



# **Politechnika Warszawska**

## **Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych**

**Instytut Podstaw Budowy Maszyn  
Zakład Mechaniki**

<http://www.ipbm.simr.pw.edu.pl/>



## ***Teoria maszyn i podstawy automatyki***

### **semestr zimowy 2016/2017**

**dr inż. Sebastian Korczak**

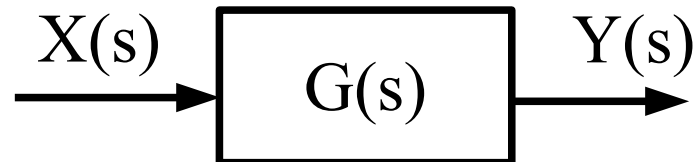
# Wykład 11

## Algebra schematów blokowych. Regulatory automatyczne i sterowanie.

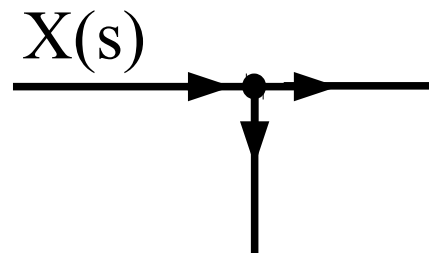
*Licencja: tylko do edukacyjnego użytku studentów Politechniki Warszawskiej.*

# Algebra schematów blokowych

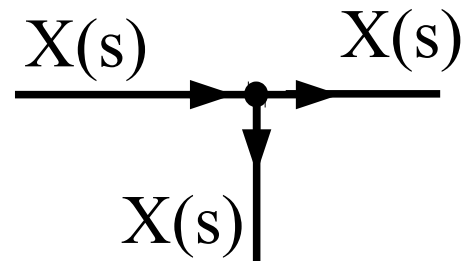
# Algebra schematów blokowych transmitancja



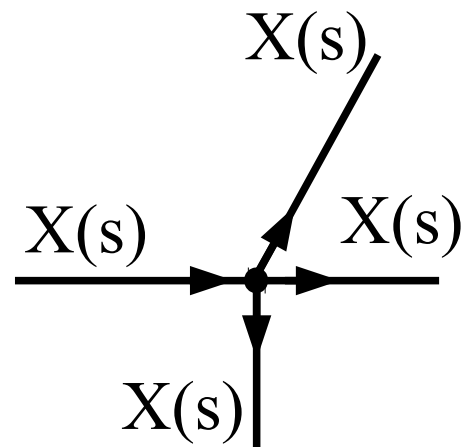
# Algebra schematów blokowych węzeł informacyjny



# Algebra schematów blokowych węzeł informacyjny

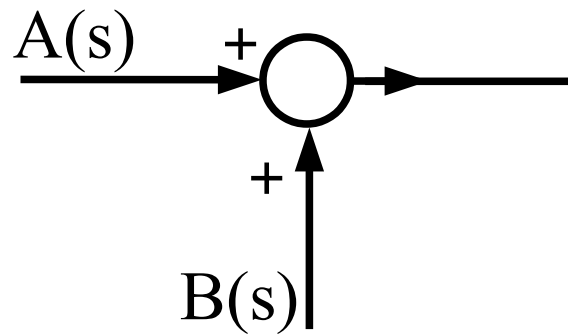


# Algebra schematów blokowych węzeł informacyjny



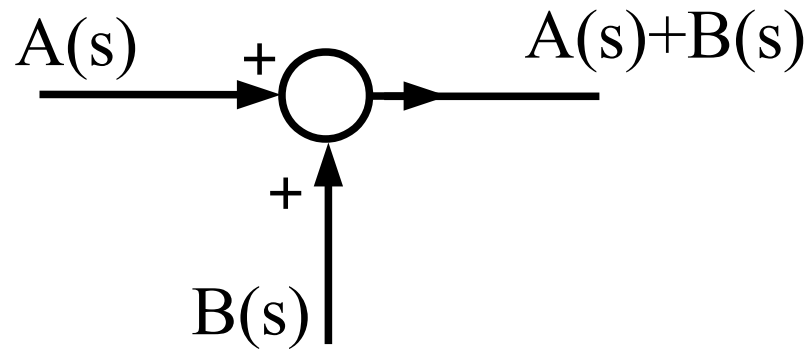
# Algebra schematów blokowych

## węzeł sumacyjny



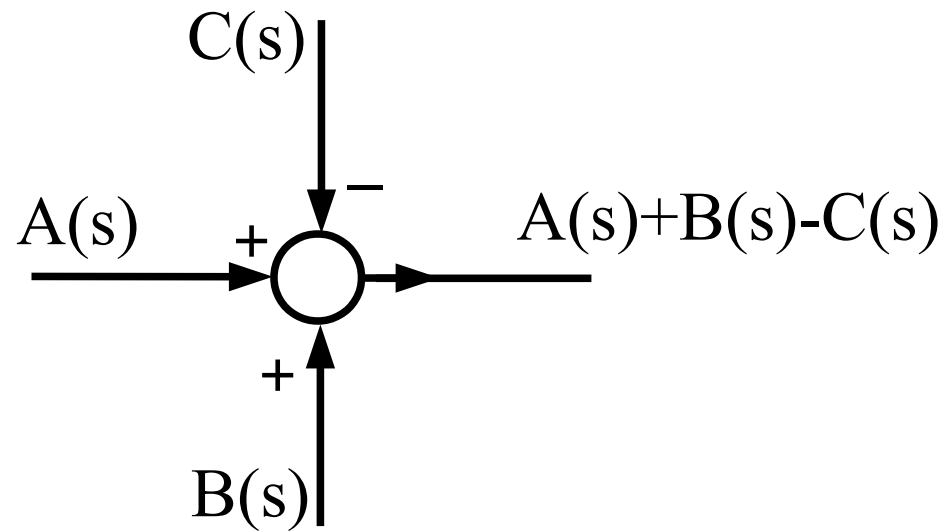


# Algebra schematów blokowych węzeł sumacyjny

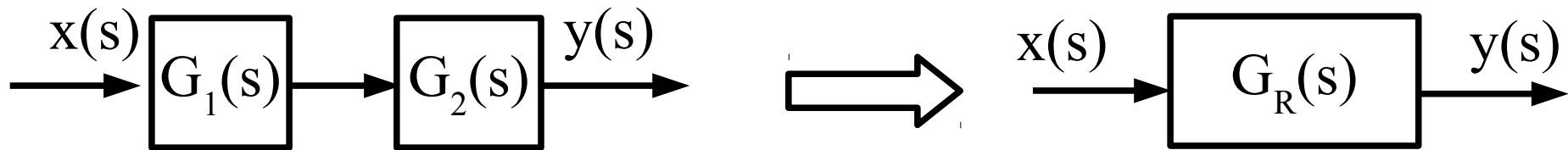


# Algebra schematów blokowych

## węzeł sumacyjny

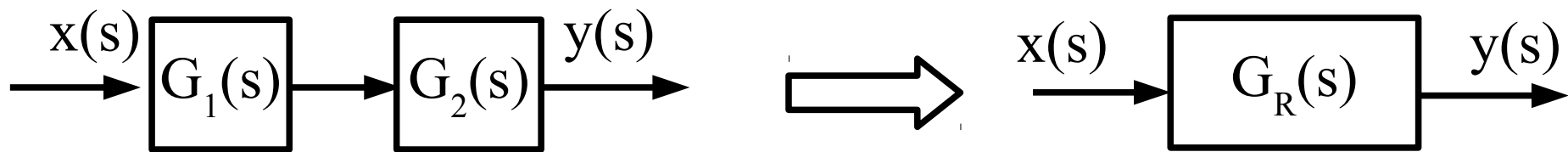


# Algebra schematów blokowych połączenie szeregowe



# Algebra schematów blokowych

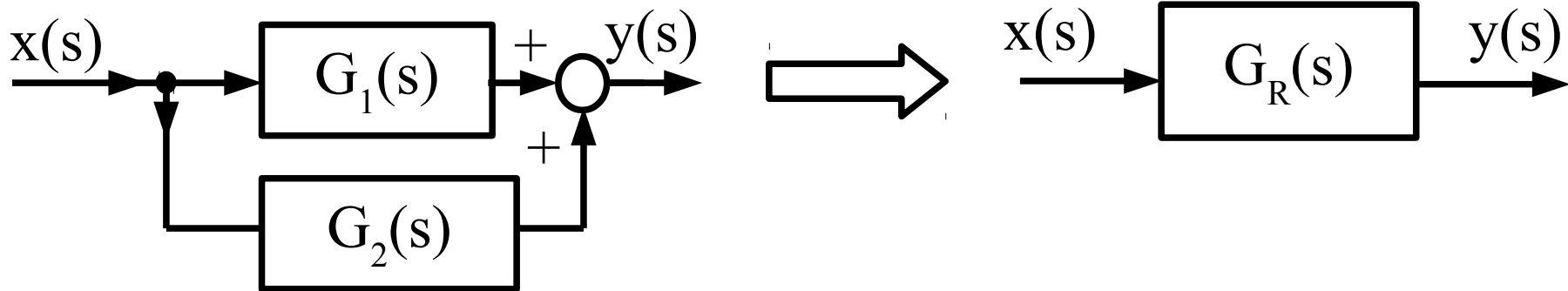
## połączenie szeregowe



$$G_R(s) = G_1(s) G_2(s)$$

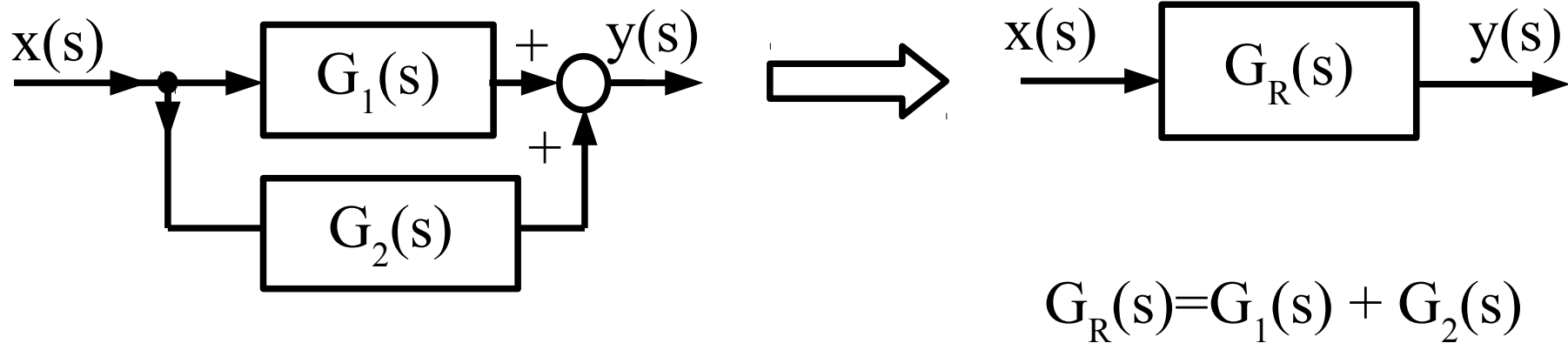
# Algebra schematów blokowych

## połączenie równoległe



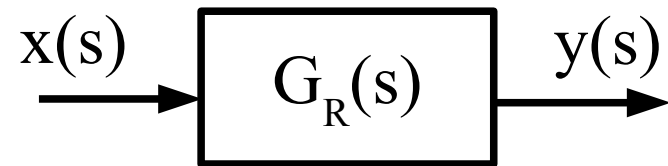
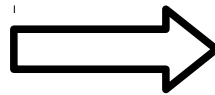
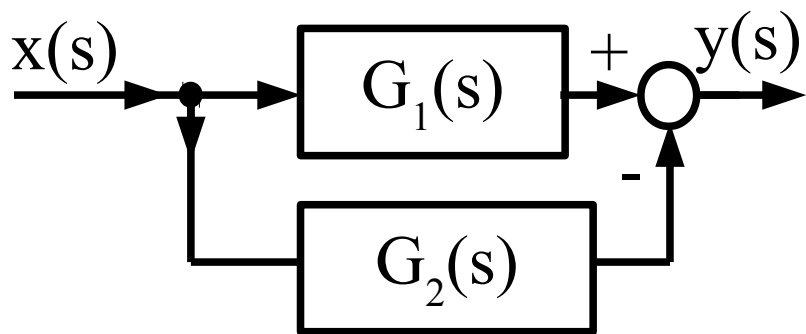
# Algebra schematów blokowych

## połączenie równoległe



# Algebra schematów blokowych

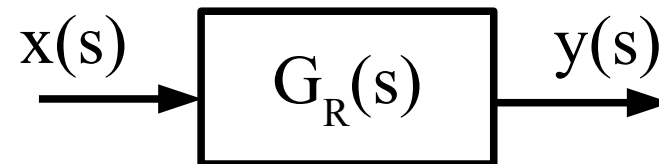
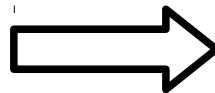
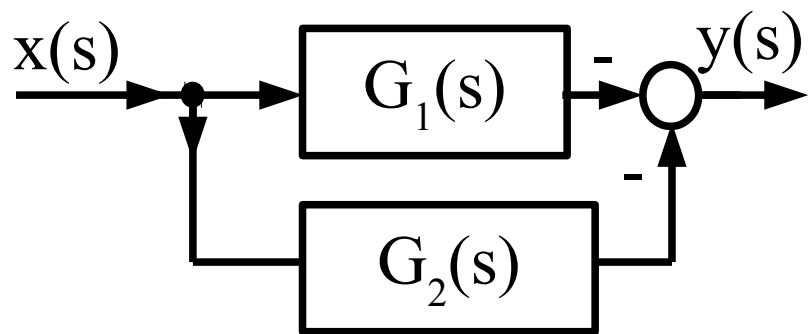
## połączenie równoległe



$$G_R(s) = G_1(s) - G_2(s)$$

# Algebra schematów blokowych

## połączenie równoległe

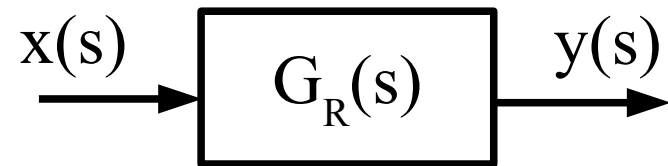
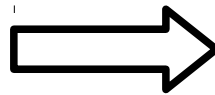
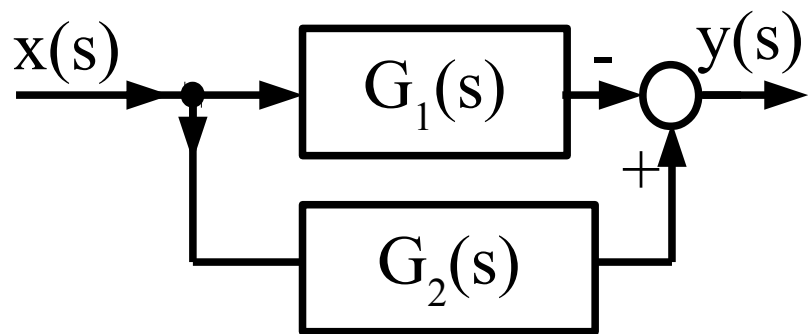


$$G_R(s) = -G_1(s) - G_2(s)$$



# Algebra schematów blokowych

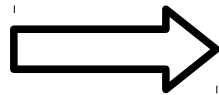
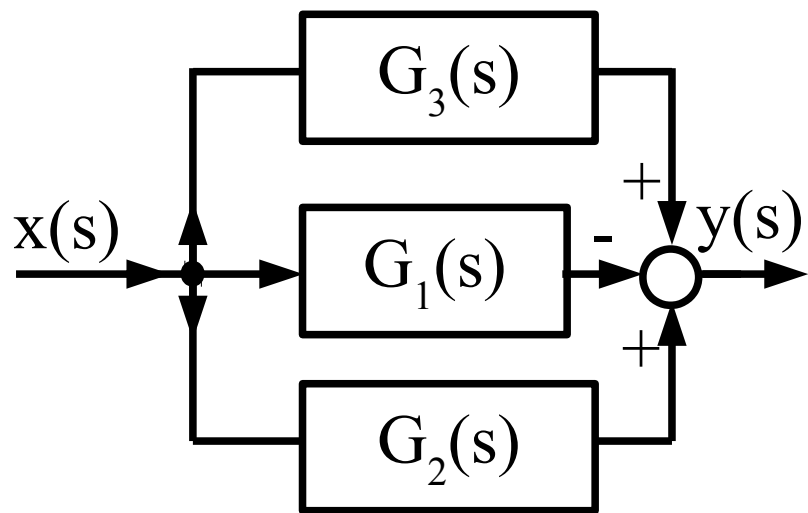
## połączenie równoległe



$$G_R(s) = -G_1(s) + G_2(s)$$

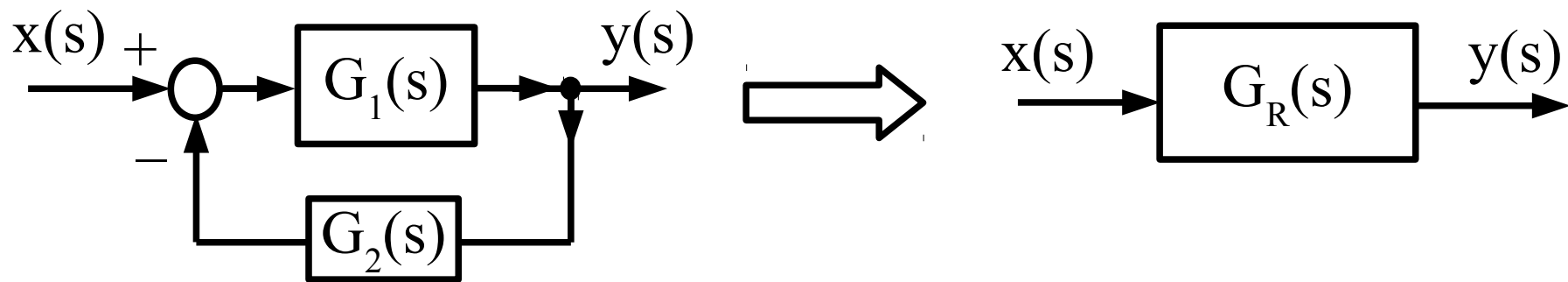
# Algebra schematów blokowych

## połączenie równoległe

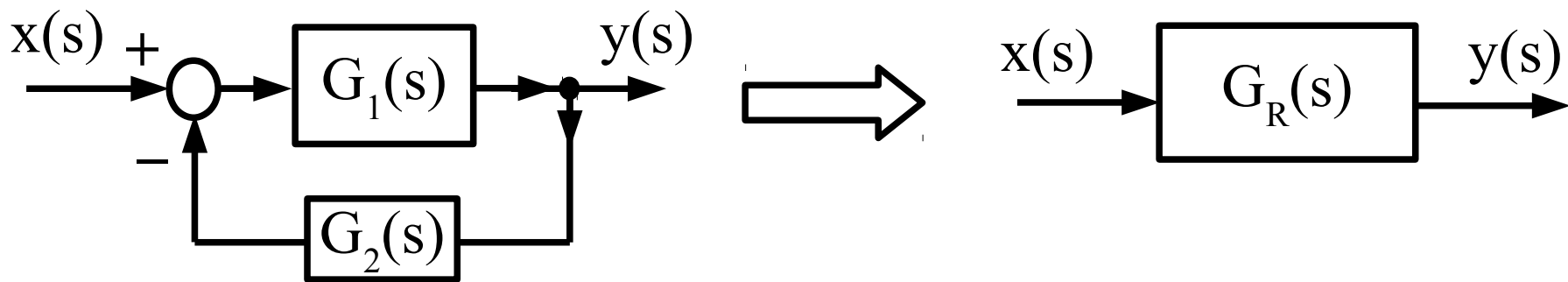


$$G_R(s) = -G_1(s) + G_2(s) + G_3(s)$$

# Algebra schematów blokowych połączenie ze sprzężeniem zwrotnym

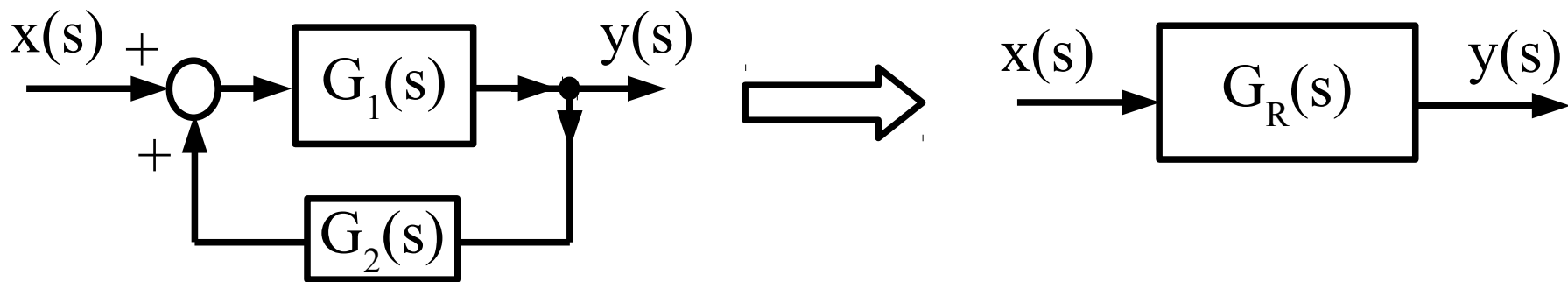


# Algebra schematów blokowych połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



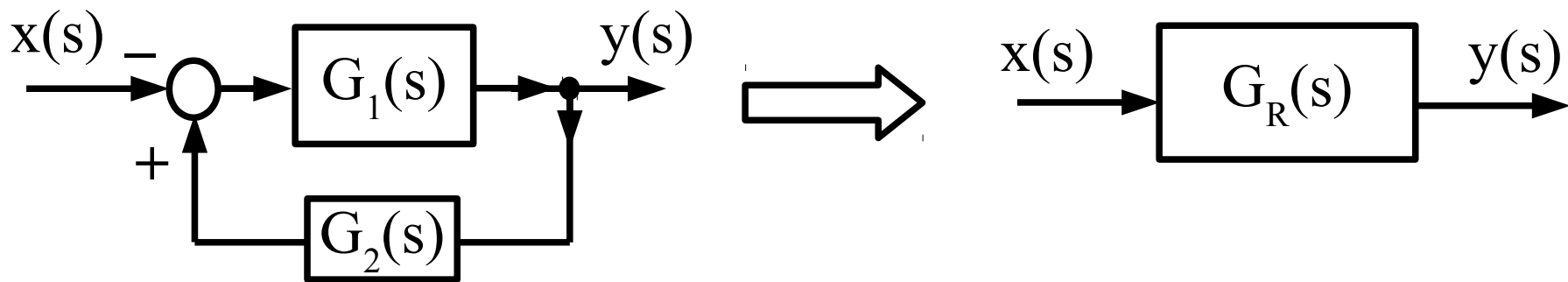
$$G_R = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2}$$

