



Politechnika Warszawska

Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

Instytut Podstaw Budowy Maszyn

Zakład Mechaniki

<http://www.ipbm.simr.pw.edu.pl/>



Teoria maszyn i podstawy automatyki

semestr zimowy 2016/2017

dr inż. Sebastian Korczak

Wykład 4

Analityczna metoda wyznaczania prędkości
i przyspieszeń mechanizmów płaskich.
Mechanizmy krzywkowe.

Licencja: tylko do edukacyjnego użytku studentów Politechniki Warszawskiej.

Metody wyznaczania prędkości i przyspieszeń mechanizmów

Metody wykreślne

- metoda rzutów prędkości,
- metoda chwilowego środka obrotu,
- metoda chwilowego środka przyspieszeń,
- metoda prędkości obróconych,
- metoda rozkładu prędkości,
- metoda rozkładu przyspieszeń,
- metoda planu prędkości,
- metoda planu przyspieszeń.

Metoda analityczna

Ograniczenie metody analitycznej

Ma zastosowanie do łańcuchów kinematycznych zamkniętych (zarówno prostych jak i złożonych).

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

1. Wprowadzić kartezjański układ współrzędnych O_{xy} .

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

1. Wprowadzić kartezjański układ współrzędnych O_{xy} .
2. Człony mechanizmu zastąpić układem wektorów, które mogą w czasie ruchu mechanizmu zmieniać swoją długość, położenie i orientację.

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

1. Wprowadzić kartezjański układ współrzędnych O_{xy} .
2. Człony mechanizmu zastąpić układem wektorów, które mogą w czasie ruchu mechanizmu zmieniać swoją długość, położenie i orientację.
3. Wprowadzone wektory muszą tworzyć zamknięte wieloboki, często występując w obrębie grup strukturalnych mechanizmu.

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

1. Wprowadzić kartezjański układ współrzędnych O_{xy} .
2. Człony mechanizmu zastąpić układem wektorów, które mogą w czasie ruchu mechanizmu zmieniać swoją długość, położenie i orientację.
3. Wprowadzone wektory muszą tworzyć zamknięte wieloboki, często występując w obrębie grup strukturalnych mechanizmu.
4. Dla wszystkich wektorów wprowadzić jednakowo określone kąty ich orientacji względem wybranej osi (tzw. kąty skierowane). Przyjmijmy, że będą to kąty między dodatnią półosią osi x układu współrzędnych a dodatnim kierunkiem wektora, mierzone z dodatnim znakiem przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

1. Wprowadzić kartezjański układ współrzędnych O_{xy} .
2. Człon mechanizmu zastąpić układem wektorów, które mogą w czasie ruchu mechanizmu zmieniać swoją długość, położenie i orientację.
3. Wprowadzone wektory muszą tworzyć zamknięte wieloboki, często występując w obrębie grup strukturalnych mechanizmu.
4. Dla wszystkich wektorów wprowadzić jednakowo określone kąty ich orientacji względem wybranej osi (tzw. kąty skierowane). Przyjmijmy, że będą to kąty między dodatnią półosią osi x układu współrzędnych a dodatnim kierunkiem wektora, mierzone z dodatnim znakiem przeciwnie do ruchu wskazówek zegara.
5. Dla każdego z wieloboku wektorów zapisać wektorowe równanie ich sumy, np.:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \vec{l}_i = 0$$

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

6. Zrzutować równania wektorowe na osie układu współrzędnych, np.:

$$x: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \cos \varphi_i = 0 \qquad y: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \sin \varphi_i = 0$$

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

6. Zrzutować równania wektorowe na osie układu współrzędnych, np.:

$$x: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \cos \varphi_i = 0 \qquad y: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \sin \varphi_i = 0$$

(przyjęcie jednakowej procedury wprowadzania kątów skierowanych pozwala wykonać powyższe rzutowanie bez konieczności rozpatrywania znaków)

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

6. Zrzutować równania wektorowe na osie układu współrzędnych, np.:

$$x: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \cos \varphi_i = 0 \qquad y: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \sin \varphi_i = 0$$

(przyjęcie jednakowej procedury wprowadzania kątów skierowanych pozwala wykonać powyższe rzutowanie bez konieczności rozpatrywania znaków)

Na tym etapie warto oznaczyć, które długości wektorów i kąty skierowania są znane (są stałe bo wynikają z geometrii mechanizmu), a które się zmieniają i są niewiadomymi funkcjami.

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

6. Zrzutować równania wektorowe na osie układu współrzędnych, np.:

$$x: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \cos \varphi_i = 0 \qquad y: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \sin \varphi_i = 0$$

(przyjęcie jednakowej procedury wprowadzania kątów skierowanych pozwala wykonać powyższe rzutowanie bez konieczności rozpatrywania znaków)

Na tym etapie warto oznaczyć, które długości wektorów i kąty skierowania są znane (są stałe bo wynikają z geometrii mechanizmu), a które się zmieniają i są niewiadomymi funkcjami.

W prawidłowo przeprowadzonej procedurze do tego etapu liczba niewiadomych powinna być równa liczbie równań rzutów.

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

6. Zrzutować równania wektorowe na osie układu współrzędnych, np.:

$$x: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \cos \varphi_i = 0 \qquad y: \sum_{i=1}^{i=n} l_i \sin \varphi_i = 0$$

(przyjęcie jednakowej procedury wprowadzania kątów skierowanych pozwala wykonać powyższe rzutowanie bez konieczności rozpatrywania znaków)

Na tym etapie warto oznaczyć, które długości wektorów i kąty skierowania są znane (są stałe bo wynikają z geometrii mechanizmu), a które się zmieniają i są niewiadomymi funkcjami.

W prawidłowo przeprowadzonej procedurze do tego etapu liczba niewiadomych powinna być równa liczbie równań rzutów.

7. Rozwiązać równania rzutów wyznaczając niewiadome funkcje. Otrzymujemy na tym etapie funkcyjny opis ruchu mechanizmu.

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

8. Zróżniczkować wyznaczone w pkt. 7 funkcje aby uzyskać prędkości zmian długości wektorów i ich prędkości kątowe.

Dokonać kolejnego różniczkowania w celu uzyskania przyspieszeń zmian długości wektorów i przyspieszeń kątowych.

Procedura postępowania w metodzie analitycznej wyznaczania prędkości i przyspieszeń punktów mechanizmów płaskich

8. Zróżniczkować wyznaczone w pkt. 7 funkcje aby uzyskać prędkości zmian długości wektorów i ich prędkości kątowe.

Dokonać kolejnego różniczkowania w celu uzyskania przyspieszeń zmian długości wektorów i przyspieszeń kątowych.

9. Jeśli w pkt. 8 nie uzyskano pożądaných informacji należy zróżniczkować równania rzutów z pkt. 6. i wyznaczyć prędkości. Po kolejnym różniczkowaniu można wyznaczyć przyspieszenia. Bardzo pomocnicze może okazać się na tym etapie obracanie układu współrzędnych o pewien kąt, co upraszcza niektóre składniki w równaniach rzutów.

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

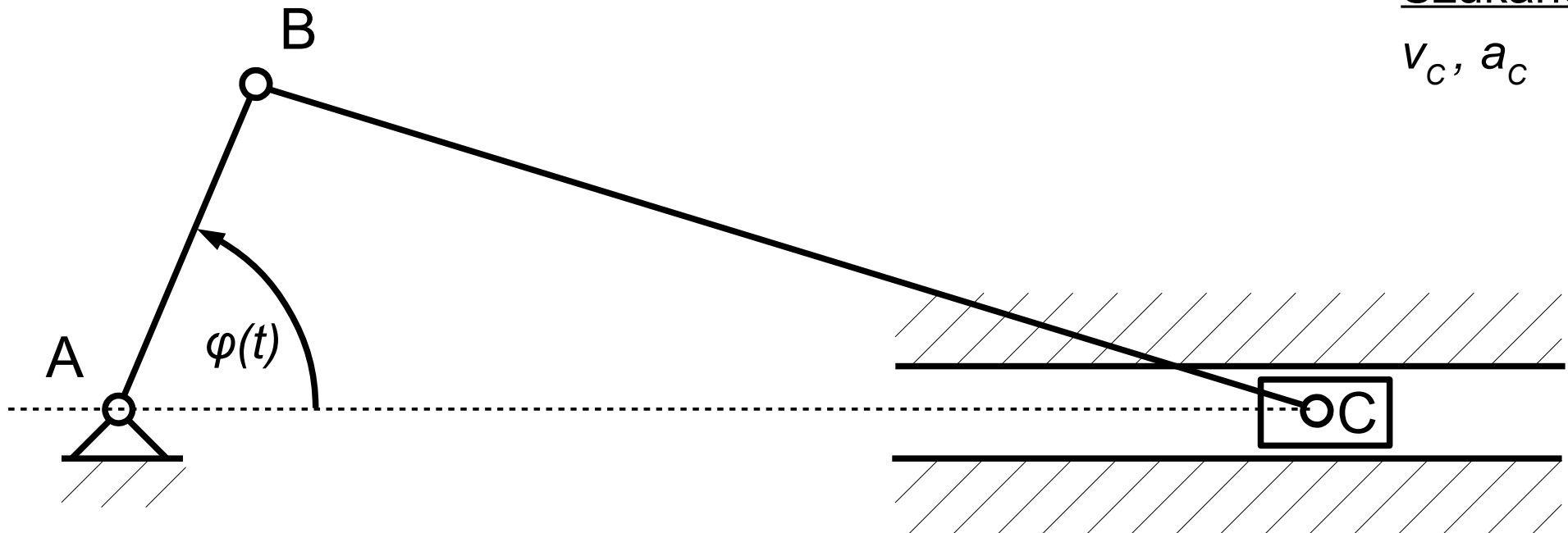
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_C, a_C$$



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

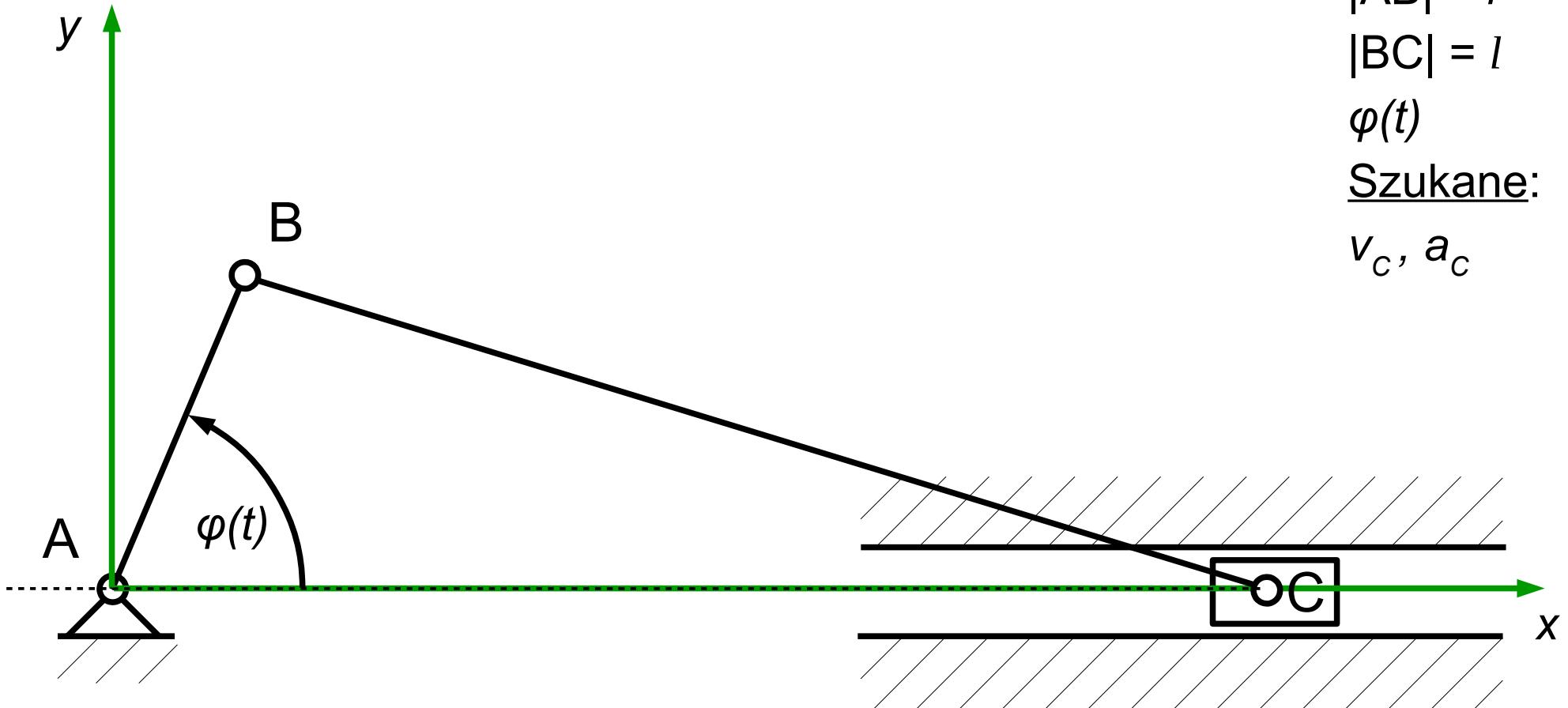
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_C, a_C$$



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

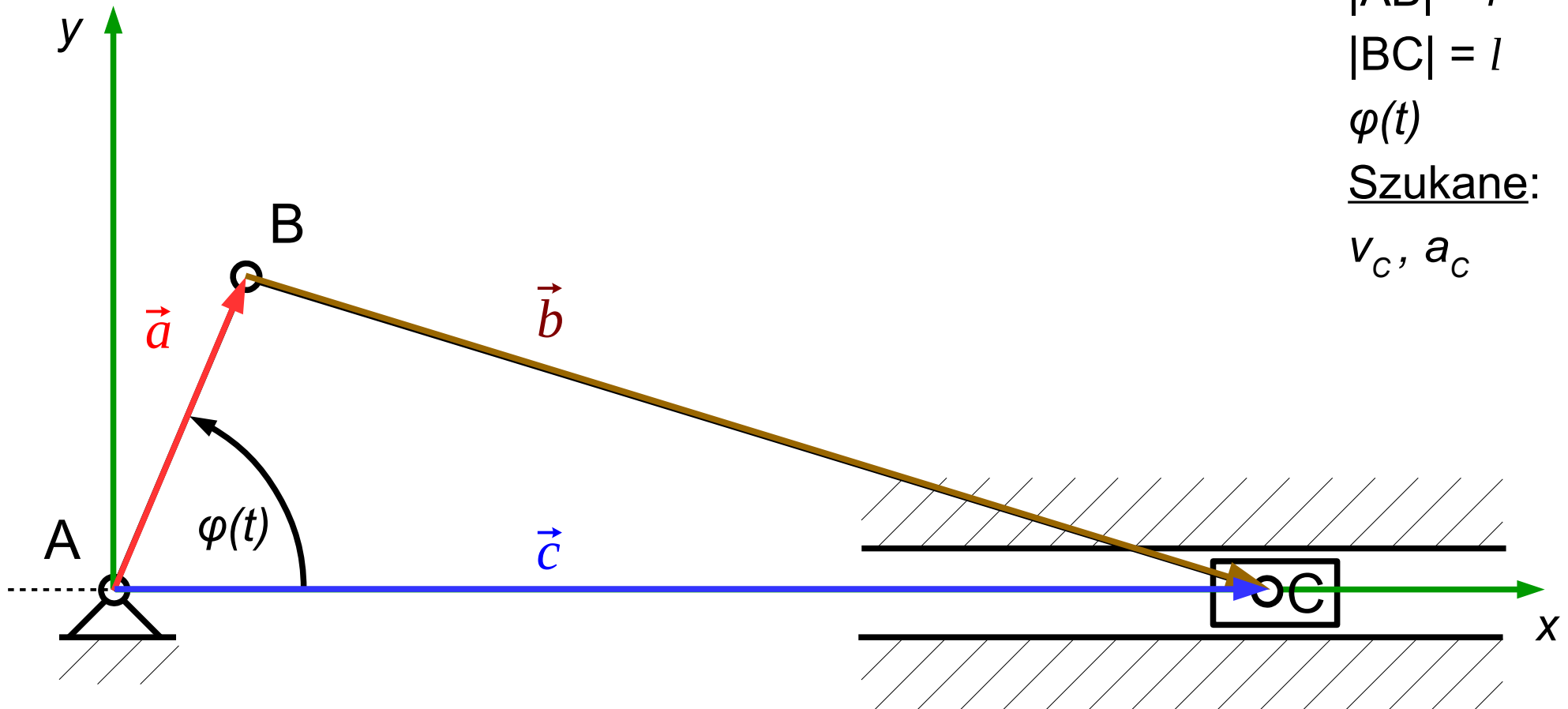
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_C, a_C$$



