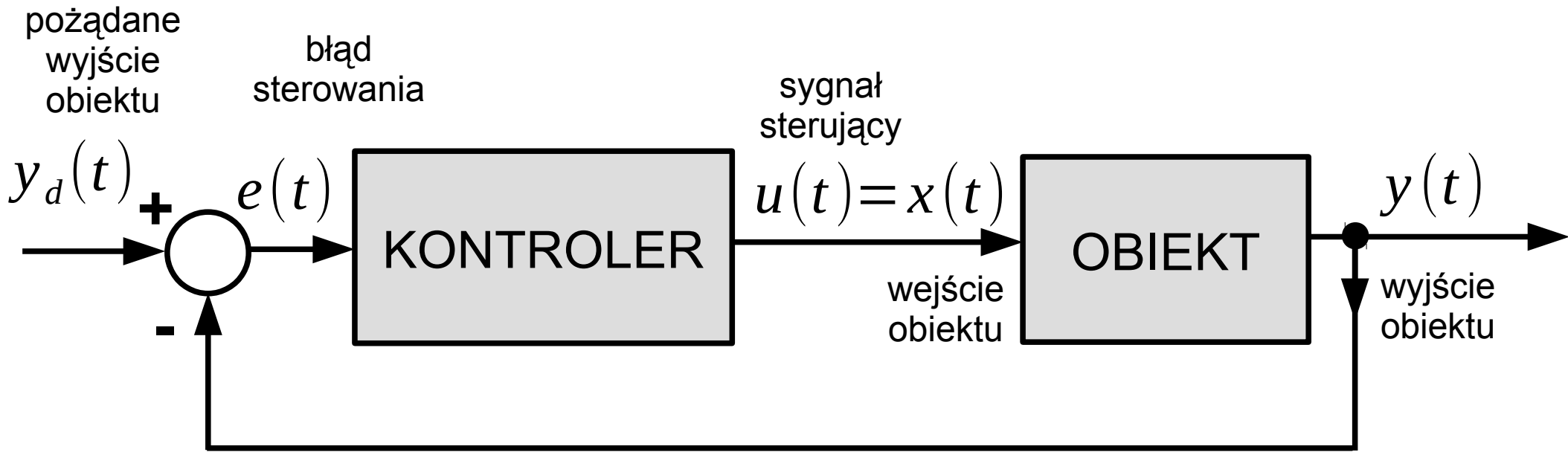
platformy mobilne  
(płaskie podłoże, brak poślizgu)