# Algebra schematów blokowych połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



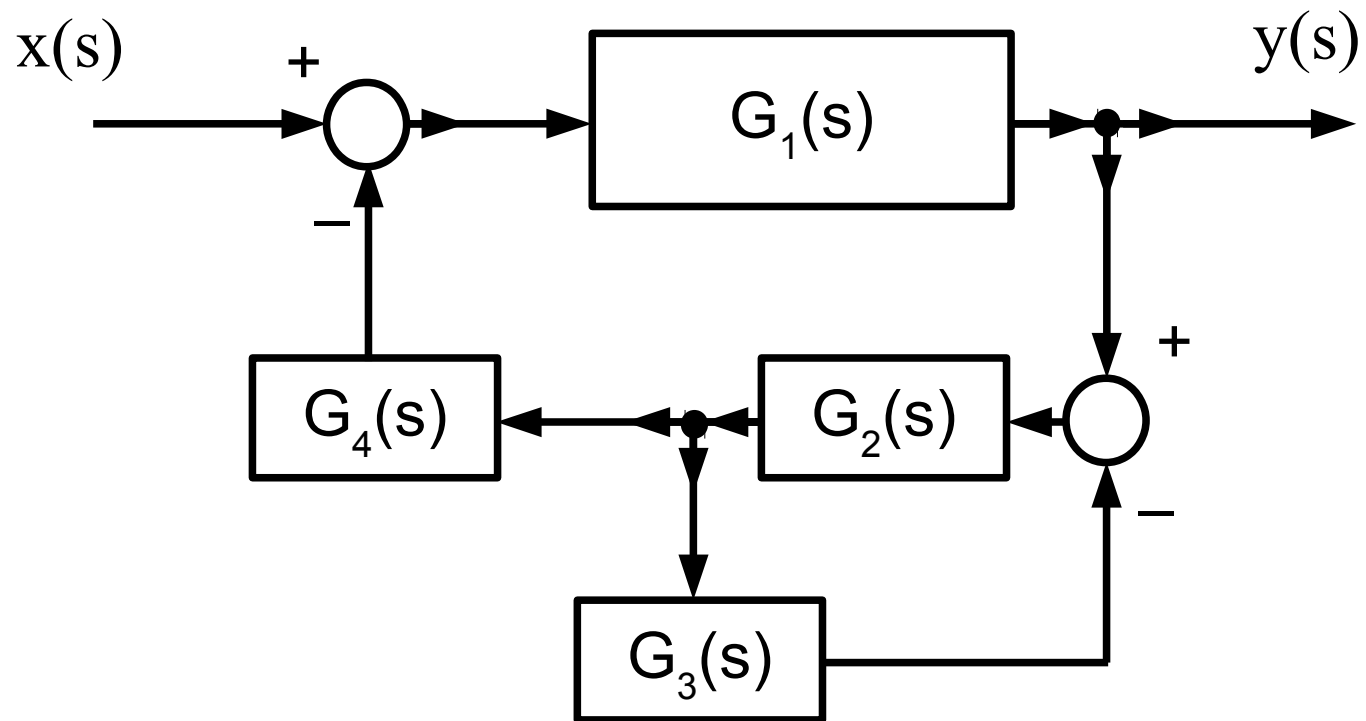
$$G_R = \frac{G_1}{1 - G_1 G_2}$$

# Algebra schematów blokowych połączenie ze sprzężeniem zwrotnym

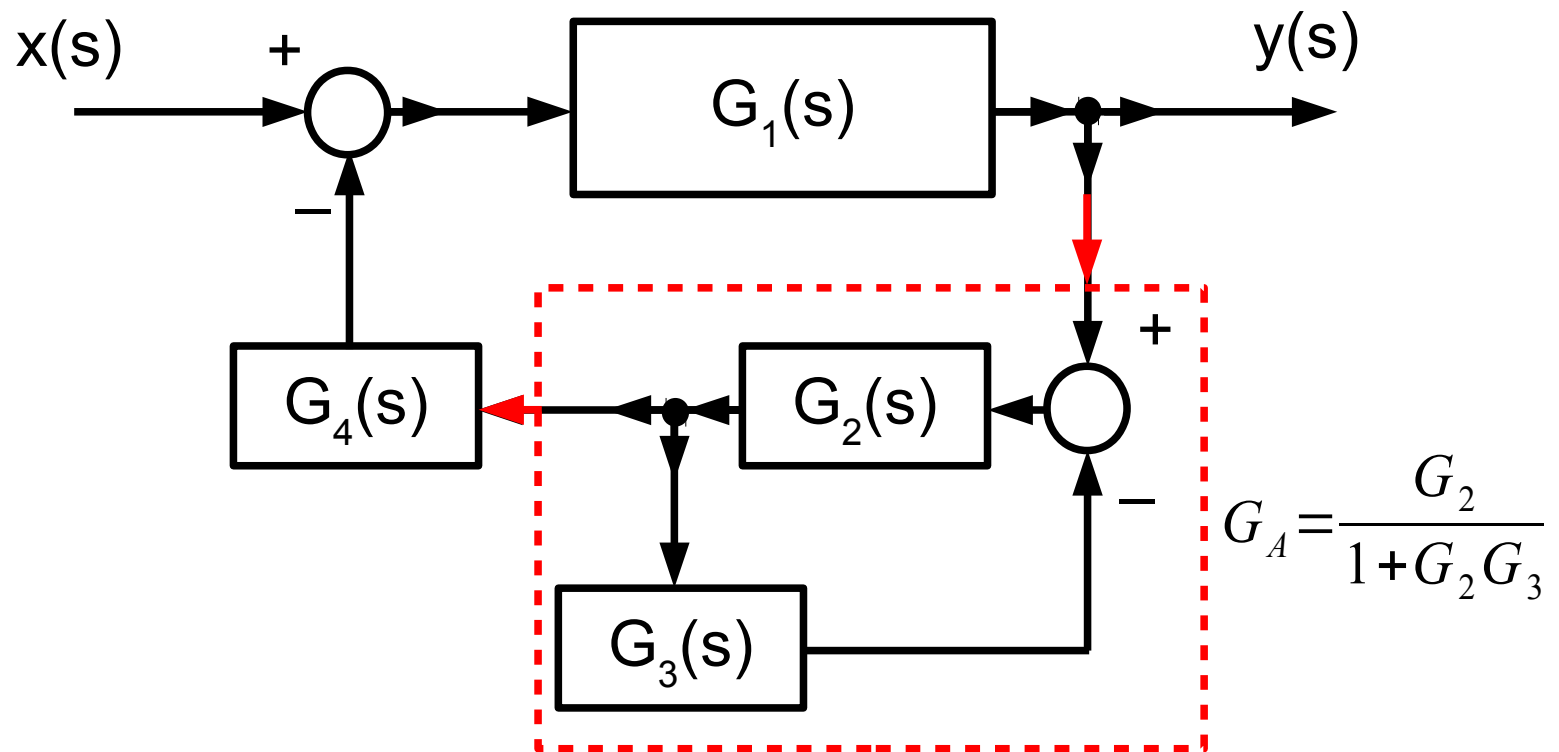


$$G_R = \frac{-G_1}{1 - G_1 G_2}$$

# Przykład 1



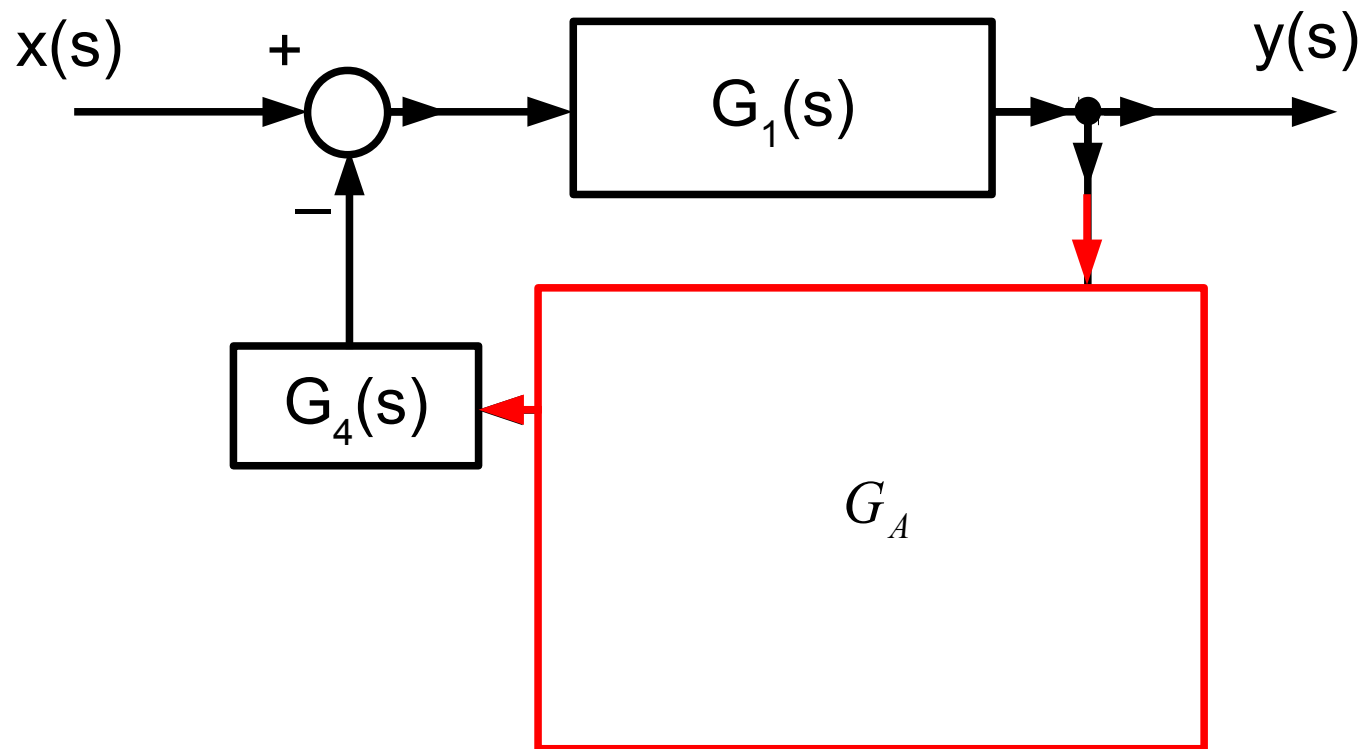
# Przykład 1





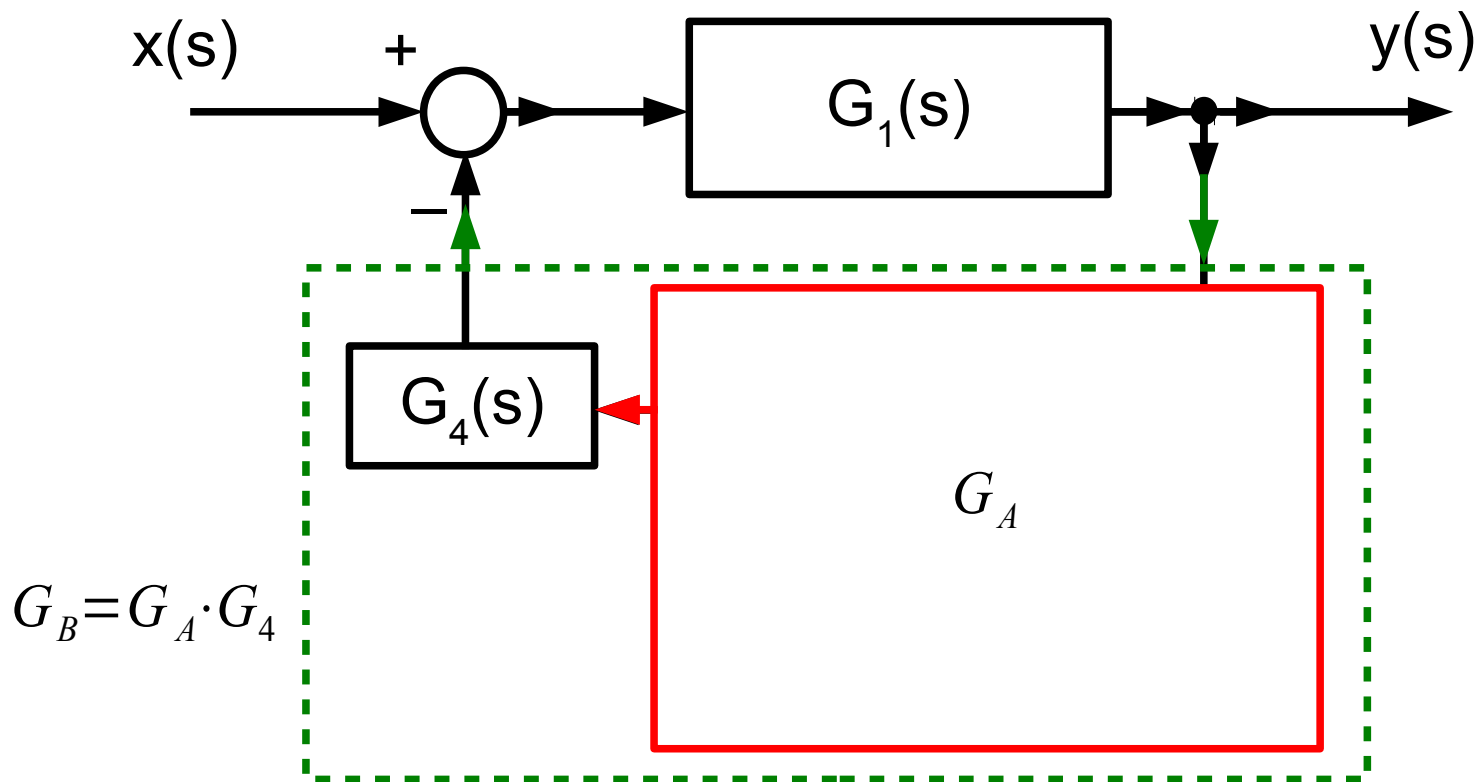
# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



# Przykład 1

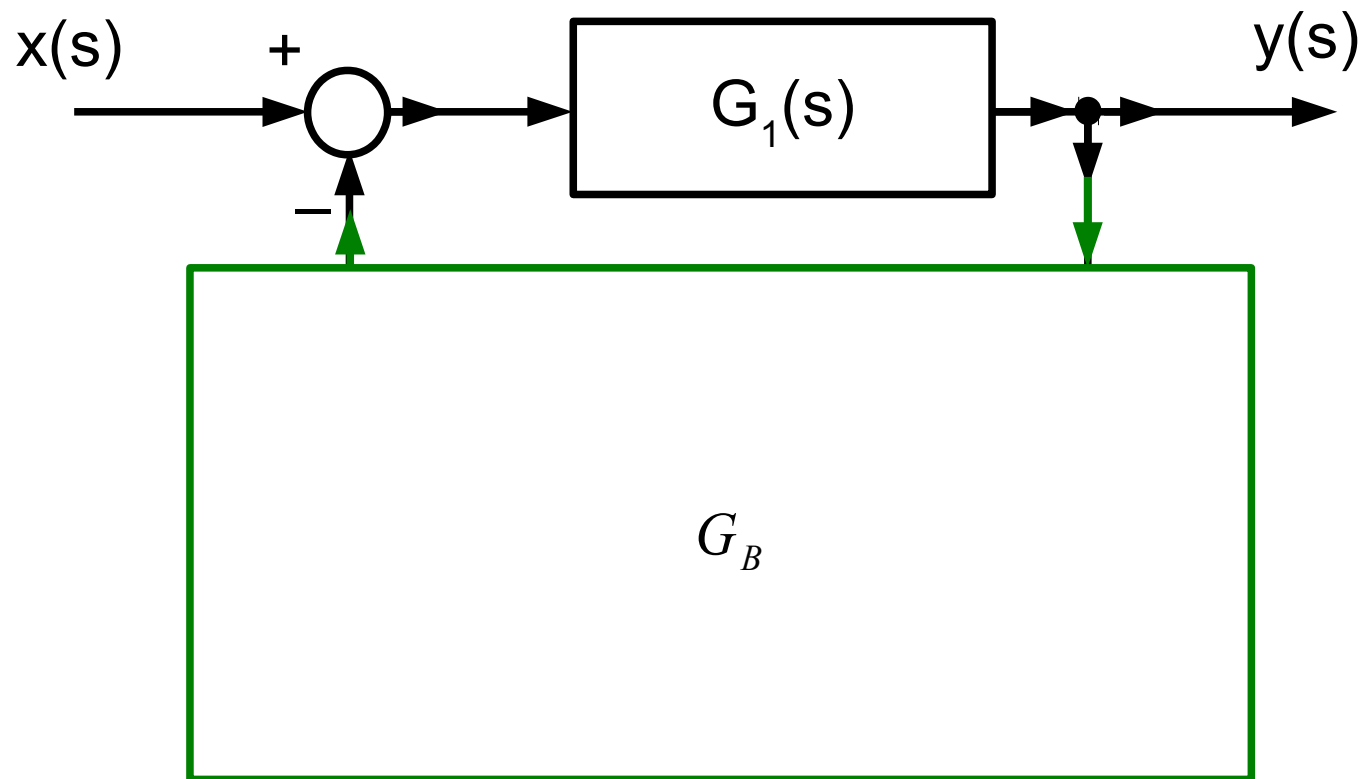
$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

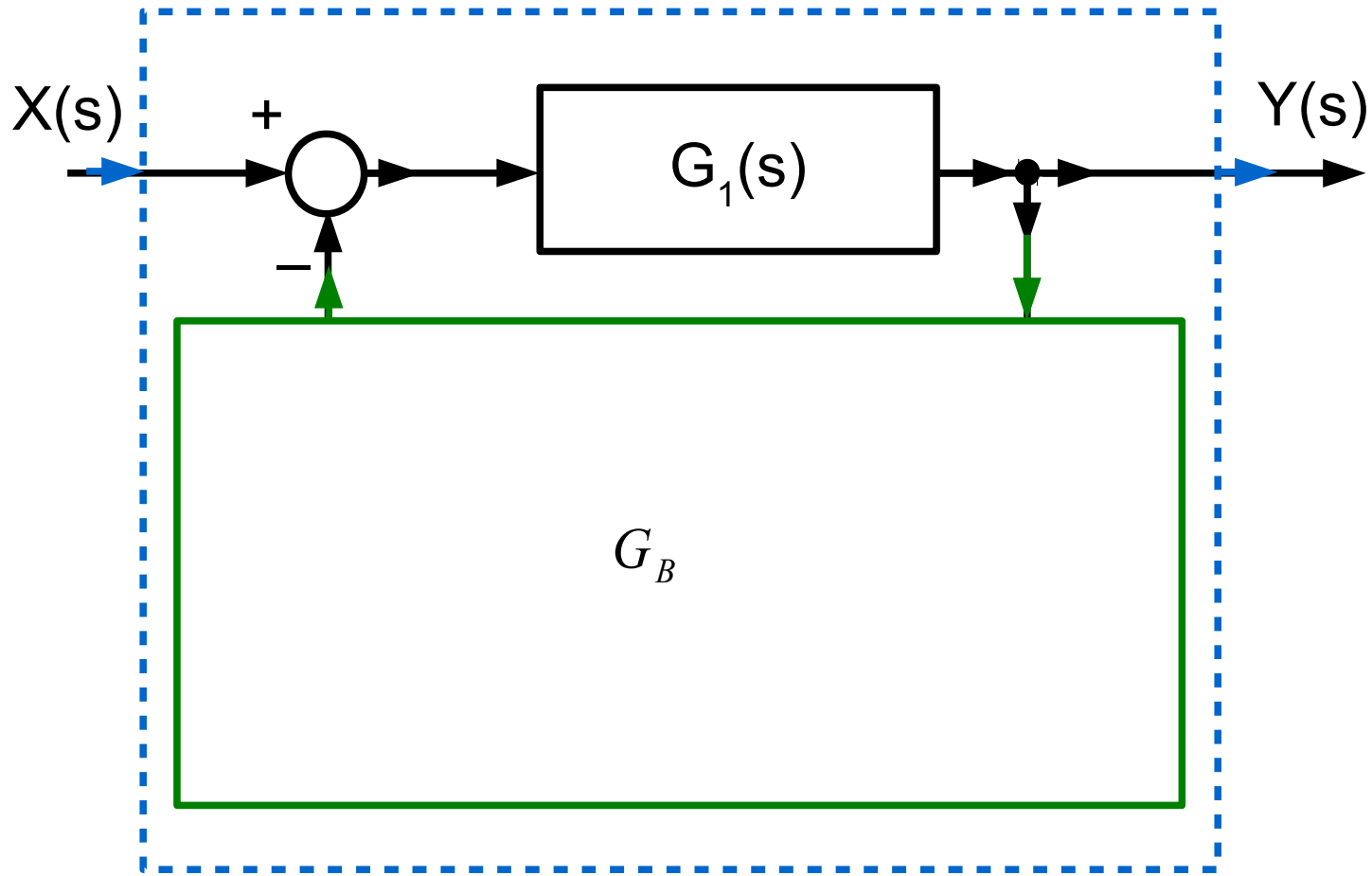
$$G_B = G_A \cdot G_4$$



# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

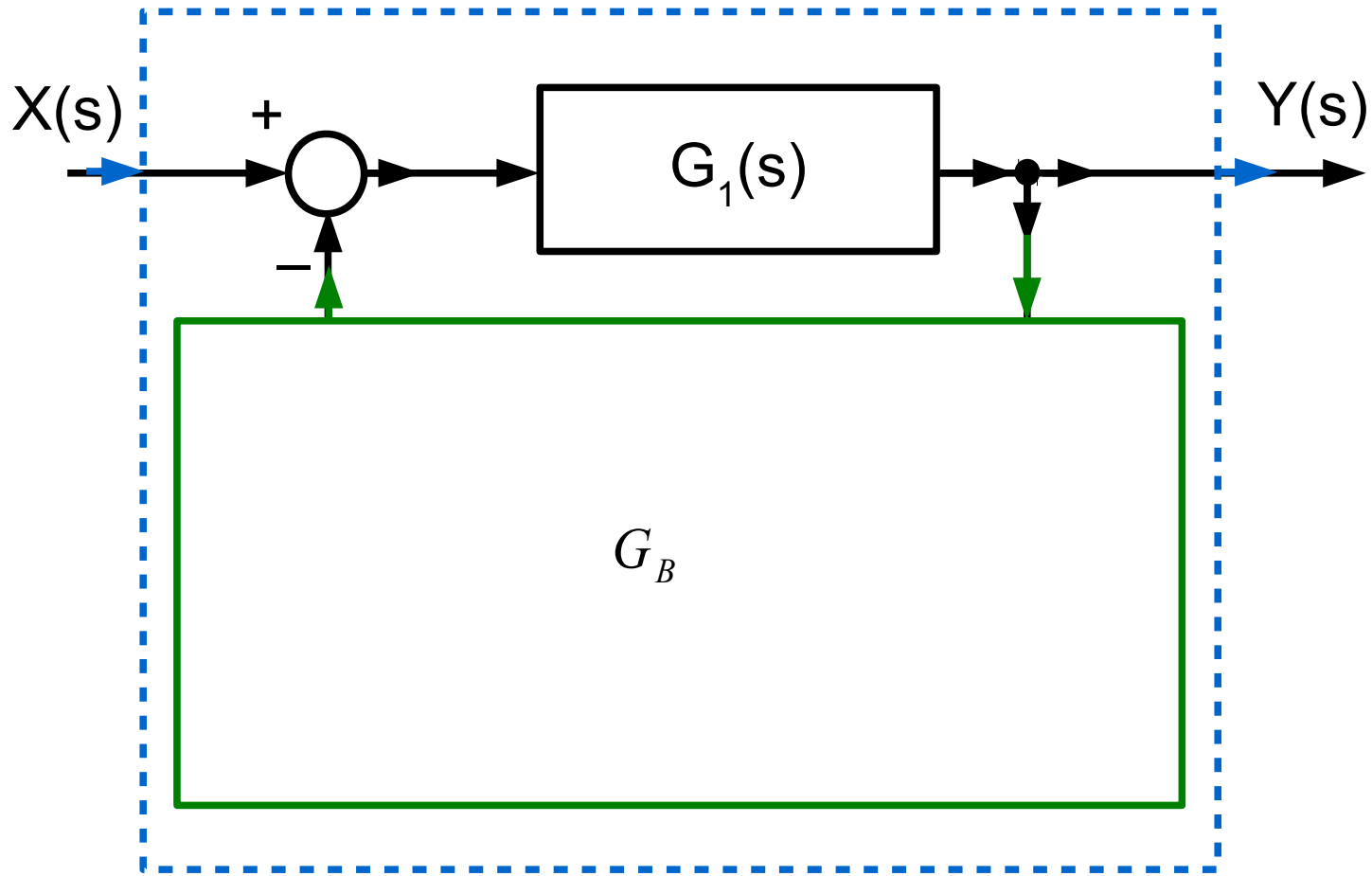
$$G_B = G_A \cdot G_4$$



# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A \cdot G_4$$

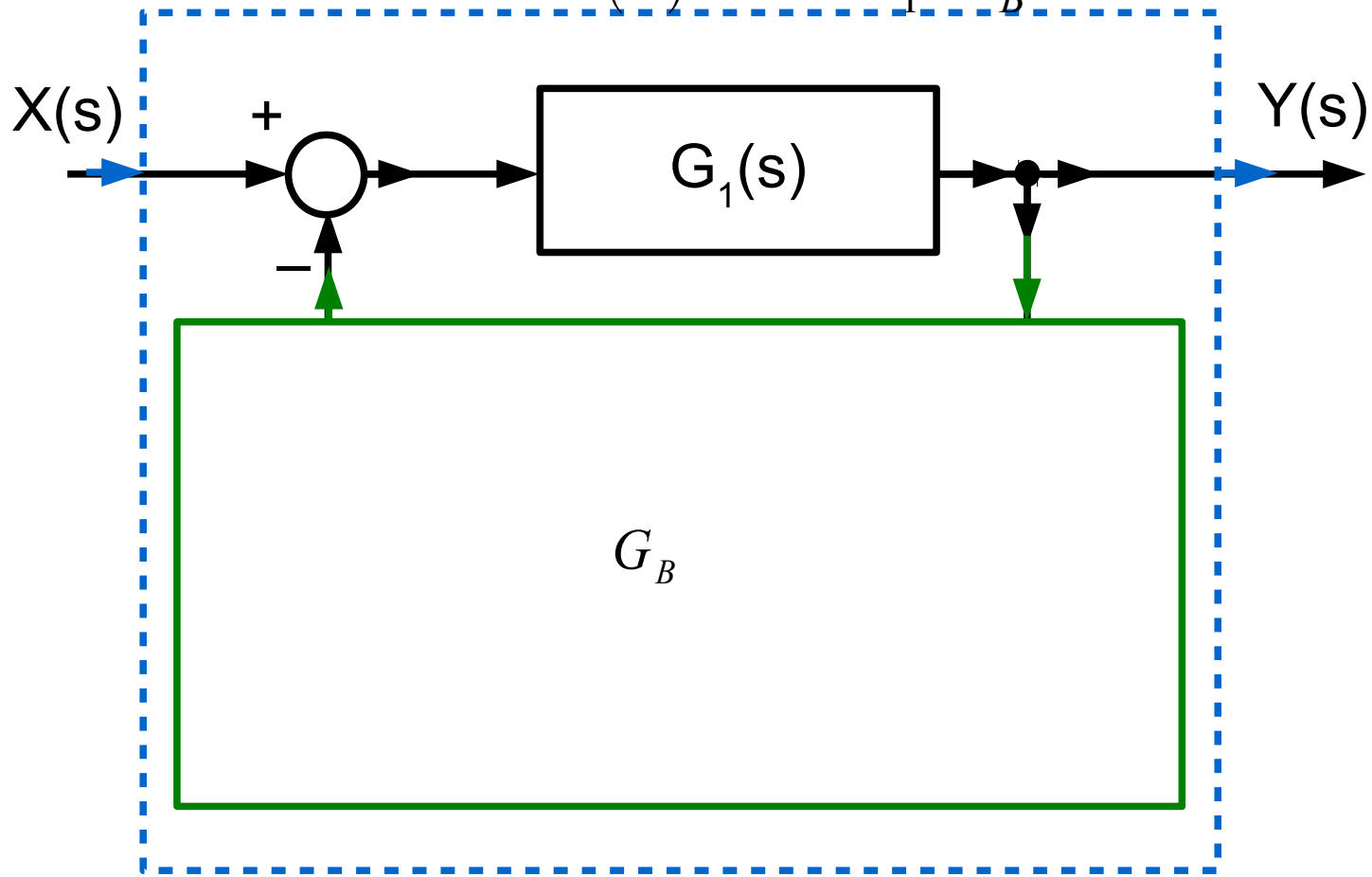


# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A \cdot G_4$$

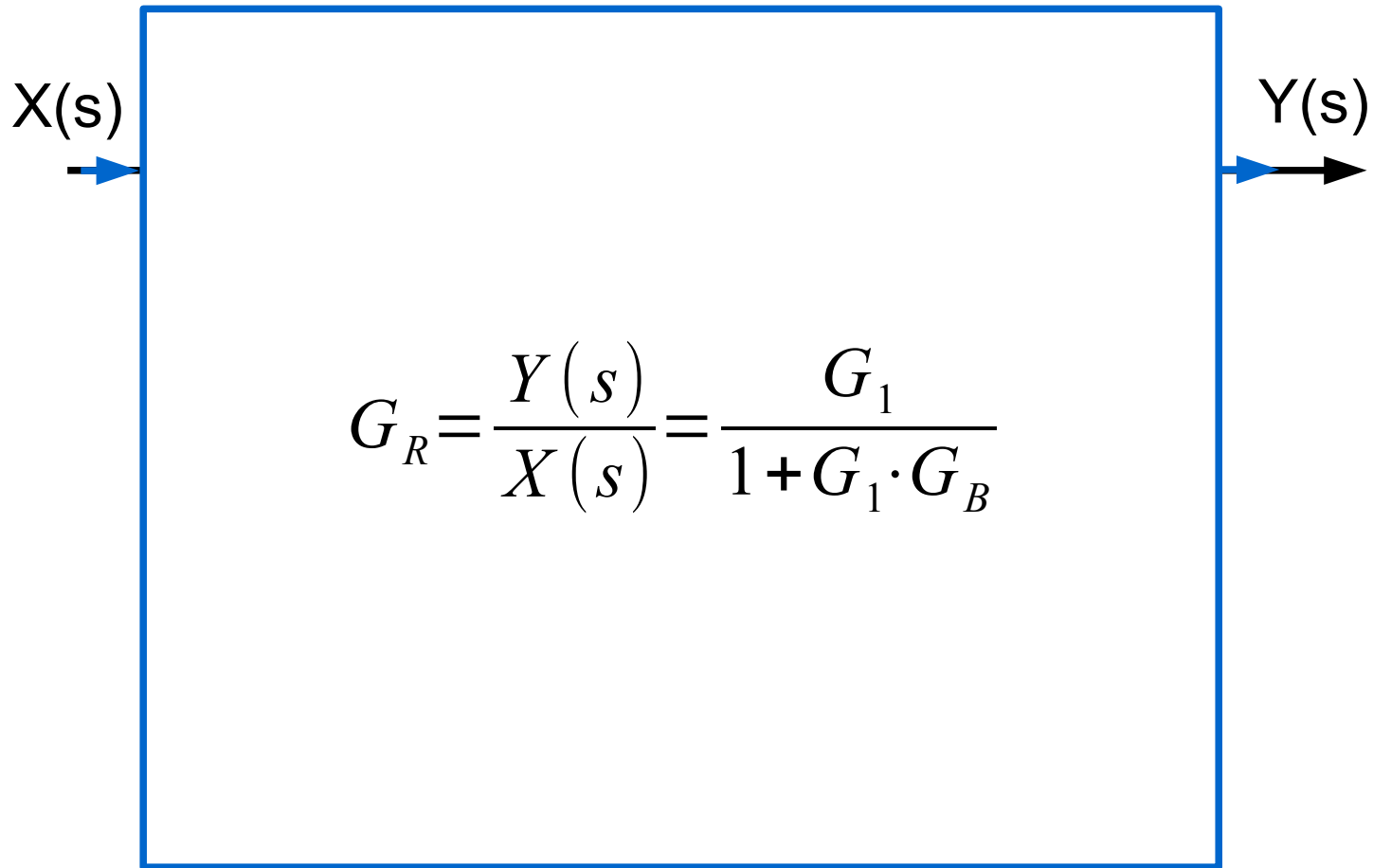
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_B}$$



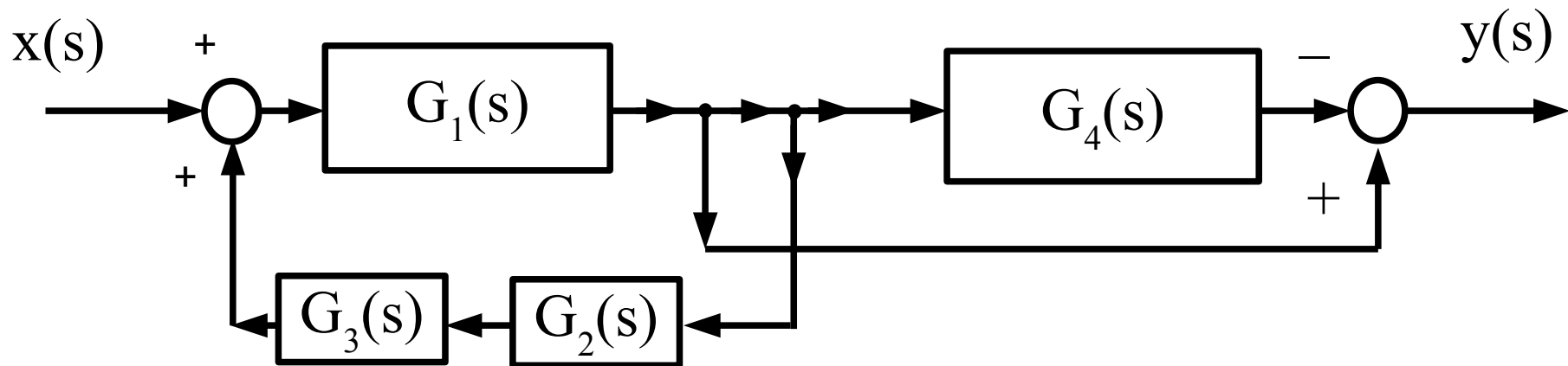
# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A \cdot G_4$$

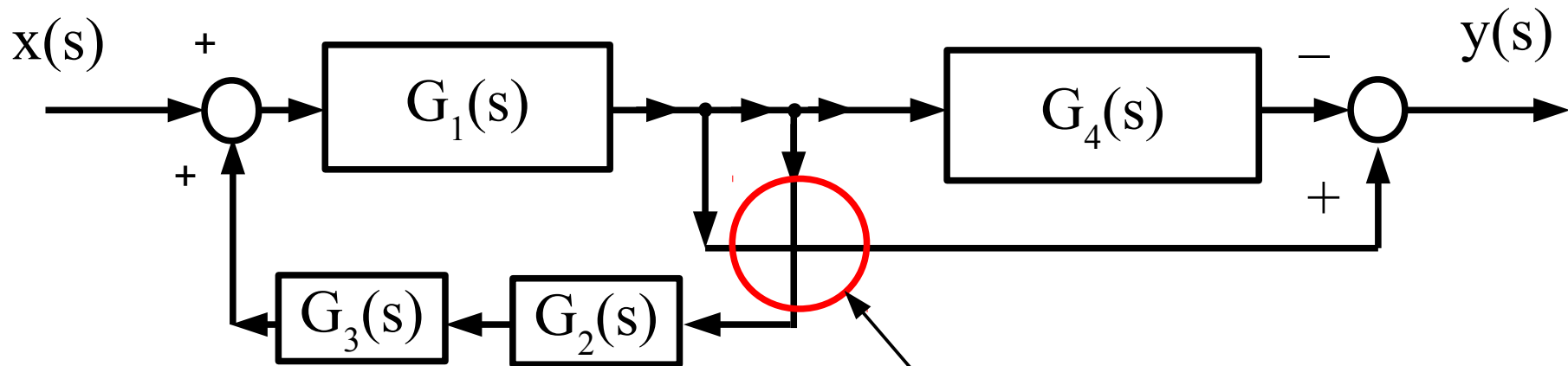


## Przykład 2





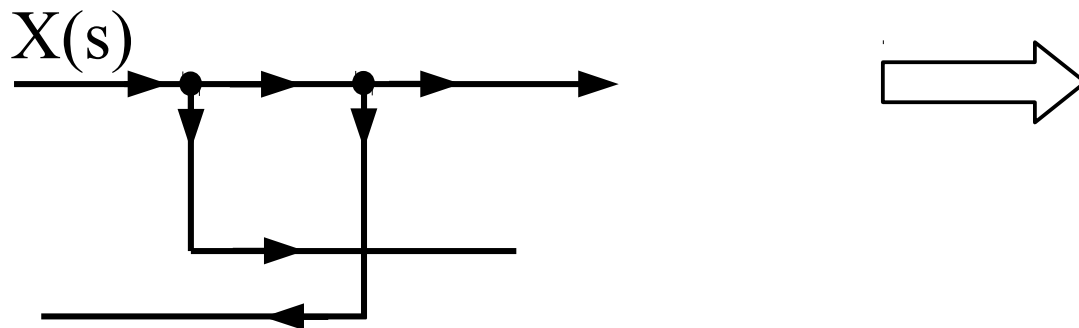
## Przykład 2



*problem krzyżujących się linii  
(ale nie połączonych)*

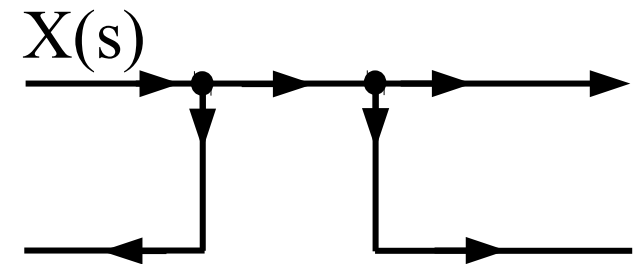
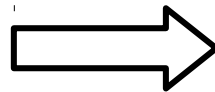
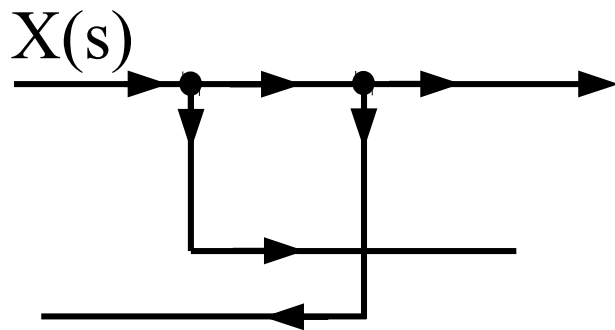
# Algebra schematów blokowych