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

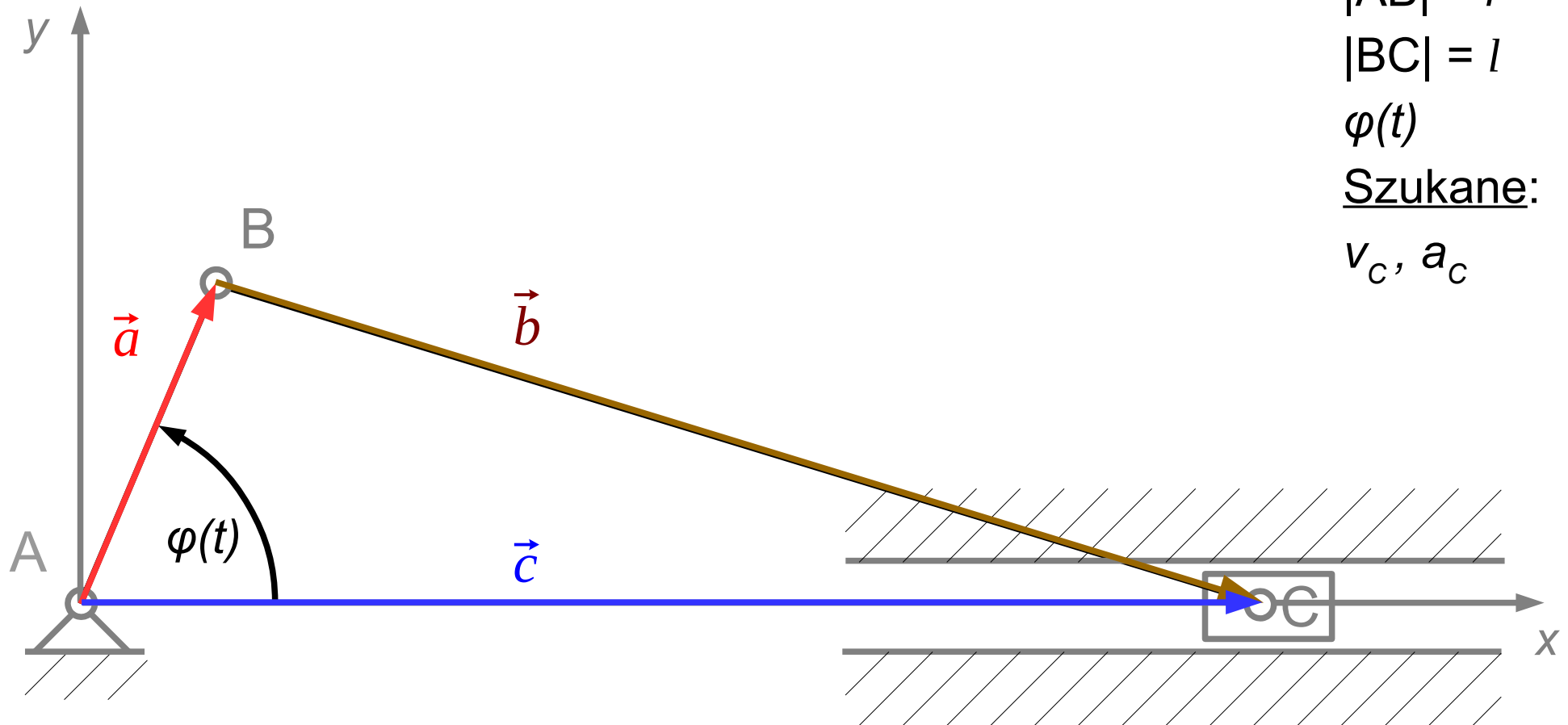
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_C, a_C$$



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

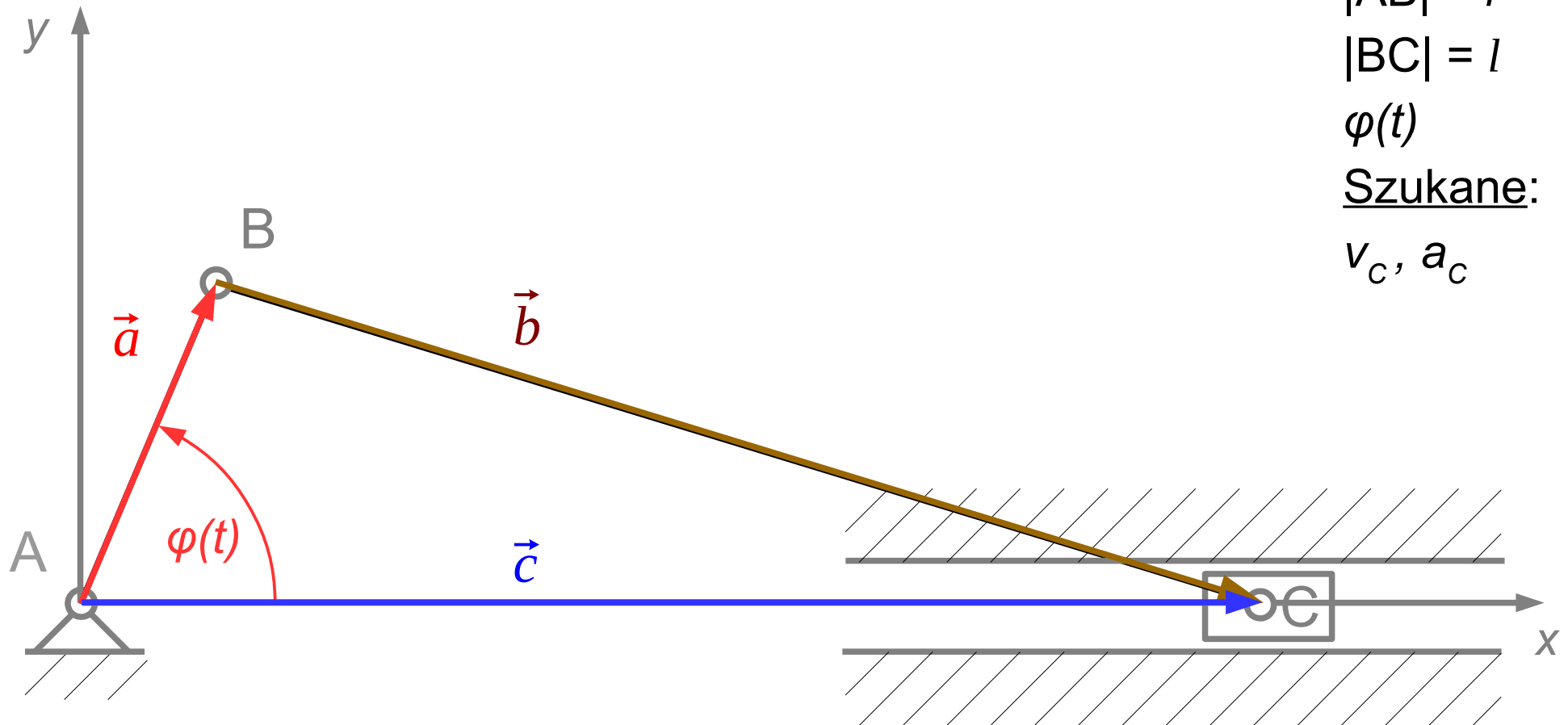
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_C, a_C$$



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

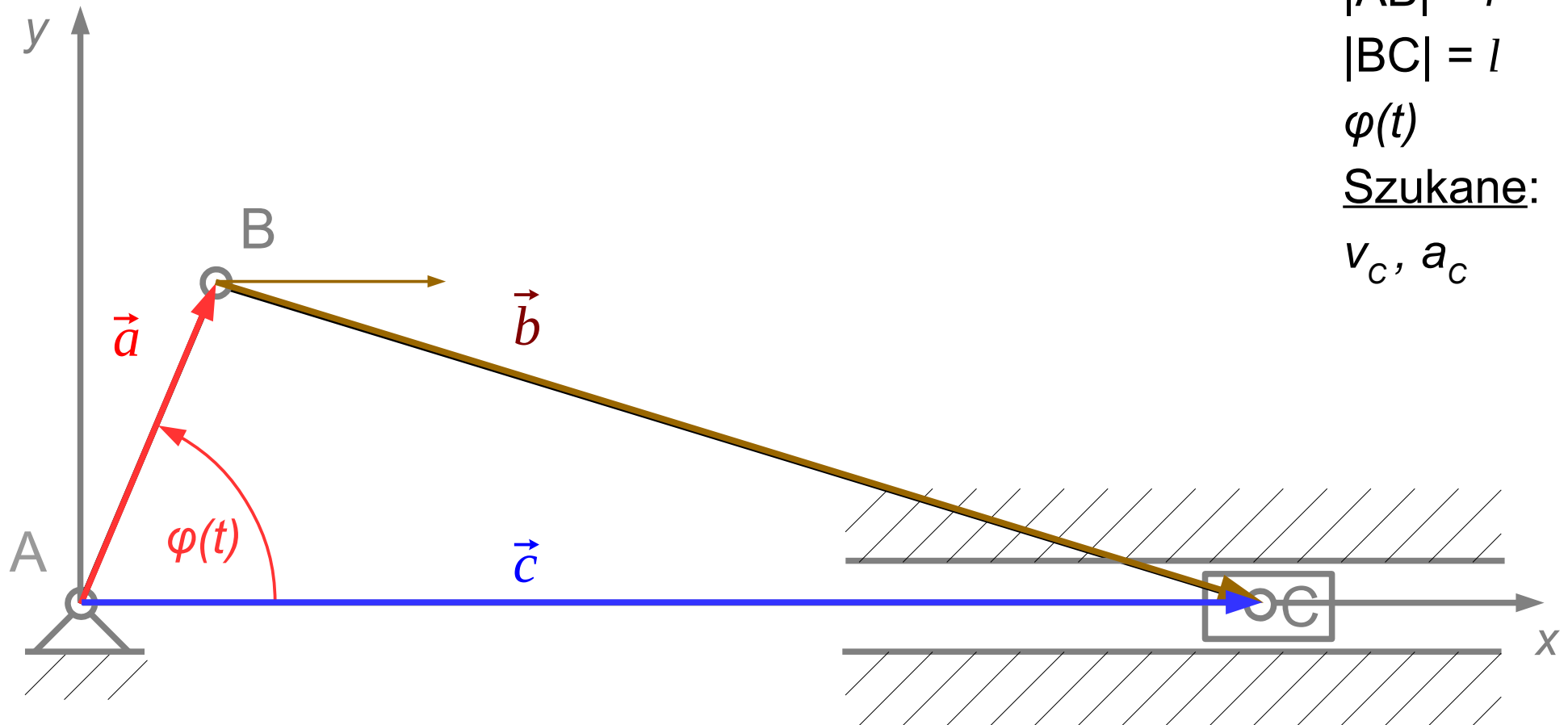
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_C, a_C$$



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

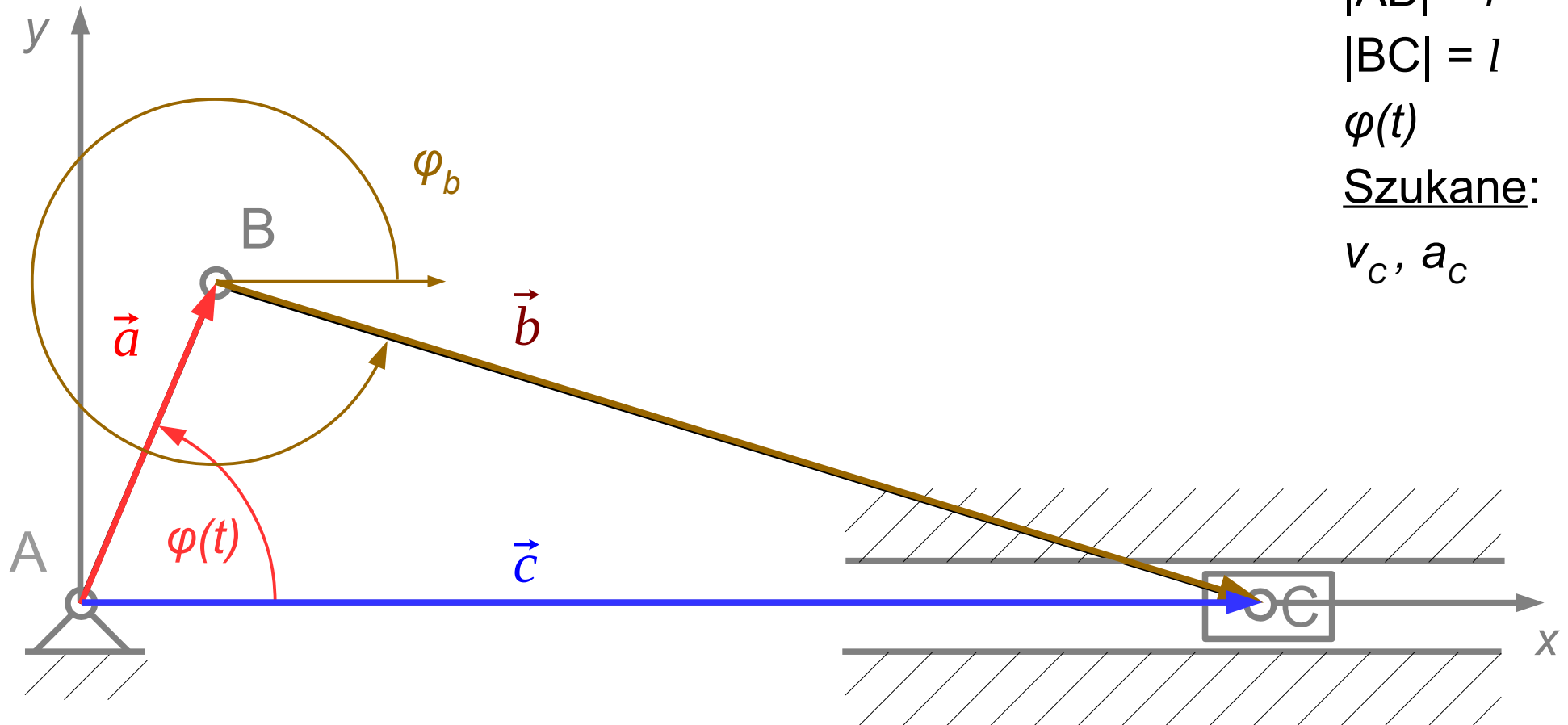
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_C, a_C$$



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

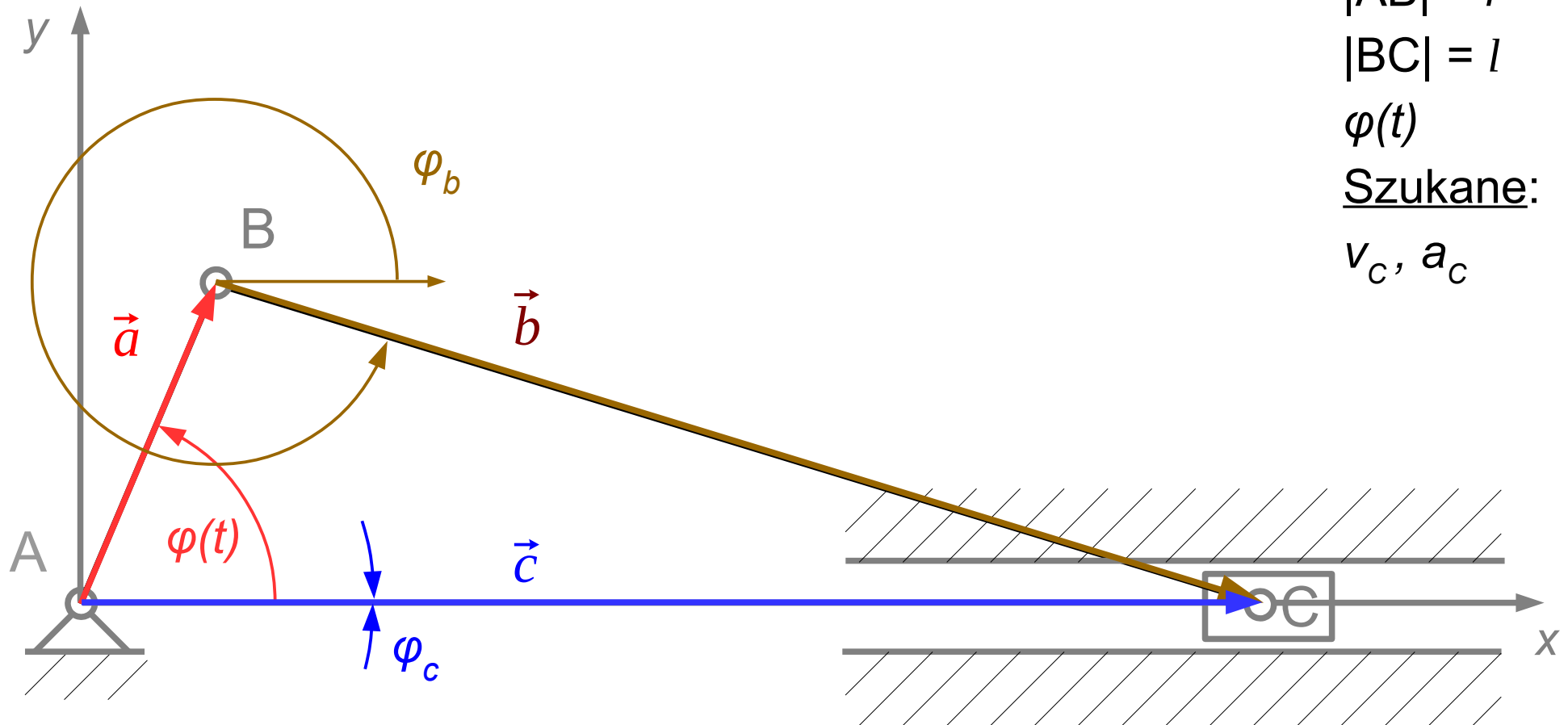
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_c, a_c$$