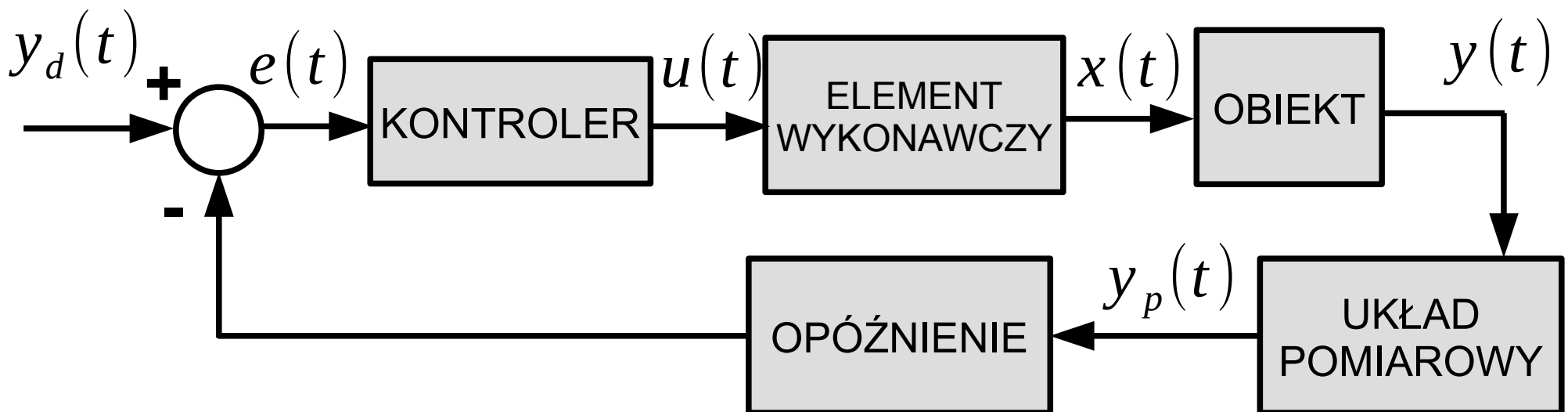
źródło: <http://www.robotliving.com>

# Sterowanie w zamkniętej pętli

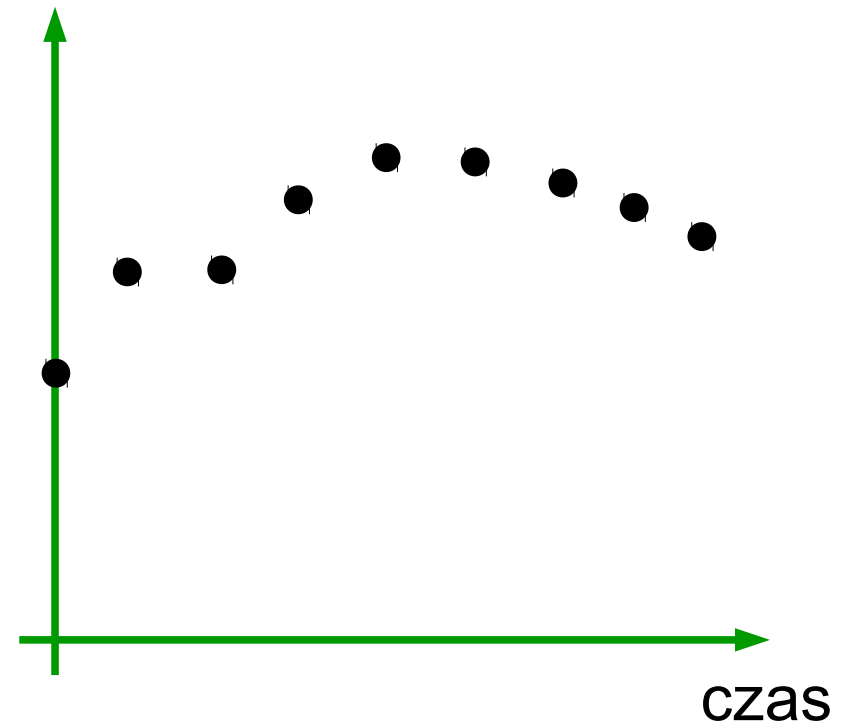
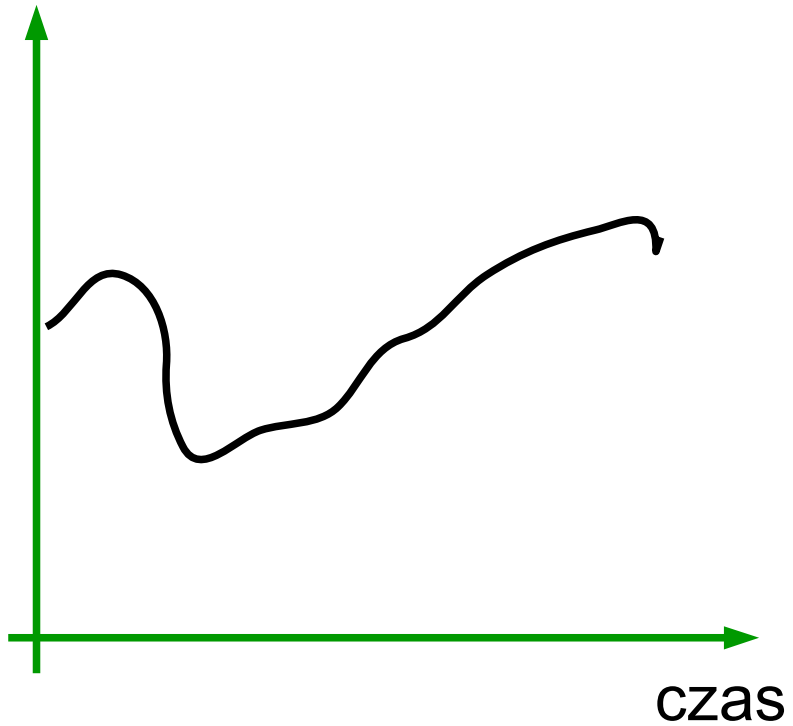
# Sterowanie w zamkniętej pętli