## zmiana kolejności węzłów informacyjnych

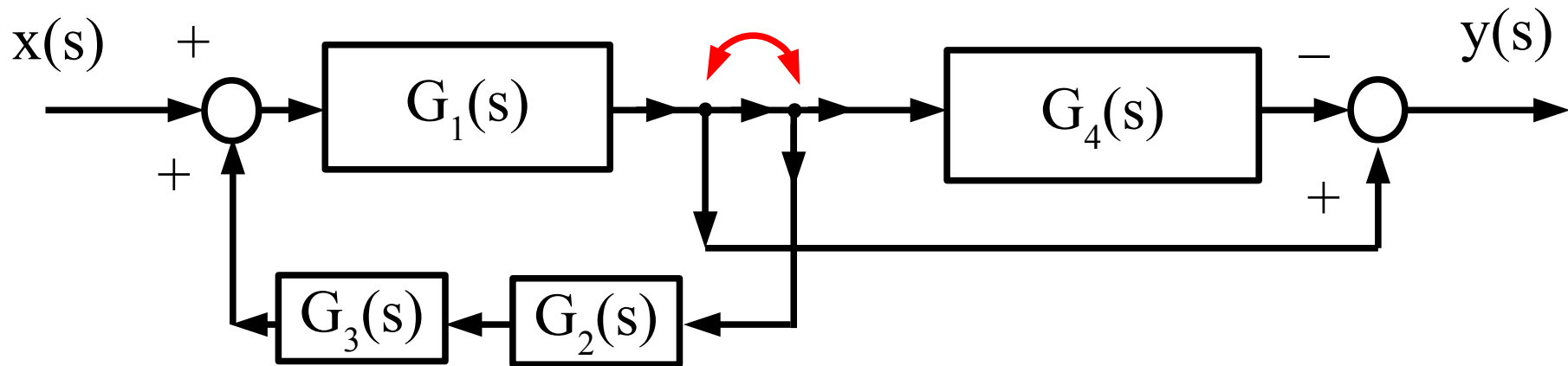


# Algebra schematów blokowych

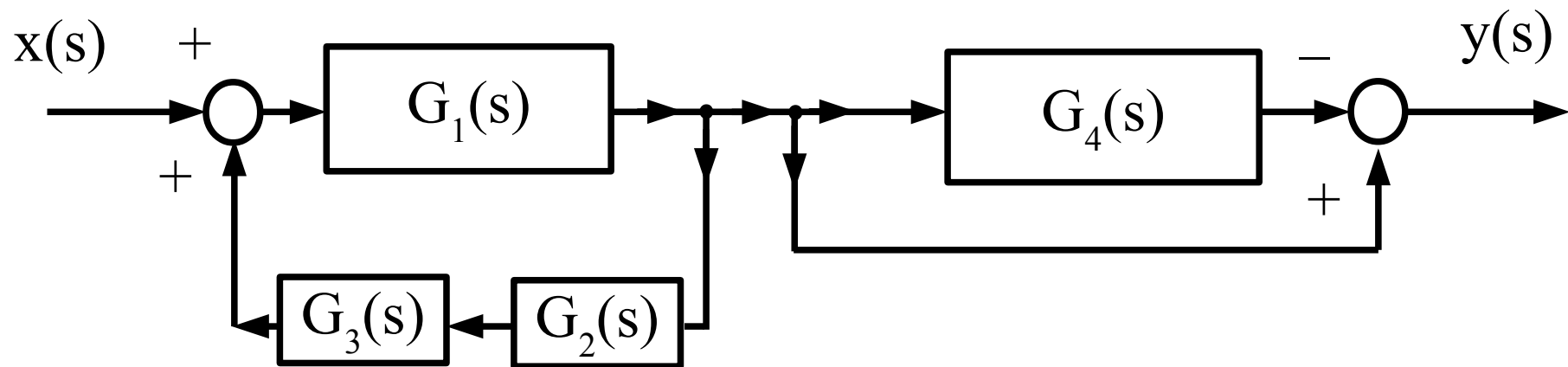
## zmiana kolejności węzłów informacyjnych



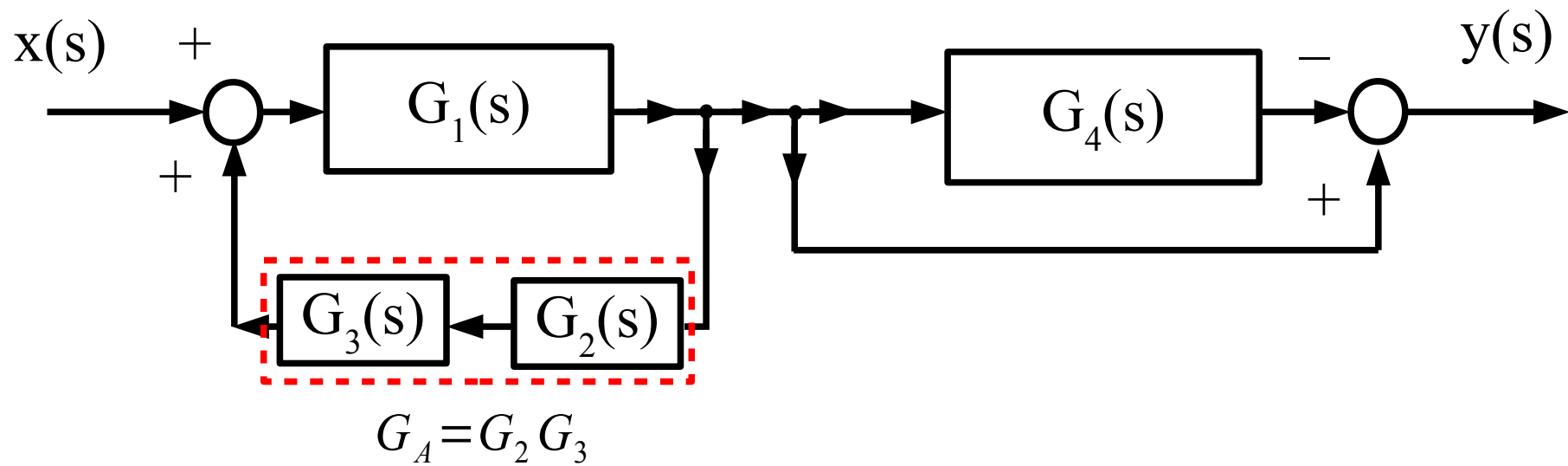
## Przykład 2



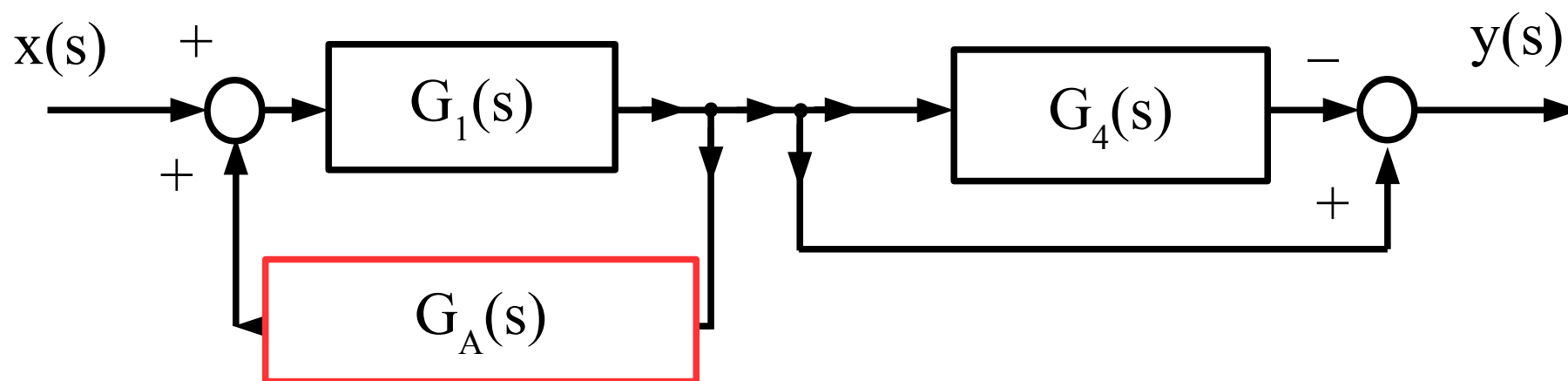
## Przykład 2



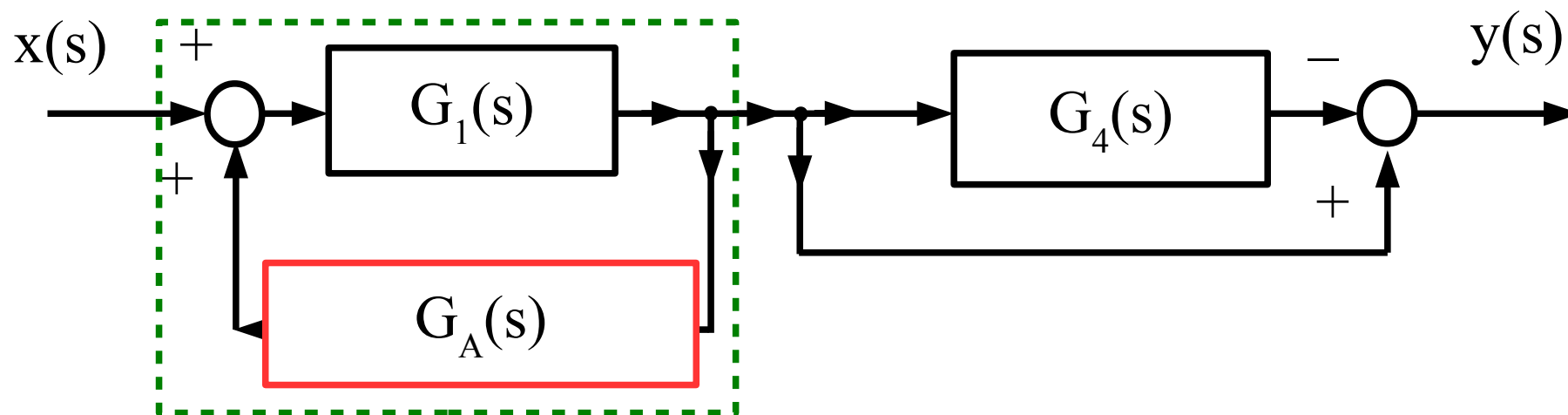
## Przykład 2



## Przykład 2



## Przykład 2



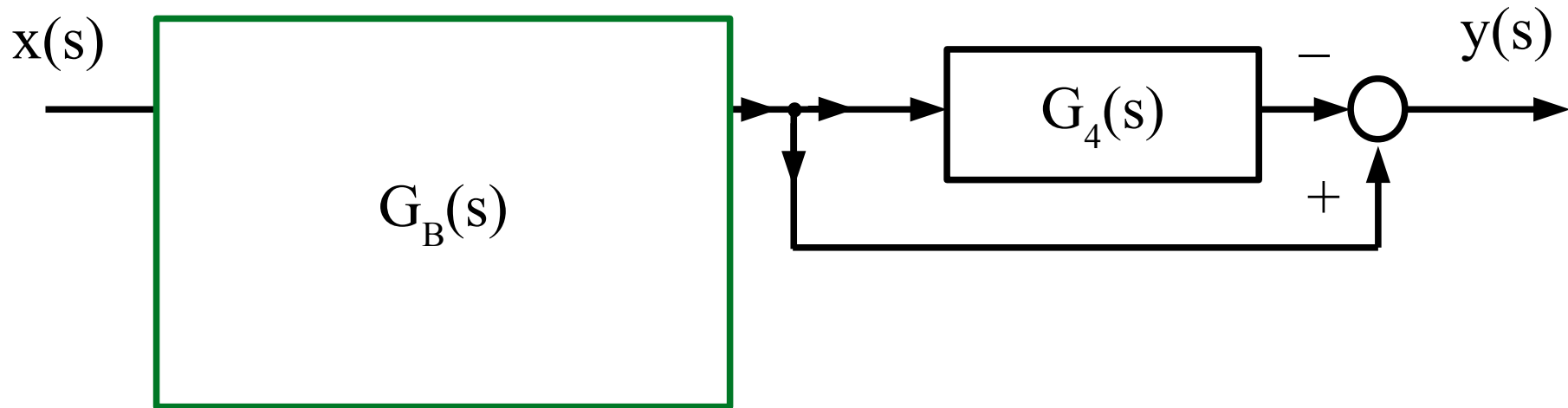
$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

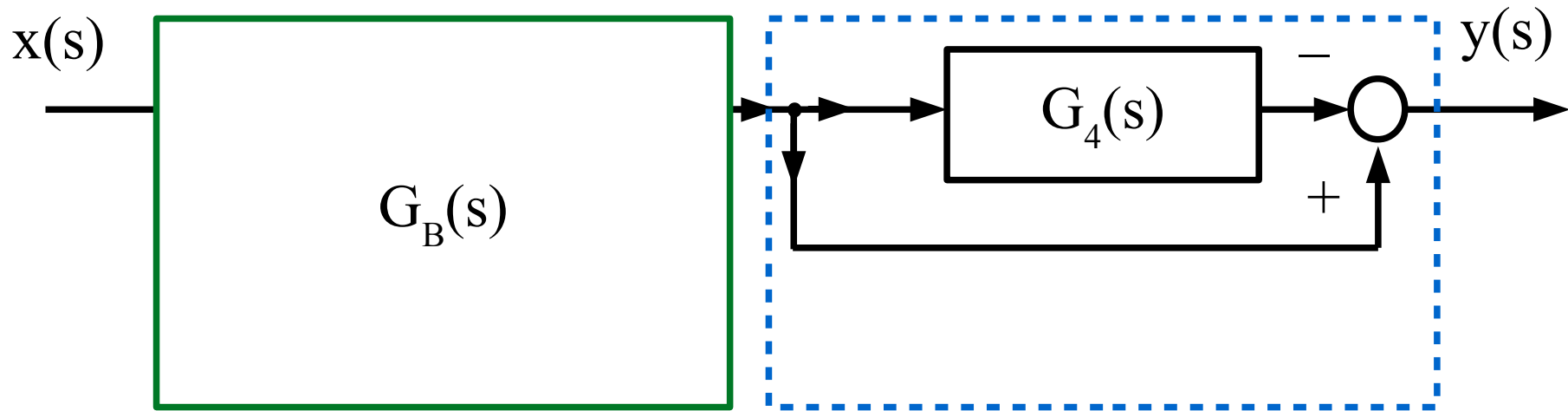
## Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

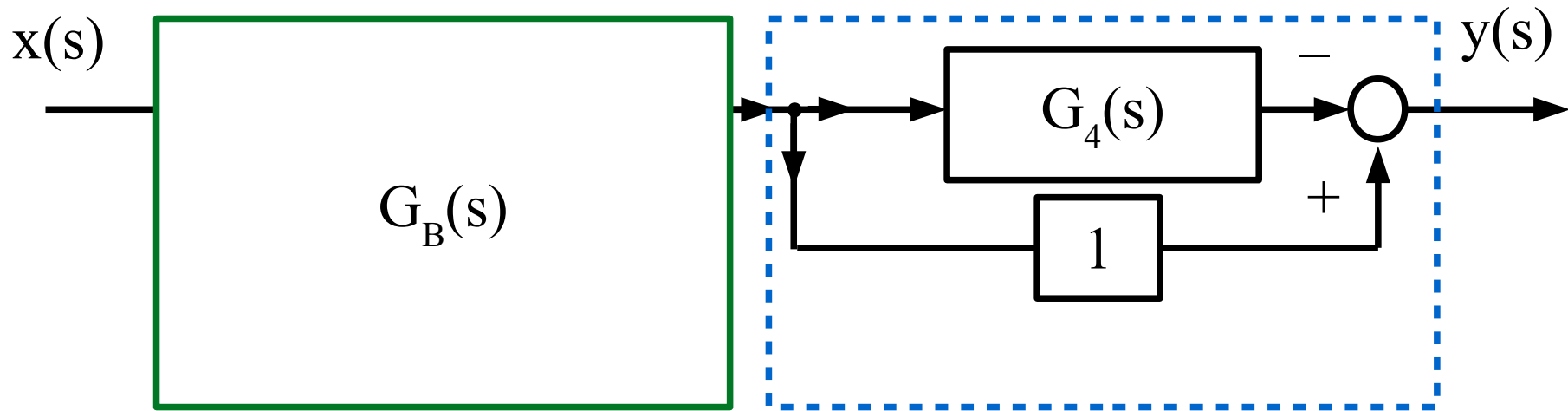
## Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

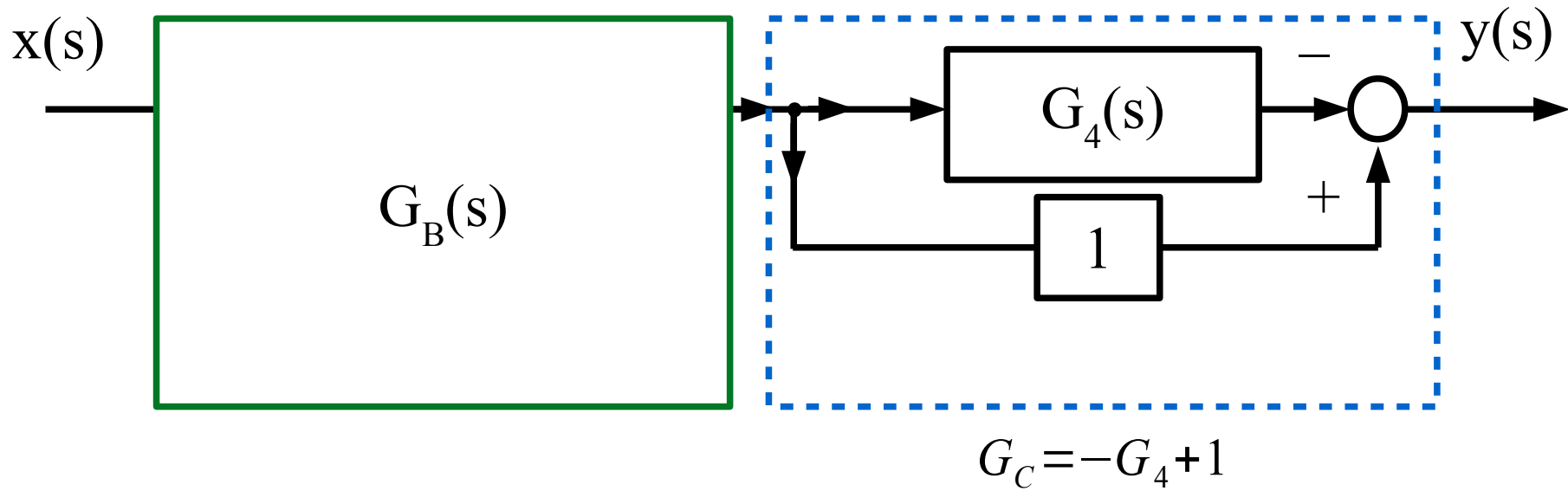
## Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

## Przykład 2

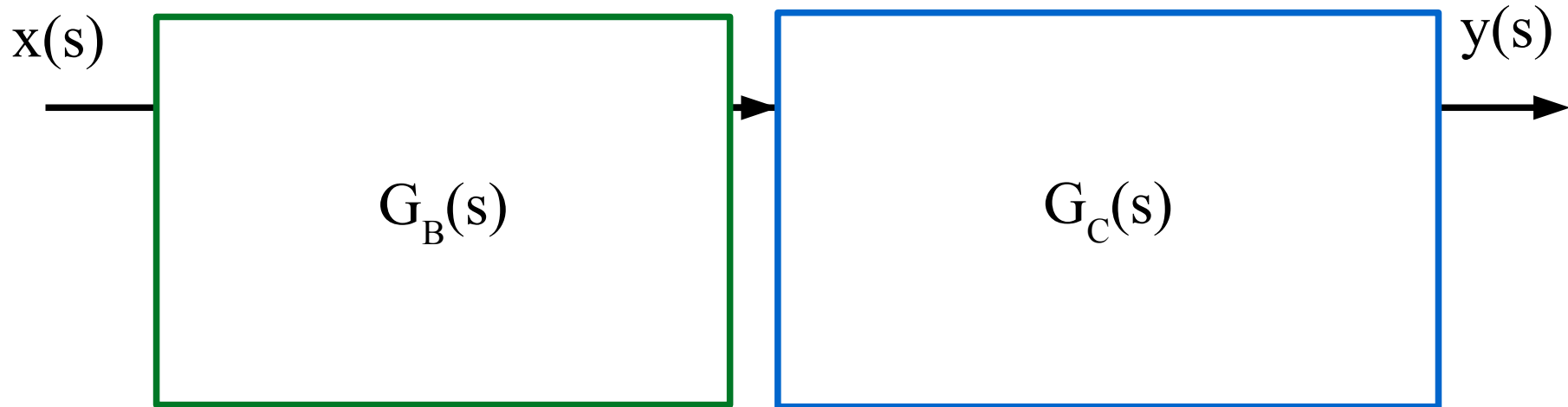


## Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$

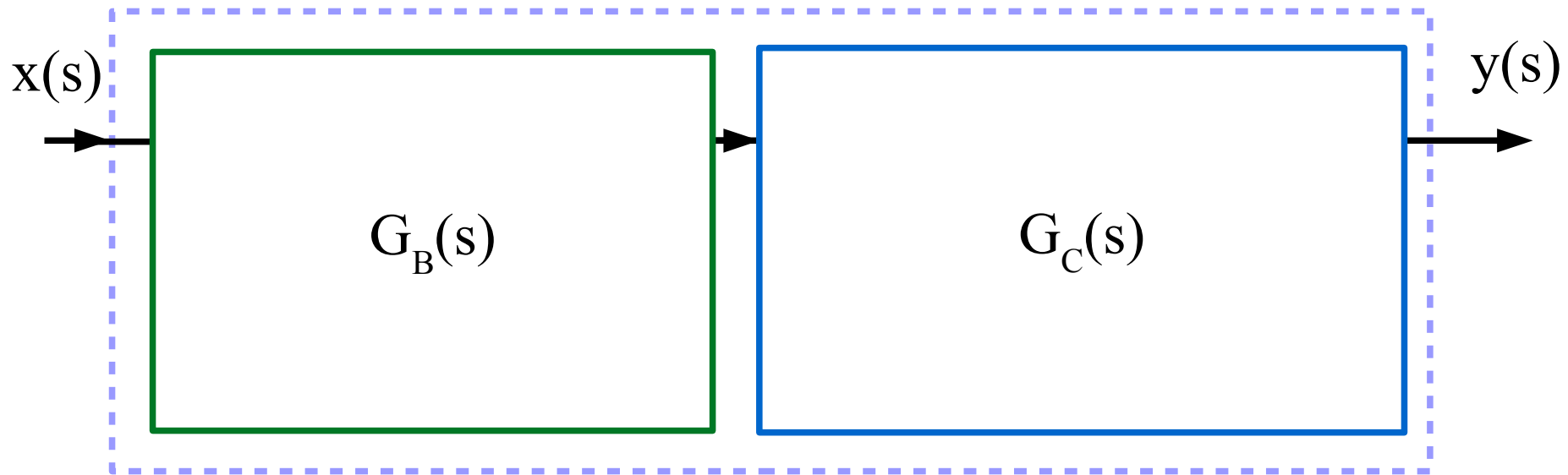


## Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$



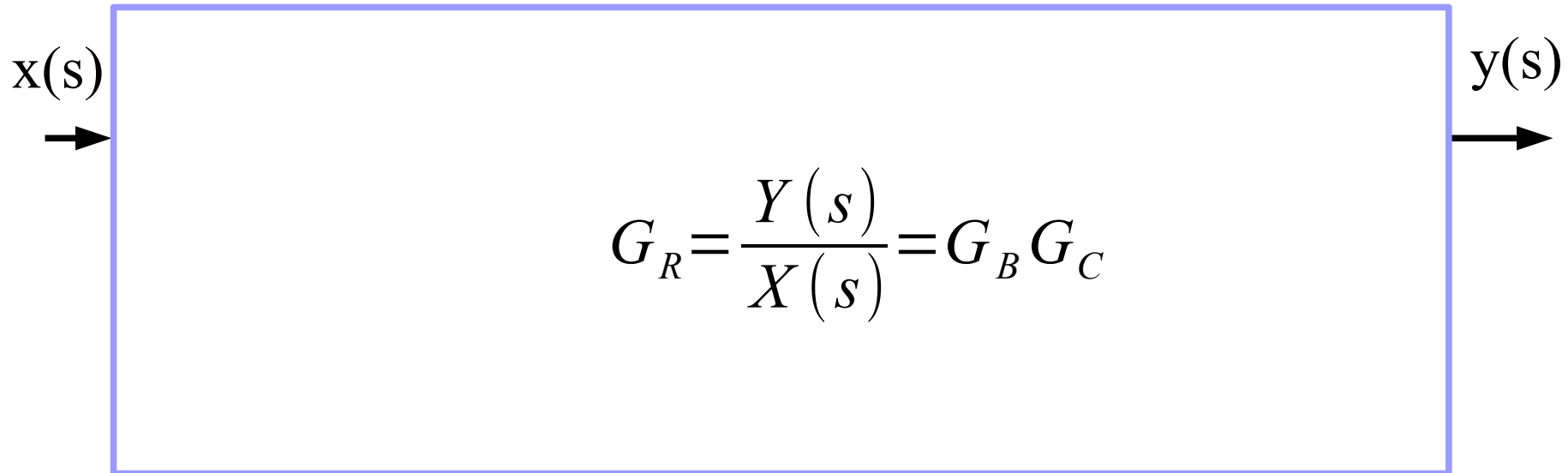
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = G_B G_C$$

## Przykład 2

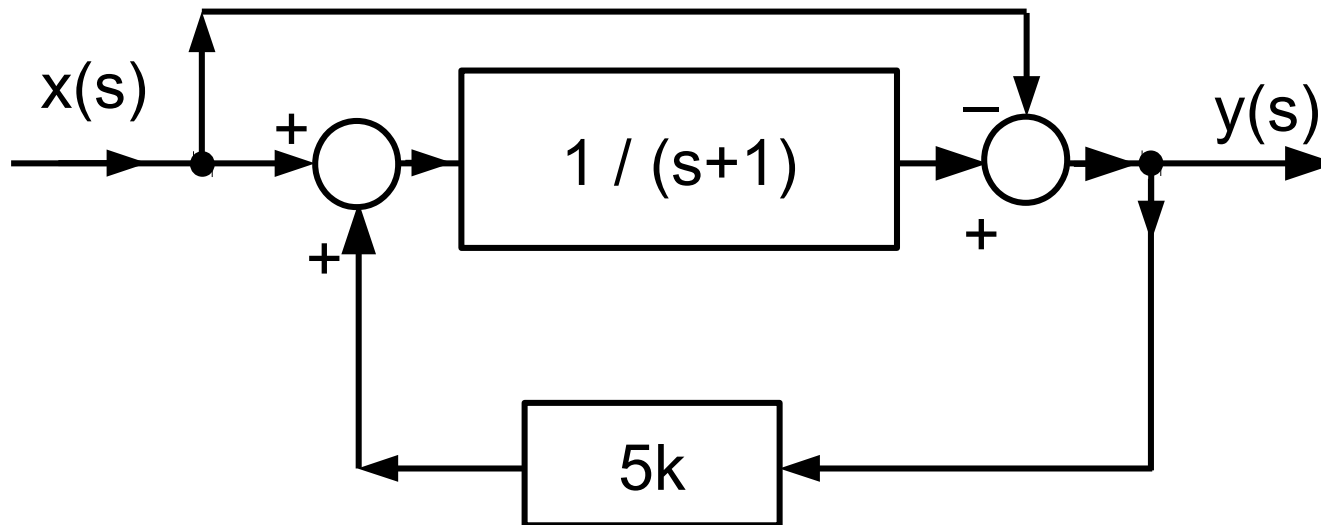
$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$