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

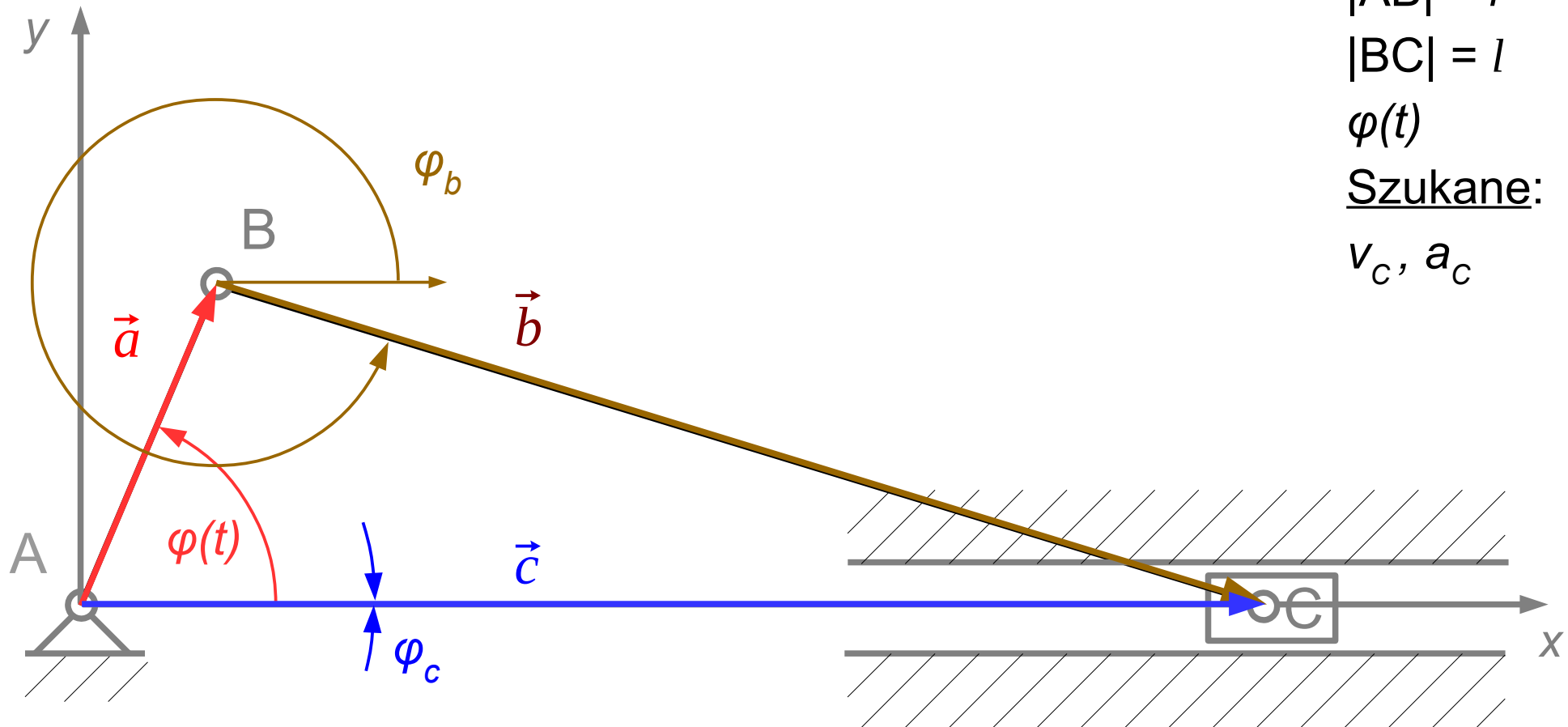
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_c, a_c$$



$$|\vec{a}| = r \quad \varphi(t)$$

$$|\vec{b}| = l \quad \varphi_b(t)$$

$$|\vec{c}| = c(t) \quad \varphi_c = 0$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

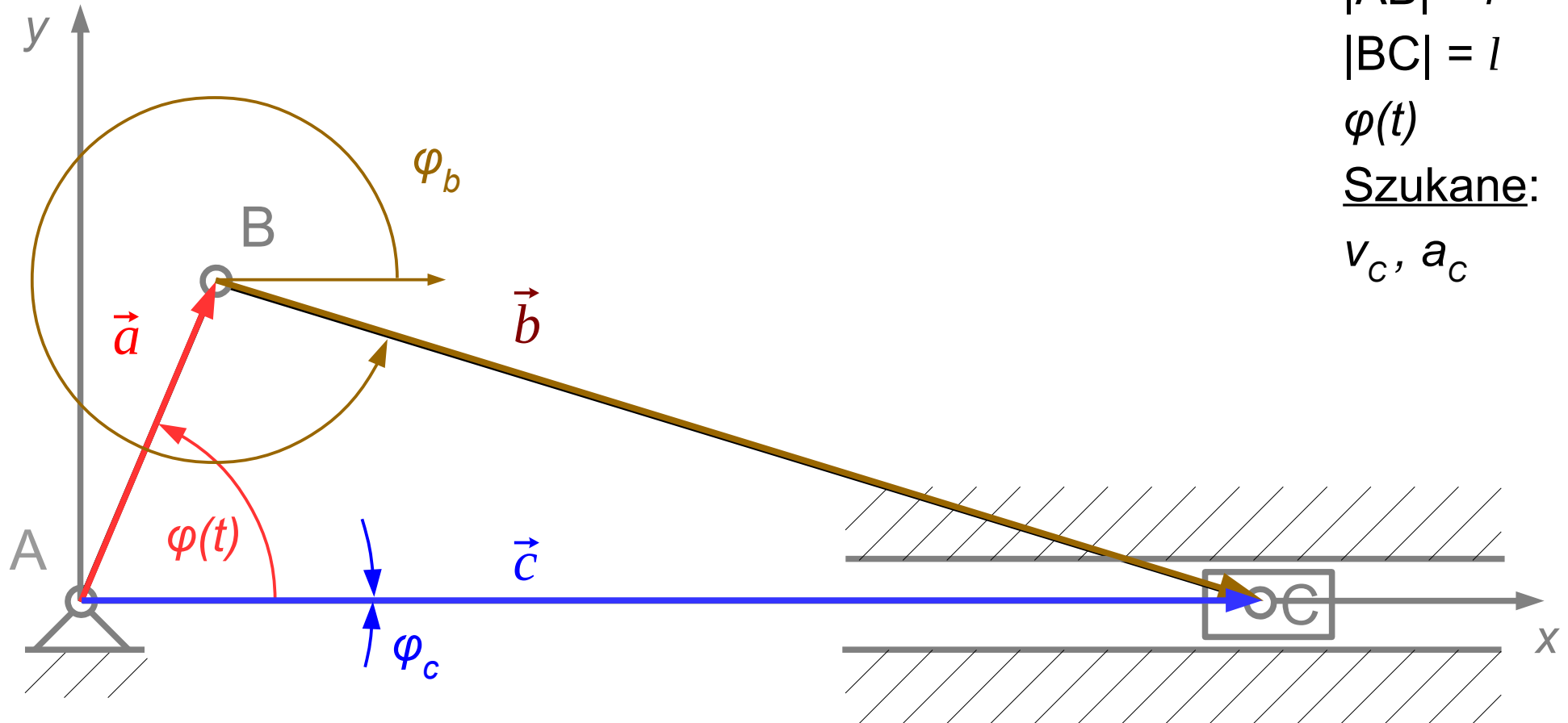
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_c, a_c$$



$$|\vec{a}| = r$$

$$\varphi(t)$$

$$|\vec{b}| = l$$

$$\varphi_b(t)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

$$|\vec{c}| = c(t)$$

$$\varphi_c = 0$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

Dane:

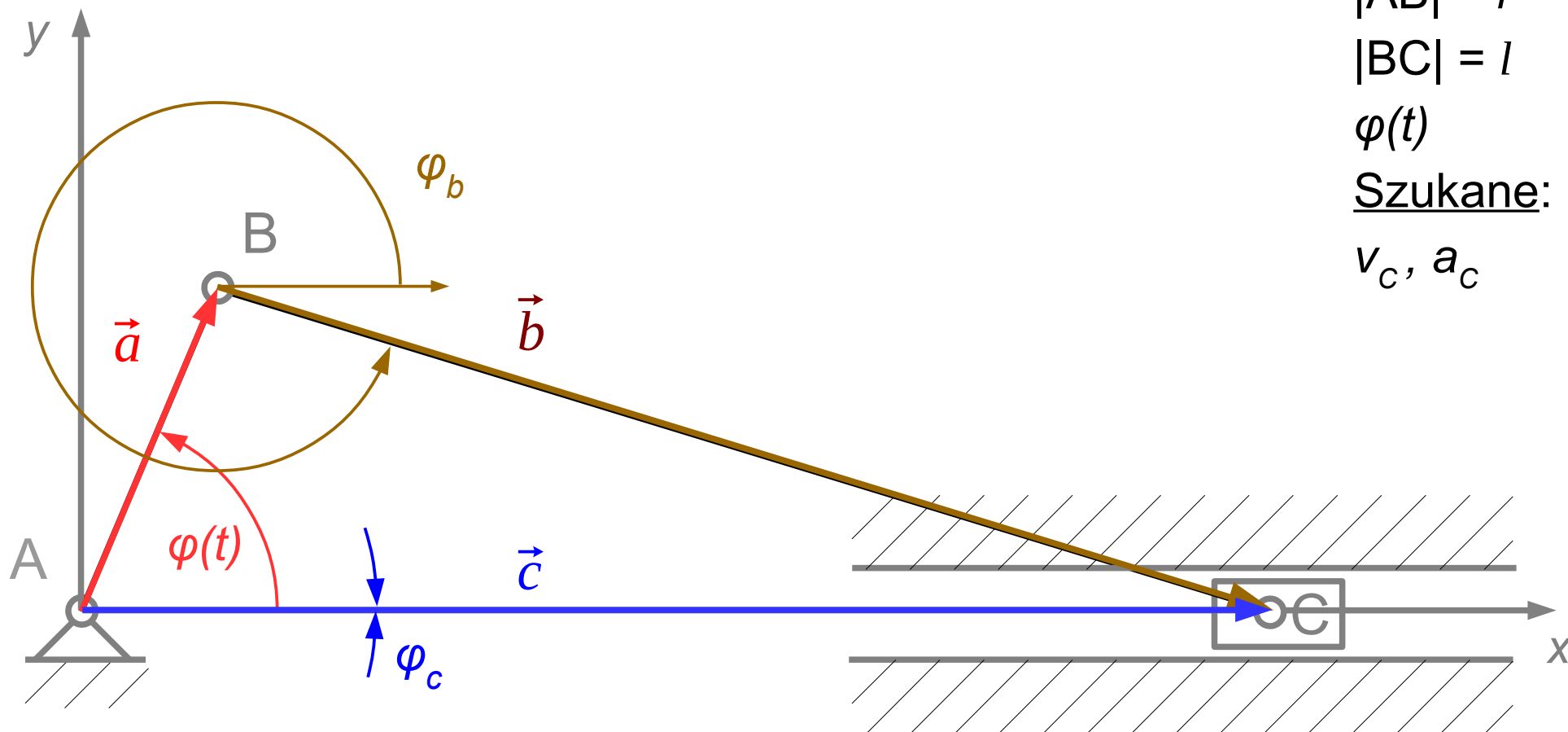
$$|AB| = r$$

$$|BC| = l$$

$$\varphi(t)$$

Szukane:

$$v_c, a_c$$



$$|\vec{a}| = r$$

$$\varphi(t)$$

$$|\vec{b}| = l$$

$$\varphi_b(t)$$

$$|\vec{c}| = c(t)$$

$$\varphi_c = 0$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

$$x: r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$y: r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$\begin{aligned} r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) &= c(t) \cos 0 \\ r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) &= c(t) \sin 0 \end{aligned}$$

2 niewiadome

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

2 niewiadome

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t)$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = 0$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

2 niewiadome

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t)$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = 0$$

$$\sin \varphi_b(t) = -\frac{r}{l} \sin \varphi(t) = -\lambda \sin \varphi(t)$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

2 niewiadome

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t)$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = 0$$

$$\sin \varphi_b(t) = -\frac{r}{l} \sin \varphi(t) = -\lambda \sin \varphi(t)$$

$$\varphi_b(t) = -\arcsin(\lambda \sin \varphi(t))$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

2 niewiadome

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t)$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = 0$$

$$\sin \varphi_b(t) = -\frac{r}{l} \sin \varphi(t) = -\lambda \sin \varphi(t)$$

$$\varphi_b(t) = -\arcsin(\lambda \sin \varphi(t))$$

$$\sin^2 \varphi_b(t) + \cos^2 \varphi_b(t) = 1$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_b(t)}$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

2 niewiadome

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t)$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = 0$$

$$\sin \varphi_b(t) = -\frac{r}{l} \sin \varphi(t) = -\lambda \sin \varphi(t)$$

$$\varphi_b(t) = -\arcsin(\lambda \sin \varphi(t))$$

$$\sin^2 \varphi_b(t) + \cos^2 \varphi_b(t) = 1$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_b(t)}$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

2 niewiadome

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t)$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = 0$$

$$\sin \varphi_b(t) = -\frac{r}{l} \sin \varphi(t) = -\lambda \sin \varphi(t)$$

$$\varphi_b(t) = -\arcsin(\lambda \sin \varphi(t))$$

$$\sin^2 \varphi_b(t) + \cos^2 \varphi_b(t) = 1$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_b(t)}$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

$$c(t) = r \cos \varphi(t) \pm l \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

2 niewiadome

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t)$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = 0$$

$$\sin \varphi_b(t) = -\frac{r}{l} \sin \varphi(t) = -\lambda \sin \varphi(t)$$

$$\varphi_b(t) = -\arcsin(\lambda \sin \varphi(t))$$

$$\sin^2 \varphi_b(t) + \cos^2 \varphi_b(t) = 1$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_b(t)}$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

$$c(t) = r \cos \varphi(t) \pm l \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

ale dla $\varphi(t) = 0$

musi być $c(t) = r + l$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t) \cos 0$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = c(t) \sin 0$$

2 niewiadome

$$r \cos \varphi(t) + l \cos \varphi_b(t) = c(t)$$

$$r \sin \varphi(t) + l \sin \varphi_b(t) = 0$$

$$\sin \varphi_b(t) = -\frac{r}{l} \sin \varphi(t) = -\lambda \sin \varphi(t)$$

$$\varphi_b(t) = -\arcsin(\lambda \sin \varphi(t))$$

$$\sin^2 \varphi_b(t) + \cos^2 \varphi_b(t) = 1$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_b(t)}$$

$$\cos \varphi_b(t) = \pm \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

$$c(t) = r \cos \varphi(t) \pm l \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

ale dla $\varphi(t) = 0$
musi być $c(t) = r + l$

$$c(t) = r \cos \varphi(t) + l \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

ruch wodzika

$$c(t) = r \cos \varphi(t) + l \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}$$

$$v_C(t) = \frac{dc(t)}{dt} = -r \dot{\varphi}(t) \sin \varphi(t) - \frac{-2l\lambda^2 \dot{\varphi}(t) \sin \varphi(t) \cos \varphi(t)}{2\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}}$$

$$a_C(t) = \frac{dv_C(t)}{dt} = \dots$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

obliczenia w programie wxmaxima

```
(%i14) c: r*cos(%phi(t))+l*sqrt(1-%lambda^2*(sin(%phi(t)))^2);
v: diff(c,t,1);
a: diff(v,t,1);
```