# Sterowanie w zamkniętej pętli



# Sygnały ciągłe/dyskretne



# Modelowanie matematyczne

Równania różniczkowe zwyczajne

Równania różniczkowe cząstkowe

Równania całkowe

Równania rekurencyjne

Tabele danych

Reprezentacja stochastyczna

Sieci logiczne

Sieci neuronowe

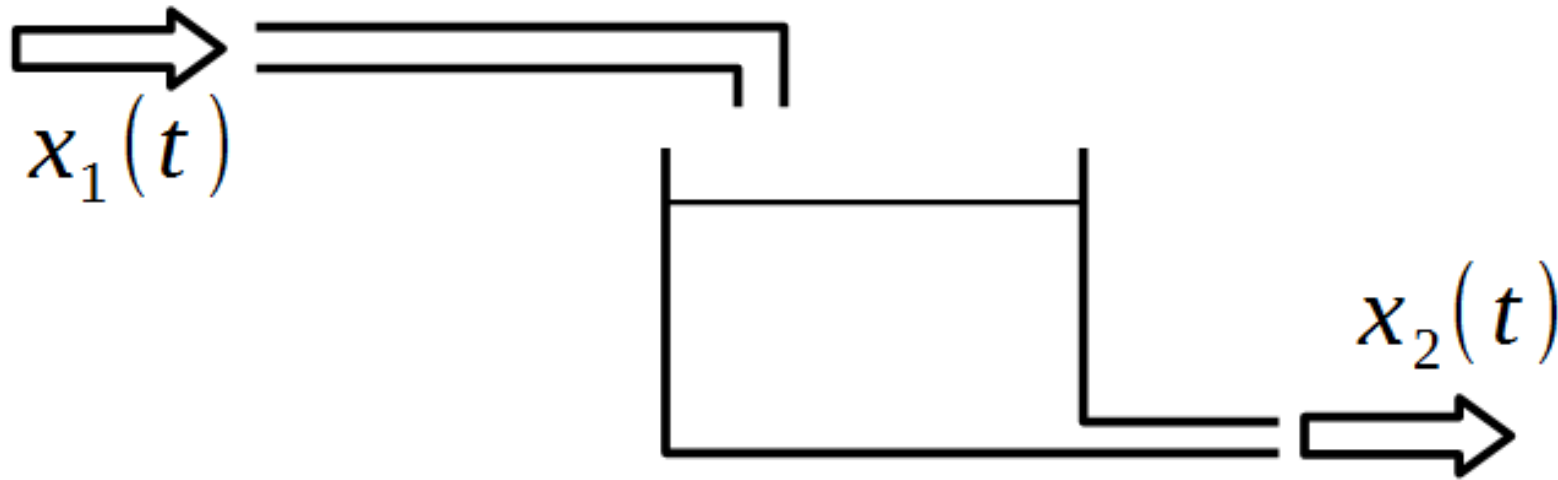
Kombinacje powyższych

...