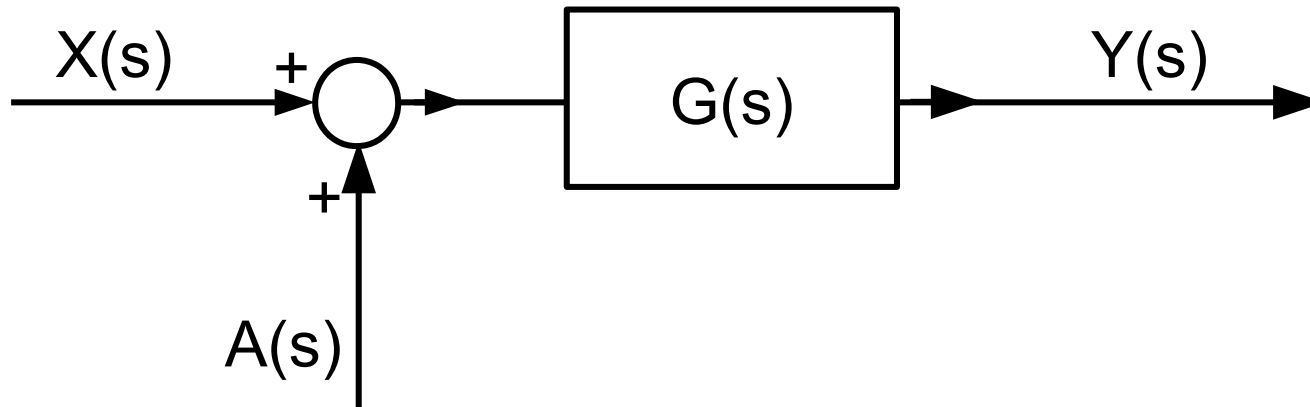
# Przykład 3





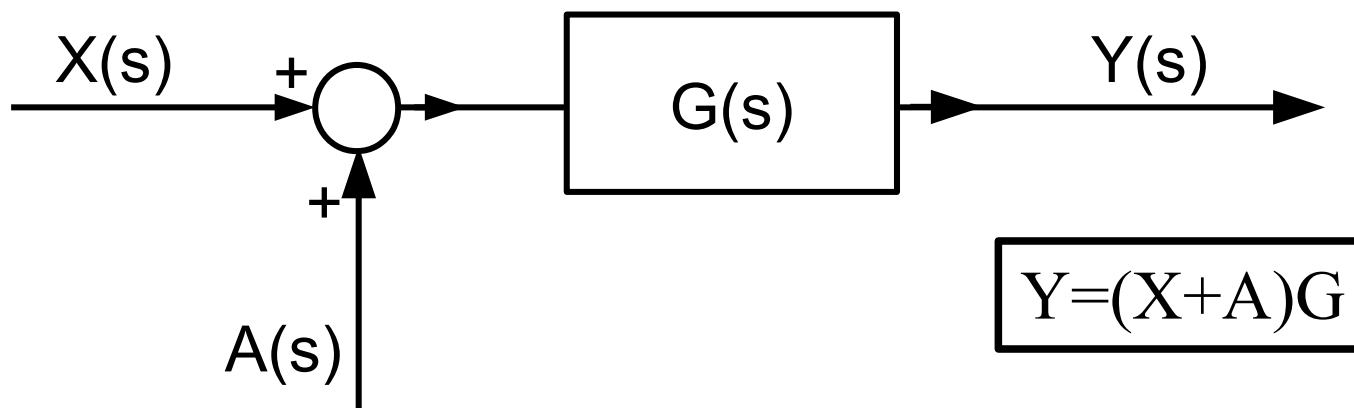
# Algebra schematów blokowych

## przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



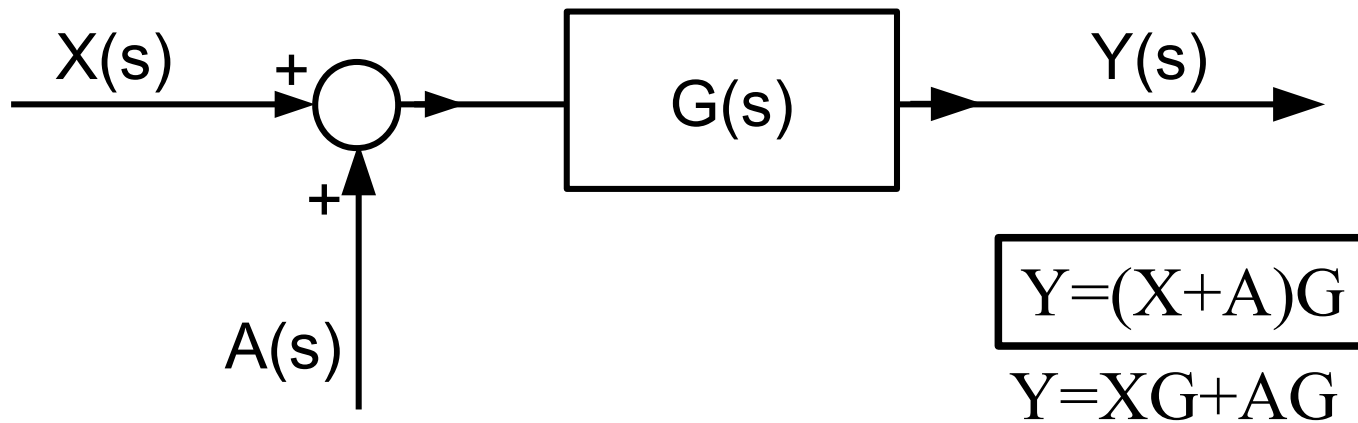
# Algebra schematów blokowych

## przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



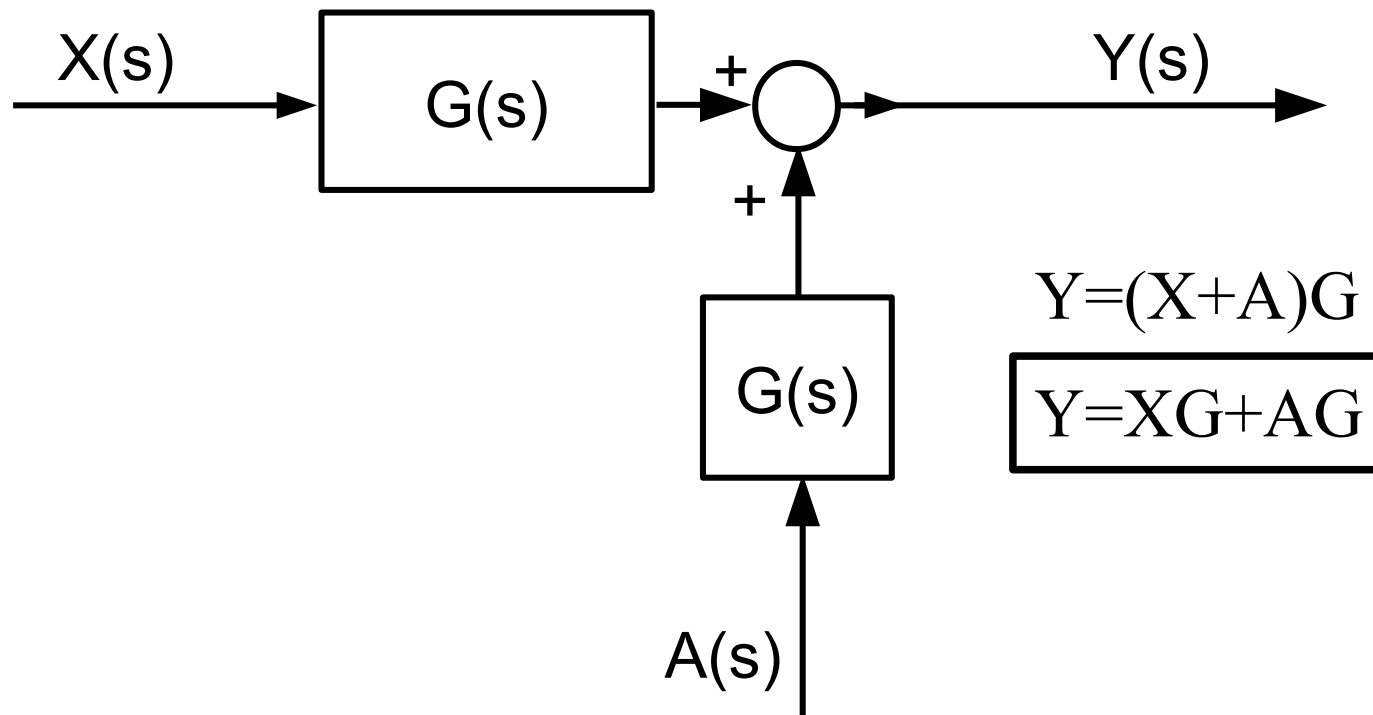
# Algebra schematów blokowych

## przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



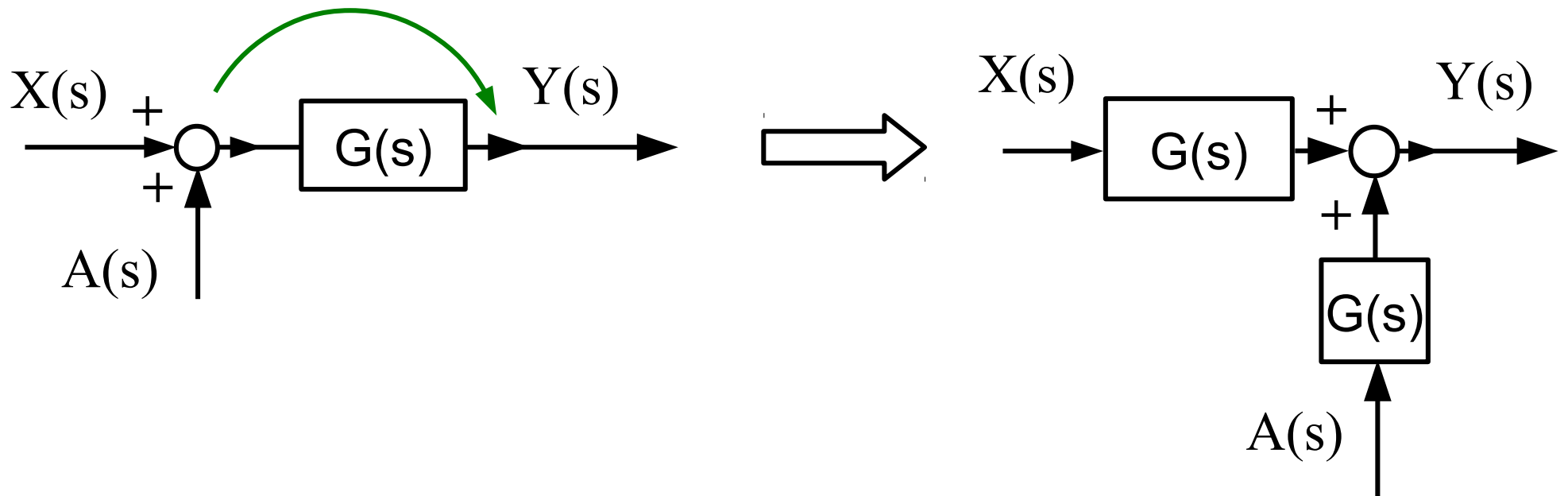
# Algebra schematów blokowych

## przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



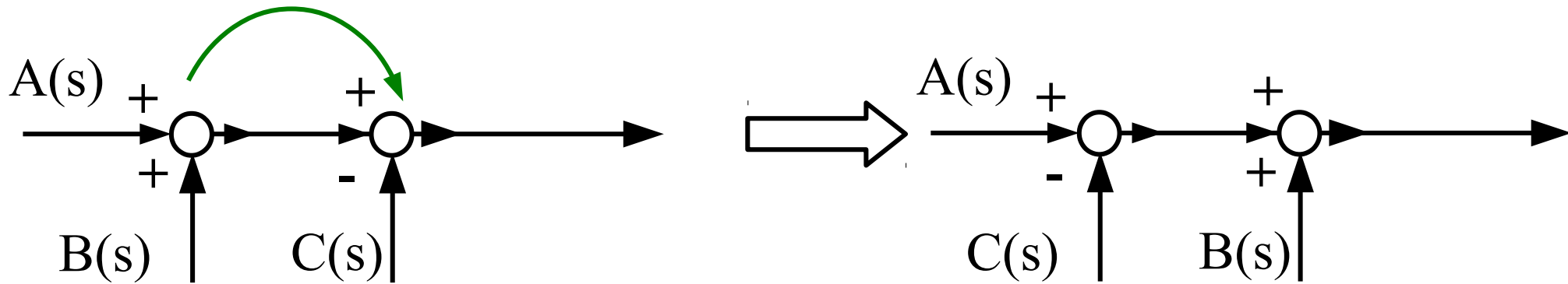
# Algebra schematów blokowych

## przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



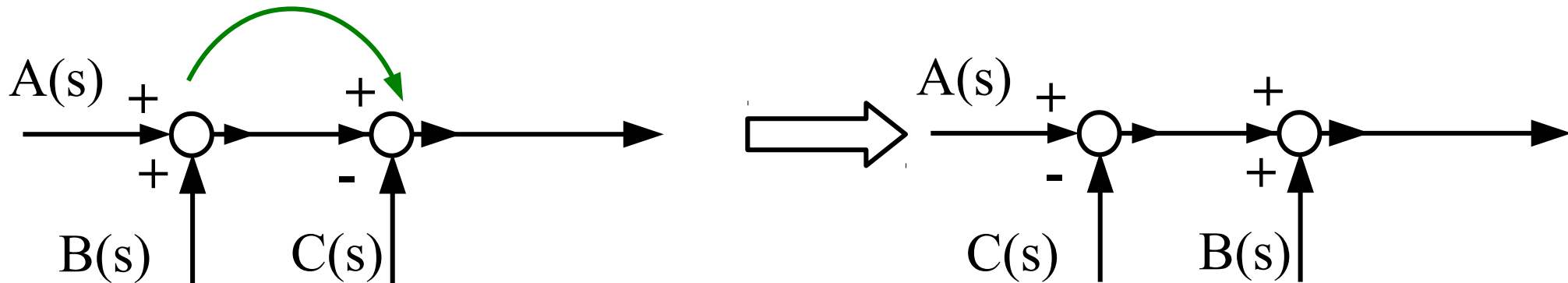
# Algebra schematów blokowych

## zmiana kolejności węzłów sumacyjnych



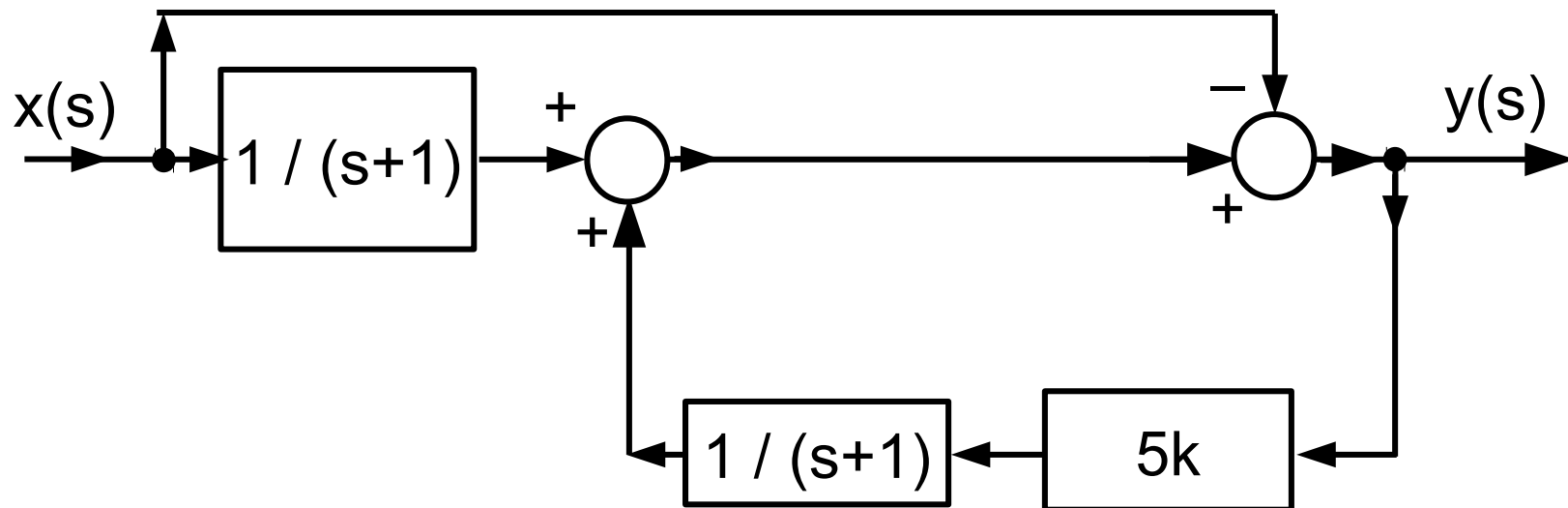
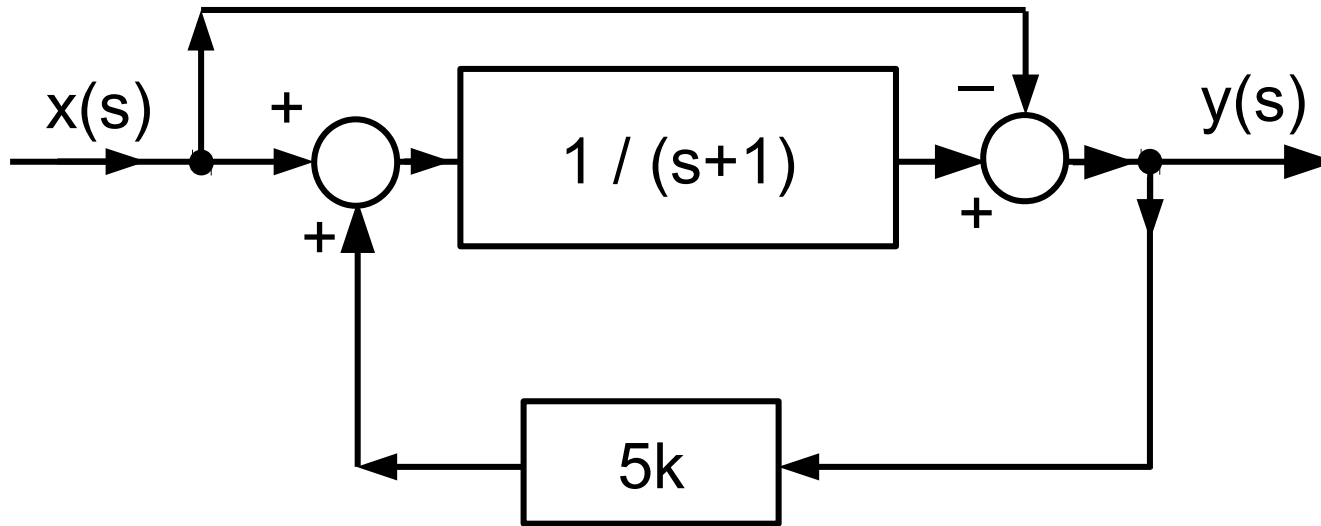
# Algebra schematów blokowych