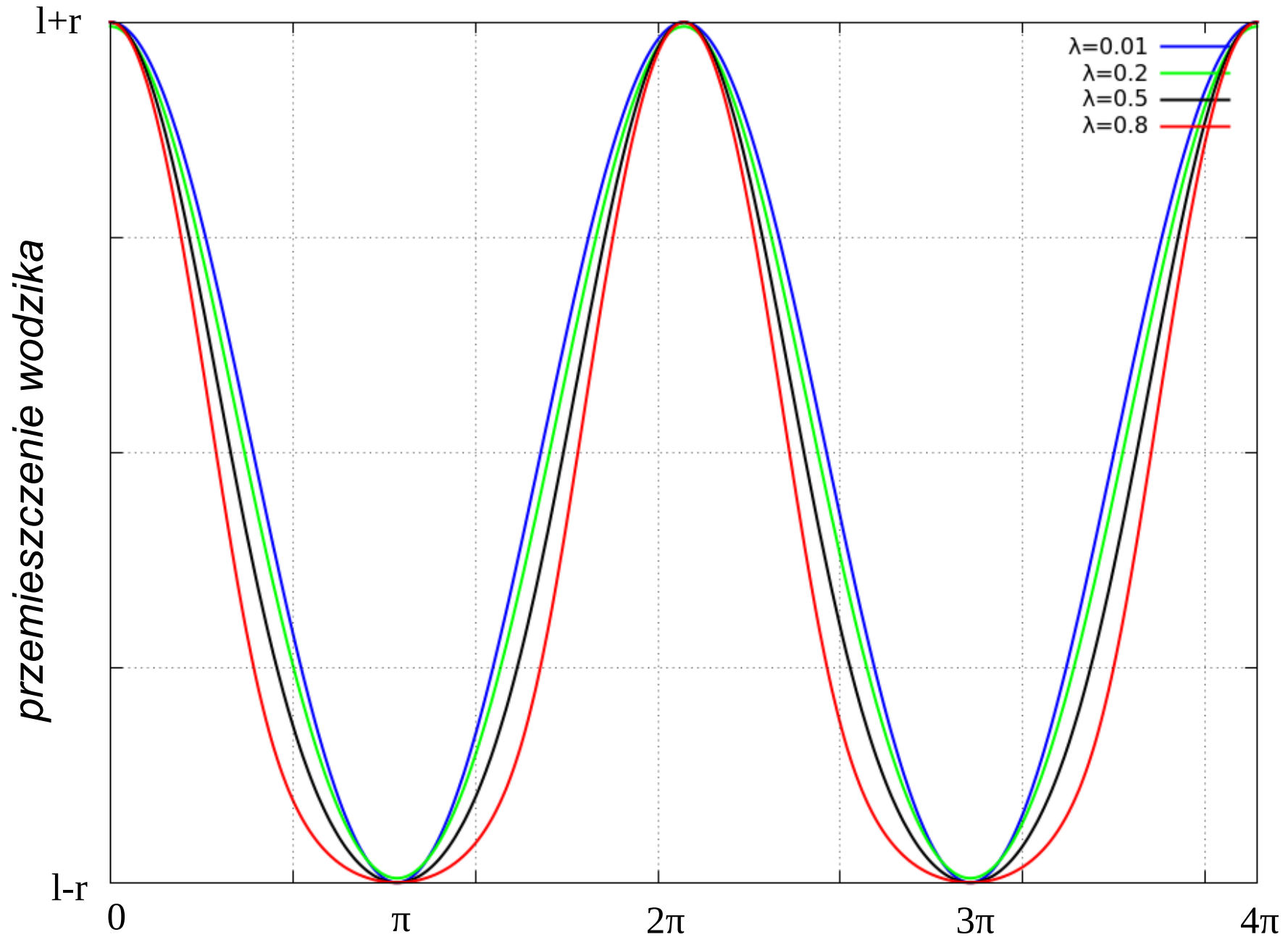
$$(c) \quad l \sqrt{1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2} + r \cos(\varphi(t))$$

$$(v) \quad - \frac{\lambda^2 l \cos(\varphi(t)) \sin(\varphi(t)) \left(\frac{d}{dt} \varphi(t) \right)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2}} - r \sin(\varphi(t)) \left(\frac{d}{dt} \varphi(t) \right)$$

$$(a) \quad - \frac{\lambda^2 l \cos(\varphi(t)) \sin(\varphi(t)) \left(\frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) \right)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2}} - r \sin(\varphi(t)) \left(\frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) \right) + \frac{\lambda^2 l \sin(\varphi(t))^2 \left(\frac{d}{dt} \varphi(t) \right)^2}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2}}$$

$$\frac{\lambda^2 l \cos(\varphi(t))^2 \left(\frac{d}{dt} \varphi(t) \right)^2}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2}} - \frac{\lambda^4 l \cos(\varphi(t))^2 \sin(\varphi(t))^2 \left(\frac{d}{dt} \varphi(t) \right)^2}{(1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2)^{3/2}} - r \cos(\varphi(t)) \left(\frac{d}{dt} \varphi(t) \right)^2$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy



Metoda analityczna – przykład: mechanizm korbowo-wodzikowy

ruch korbowodu

$$\varphi_b(t) = -\arcsin(\lambda \sin \varphi(t))$$

$$\omega_b(t) = \frac{d\varphi_b(t)}{dt} = \frac{-\lambda \dot{\varphi}(t) \cos \varphi(t)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi(t)}}$$

$$\varepsilon_b(t) = \frac{d\omega_b(t)}{dt} = -\frac{\lambda \cos(\varphi(t)) \left(\frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) \right)}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2}} + \frac{\lambda \sin(\varphi(t)) \left(\frac{d}{dt} \varphi(t) \right)^2}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2}} - \frac{\lambda^3 \cos(\varphi(t))^2 \sin(\varphi(t)) \left(\frac{d}{dt} \varphi(t) \right)^2}{\left(1 - \lambda^2 \sin(\varphi(t))^2 \right)^{3/2}}$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm jarzmowy

Dane:

$$|AB| = r$$

$e, f, \varphi(t)$

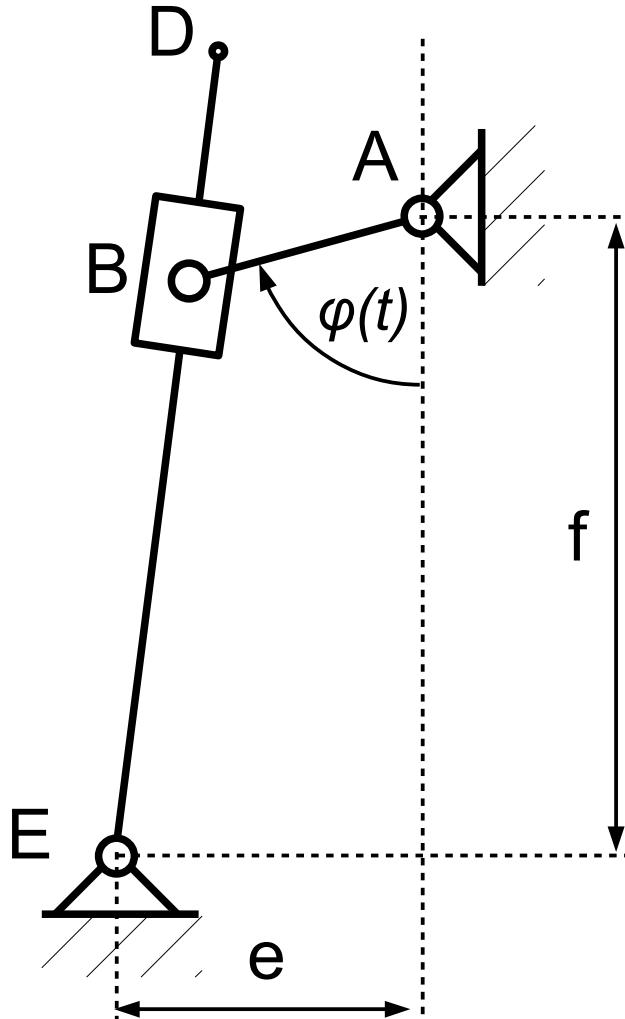
Szukane:

prędkość ω_2

i przyspieszenie

kątowe ε_2

członu ED



Metoda analityczna – przykład: mechanizm jarzmowy

Dane:

$$|AB| = r$$

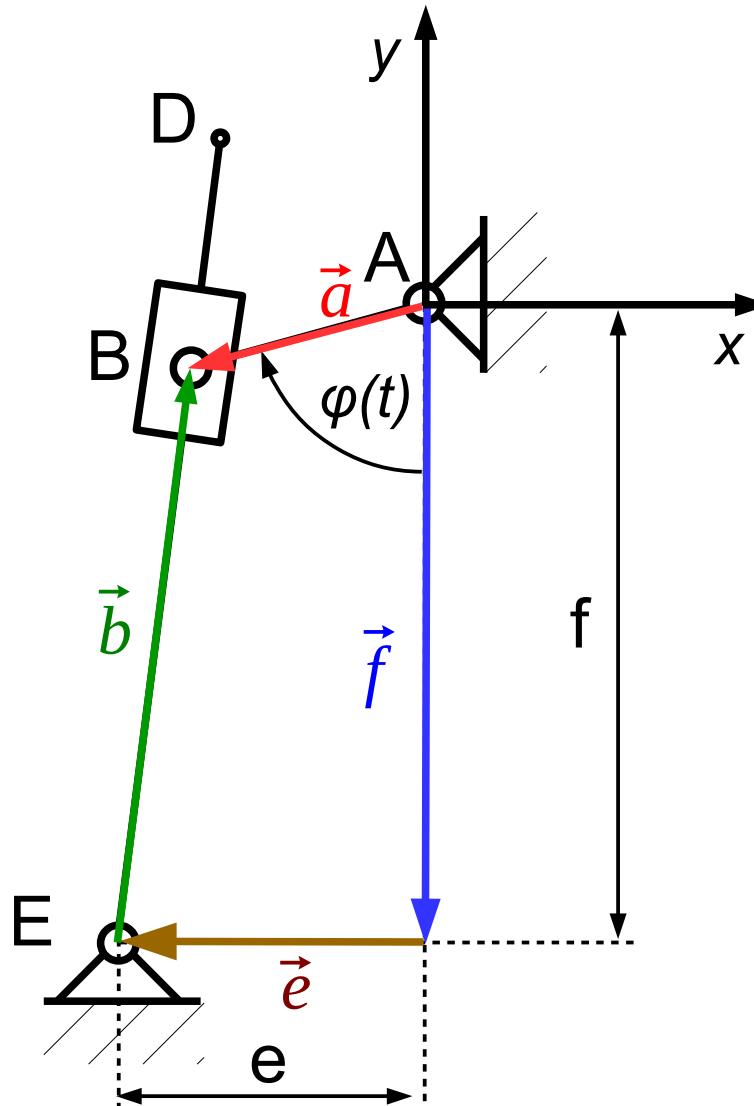
$e, f, \varphi(t)$

Szukane:

prędkość ω_2

i przyspieszenie
kątowe ε_2

członu ED



Metoda analityczna – przykład: mechanizm jarzmowy

Dane:

$$|AB| = r$$

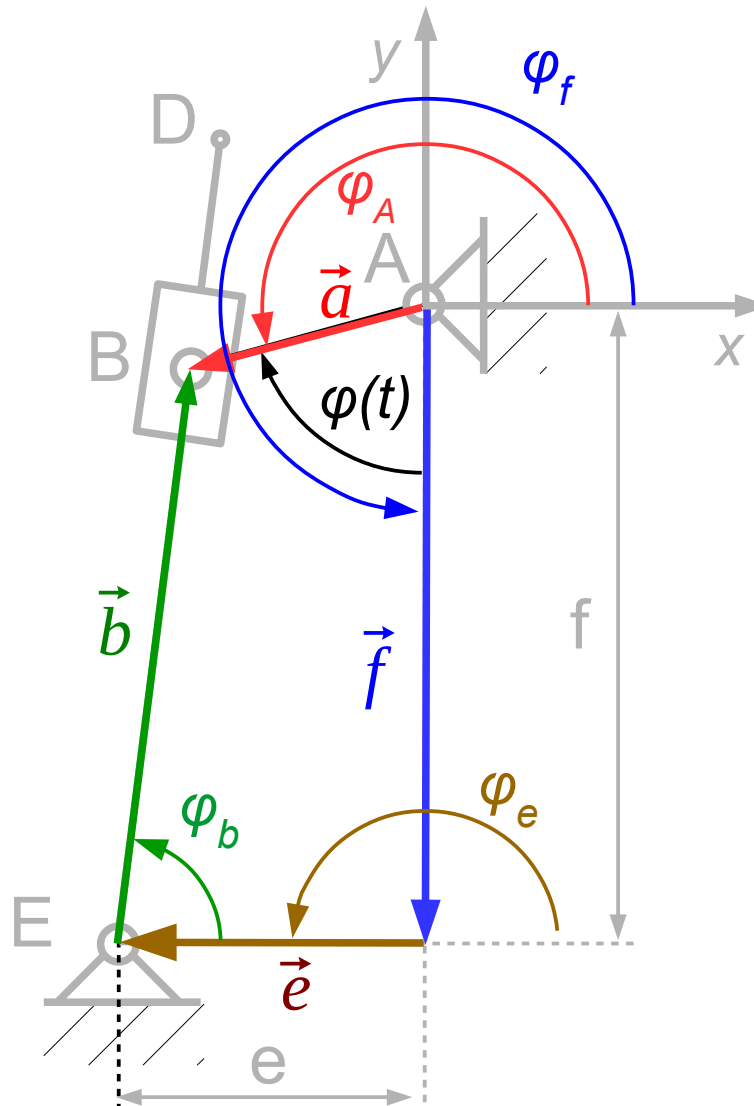
$e, f, \varphi(t)$

Szukane:

prędkość ω_2

i przyspieszenie
kątowe ε_2

członu ED



Metoda analityczna – przykład: mechanizm jarzmowy

Dane:

$$|AB| = r$$

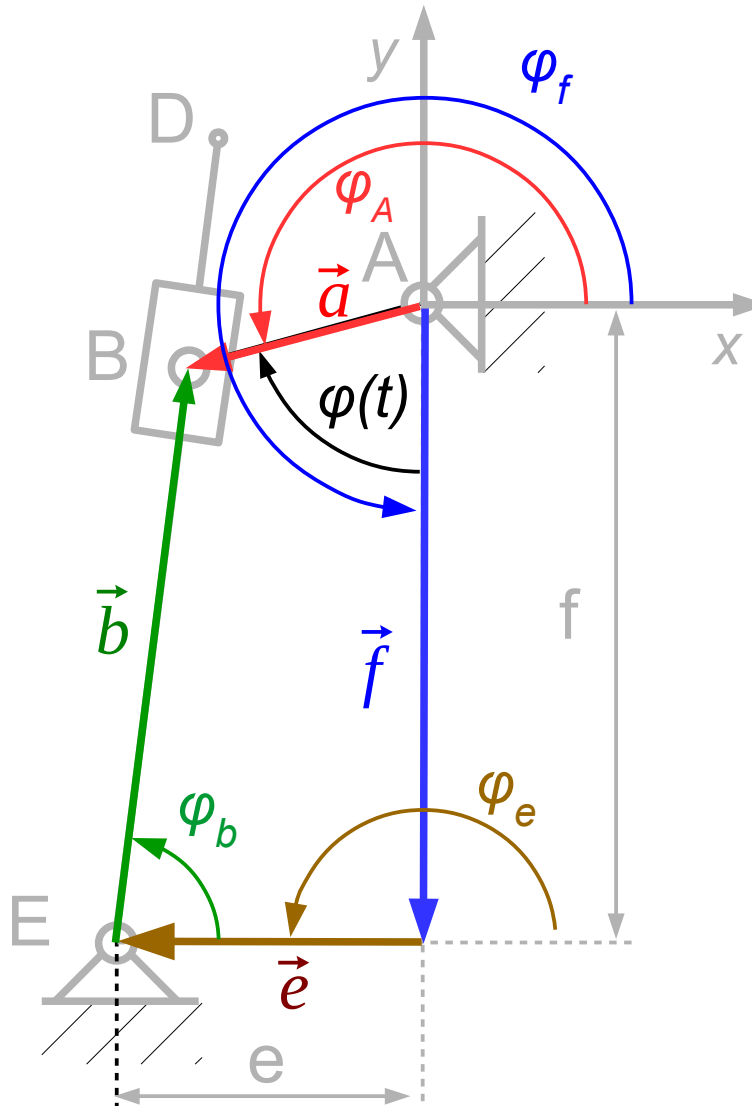
$e, f, \varphi(t)$

Szukane:

prędkość ω_2

i przyspieszenie
kątowe ε_2

członu ED



$$|\vec{a}| = r$$

$$\varphi_a(t) = 270^\circ - \varphi(t)$$

$$|\vec{b}| = b(t)$$

$$\varphi_b(t)$$

$$|\vec{e}| = e$$

$$\varphi_e = 180^\circ$$

$$|\vec{f}| = f$$

$$\varphi_f = 270^\circ$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm jarzmowy