# Modelowanie matematyczne

## Przykład 1



$x_1(t)[m^3/s]$  - dopływ cieczy

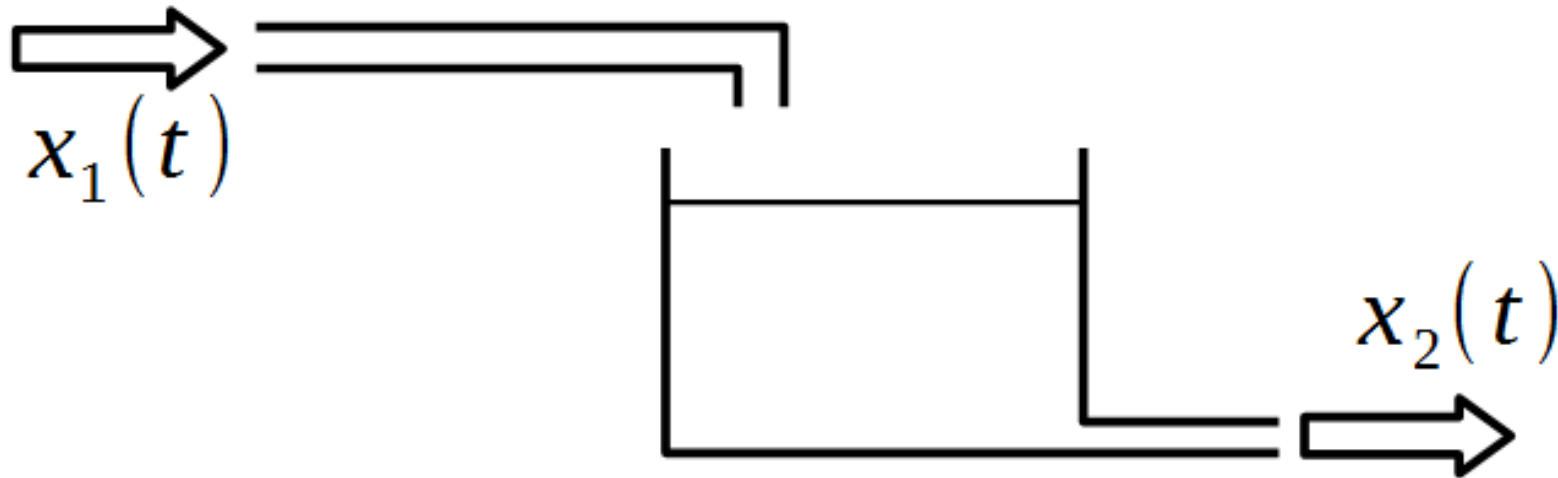
$x_2(t)[m^3/s]$  - odpływ cieczy

$v(t)[m^3]$  - objętość cieczy w zbiorniku

Zadanie: Stworzyć model matematyczny opisujący relację dopływu, odpływu i objętości cieczy.

# Modelowanie matematyczne

## Przykład 1



$x_1(t) [m^3/s]$  - dopływ cieczy

$x_2(t) [m^3/s]$  - odpływ cieczy

$v(t) [m^3]$  - objętość cieczy w zbiorniku

Zadanie: Stworzyć model matematyczny opisujący relację dopływu, odpływu i objętości cieczy.

Odpowiedź:

$$t_2 = t_1 + \Delta$$

$$v(t_2) \approx v(t_1) + \Delta (x_1(t_2) - x_2(t_2))$$

$$\frac{v(t_2) - v(t_1)}{\Delta} \approx x_1(t_2) - x_2(t_2)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