## zmiana kolejności węzłów sumacyjnych



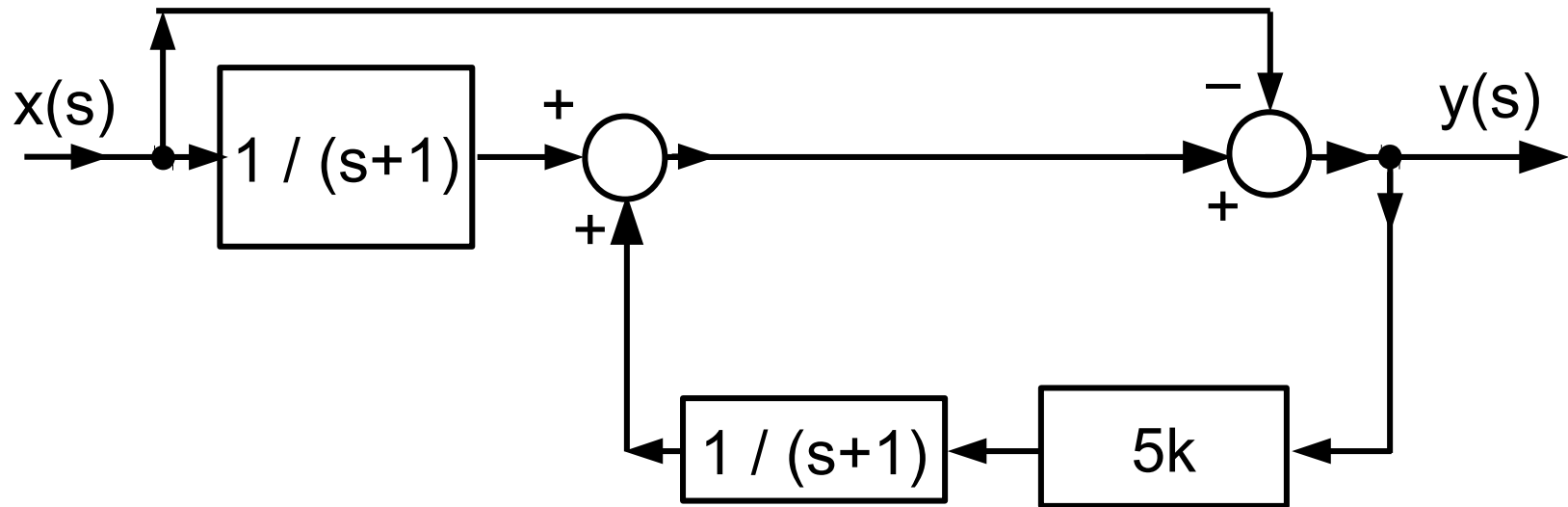
**UWAGA NA ZNAKI!**

# Przykład 3

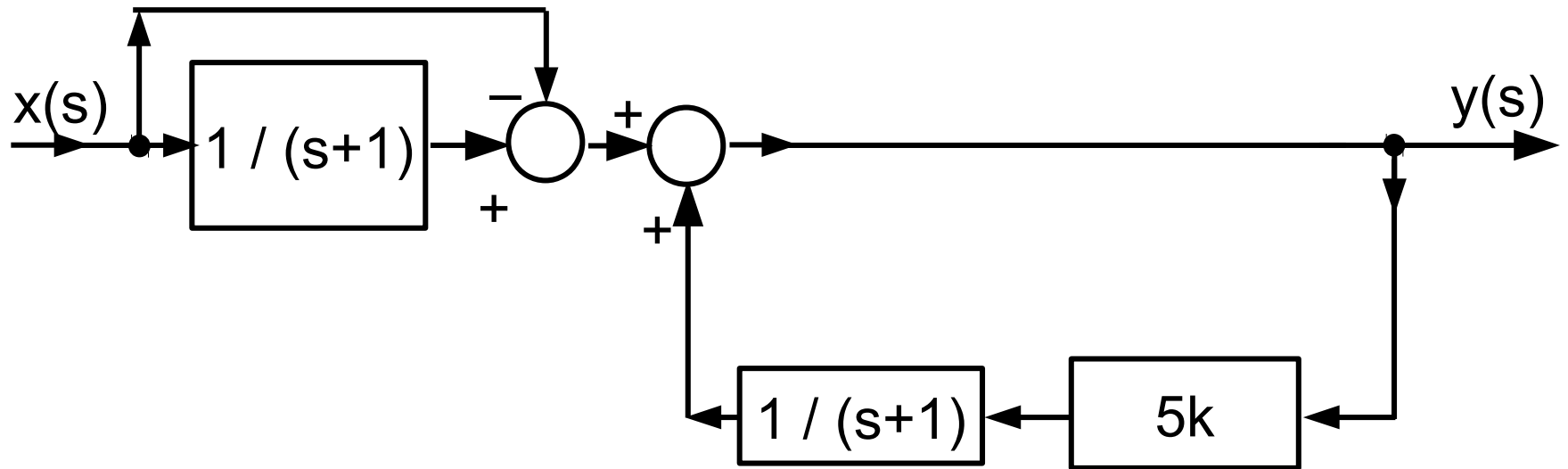




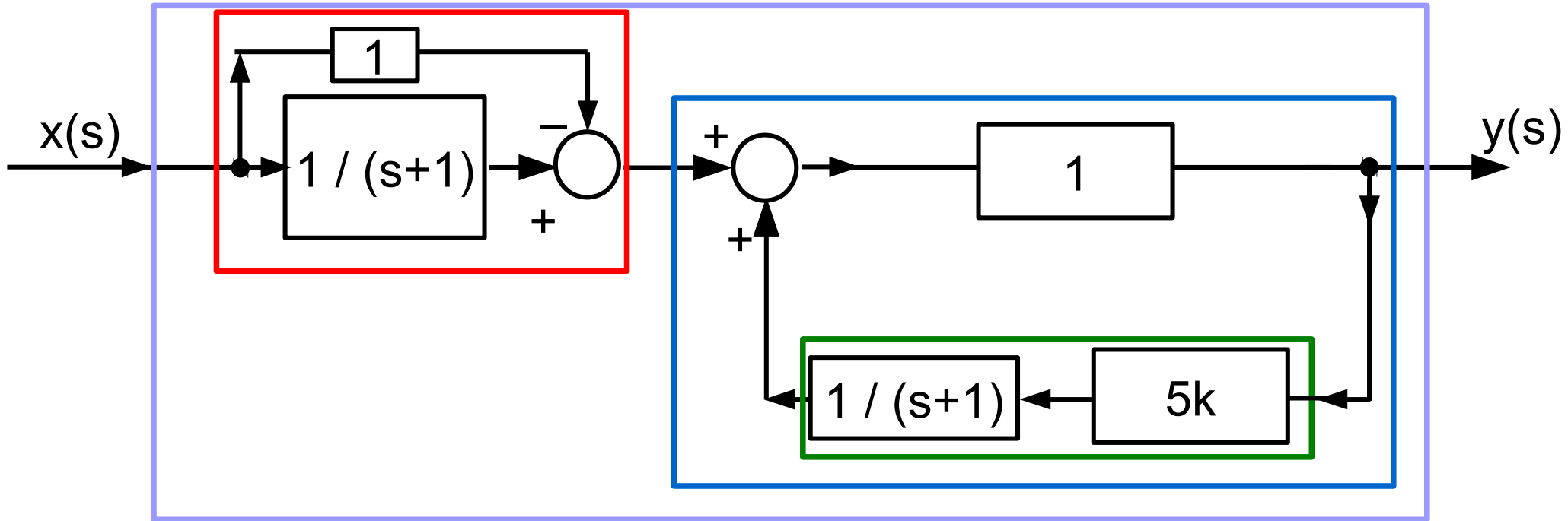
# Przykład 3



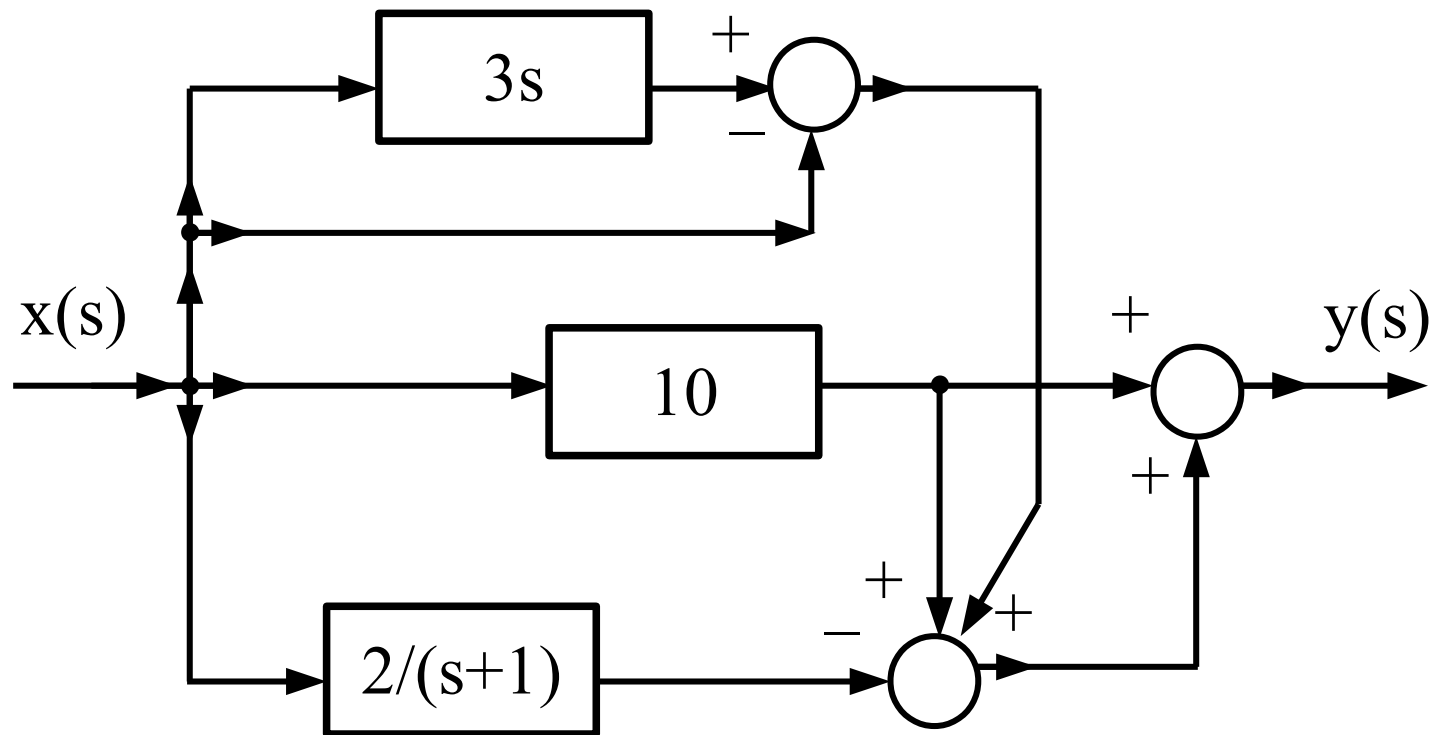
# Przykład 3



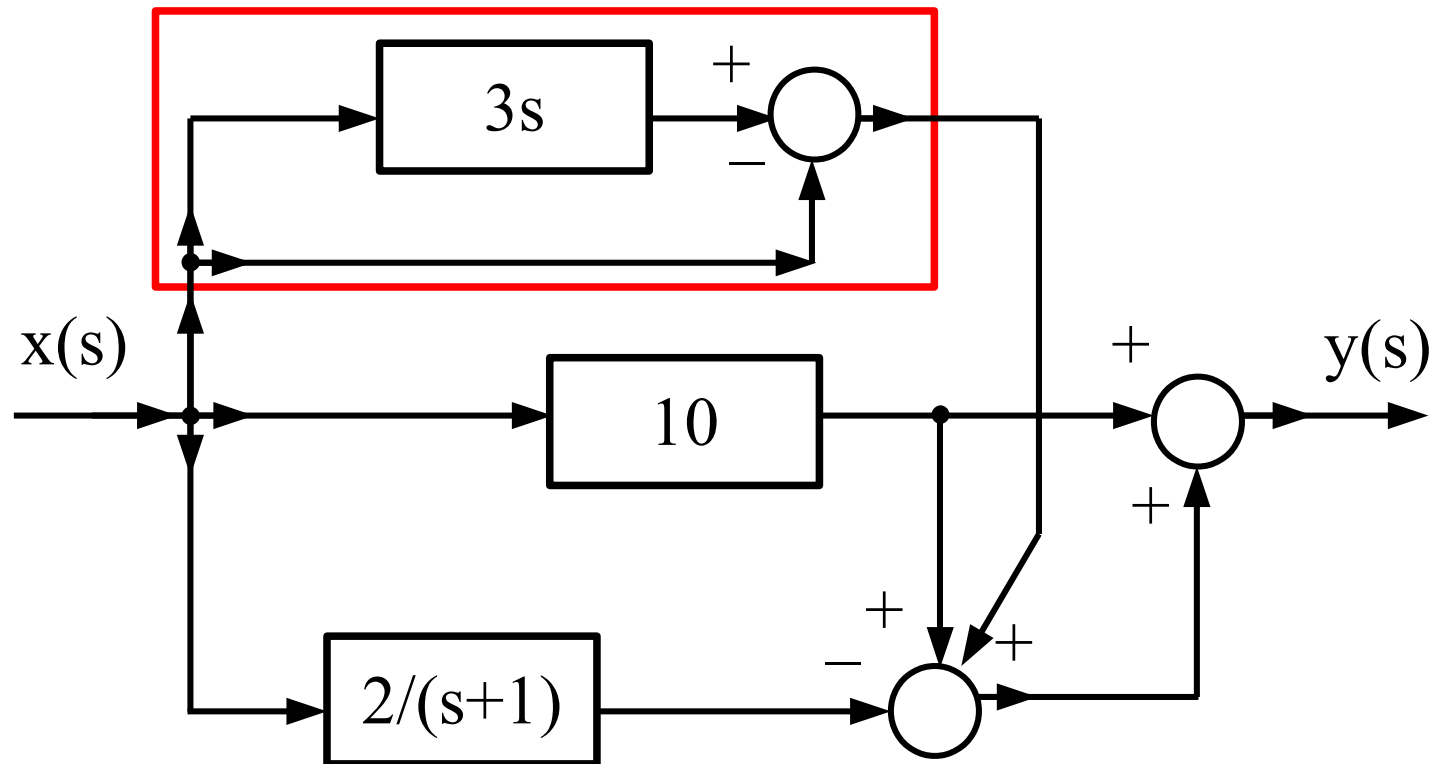
# Przykład 3



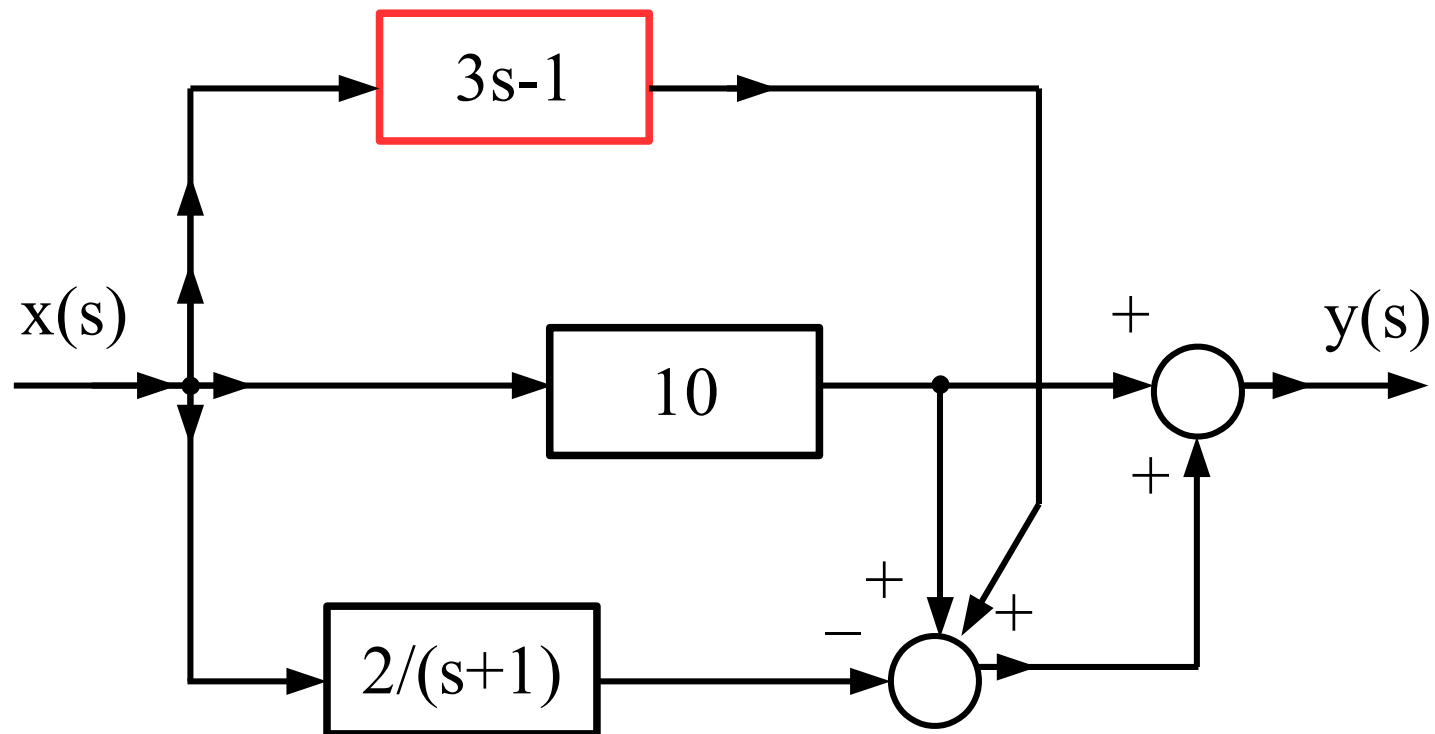
# Przykład 4



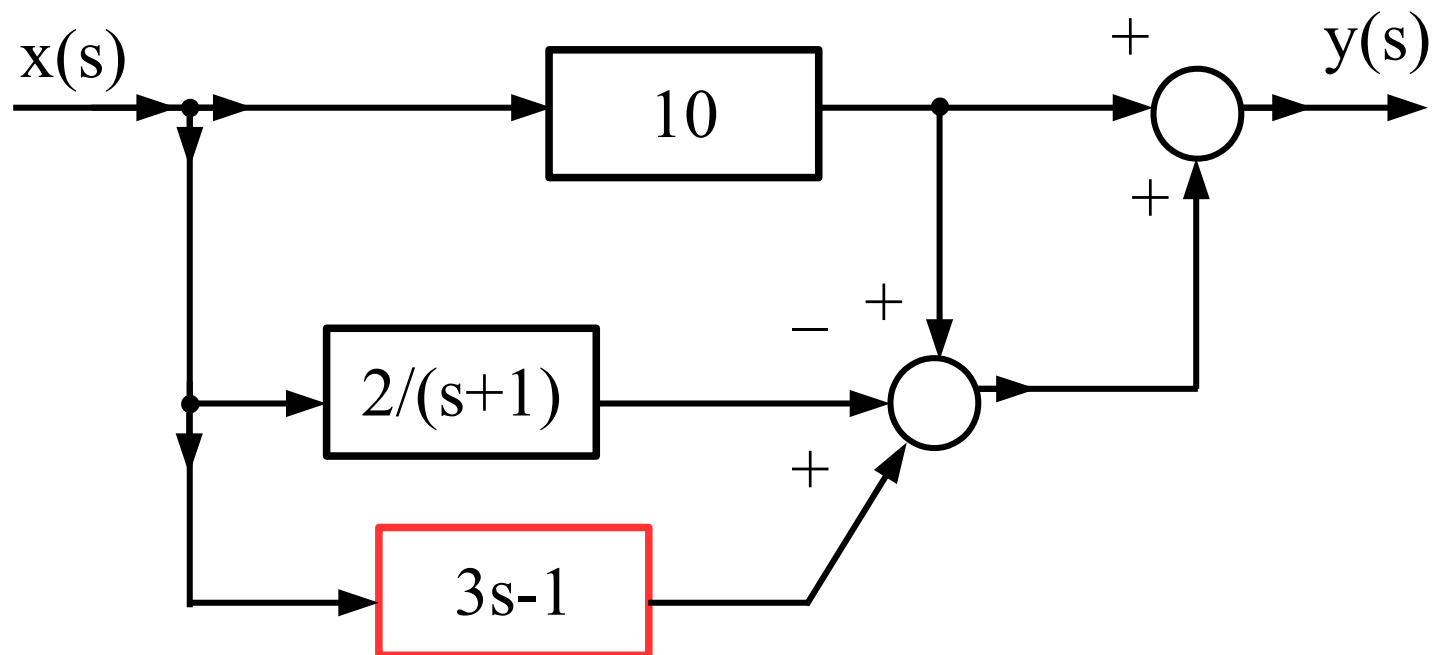
# Przykład 4



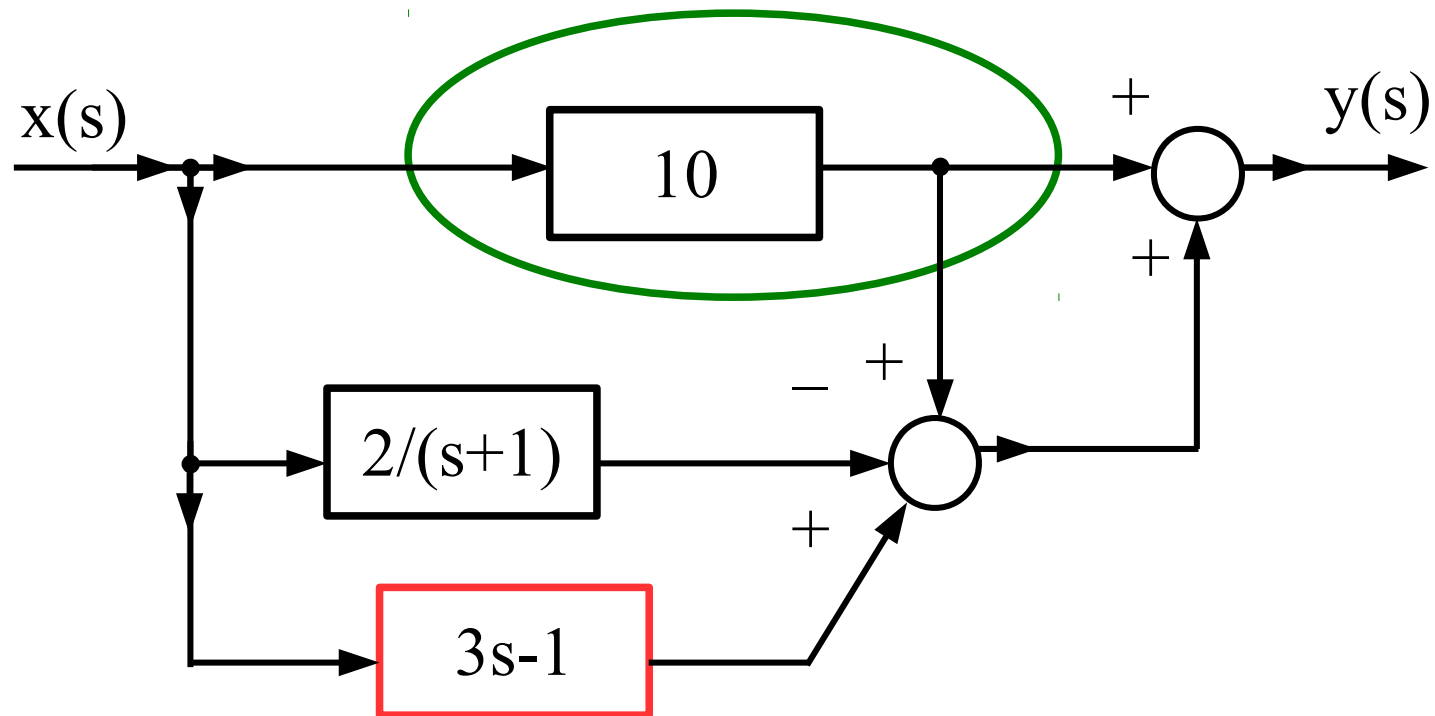
# Przykład 4



# Przykład 4



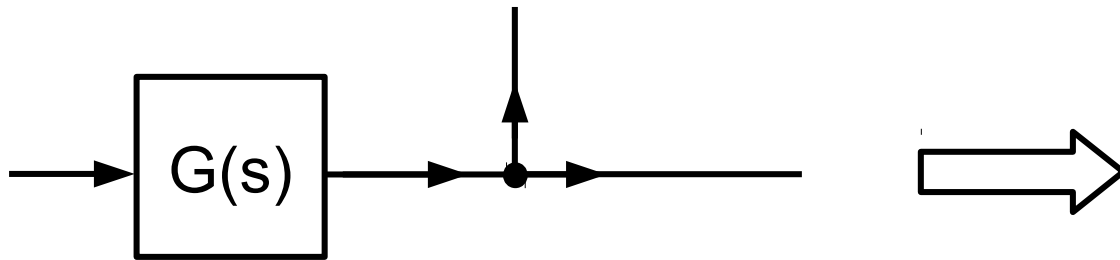
# Przykład 4





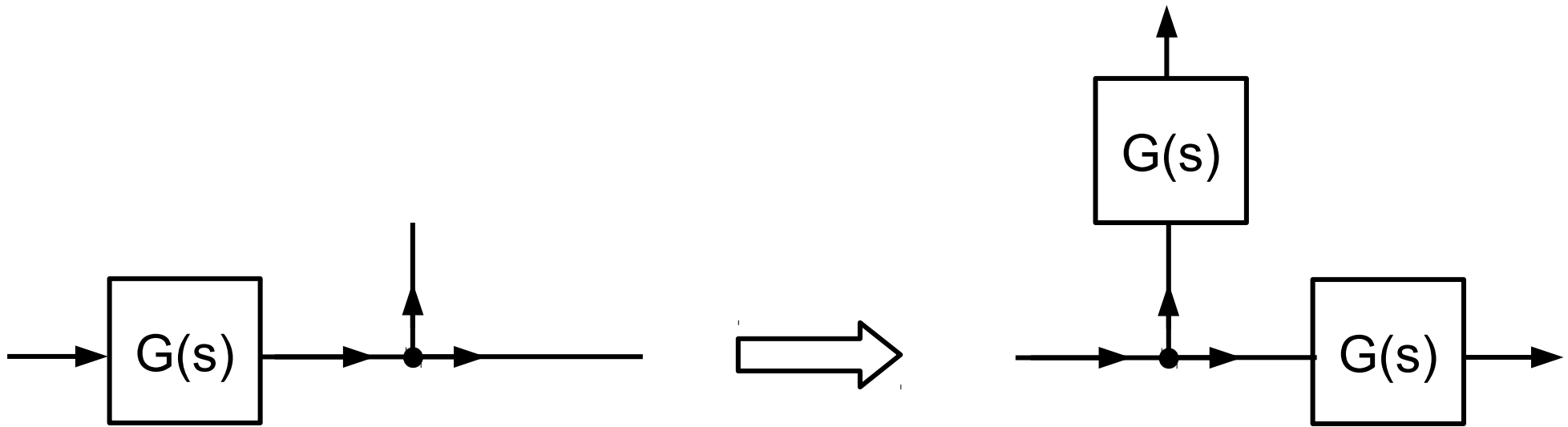
# Algebra schematów blokowych

## zmiana kolejności bloku transmitancji i węzła informacyjnego

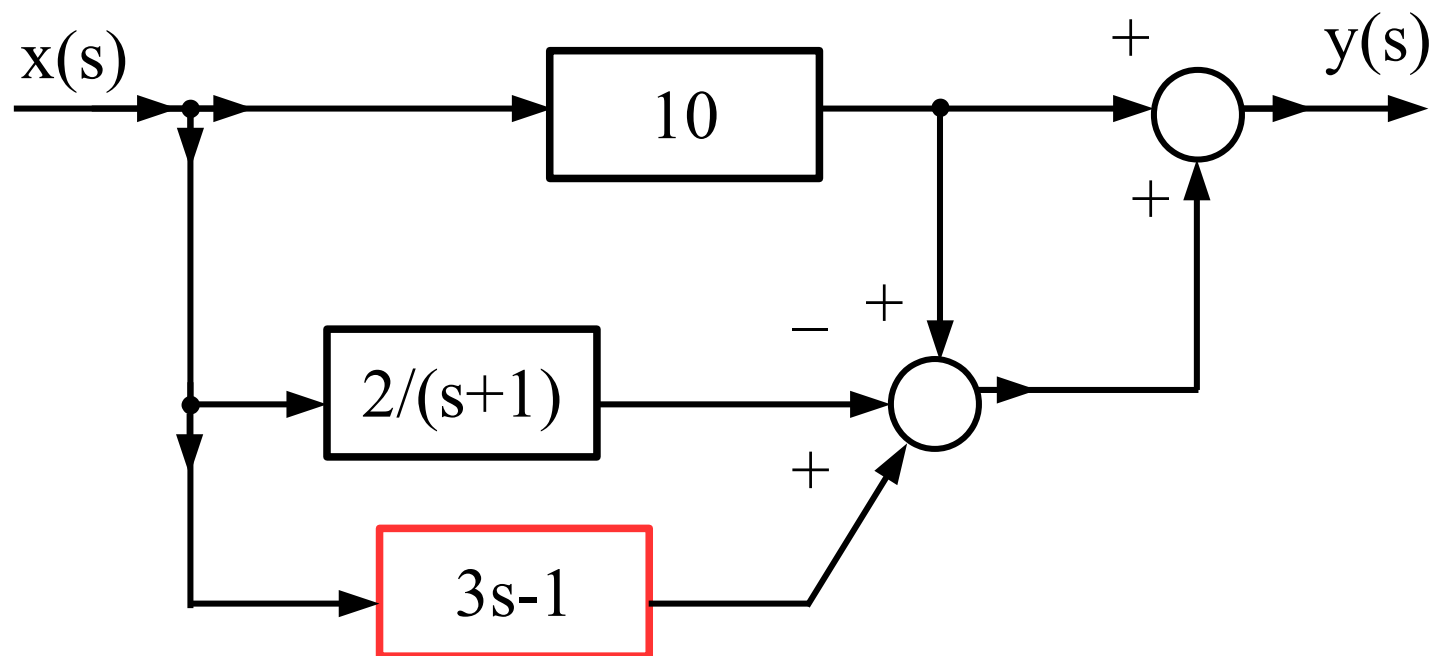


# Algebra schematów blokowych

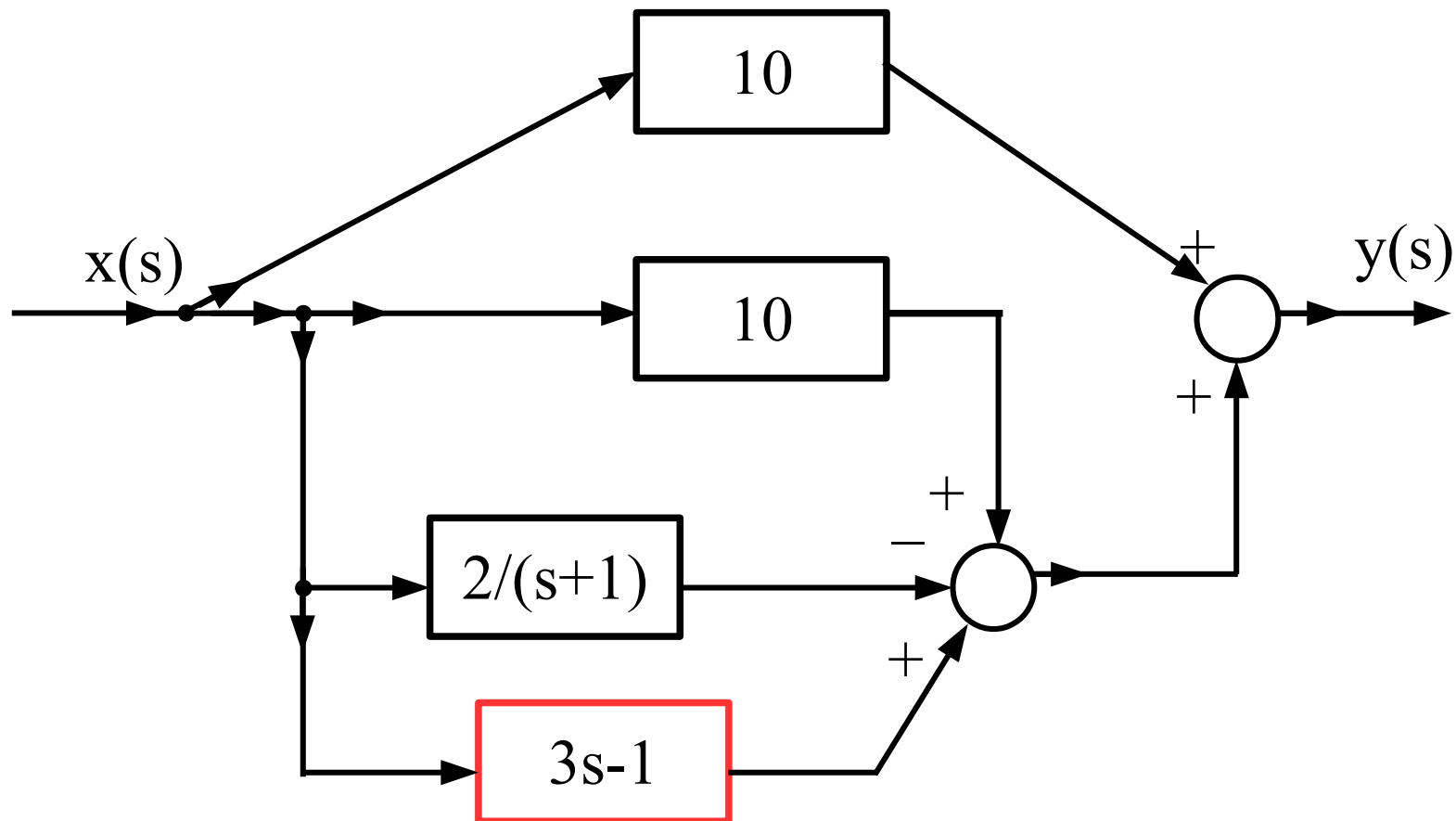
## zmiana kolejności bloku transmitancji i węzła informacyjnego