Dane:

$$|AB| = r$$

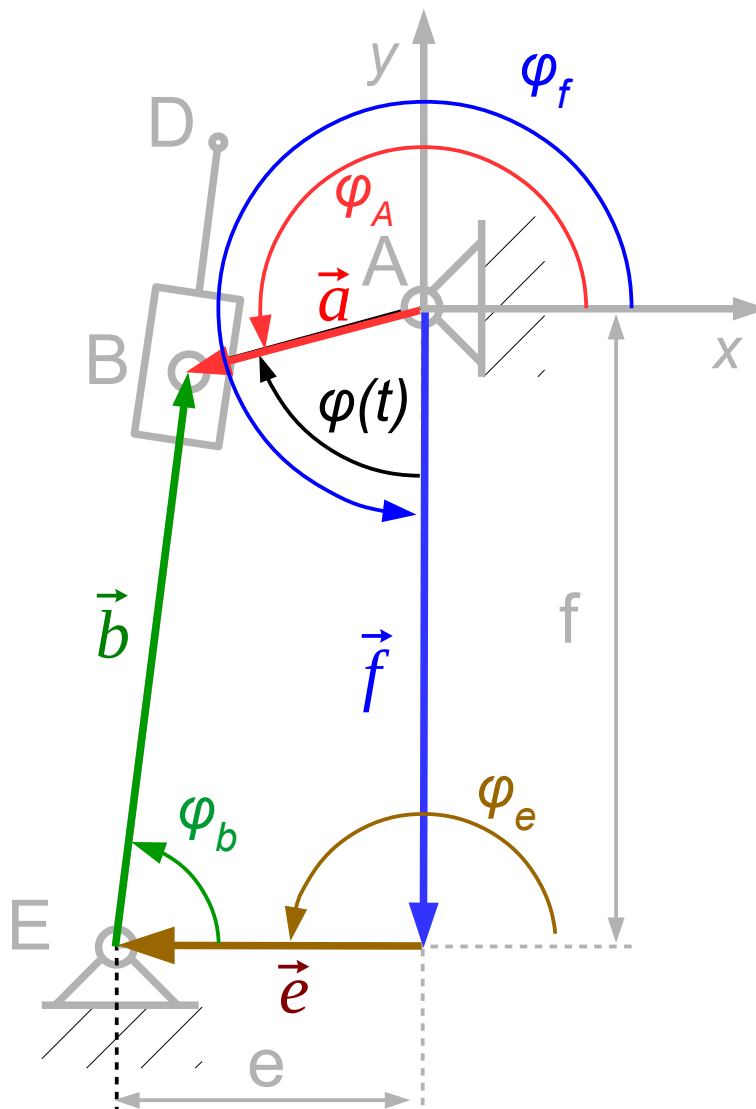
$e, f, \varphi(t)$

Szukane:

prędkość ω_2

i przyspieszenie
kątowe ε_2

członu ED



$$|\vec{a}| = r$$

$$\varphi_a(t) = 270^\circ - \varphi(t)$$

$$|\vec{b}| = b(t)$$

$$\varphi_b(t)$$

$$|\vec{e}| = e$$

$$\varphi_e = 180^\circ$$

$$|\vec{f}| = f$$

$$\varphi_f = 270^\circ$$

$$\vec{a} = \vec{b} + \vec{e} + \vec{f}$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm jarzmowy

Dane:

$$|AB| = r$$

$e, f, \varphi(t)$

Szukane:

prędkość ω_2

i przyspieszenie

kątowe ε_2

członu ED

$$|\vec{a}| = r$$

$$\varphi_a(t) = 270^\circ - \varphi(t)$$

$$|\vec{b}| = b(t)$$

$$\varphi_b(t)$$

$$|\vec{e}| = e$$

$$\varphi_e = 180^\circ$$

$$|\vec{f}| = f$$

$$\varphi_f = 270^\circ$$

$$\vec{a} = \vec{b} + \vec{e} + \vec{f}$$

$$x: r \cos(270^\circ - \varphi(t)) = b(t) \cos \varphi_b(t) + e \cos 180^\circ + f \cos 270^\circ$$

$$y: r \sin(270^\circ - \varphi(t)) = b(t) \sin \varphi_b(t) + e \sin 180^\circ + f \sin 270^\circ$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm jarzmowy

Dane:

$$|AB| = r$$

$e, f, \varphi(t)$

Szukane:

prędkość ω_2

i przyspieszenie

kątowe ε_2

członu ED

$$|\vec{a}| = r$$

$$\varphi_a(t) = 270^\circ - \varphi(t)$$

$$|\vec{b}| = b(t)$$

$$\varphi_b(t)$$

$$|\vec{e}| = e$$

$$\varphi_e = 180^\circ$$

$$|\vec{f}| = f$$

$$\varphi_f = 270^\circ$$

$$\vec{a} = \vec{b} + \vec{e} + \vec{f}$$

$$x: r \cos(270^\circ - \varphi(t)) = b(t) \cos \varphi_b(t) + e \cos 180^\circ + f \cos 270^\circ$$

$$y: r \sin(270^\circ - \varphi(t)) = b(t) \sin \varphi_b(t) + e \sin 180^\circ + f \sin 270^\circ$$

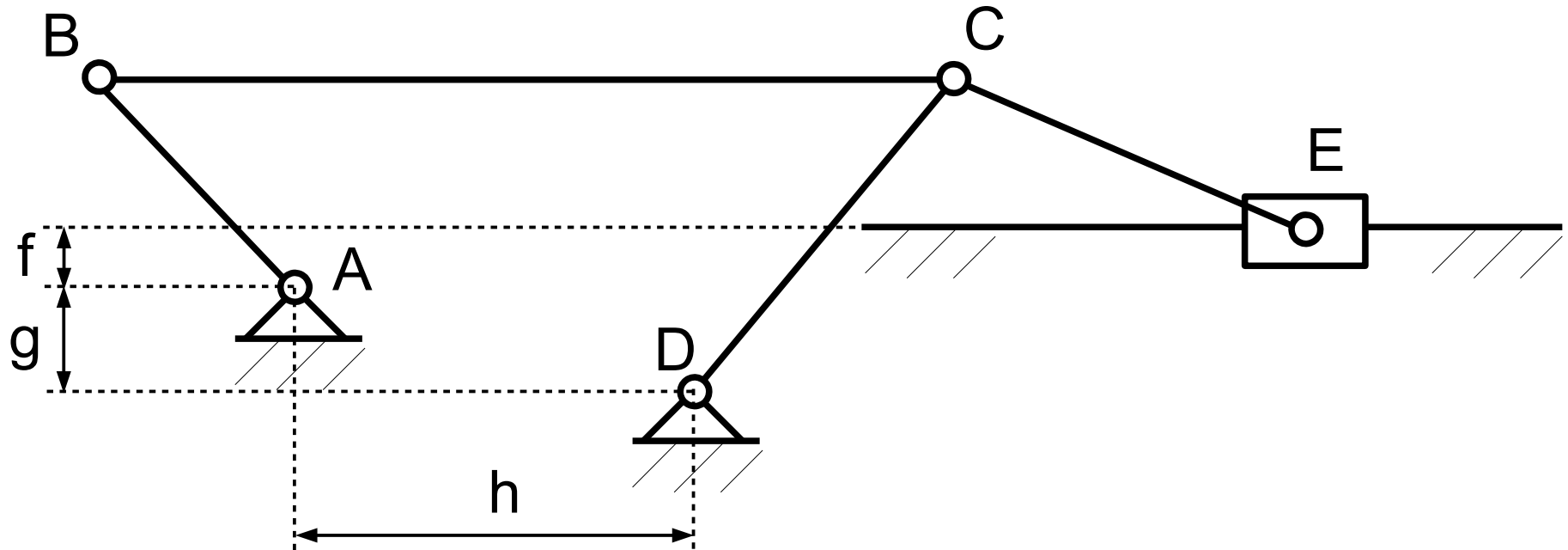
$$x: -r \sin \varphi(t) = b(t) \cos \varphi_b(t) - e$$

$$y: -r \cos \varphi(t) = b(t) \sin \varphi_b(t) - f$$

Metoda analityczna – przykład: mechanizm jarzmowy

$$\begin{aligned} e - r \sin \varphi(t) &= b(t) \cos \varphi_b(t) \\ f - r \cos \varphi(t) &= b(t) \sin \varphi_b(t) \end{aligned}$$

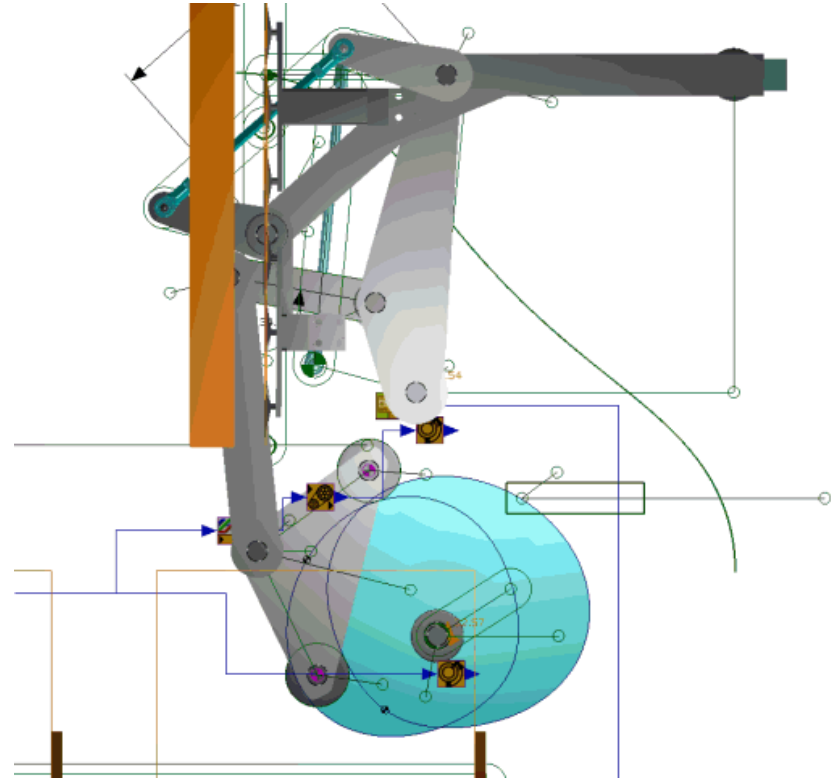
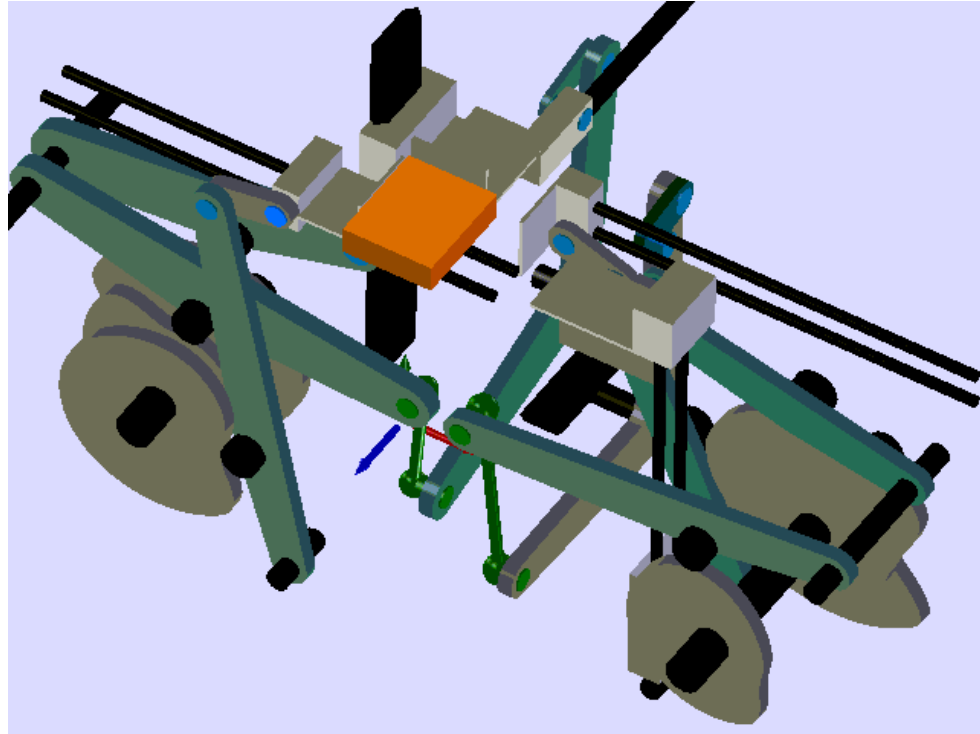
Metoda analityczna – przykład



Mechanizmy krzywkowe

Mechanizmy krzywkowe

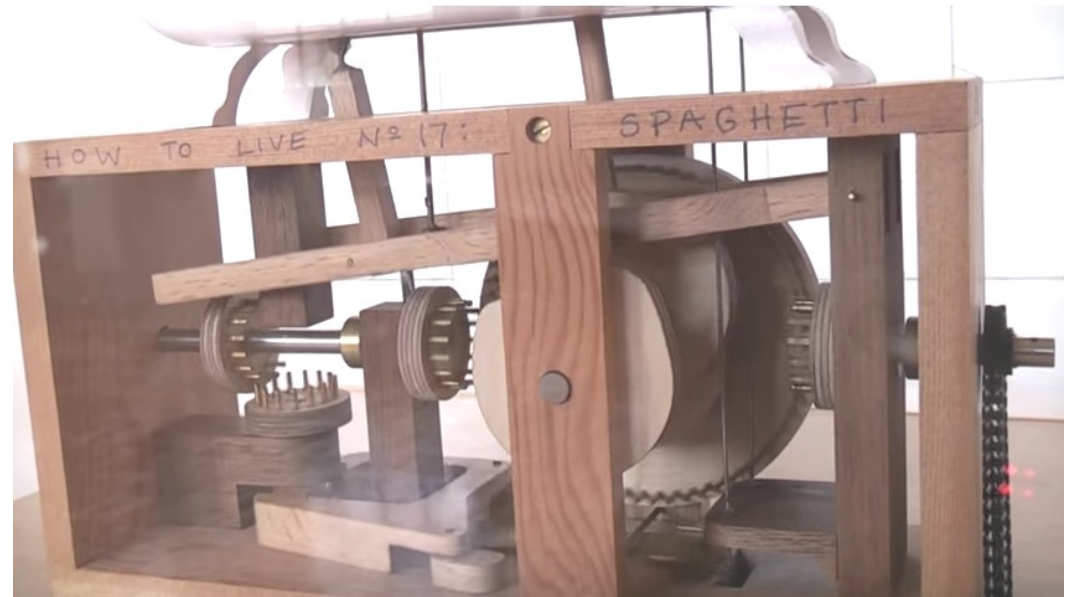
Inspiracje



źródło: psmotion.com

Mechanizmy krzywkowe

Inspiracje w sztuce



Mechanics Alive! Cabaret Mechanical
Theatre Automata Exhibition
<https://www.youtube.com/watch?v=kv1CpJi60xQ>

The "Draughtsman-Writer" automaton by Henri Maillardet

Mechanizmy krzywkowe

Podstawowe informacje

Mechanizm krzywkowy – mechanizm składający się z krzywki i popychacza tworzących parę kinematyczną wyższą klasy IV.