# Modelowanie matematyczne

## Przykład 1

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$



OBIEKT

# Modelowanie matematyczne

## Przykład 1

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$



# Modelowanie matematyczne

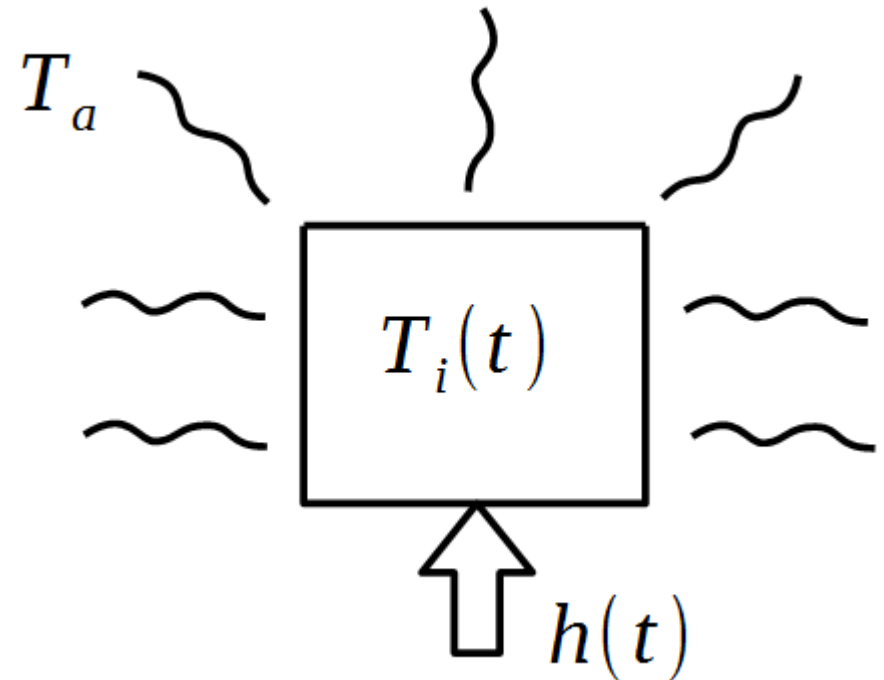
## Przykład 2

$h(t)[W]$  - moc grzałki

$T_a(t)[K]$  - temperatura otoczenia

$T_i(t)[K]$  - temperatura obiektu

Zadanie: opisać relację między mocą grzałki (wejściem) a temperaturą obiektu (wyjściem).  
Założyć straty energii tylko przez konwekcję.



# Modelowanie matematyczne

## Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

# Modelowanie matematyczne

## Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_H - Q_L$$

# Modelowanie matematyczne

## Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_H - Q_L$$

$Q[J] = c_p m T_i$  - ciepło zgromadzone w obiekcie

$c_p[J/kg K]$  - ciepło właściwe,  $m[kg]$  - masa obiektu



# Modelowanie matematyczne

## Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_H - Q_L$$

$Q [J] = c_p m T_i$  - ciepło zgromadzone w obiekcie

$c_p [J/kg K]$  - ciepło właściwe,  $m [kg]$  - masa obiektu

$Q_H [W] = h(t)$  - wzrost ciepła przez ogrzewanie grzałką

# Modelowanie matematyczne

## Przykład 2

Odpowiedź:

zmiana ciepła = ogrzewanie – konwekcja

$$\frac{dQ(t)}{dt} = Q_H - Q_L$$

$Q [J] = c_p m T_i$  - ciepło zgromadzone w obiekcie

$c_p [J/kg K]$  - ciepło właściwe,  $m [kg]$  - masa obiektu

$Q_H [W] = h(t)$  - wzrost ciepła przez ogrzewanie grzałką

$Q_L [W] = \alpha (T_i - T_a)$  - straty ciepła przez konwekcję

$\alpha [W/K]$  - współczynnik konwekcji (z zał. stały)

# Modelowanie matematyczne

## Przykład 2

$$c_p m \frac{dT_i(t)}{dt} = h(t) - \alpha (T_i(t) - T_a(t))$$

# Modelowanie matematyczne

## Przykład 2

$$c_p m \frac{dT_i(t)}{dt} = h(t) - \alpha (T_i(t) - T_a(t))$$

$$c_p m \frac{dT_i(t)}{dt} + \alpha T_i(t) = h(t) - \alpha T_a(t)$$



# Modelowanie matematyczne

## Przykład 2

Pytanie: Czy możemy przekształcić ten model na model o jednym wejściu i jednym wyjściu?

$$c_p m \frac{dT_i(t)}{dt} + \alpha T_i(t) = h(t) - \alpha T_a(t)$$