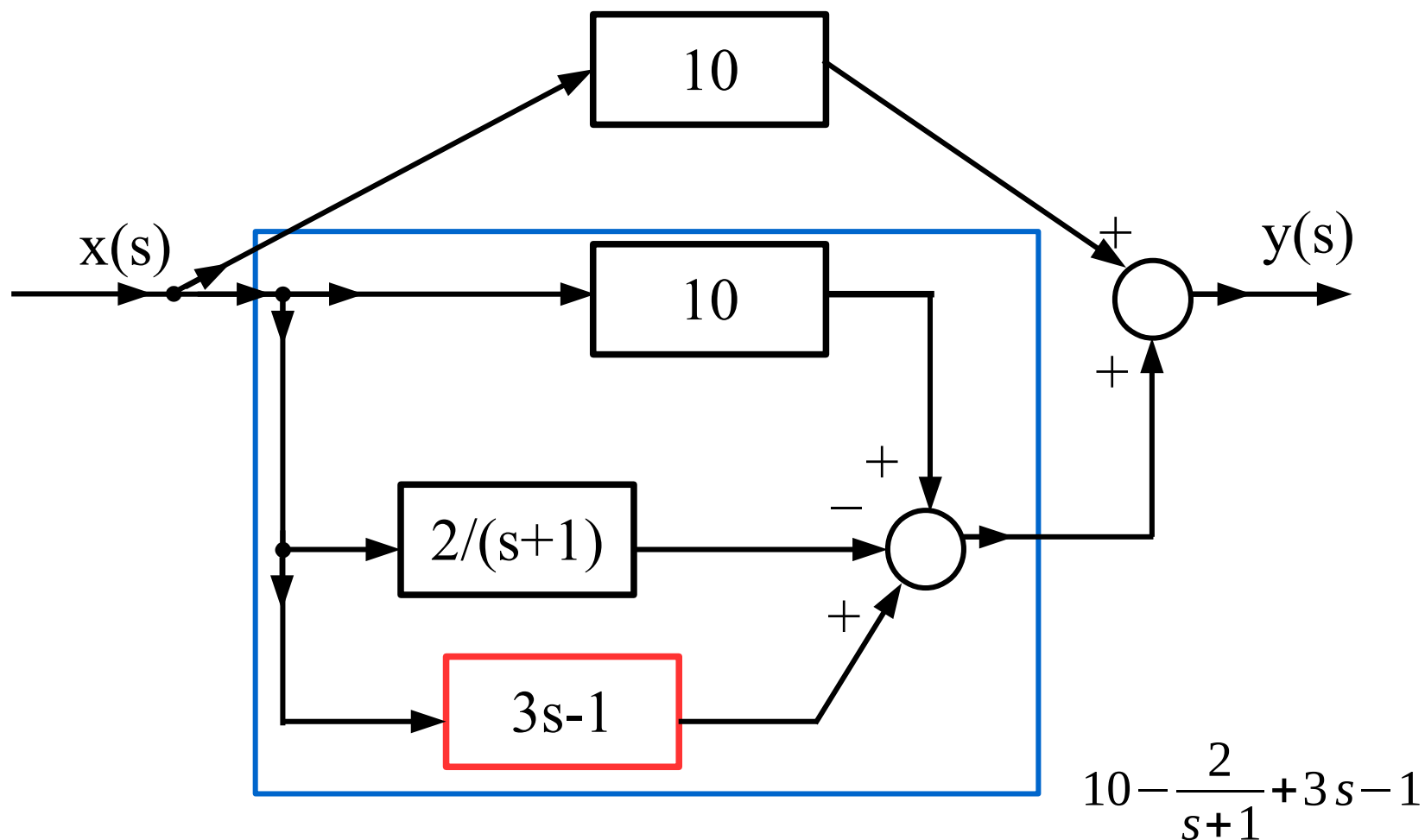
# Przykład 4



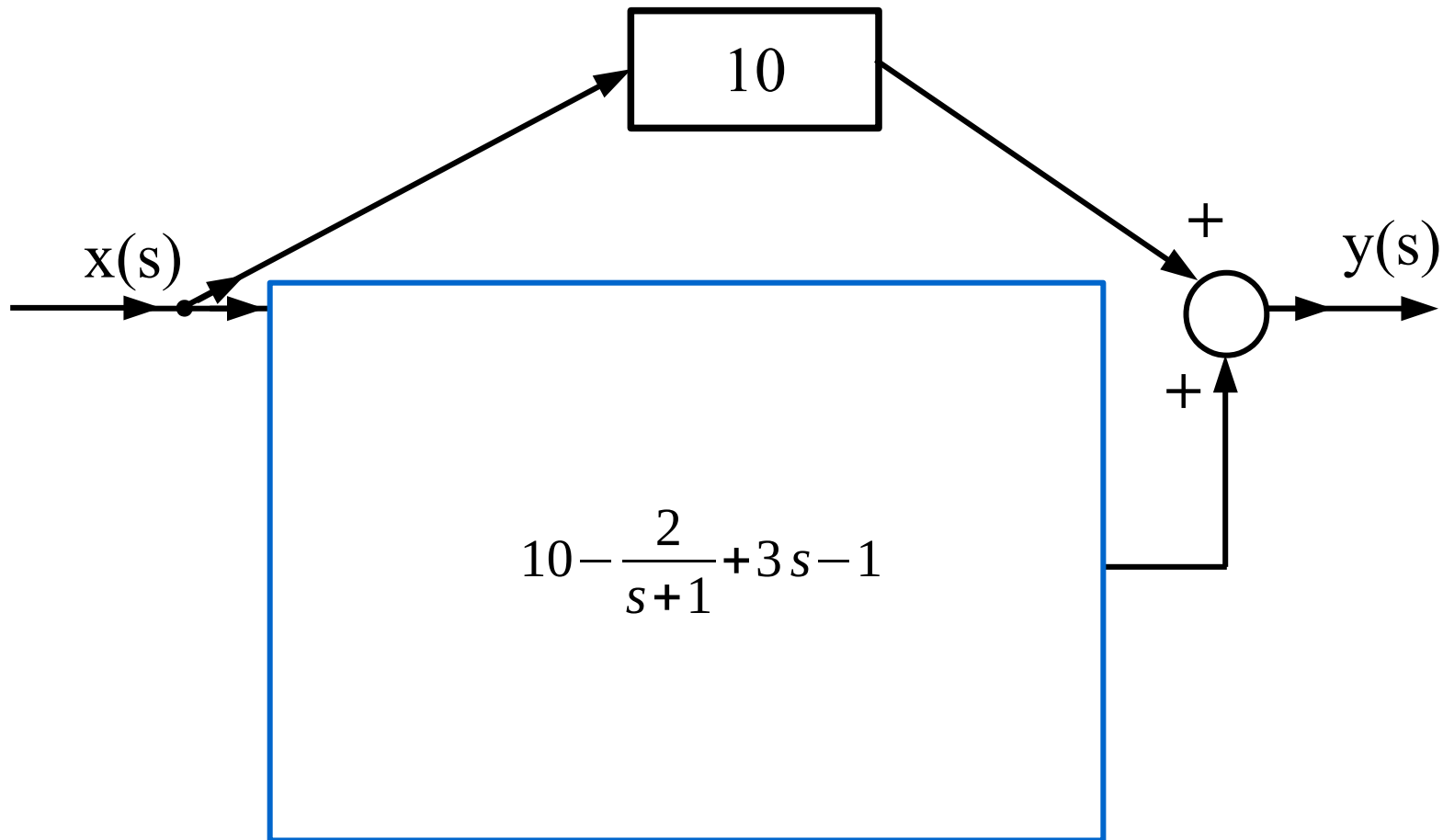
# Przykład 4



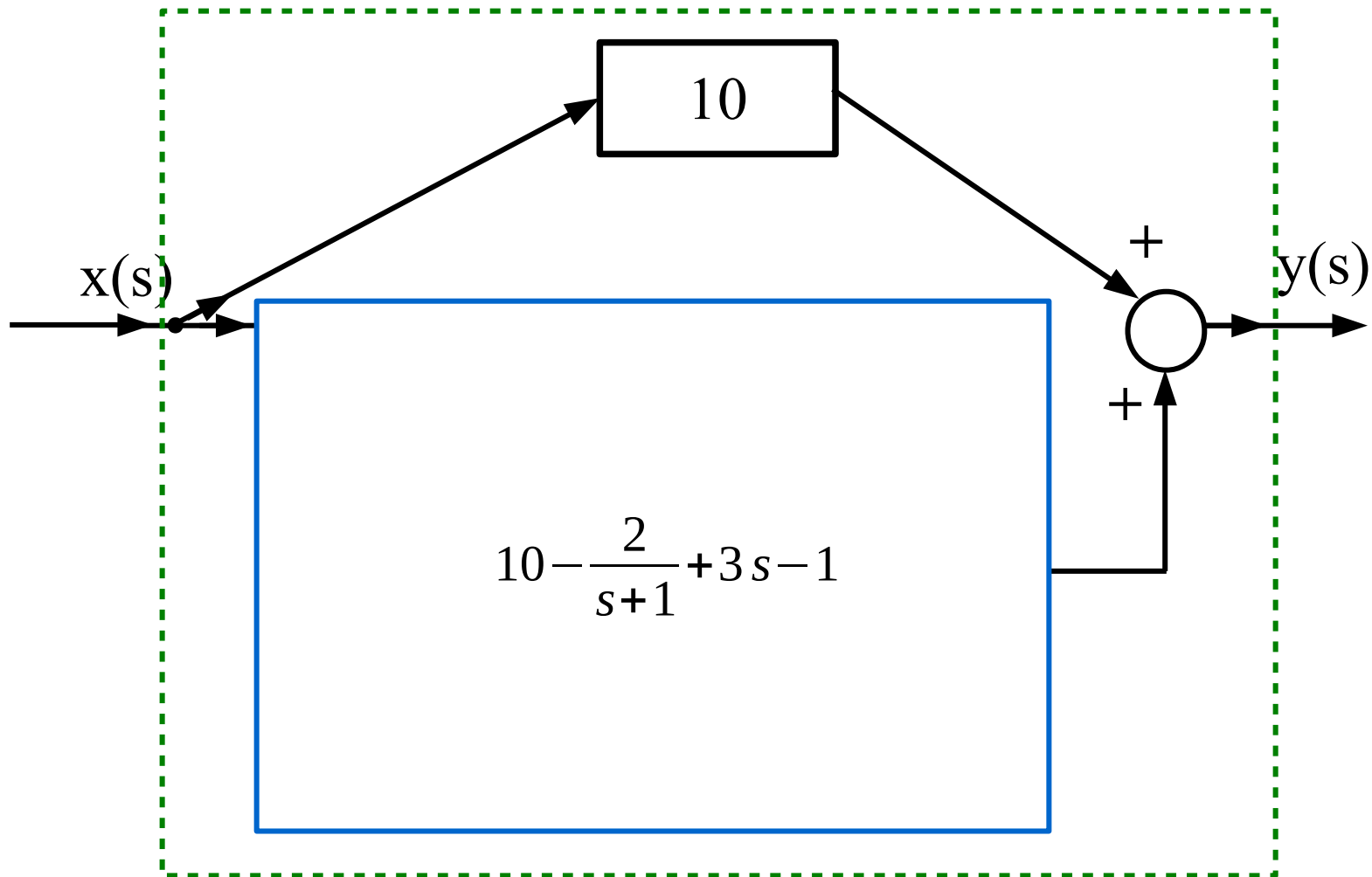
# Przykład 4



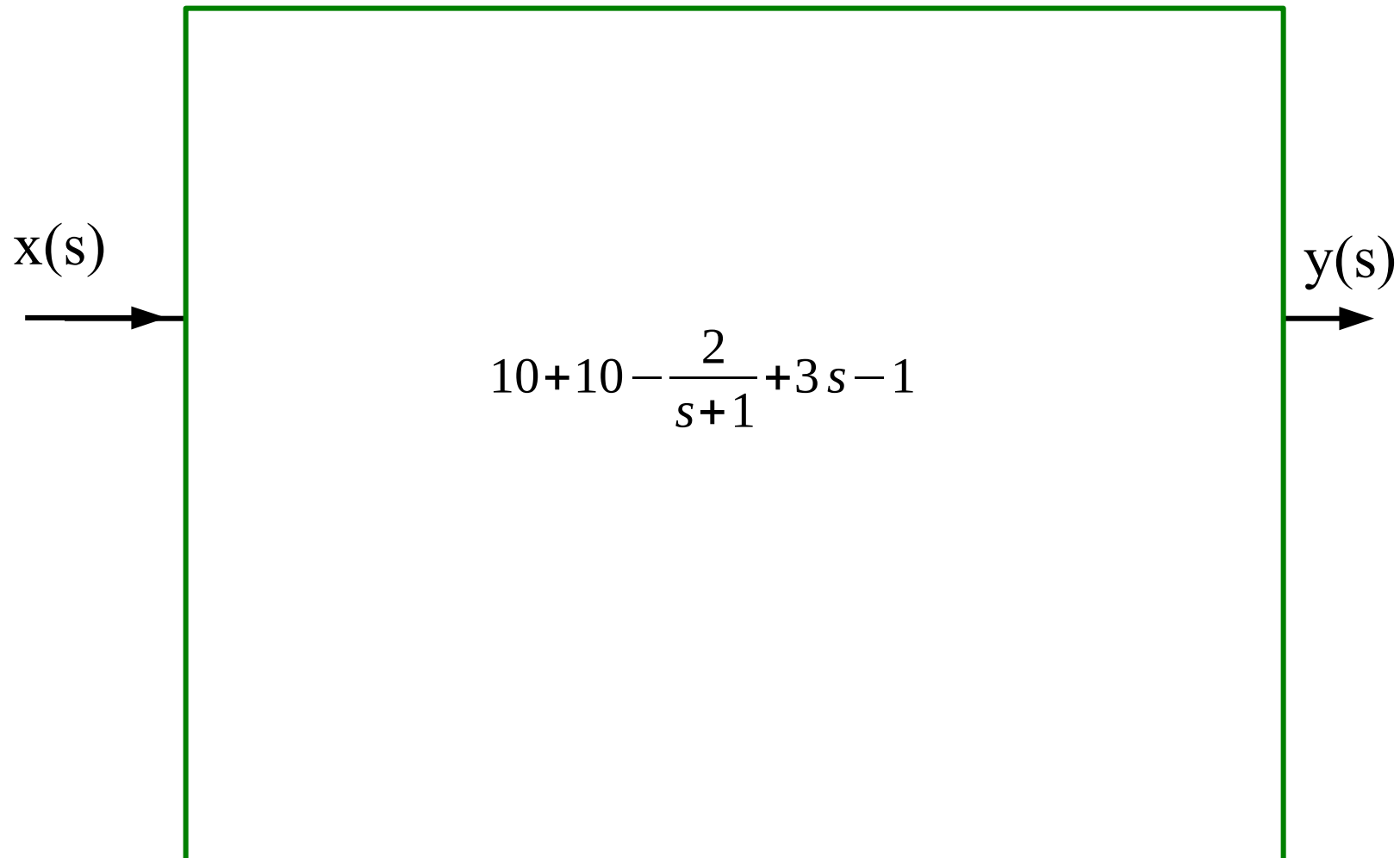
# Przykład 4



# Przykład 4

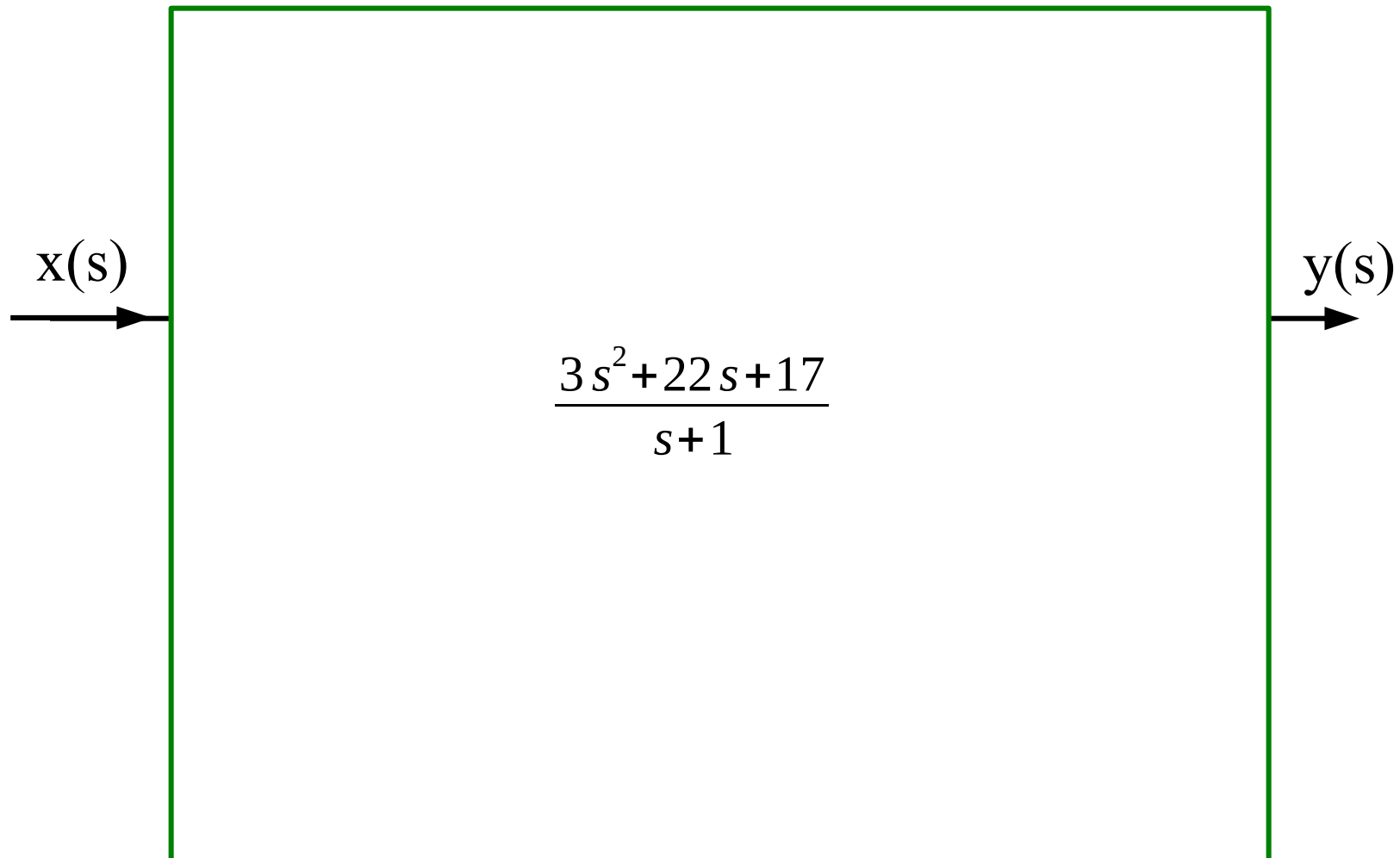


# Przykład 4



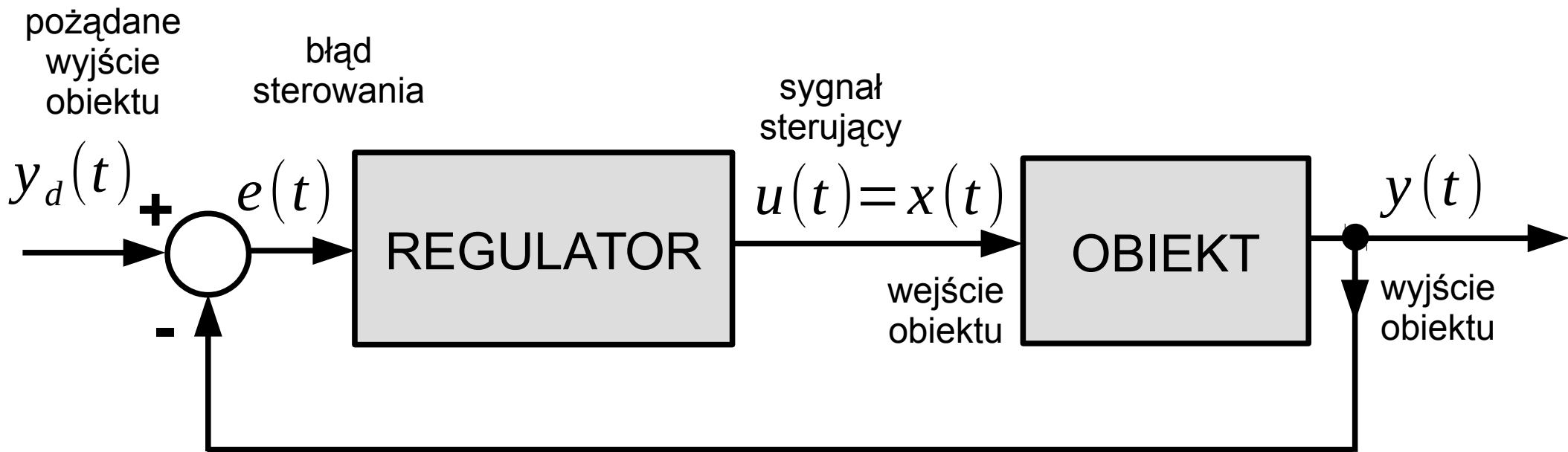


# Przykład 4



# **Regulatory automatyczne i sterowanie**

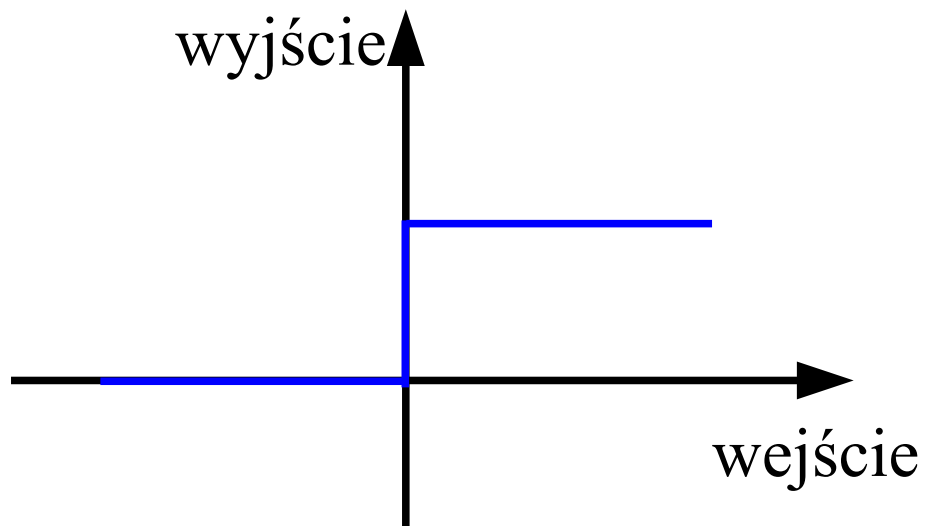
# Sterowanie w zamkniętej pętli



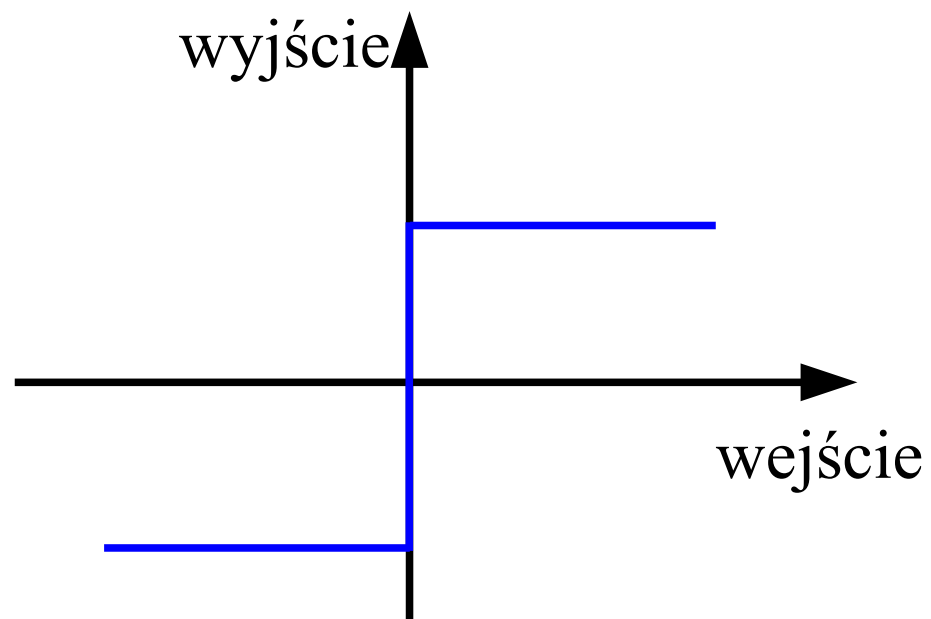
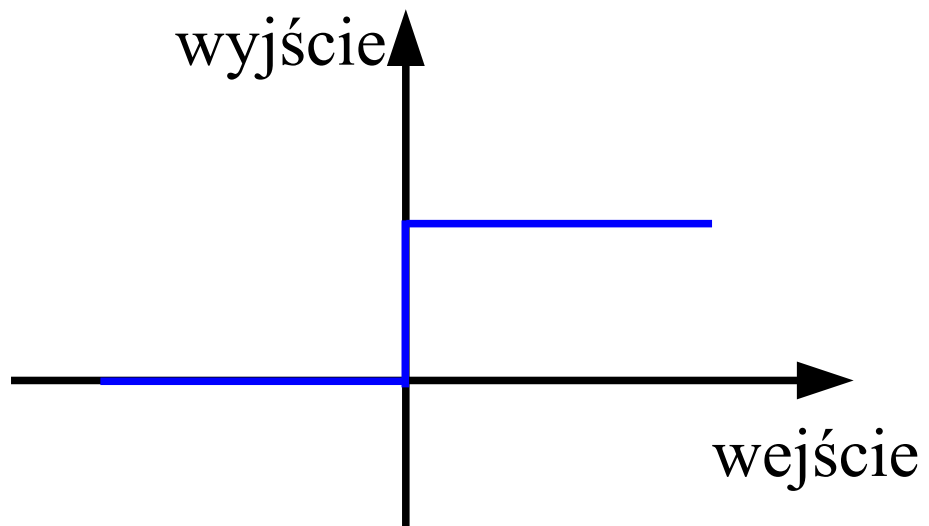
# Podstawowe regulatory

- dwustanowy
- trójstanowy
- proporcjonalny
  - całkujący
  - różniczkujący
- proporcjonalno-całkująco-różniczkujący

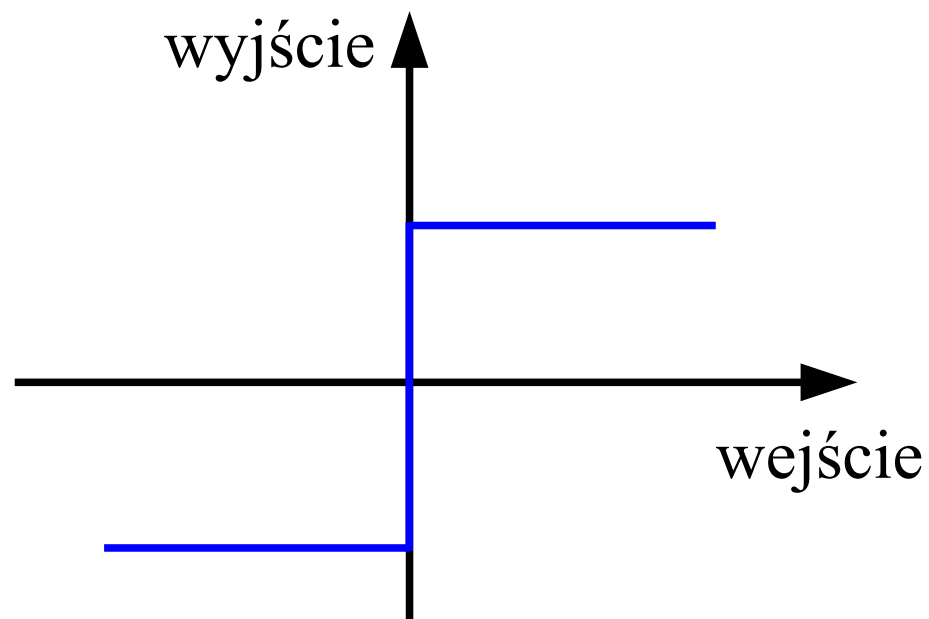
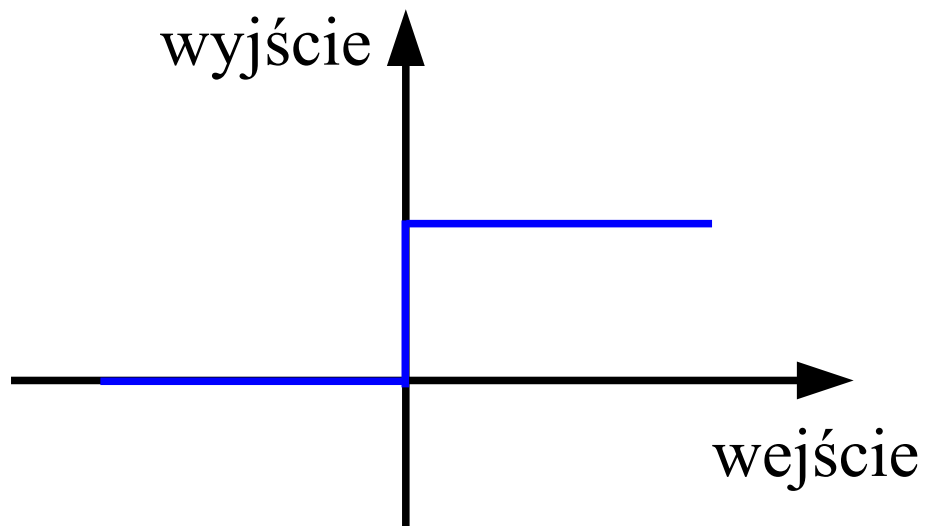
# Regulator dwustanowy



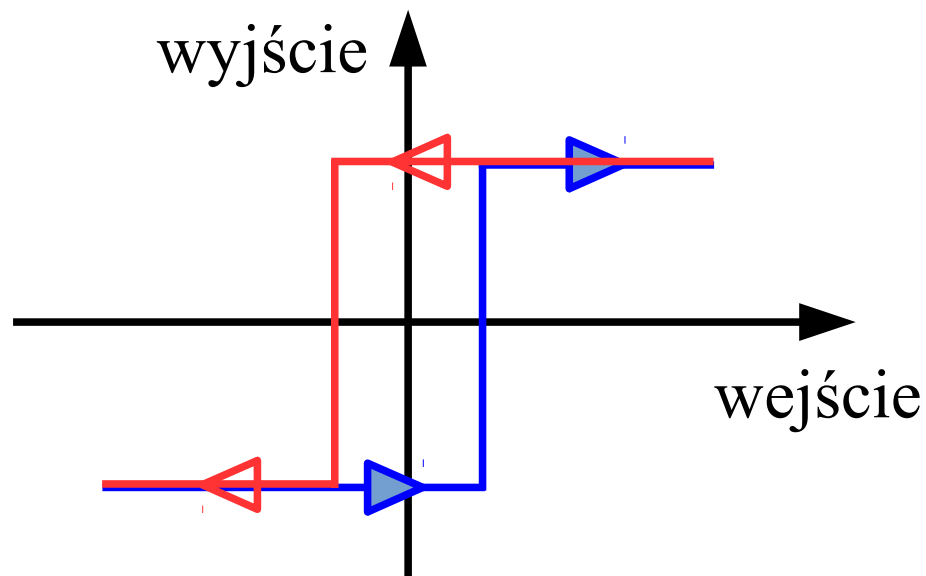
# Regulator dwustanowy



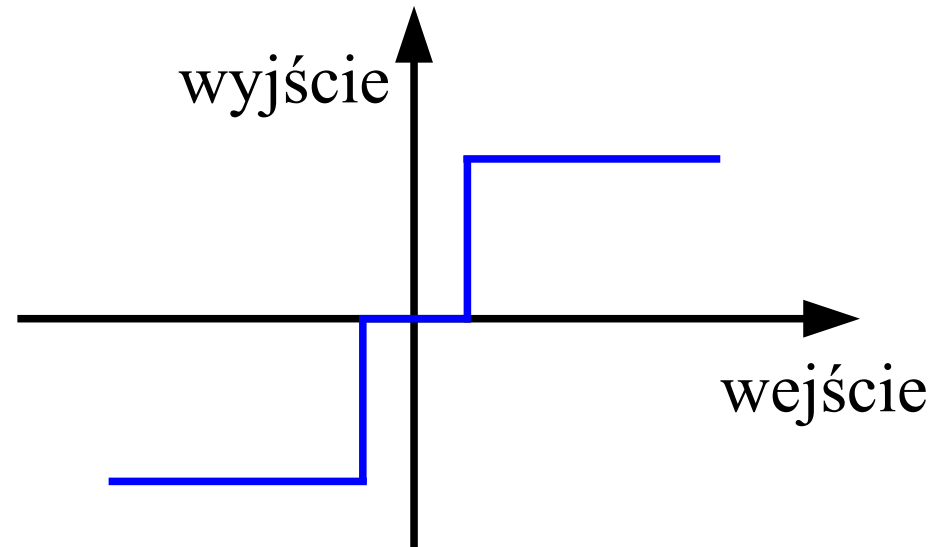
# Regulator dwustanowy



rzeczywisty  
(z histerezą)



# Regulator trójstanowy

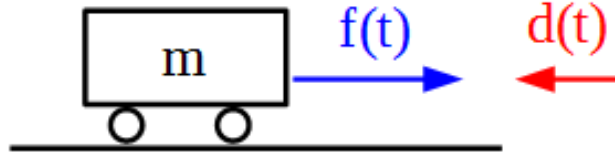




# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu  
 $m$  – masa pojazdu,  
 $f(t)$  – siła napędowa,  
 $d(t)=c*v(t)$  – opór powietrza,  
 $v(t)$  – prędkość pojazdu



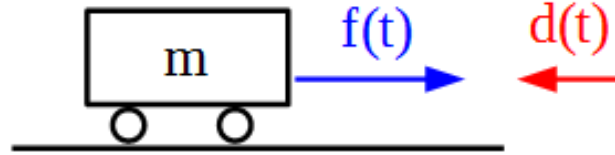
$$m \frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + c}$$

# Przykład 1

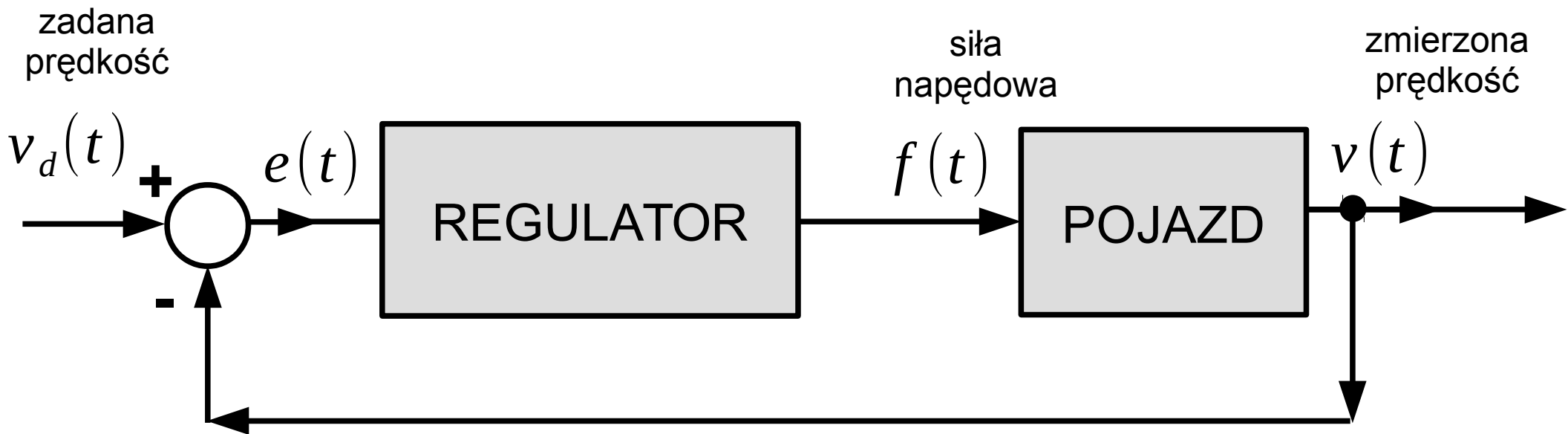
## Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu  
 $m$  – masa pojazdu,  
 $f(t)$  – siła napędowa,  
 $d(t)=c*v(t)$  – opór powietrza,  
 $v(t)$  – prędkość pojazdu



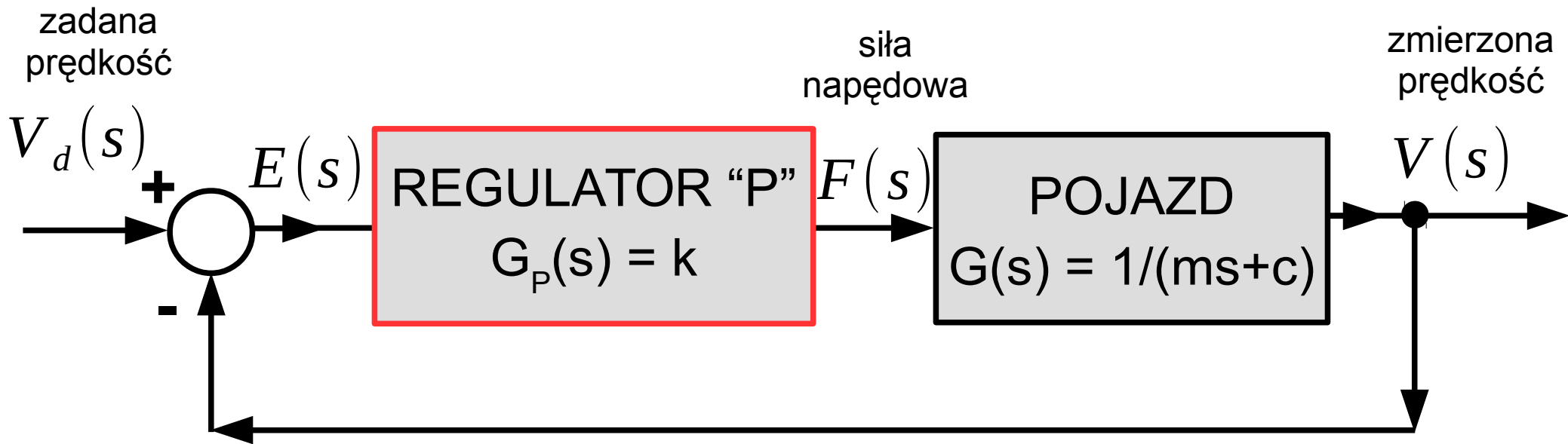
$$m \frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + c}$$



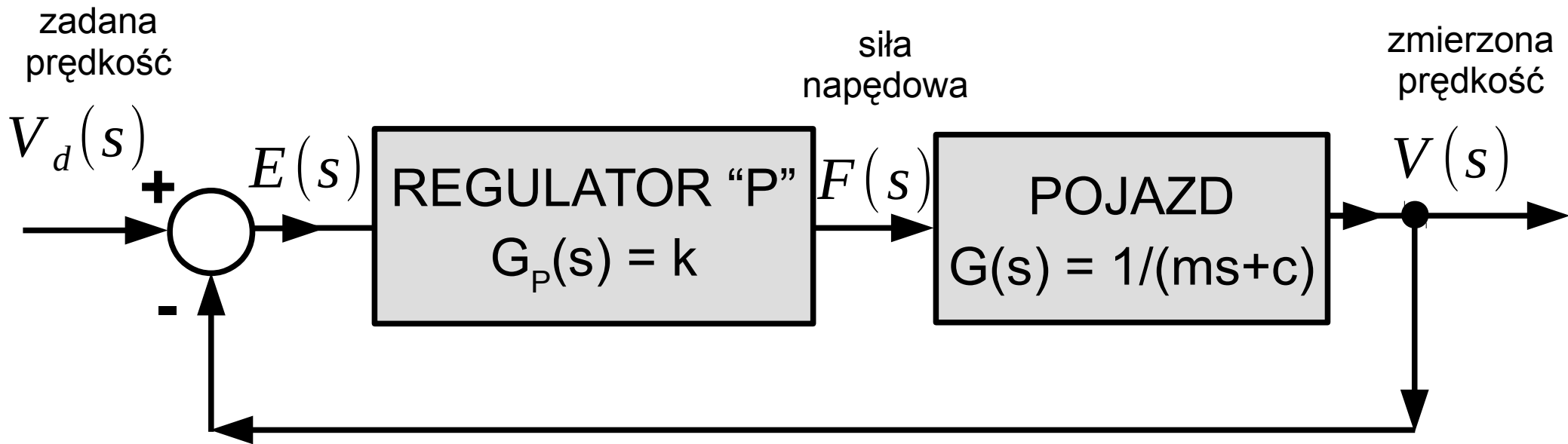
# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