Krzywka porusza się najczęściej ruchem obrotowym (czasem postępowym, a popychacz ruchem postępowo zwrotnym (czasem wahadłowym).

zalety

- prosta konstrukcja,
- łatwość wykonania,
- dowolne wymiary,
- łatwość uzyskania skomplikowanych przebiegów.

wady

- niska wytrzymałość przy dużych obciążeniach,
- brak adaptacyjności

Mechanizmy krzywkowe

Podstawowe informacje

Podział mechanizmów krzywkowych:

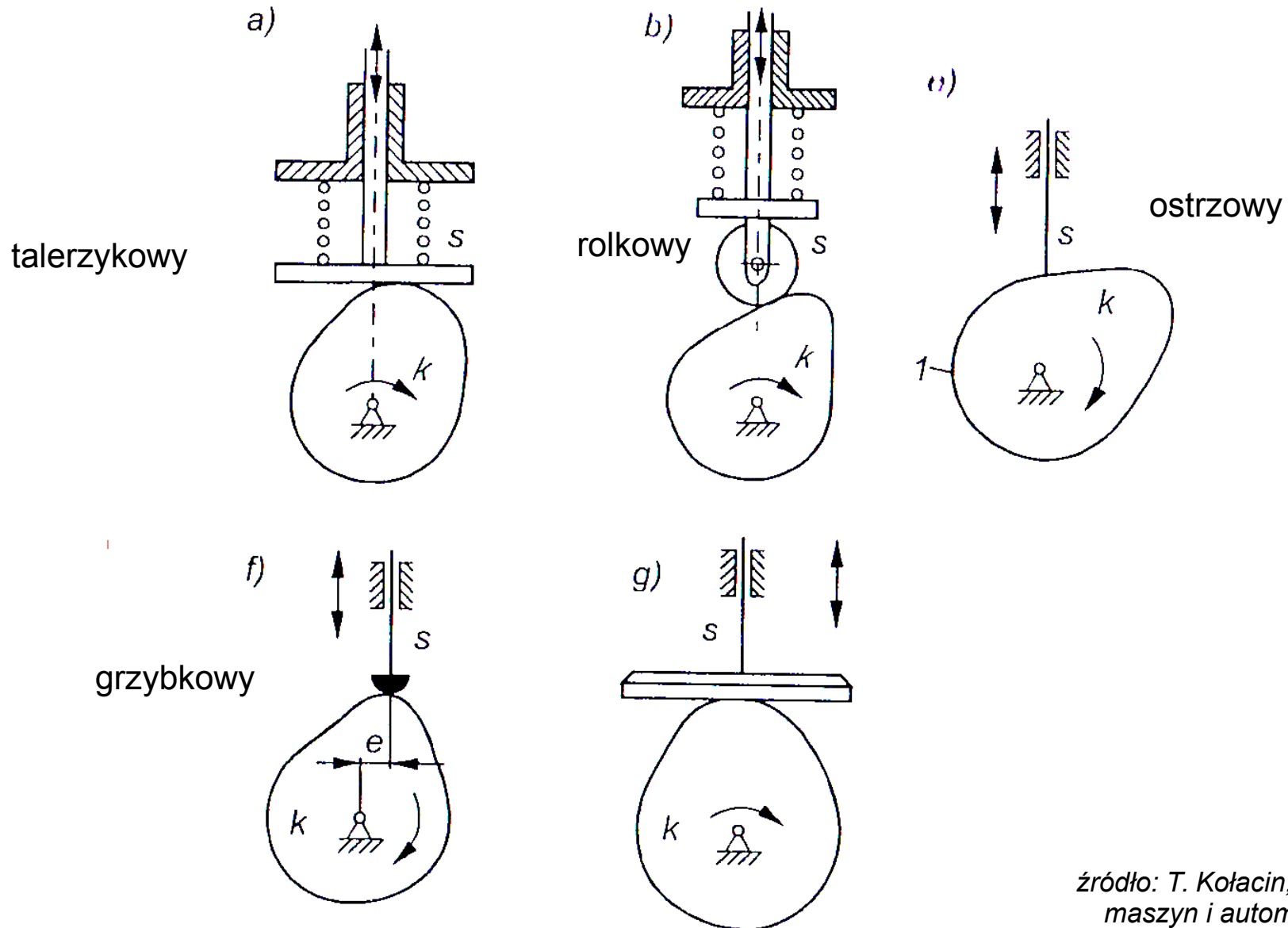
płaskie / przestrzenne

z popychaczem centralnym / z popychaczem mimośrodowym

z zamknięciem kinematycznym / z zamknięciem siłowym

Mechanizmy krzywkowe

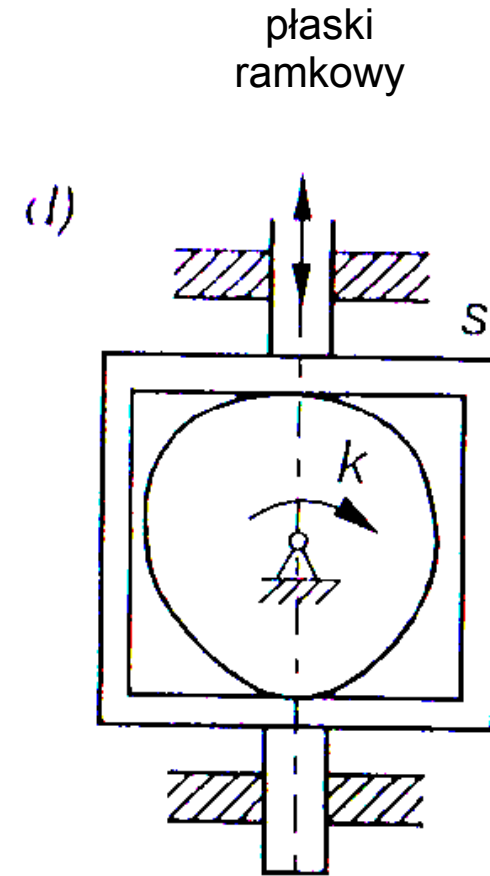
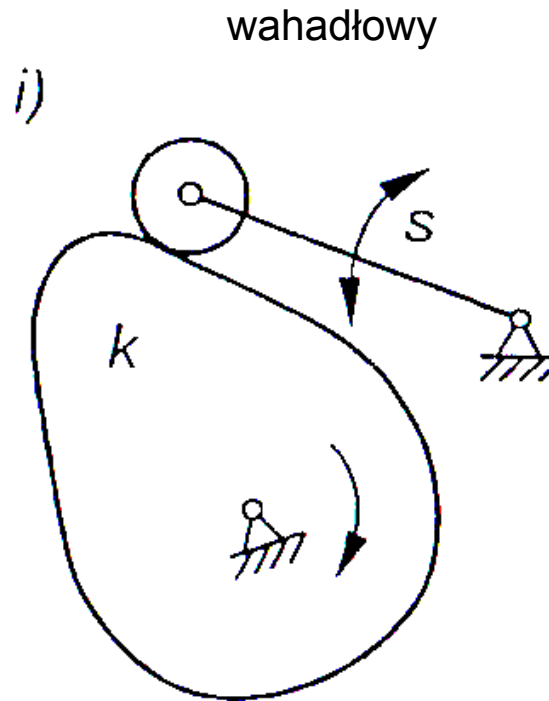
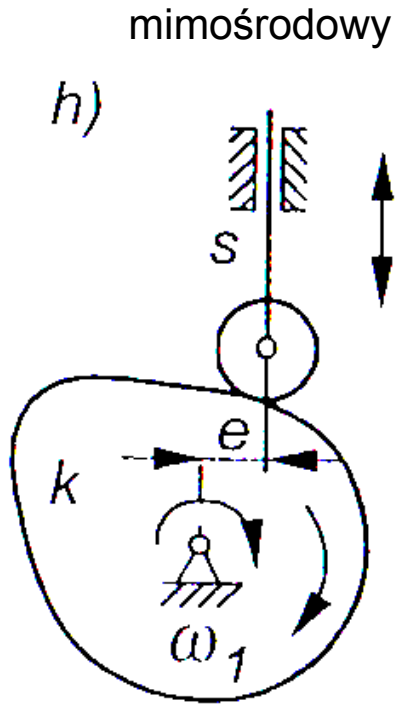
Przykłady popychaczy



źródło: T. Kołacin, „Podstawy teorii maszyn i automatyki”, OW PW

Mechanizmy krzywkowe

Przykłady

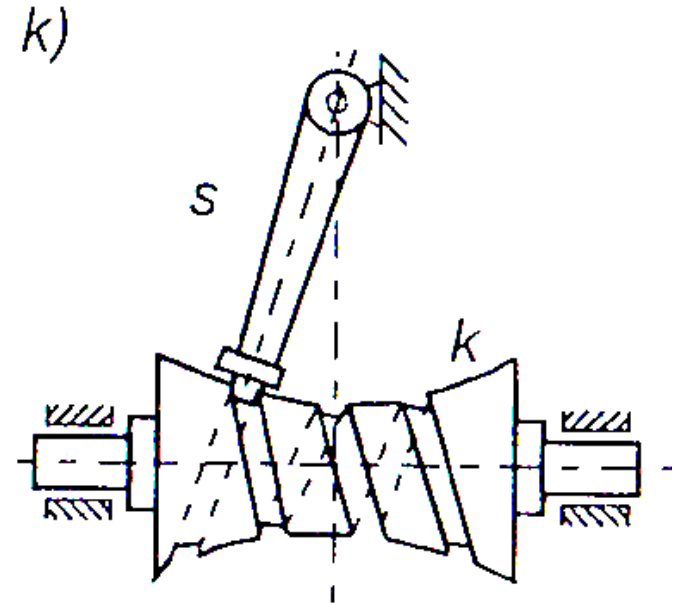
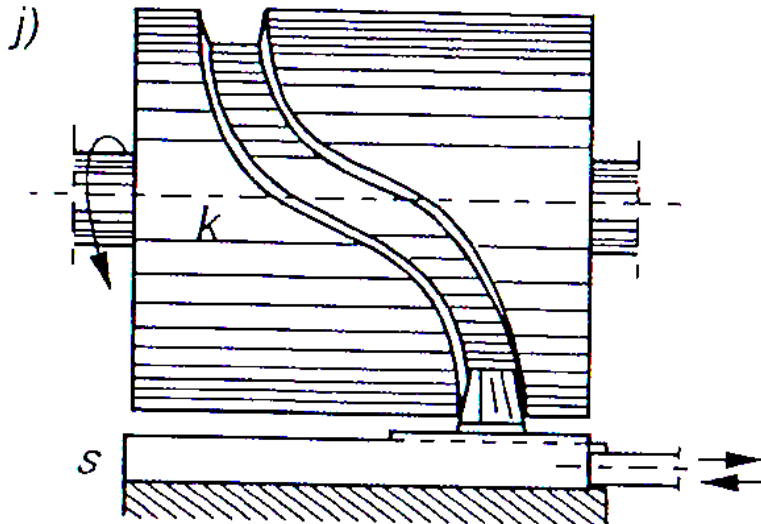


źródło: T. Kołacin, „Podstawy teorii maszyn i automatyki”, OW PW

Mechanizmy krzywkowe

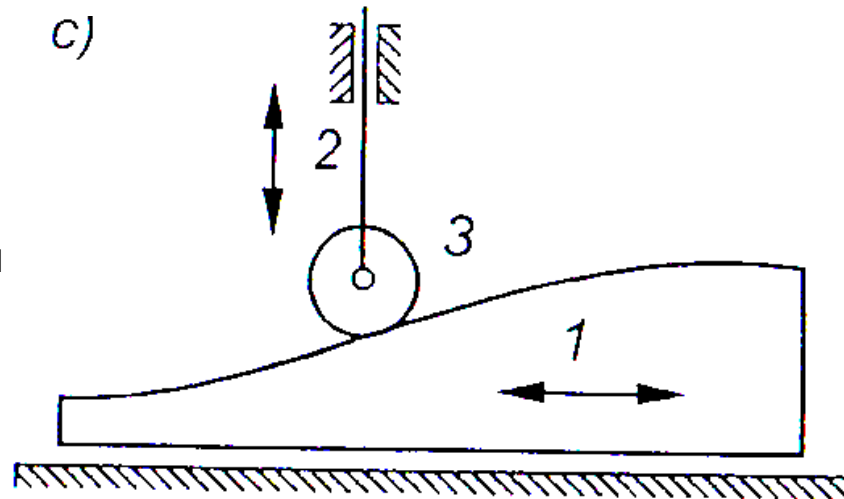
Przykłady

przestrzenna
krzywka walcowa



przestrzenna
krzywka
globoidalna

krzywka o ruchu
postępowym



źródło: T. Kołacin, „Podstawy teorii maszyn i automatyki”, OW PW

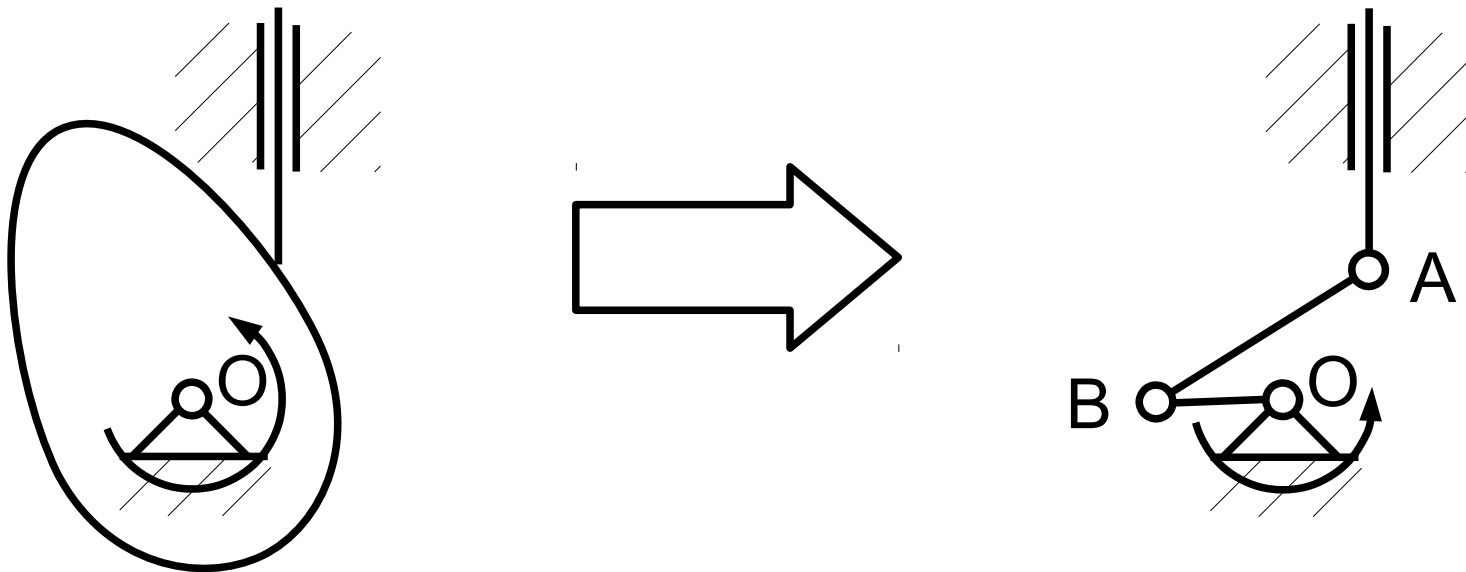
Analiza i synteza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego – wyznaczenie przebiegu przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia popychacza w funkcji kąta obrotu krzywki dla zadanej konstrukcji i geometrii mechanizmu.

Synteza mechanizmu krzywkowego – zaprojektowanie geometrii krzywki dla danej konstrukcji mechanizmu krzywkowego w celu uzyskania pożądanego przebiegu przemieszczenia, prędkości lub przyspieszenia popychacza w funkcji kąta obrotu krzywki. Dodatkowo narzuca się pewne ograniczenia, np. maksymalny wznios popychacza, maksymalną prędkość lub przyspieszenie. Należy sprawdzić również trzecią pochodną wzniosu popychacza (udar), która powinna mieć skończone wartości.

Analiza mechanizmów krzywkowych

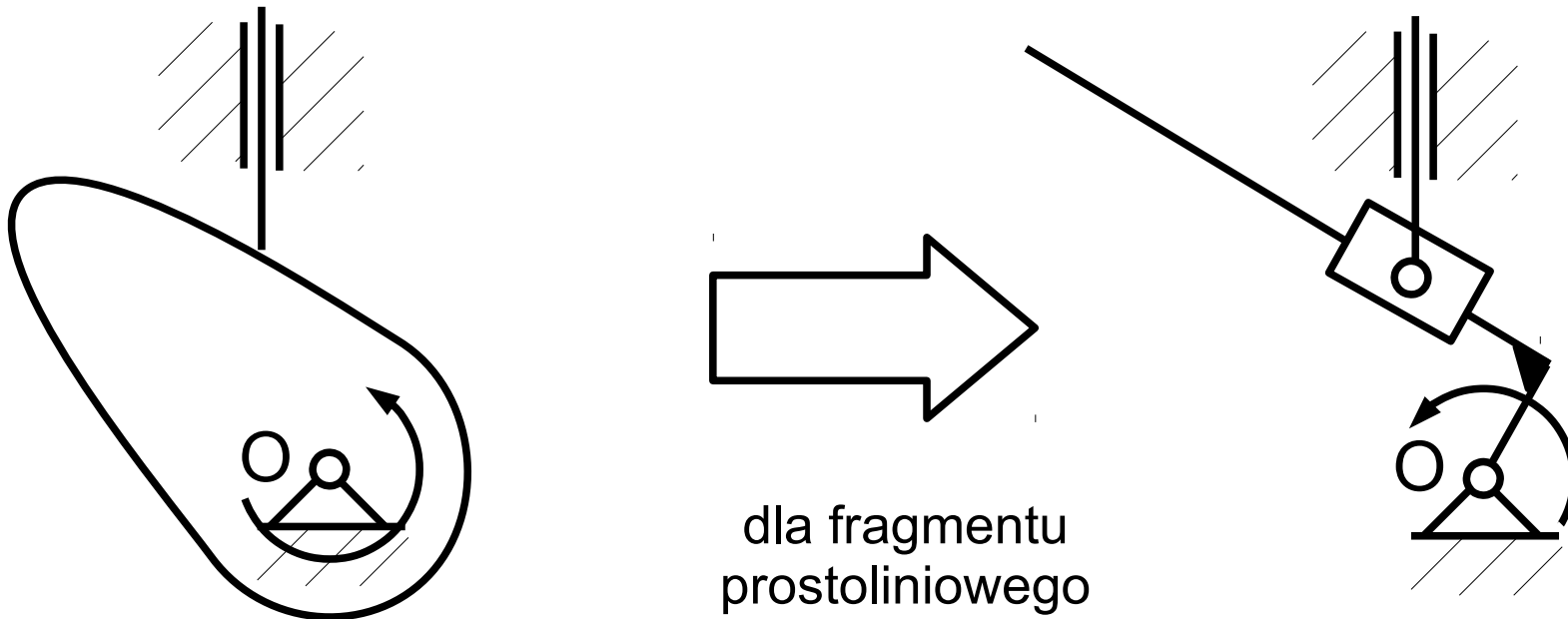
Analiza mechanizmu krzywkowego metodą wykreślną poprzez zastępowanie pary IV klasy parami V klasy.



AB – promień krzywizny
krzywki w punkcie styku z
popychaczem

Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego metodą wykreślną poprzez zastępowanie par IV klasy parami V klasy.

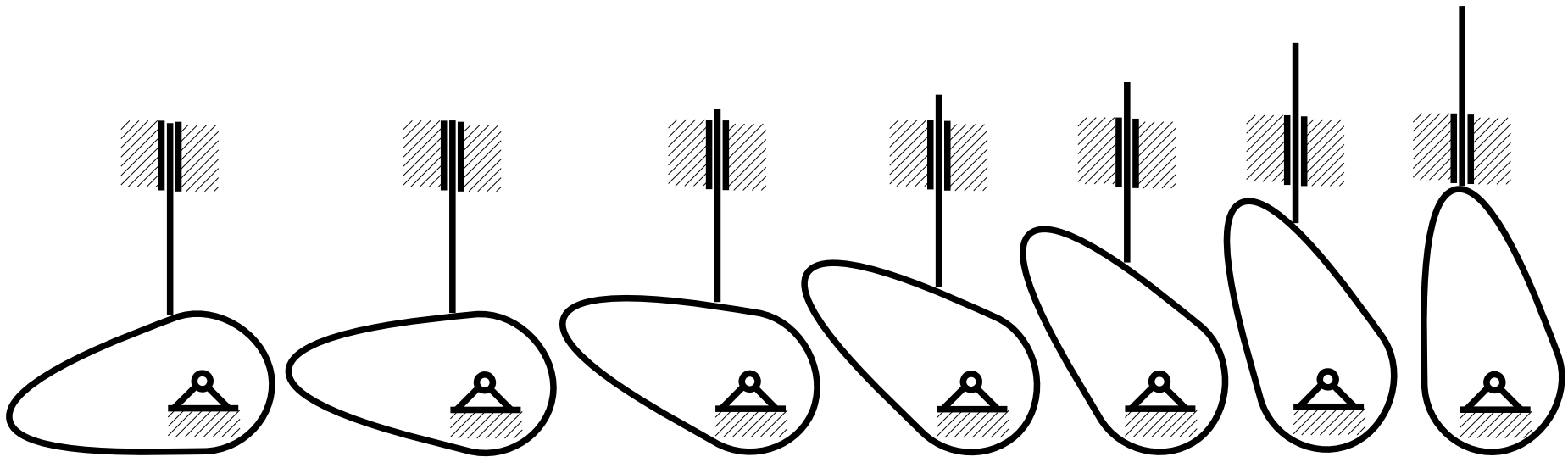


Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie
wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie

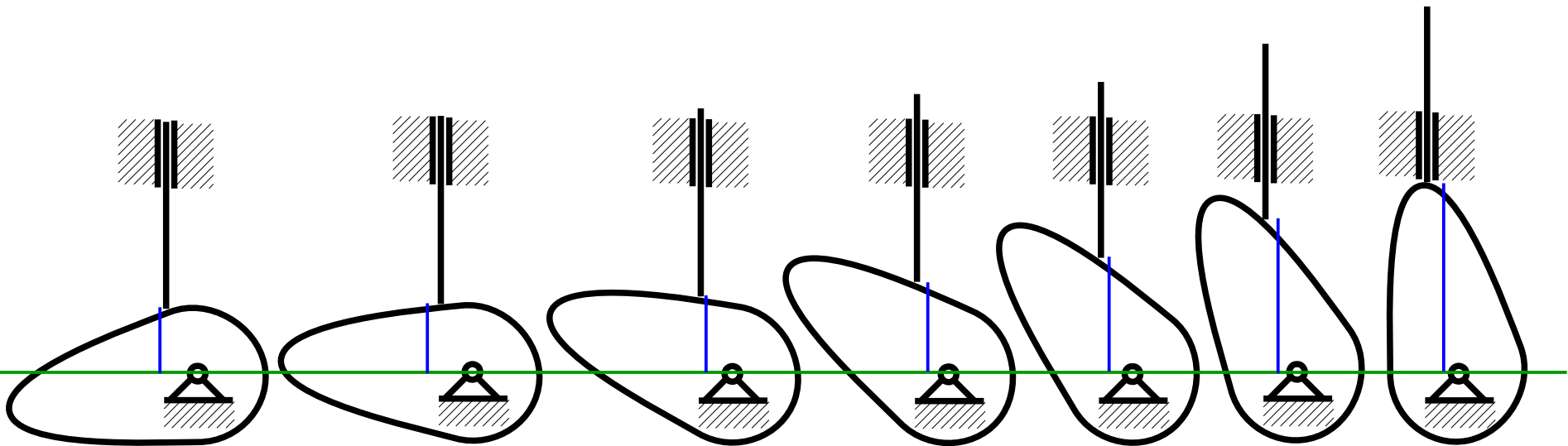
Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie
wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



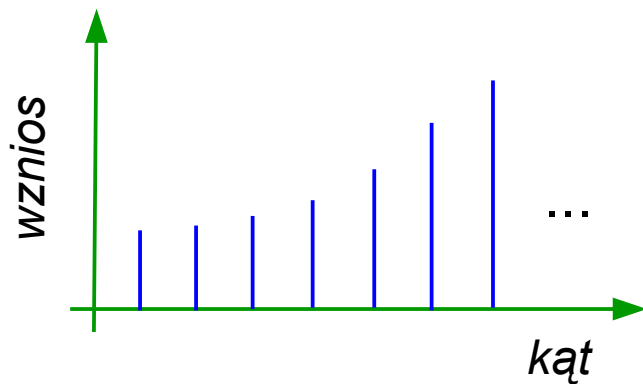
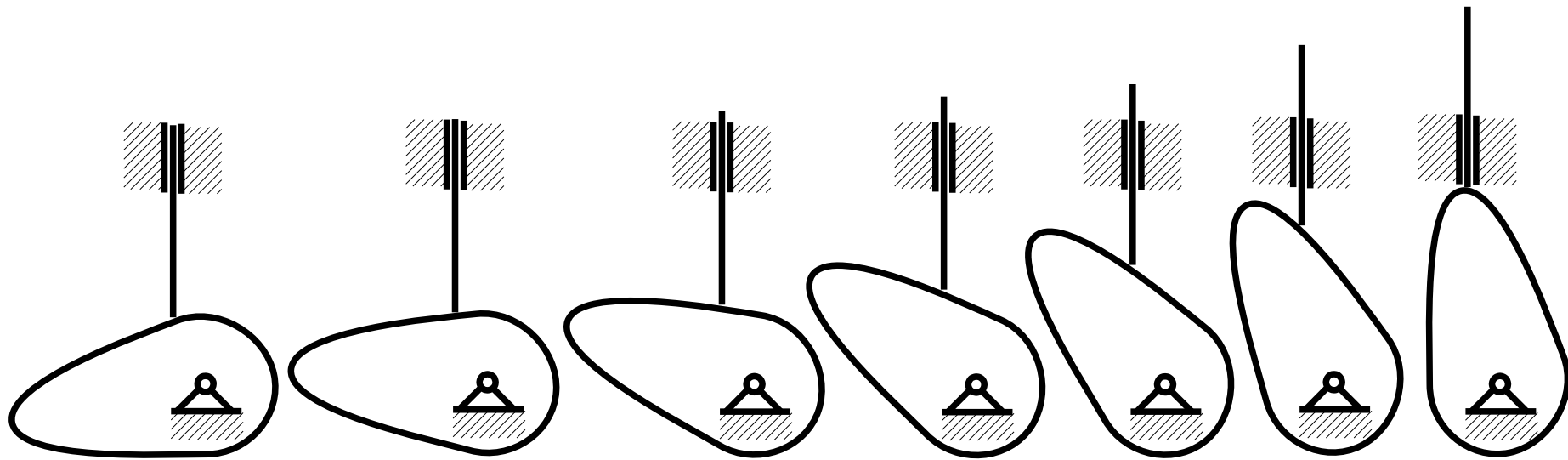
Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie
wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



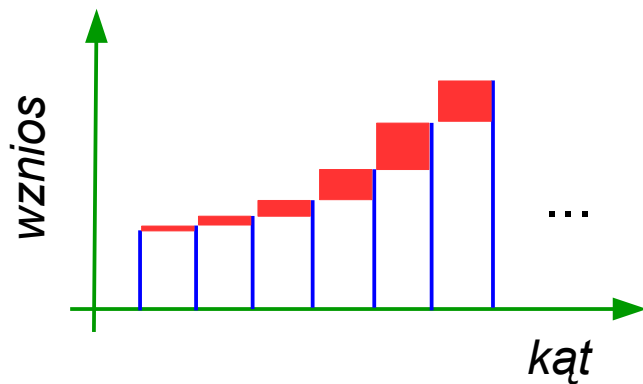
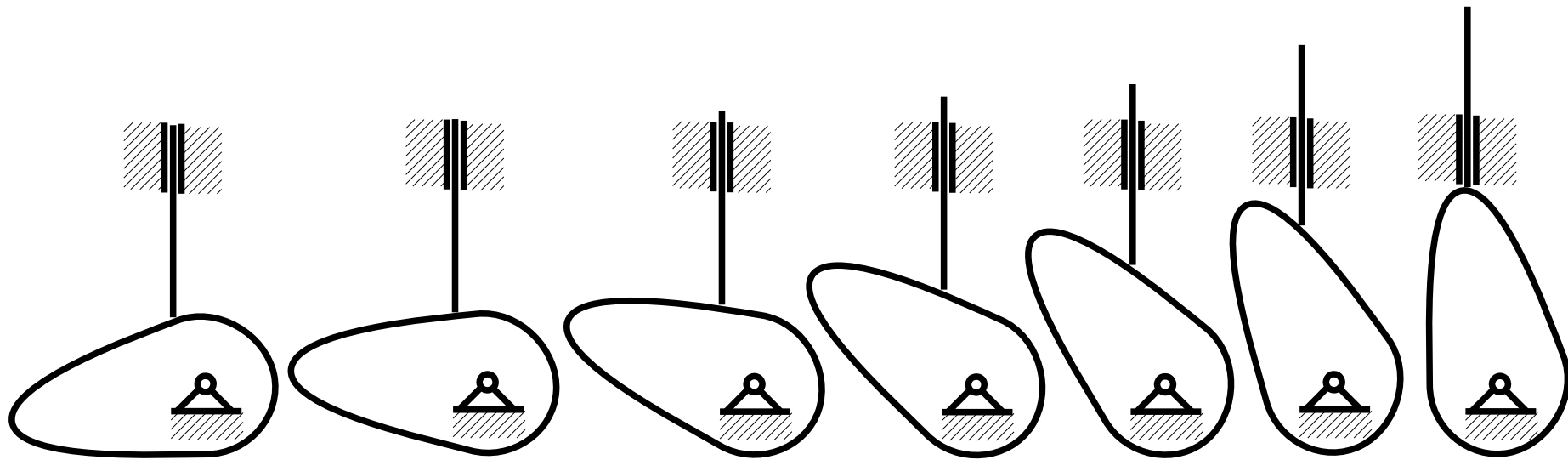
Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



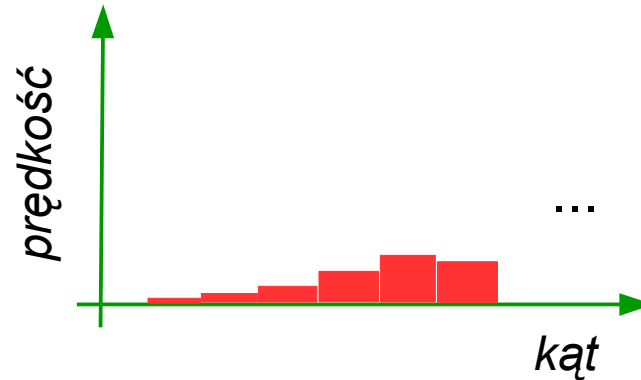
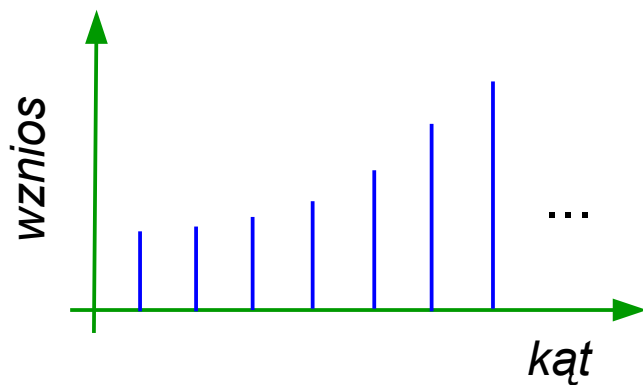
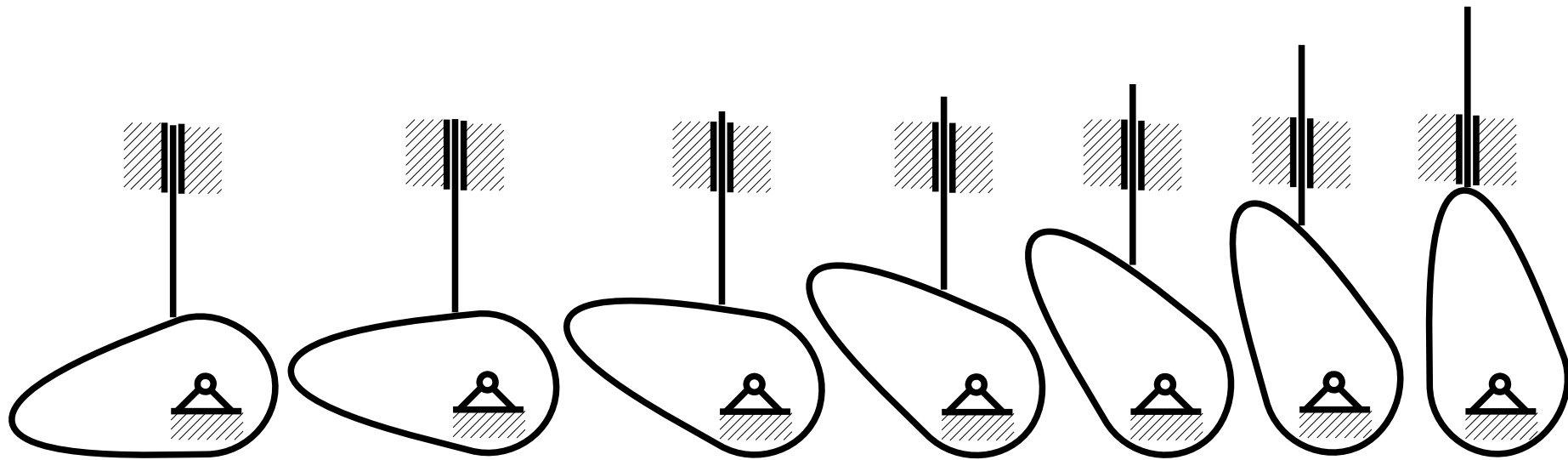
Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