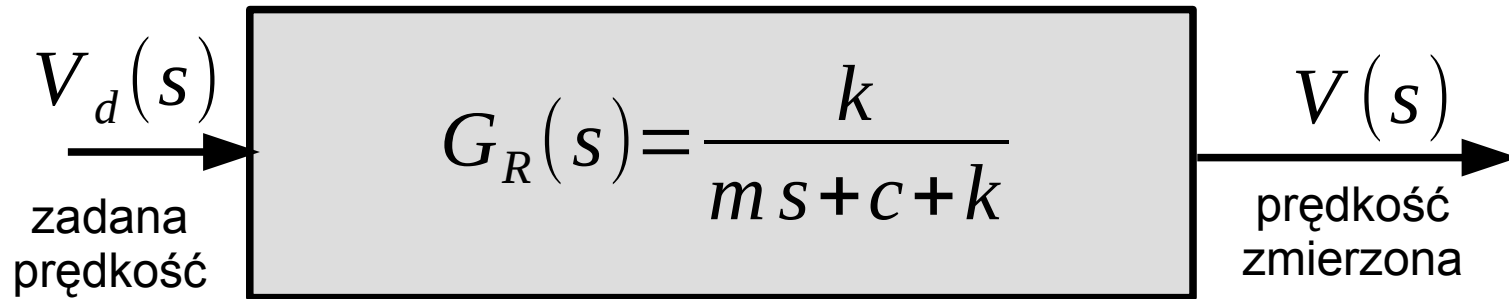


$$G_Z(s) = \frac{G_P(s)G(s)}{1 + G_P(s)G(s)}$$

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms + c + k}$$

# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

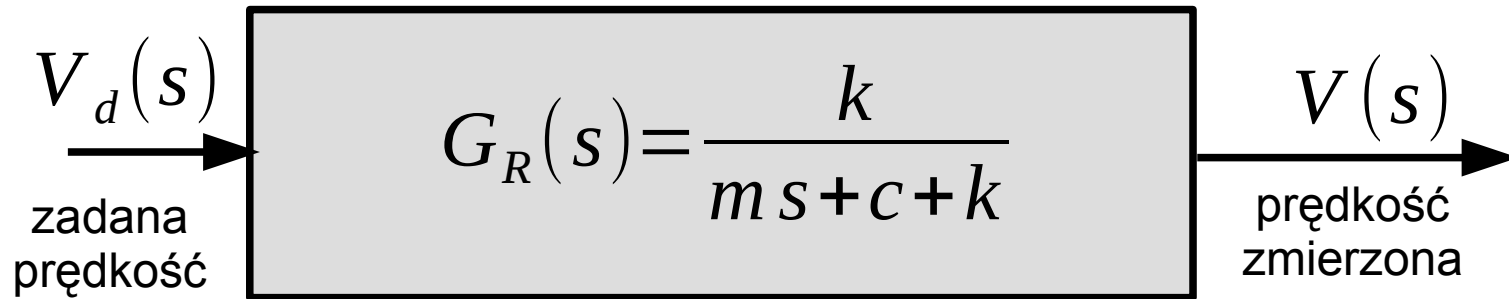


wejście:  $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$

Transformata wejścia:  $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)



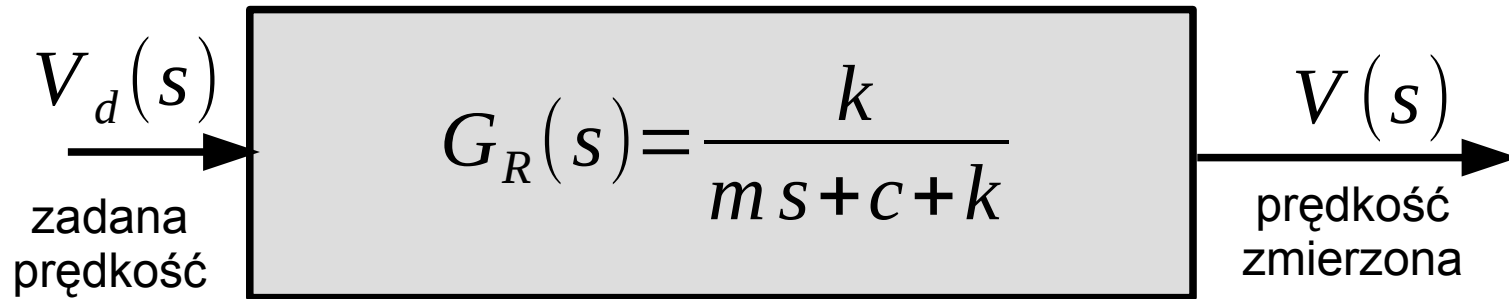
wejście:  $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$       Transformata wejścia:  $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

wyjście:

$$V(s) = V_d(s) G_Z(s) =$$

# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)



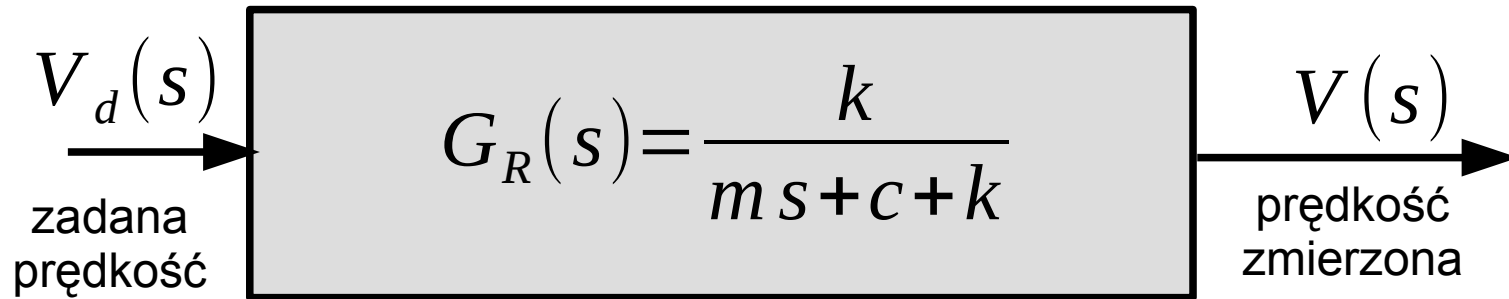
wejście:  $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$       Transformata wejścia:  $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

wyjście:

$$V(s) = V_d(s) G_Z(s) = \frac{v_0 k}{s(ms + c + k)} = \frac{v_0 k}{c + k} \frac{\frac{c + k}{m}}{s \left( s + \frac{c + k}{m} \right)}$$

# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)



wejście:  $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$       Transformata wejścia:  $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

wyjście:

$$V(s) = V_d(s) G_Z(s) = \frac{v_0 k}{s(ms + c + k)} = \frac{v_0 k}{c + k} \frac{\frac{c + k}{m}}{s \left( s + \frac{c + k}{m} \right)}$$

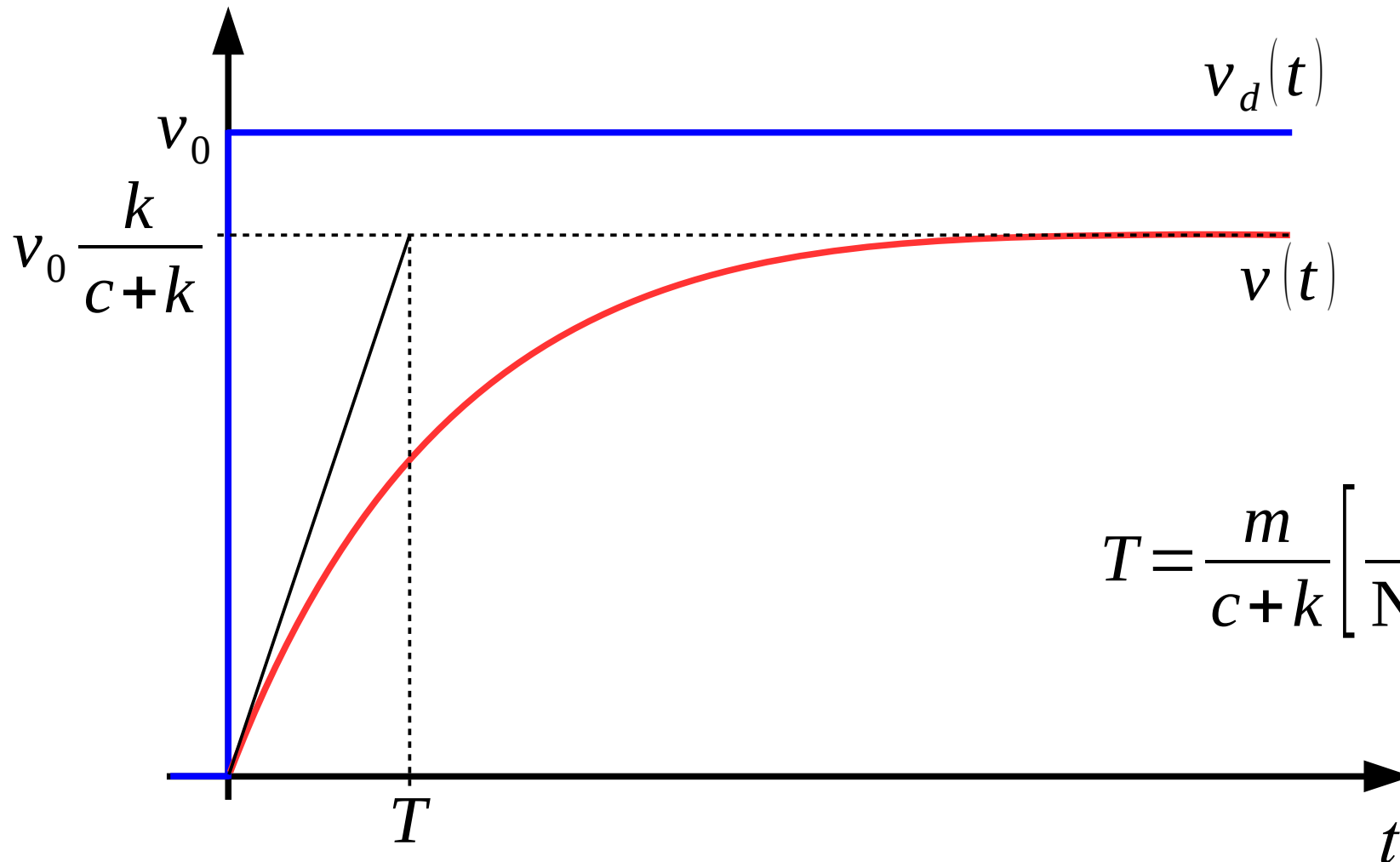
$$v(t) = \frac{v_0 k}{c + k} \left( 1 - \exp \left( -\frac{c + k}{m} t \right) \right)$$



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$

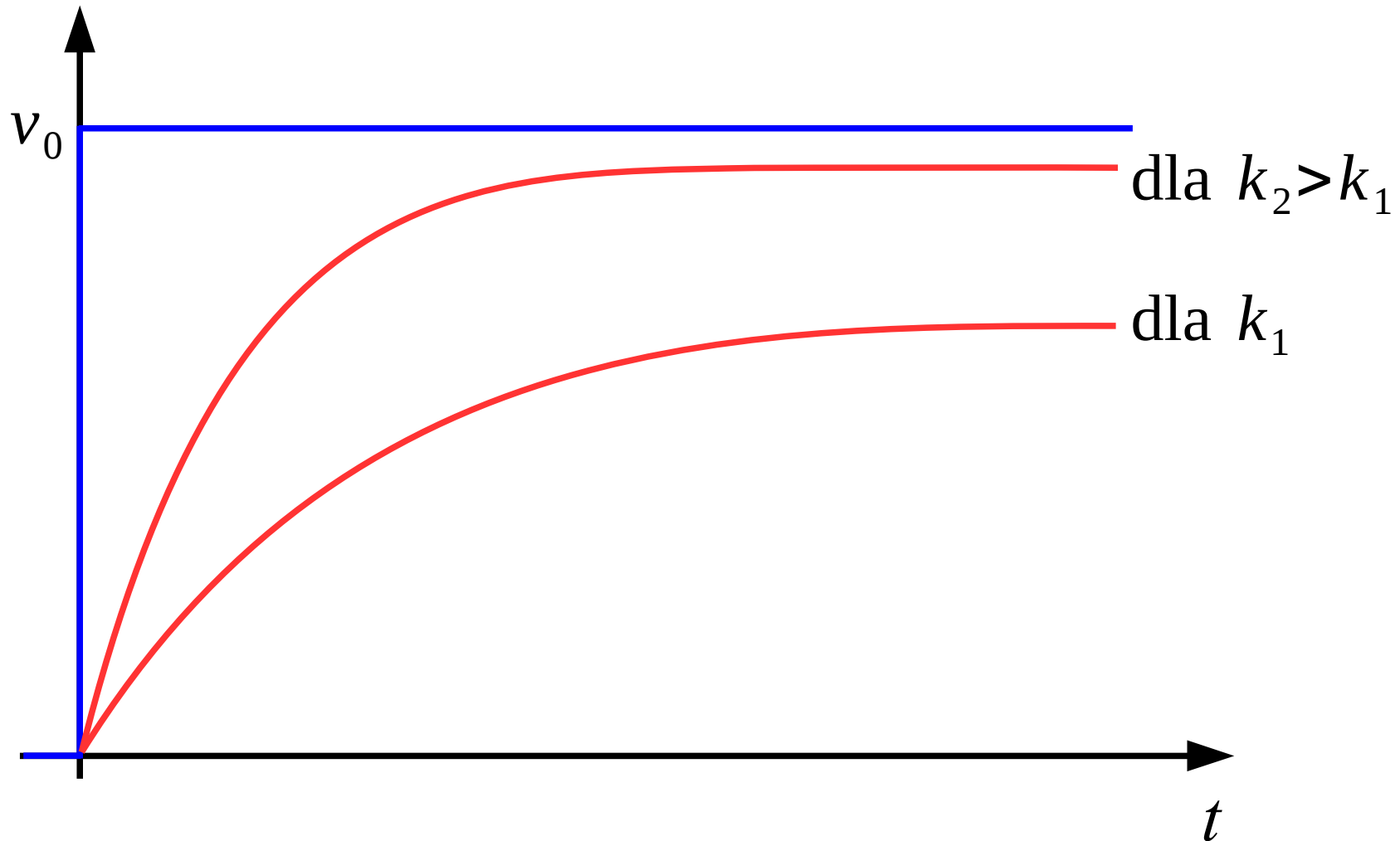


$$T = \frac{m}{c+k} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{Ns/m}} = \text{s} \right]$$

# Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

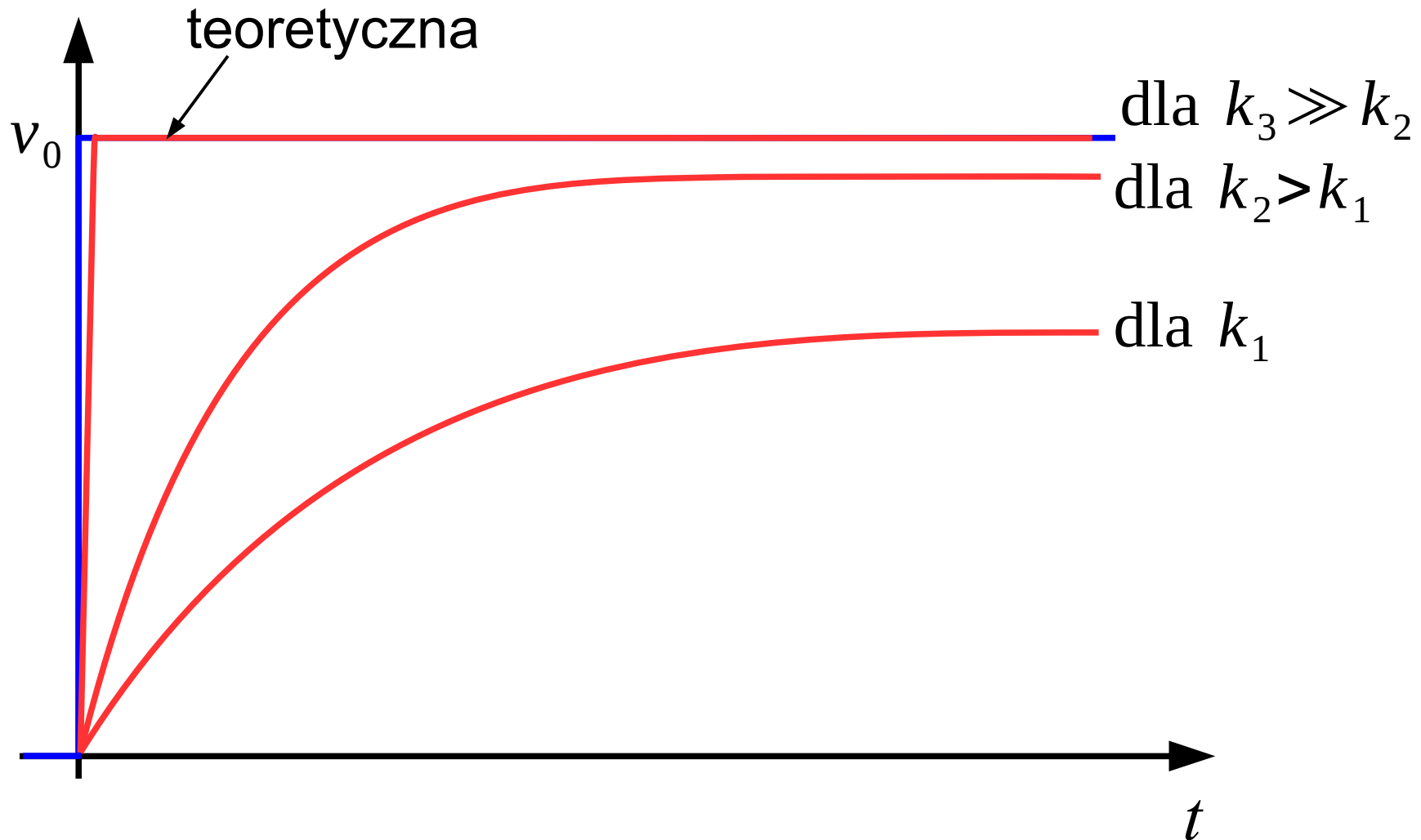
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



# Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

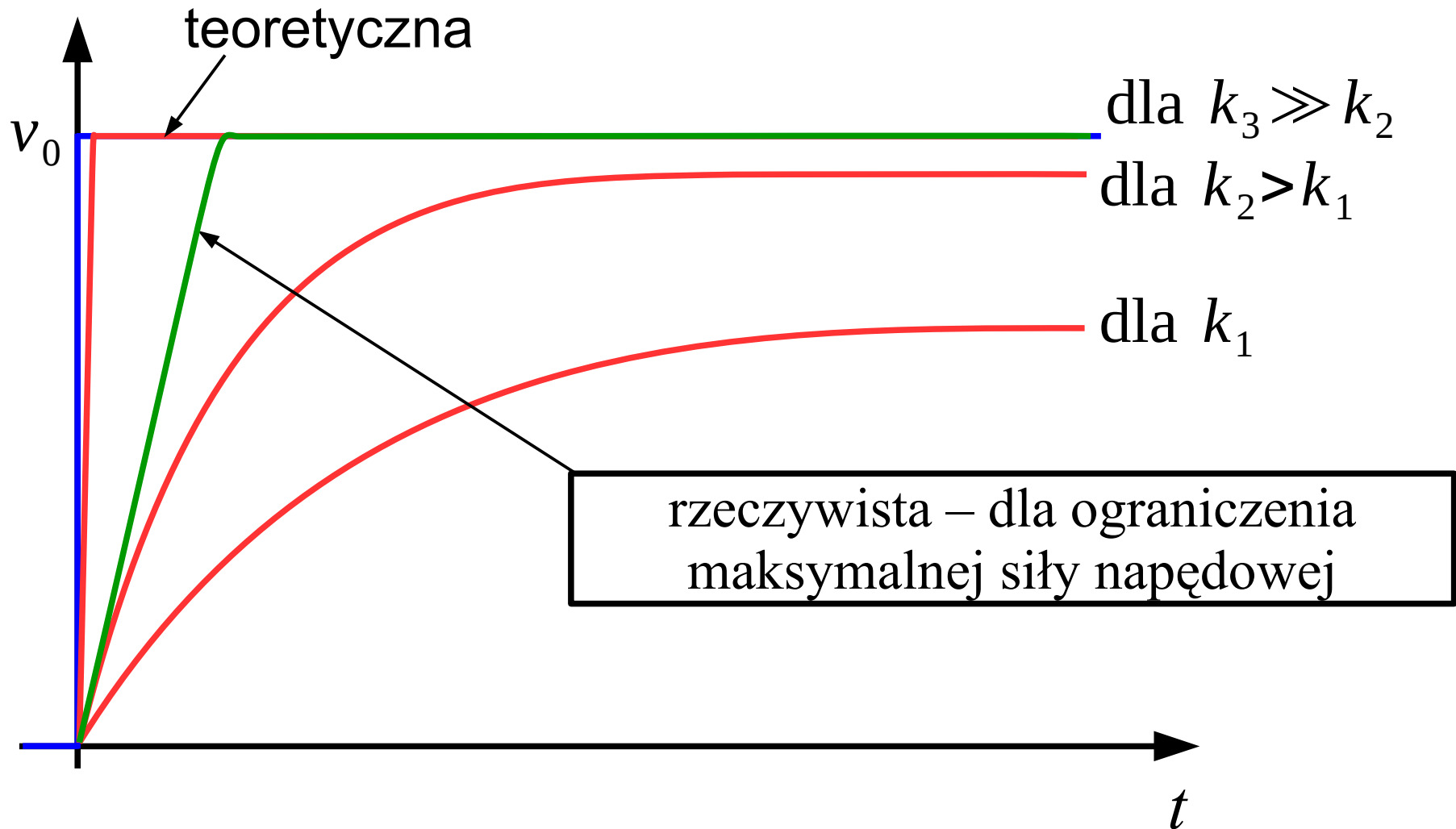
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



# Przykład 1

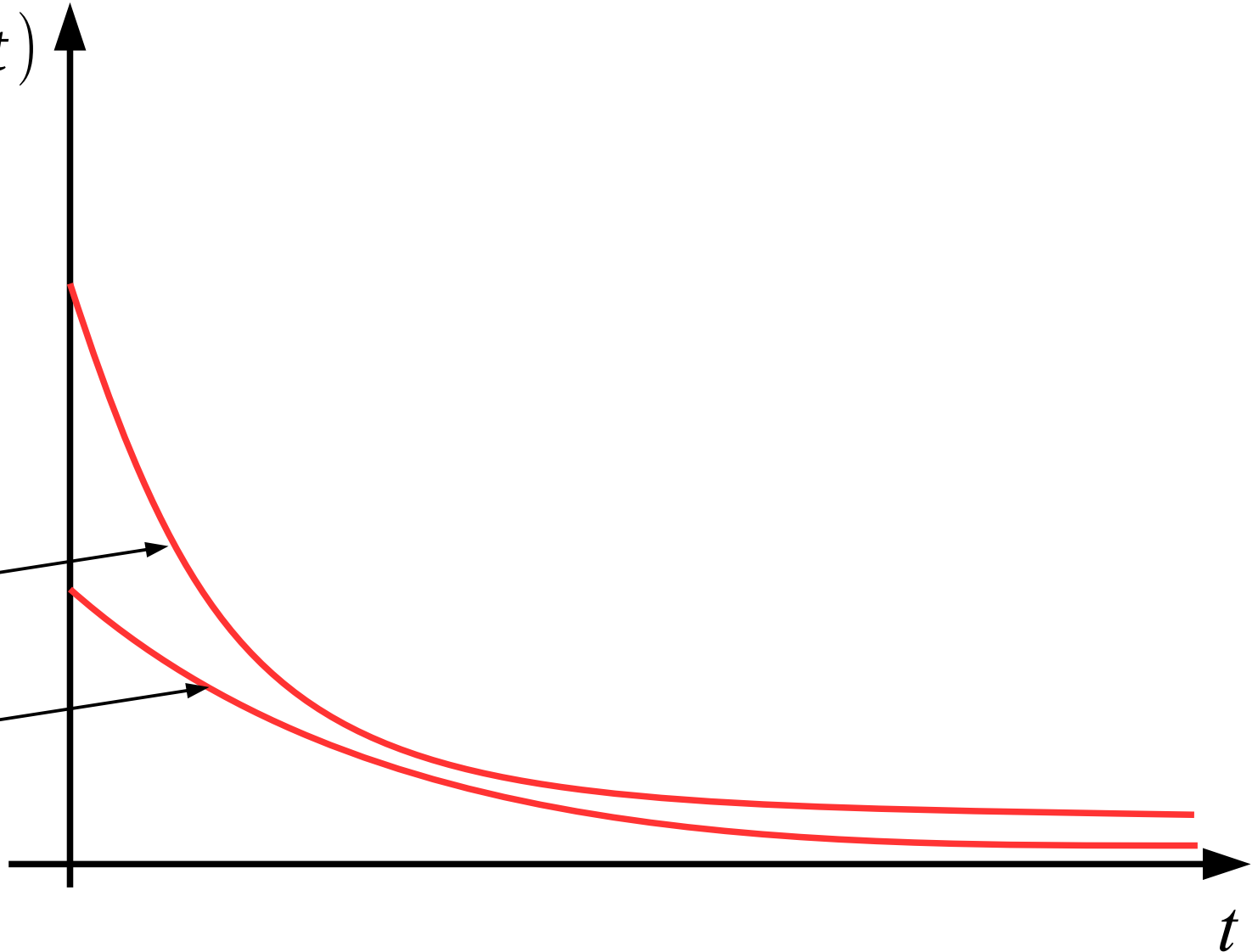
## Sterowanie prędkością (tempomat)

siła  
napędowa

$f(t)$

dla  $k_2 > k_1$

dla  $k_1$



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

siła  
napędowa

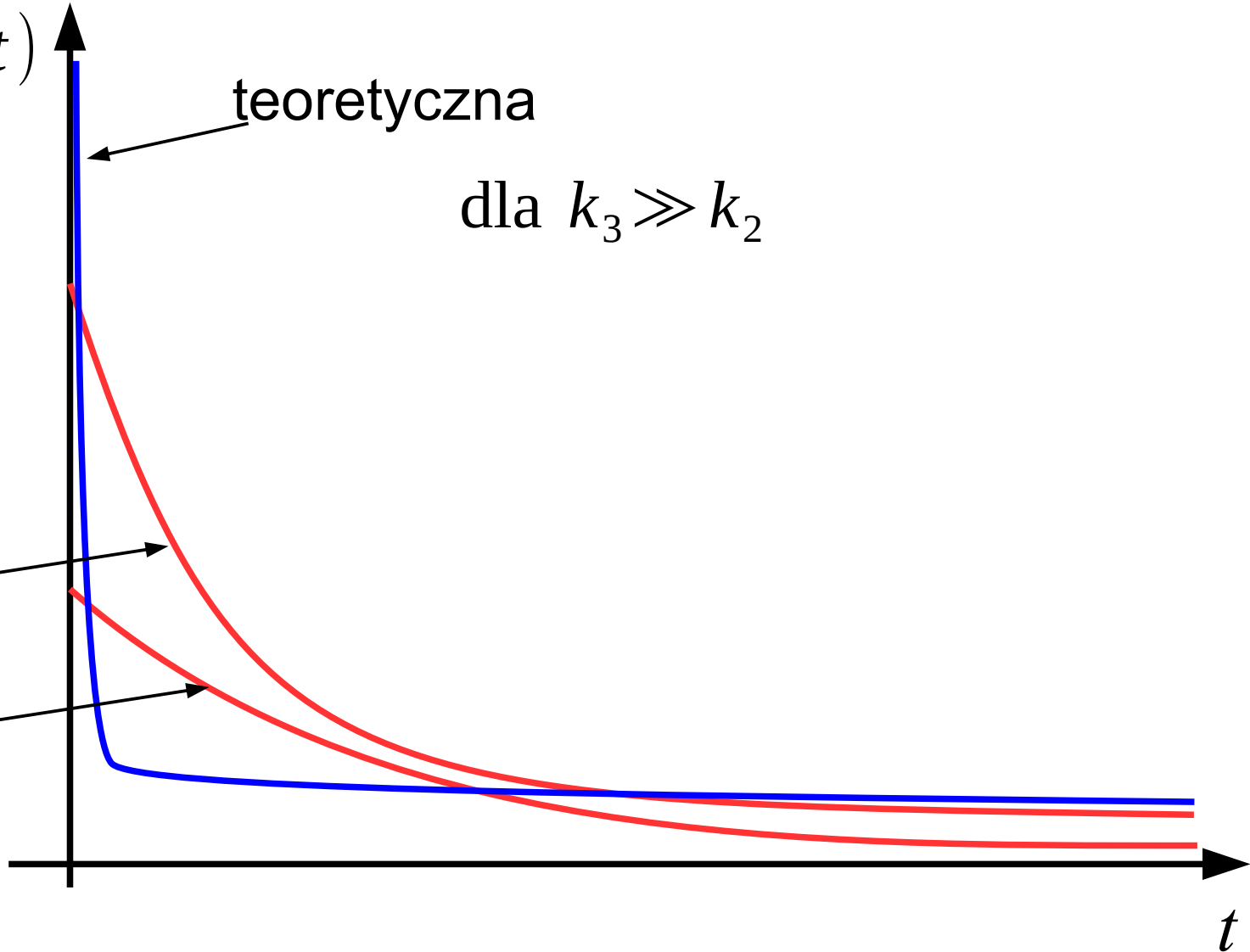
$f(t)$

teoretyczna

dla  $k_3 \gg k_2$

dla  $k_2 > k_1$

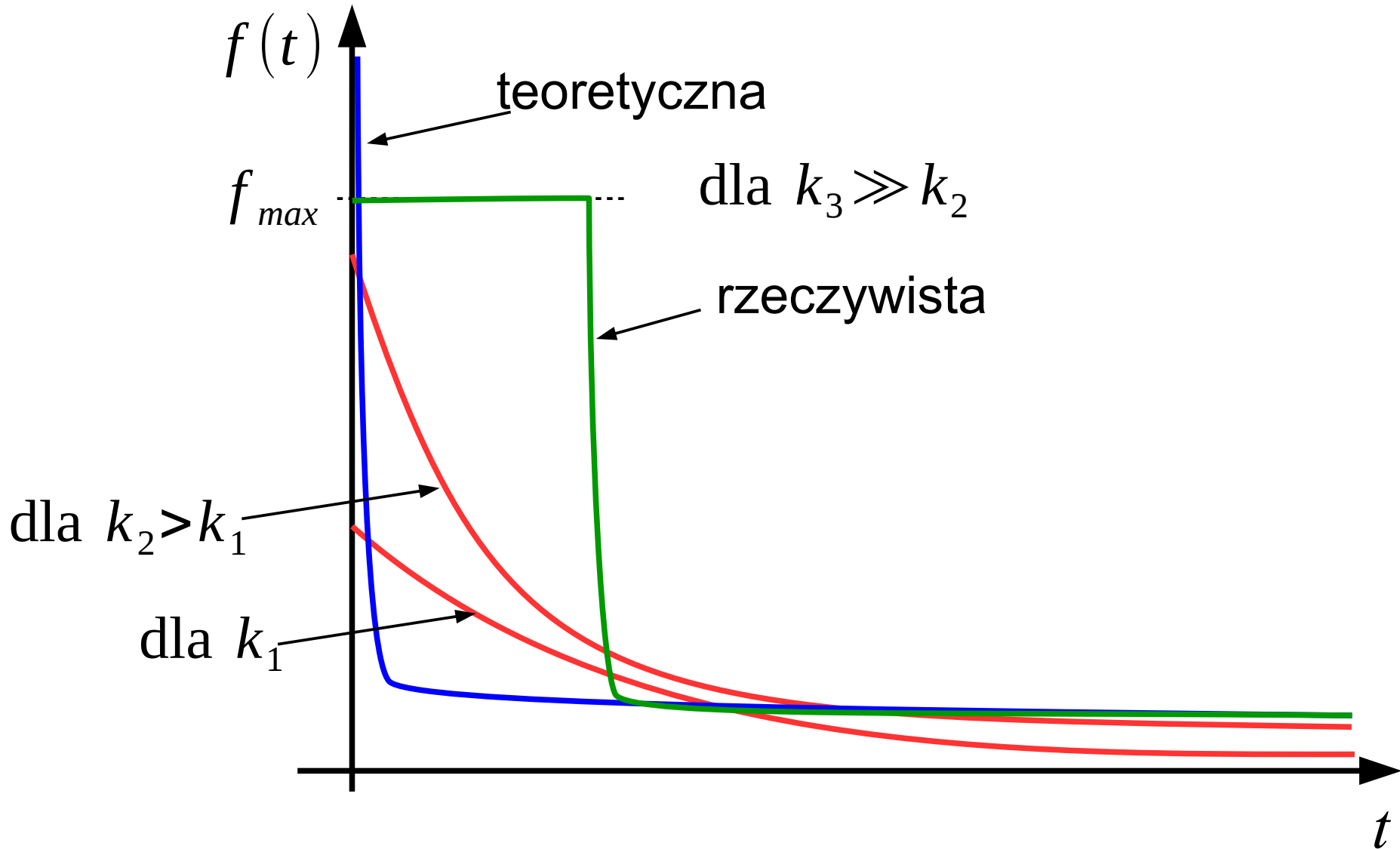
dla  $k_1$



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

siła  
napędowa



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

UWAGA!