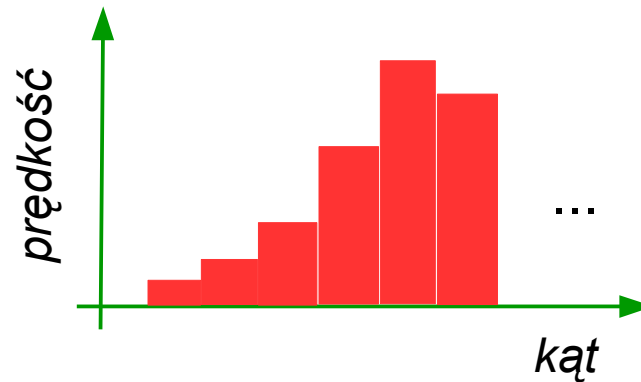
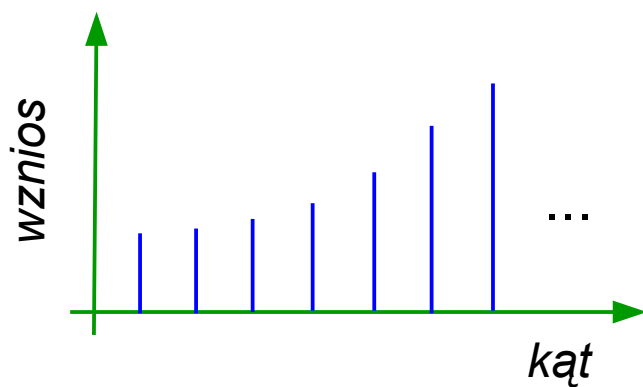
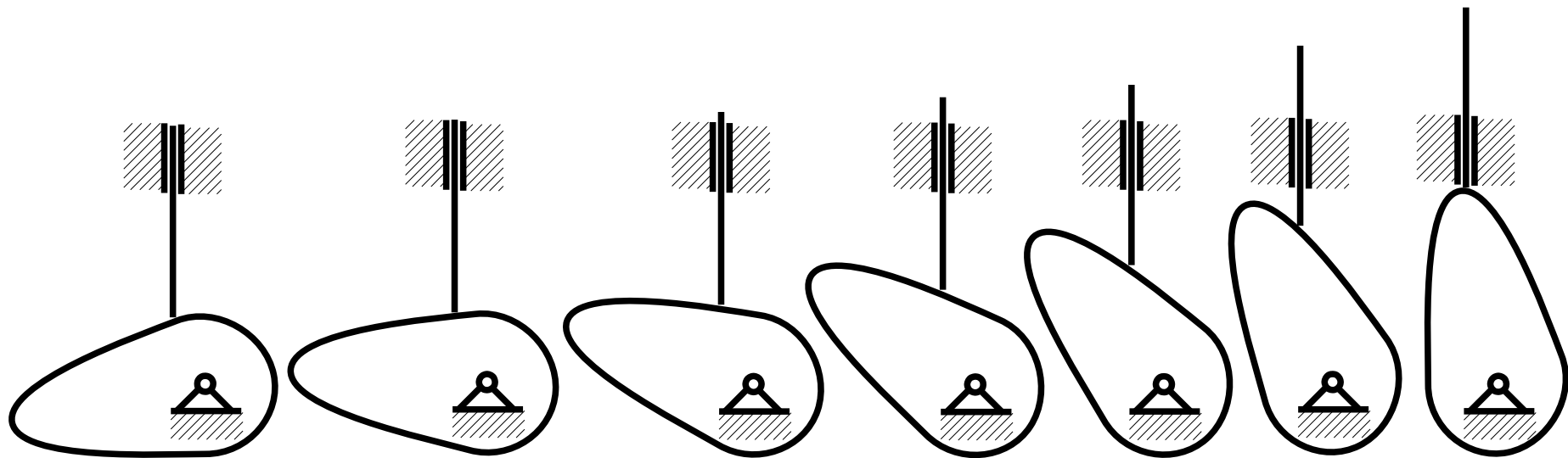
Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



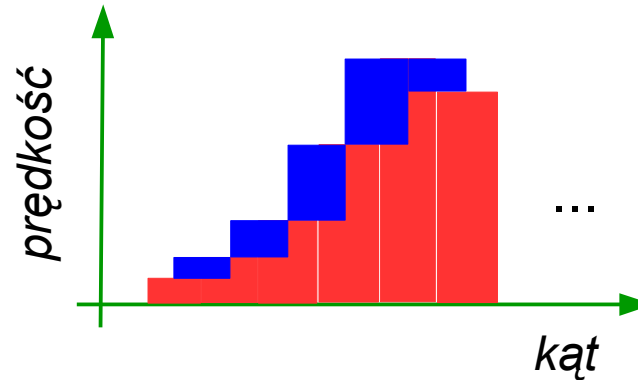
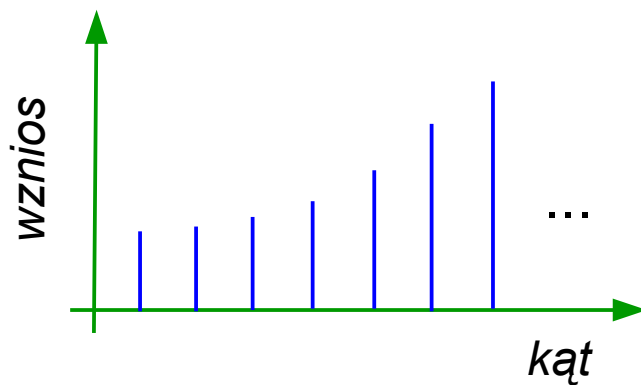
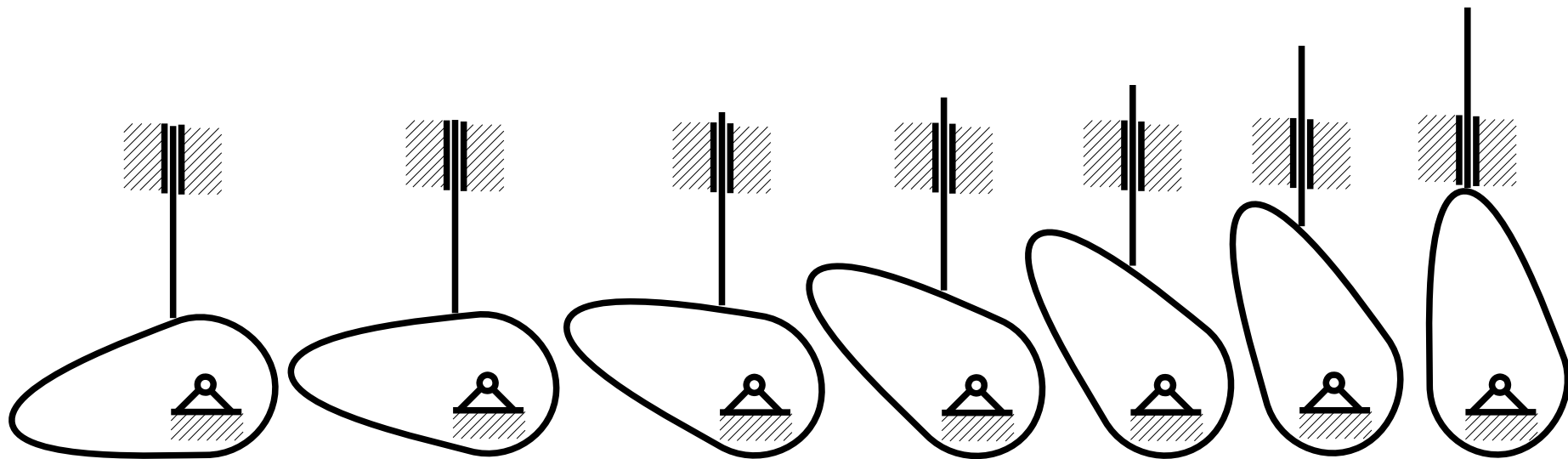
Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



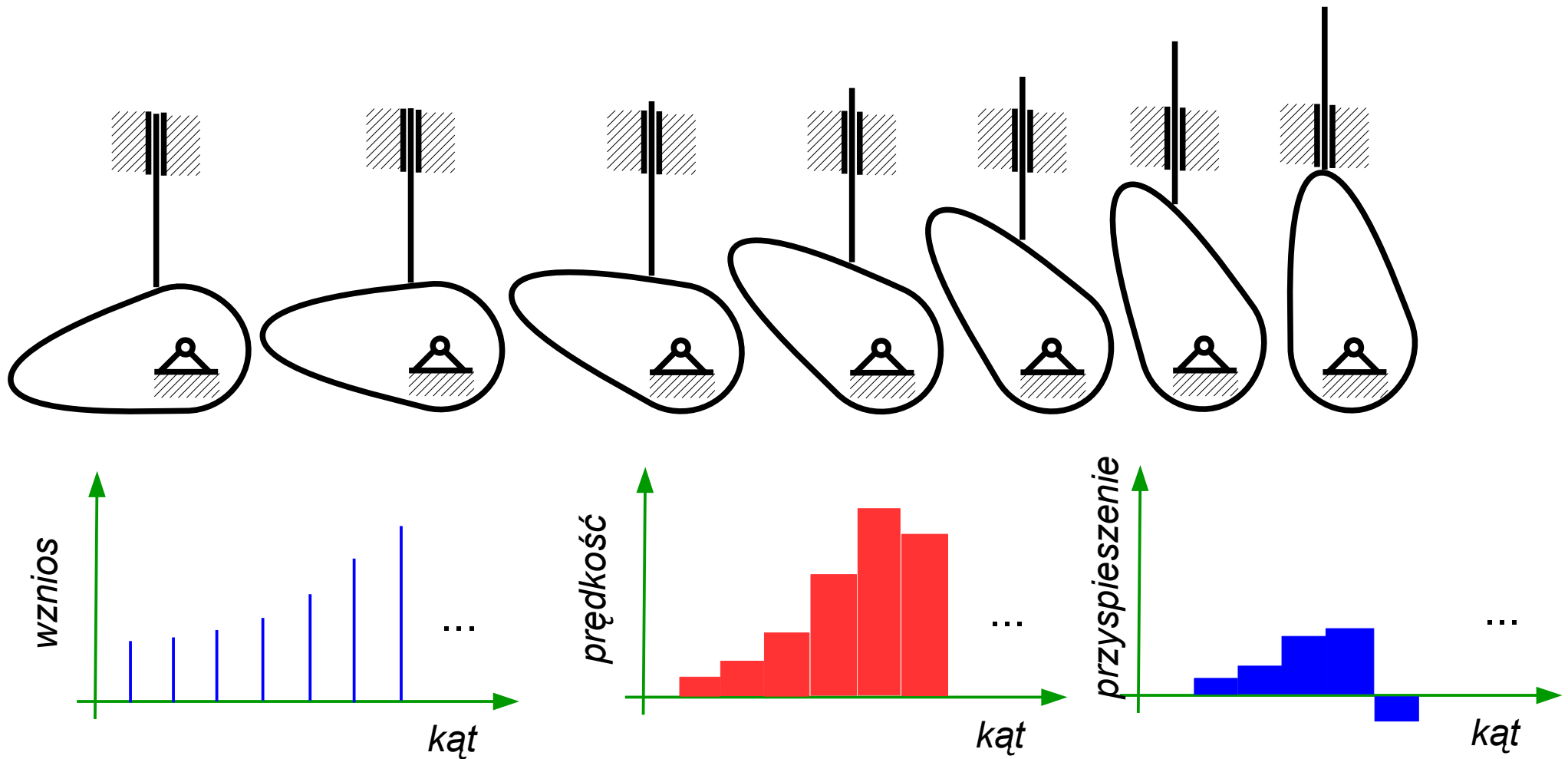
Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



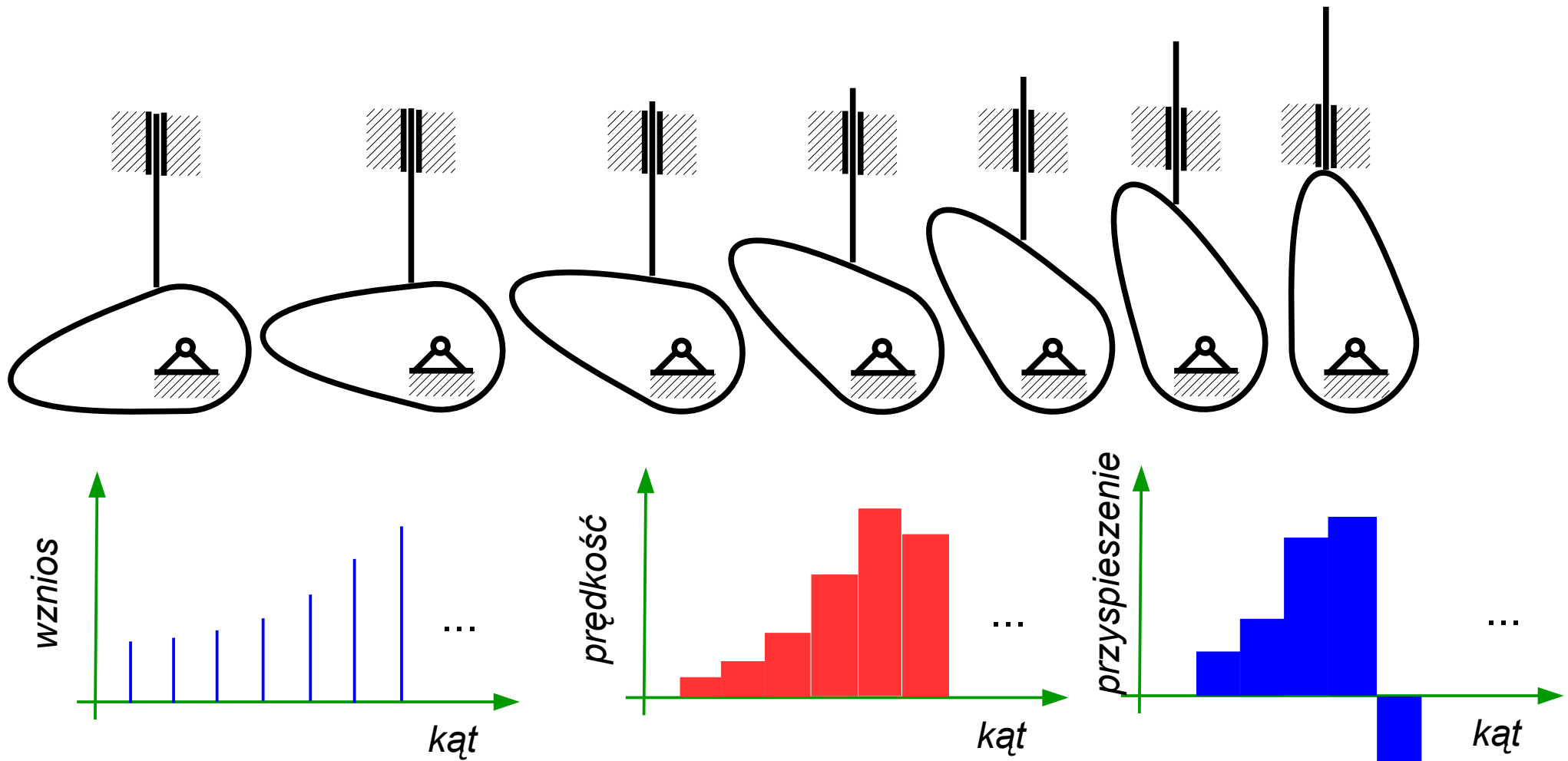
Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



Analiza mechanizmów krzywkowych

Analiza mechanizmu krzywkowego poprzez graficzne kreślenie wzniosu popychacza i graficzne różniczkowanie



Analiza mechanizmów krzywkowych

Metoda analityczna