ograniczenia wartości sygnałów

=

układ nieliniowy

=

model liniowy i opis z użyciem  
transmitancji nie jest prawdziwy



# Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms + c + k}, \quad G_Z(j\omega) = \frac{k}{mj\omega + c + k}$$

# Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms + c + k}, \quad G_Z(j\omega) = \frac{k}{mj\omega + c + k}$$

$$P(\omega) = \frac{k(c+k)}{m^2\omega^2 + (c+k)^2}, \quad Q(\omega) = \frac{-km\omega}{m^2\omega^2 + (c+k)^2}$$

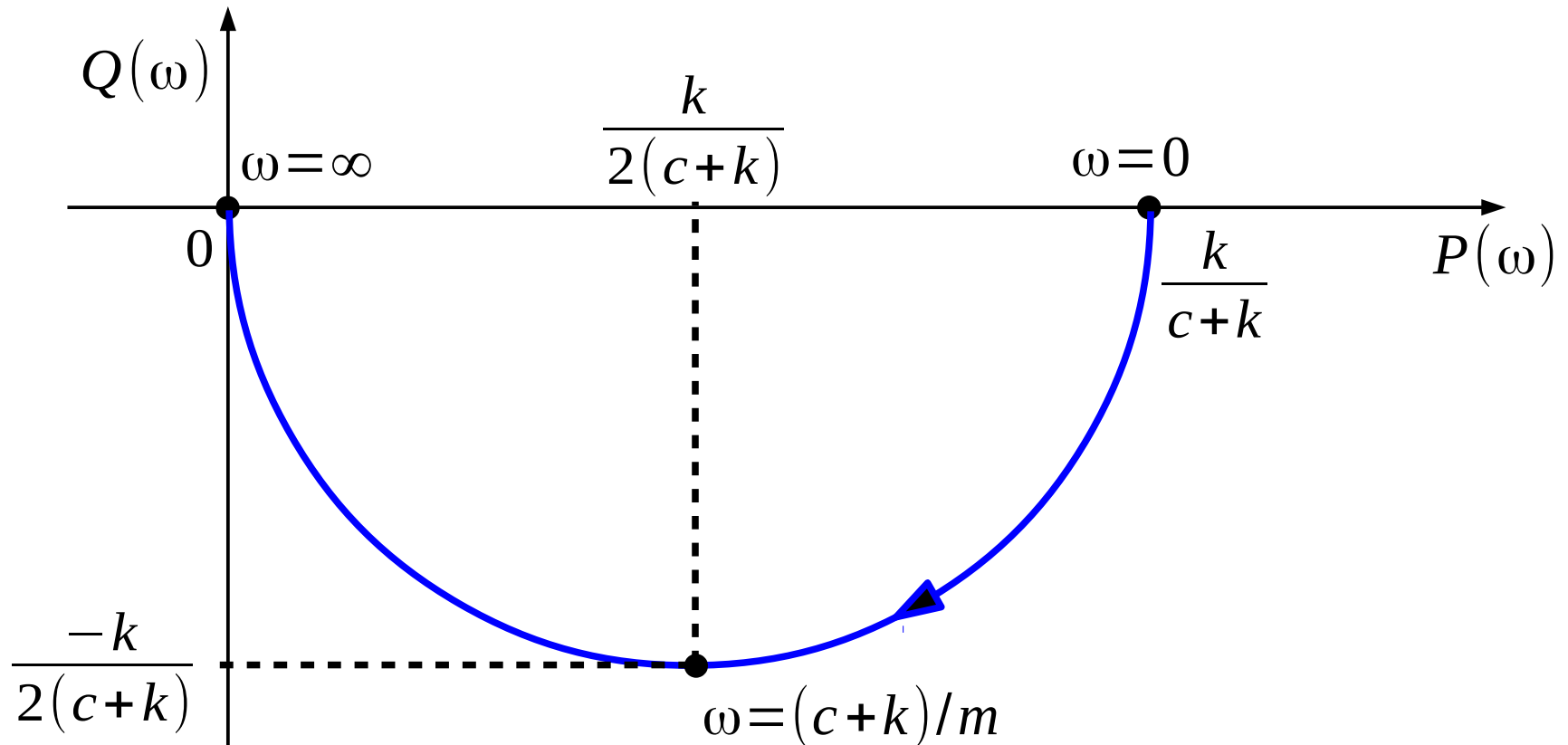
# Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms + c + k}, \quad G_Z(j\omega) = \frac{k}{mj\omega + c + k}$$

$$P(\omega) = \frac{k(c+k)}{m^2\omega^2 + (c+k)^2}, \quad Q(\omega) = \frac{-km\omega}{m^2\omega^2 + (c+k)^2}$$

dla  $k > 0$



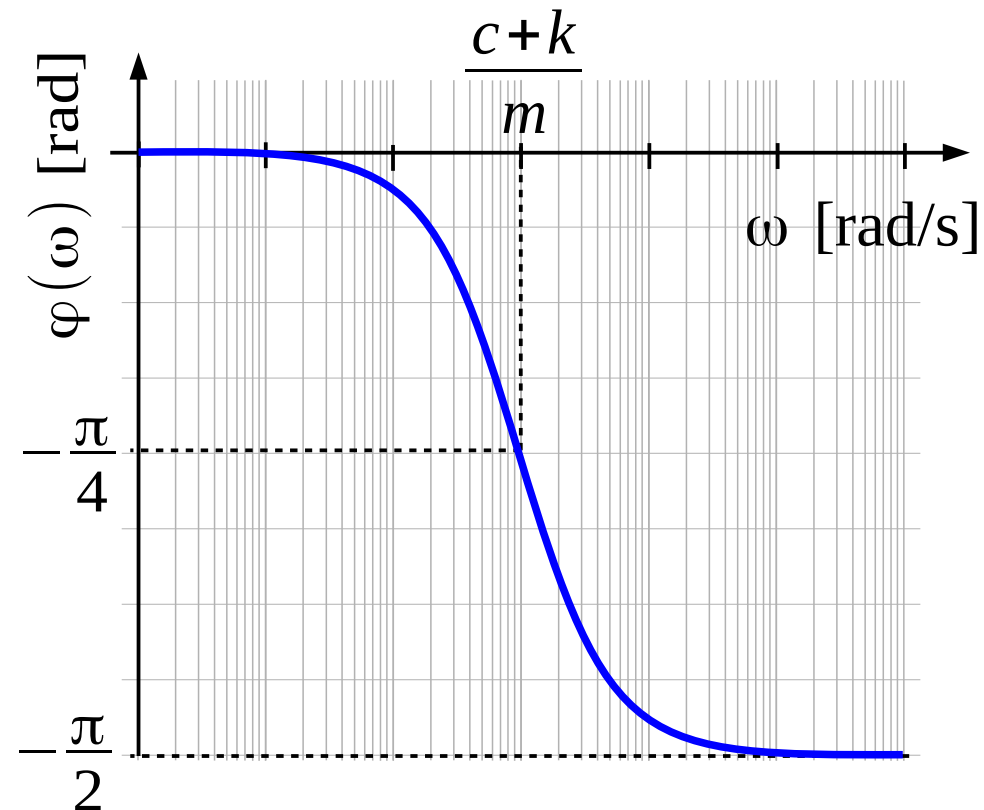
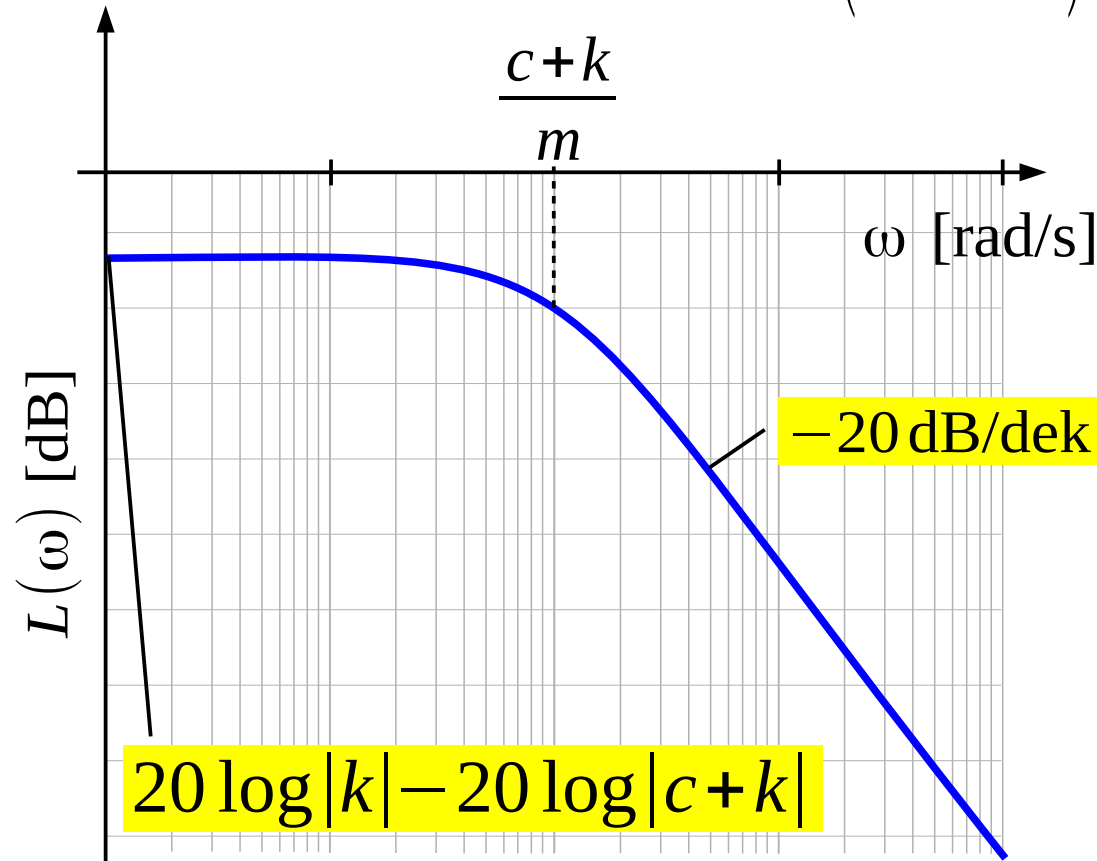
# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

$$A(\omega) = \sqrt{P^2 + Q^2} = |k| / \sqrt{m^2 \omega^2 + c + k}$$

$$L(\omega) = 20 \log A(\omega) = 20 \log |k| - 20 \log \sqrt{m^2 \omega^2 + (c+k)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{Q}{P} = \arctan \left( -\frac{m\omega}{c+k} \right)$$



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

### PODSUMOWANIE

#### regulator proporcjonalny + element inercyjny I rzędu

- stały błąd w stanie ustalonym
- zwiększenie wzmocnienia regulatora = spadek błędu stanu ustalonego i spadek czasu narastania
- ograniczenie maksymalnej wartości sygnału sterującego = ograniczenie minimalnego czasu narastania
- ograniczenia sygnałów = układ jest nieliniowy

# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

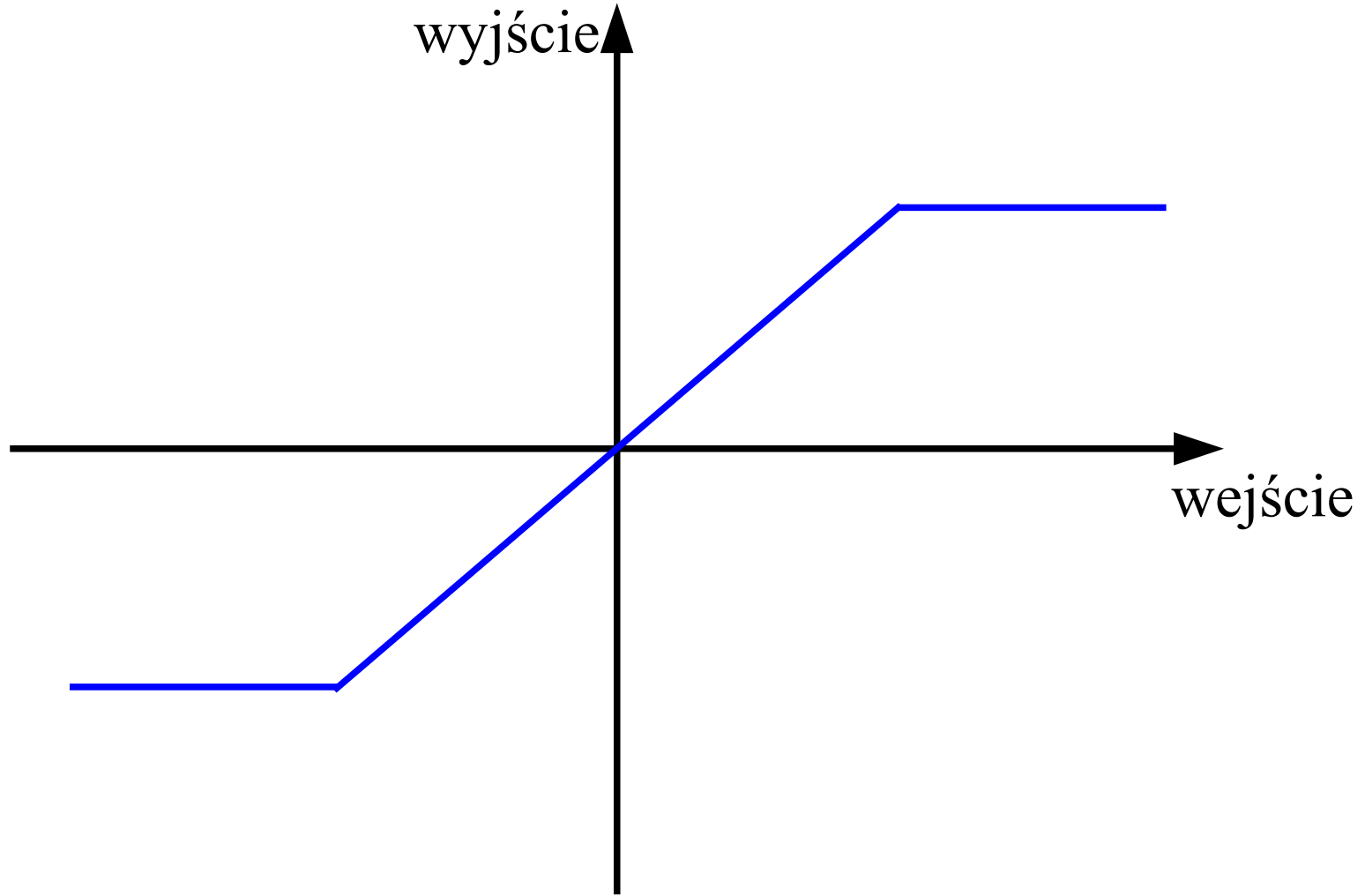
### PODSUMOWANIE

#### regulator proporcjonalny + element inercyjny I rzędu

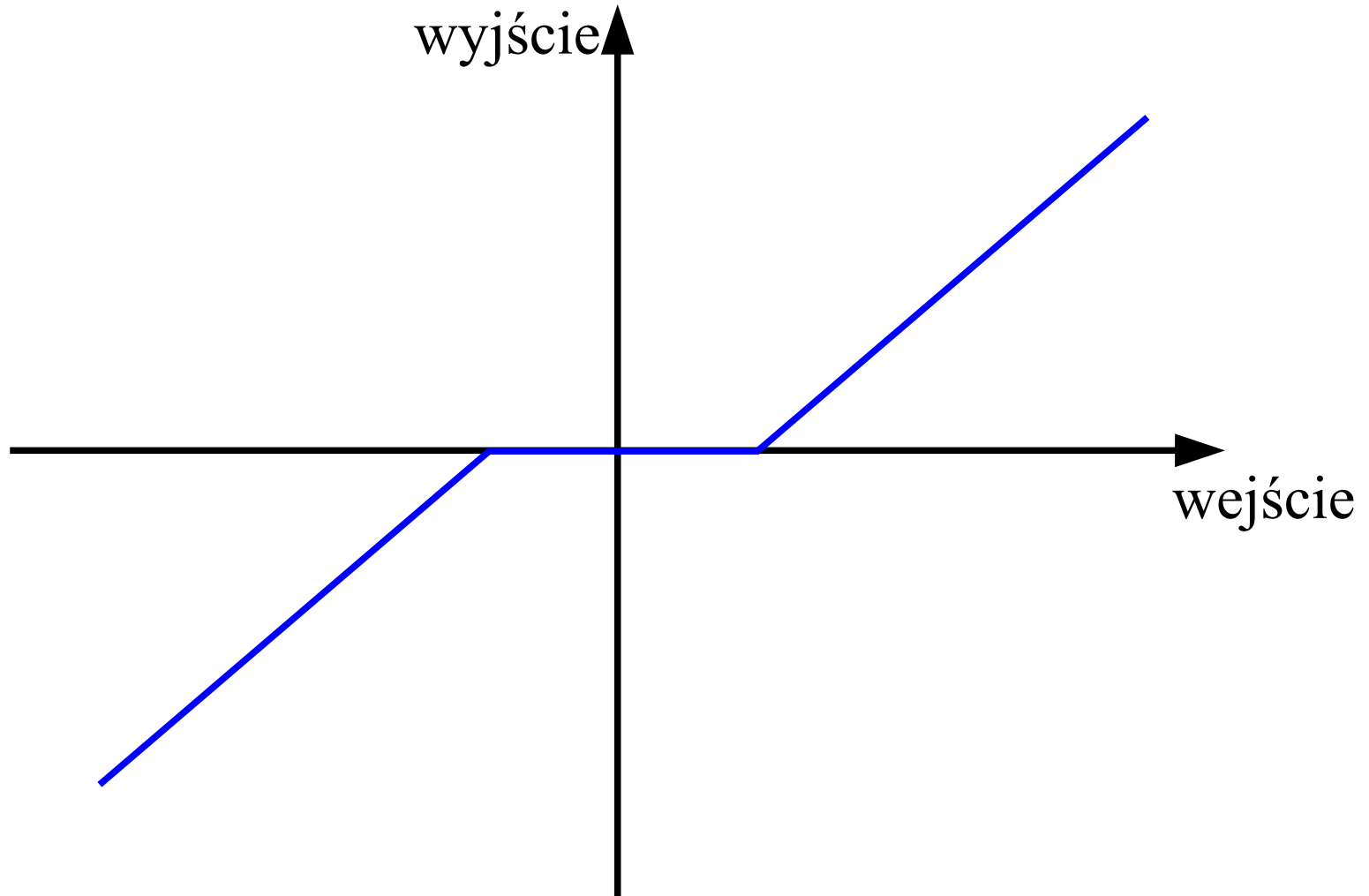
- stały błąd w stanie ustalonym
- zwiększenie wzmocnienia regulatora = spadek błędu stanu ustalonego i spadek czasu narastania
- ograniczenie maksymalnej wartości sygnału sterującego = ograniczenie minimalnego czasu narastania
- ograniczenia sygnałów = układ jest nieliniowy

układy nieliniowe – stosujemy opis równaniami stanu (wykład 15)  
i symulacje numeryczne

# Ograniczenie wartości sygnałów (saturacja)



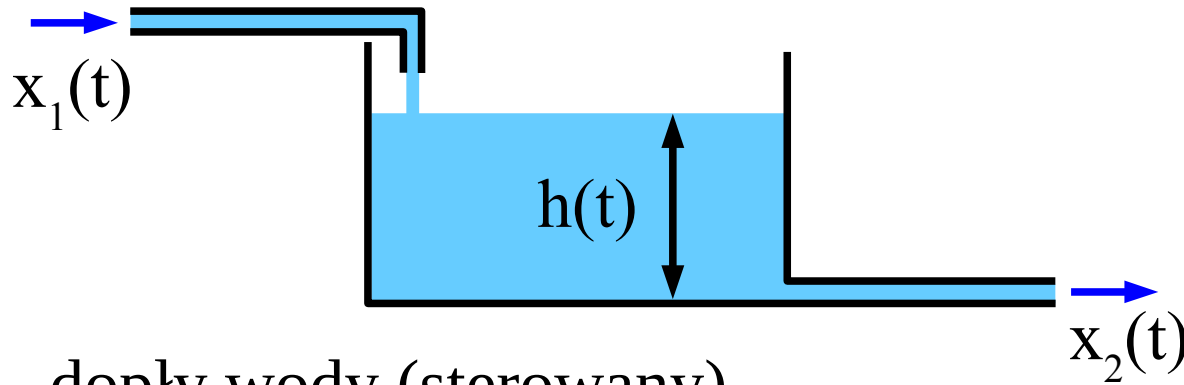
# Strefa nieczułości





# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody



$x_1(t) [m^3/s]$  - dopływ wody (sterowany)

$x_2(t) [m^3/s]$  - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

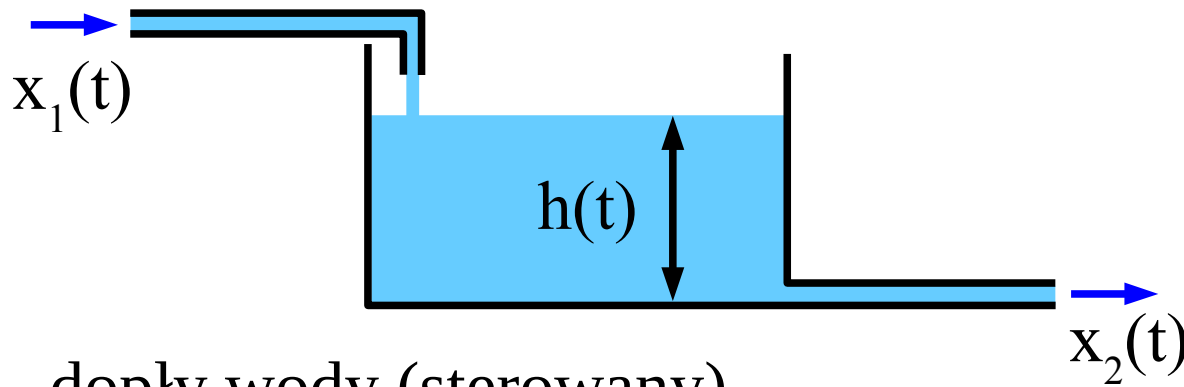
$v(t) [m^3]$  - objętość wody w zbiorniku

$h(t) [m]$  - poziom wody w zbiorniku

$A [m^2]$  - pole powierzchni przekroju zbiornika prostopadłościennego

# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody



$x_1(t)$  [ $m^3/s$ ] - dopływ wody (sterowany)

$x_2(t)$  [ $m^3/s$ ] - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

$v(t)$  [ $m^3$ ] - objętość wody w zbiorniku

$h(t)$  [ $m$ ] - poziom wody w zbiorniku

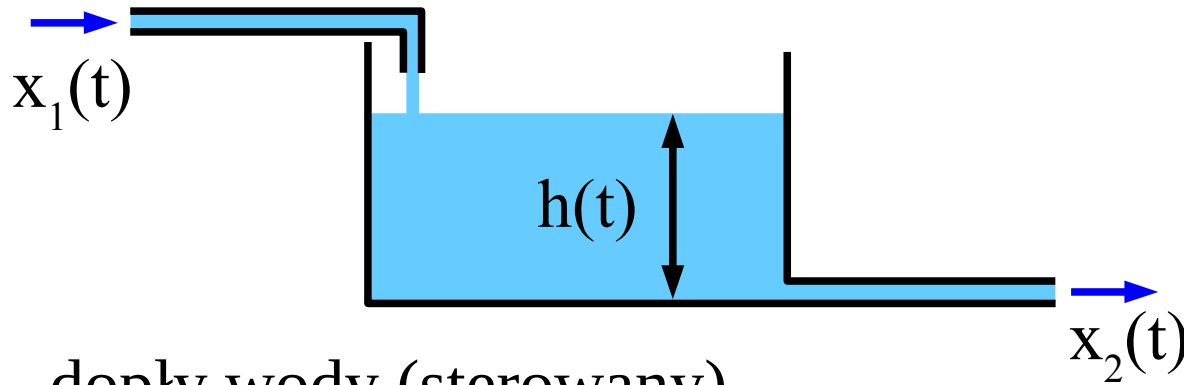
$A$  [ $m^2$ ] - pole powierzchni przekroju zbiornika prostokątnego

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

$$A \frac{dh(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody



$x_1(t) [m^3/s]$  - dopływ wody (sterowany)

$x_2(t) [m^3/s]$  - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

$v(t) [m^3]$  - objętość wody w zbiorniku

$h(t) [m]$  - poziom wody w zbiorniku

$A [m^2]$  - pole powierzchni przekroju zbiornika prostokątnego

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

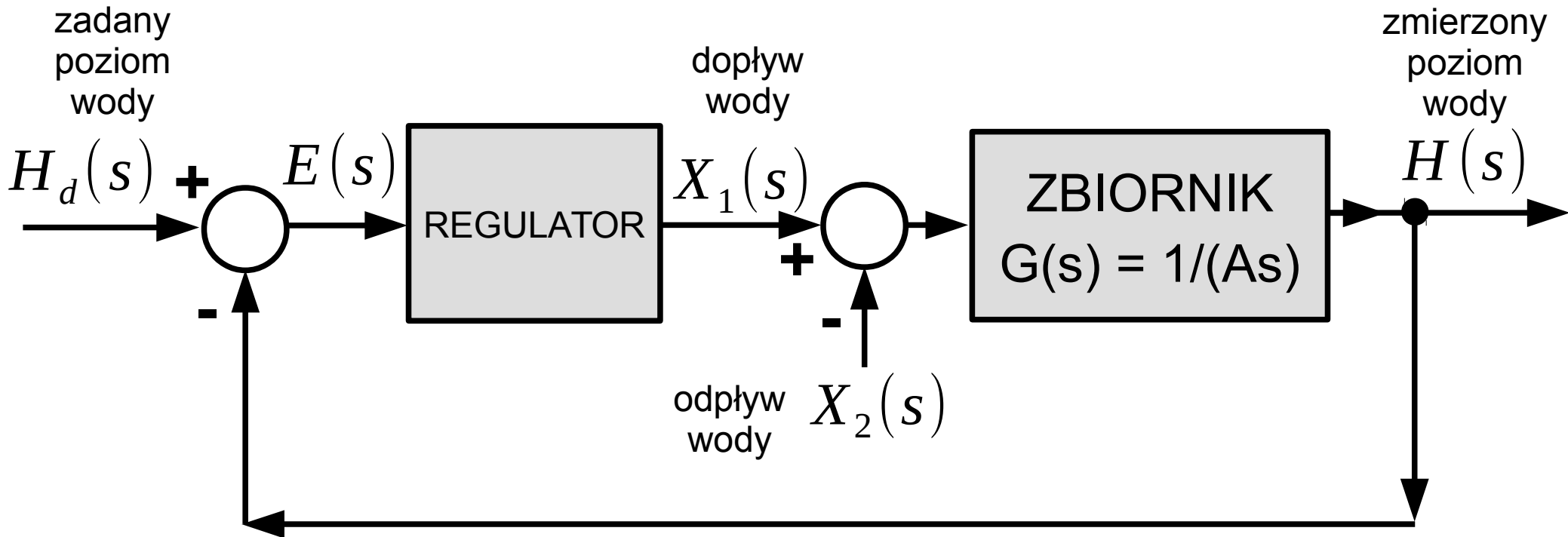
$$A \frac{dh(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

$$G(s) = \frac{H(s)}{X_1(s) - X_2(s)} = \frac{1}{As}$$



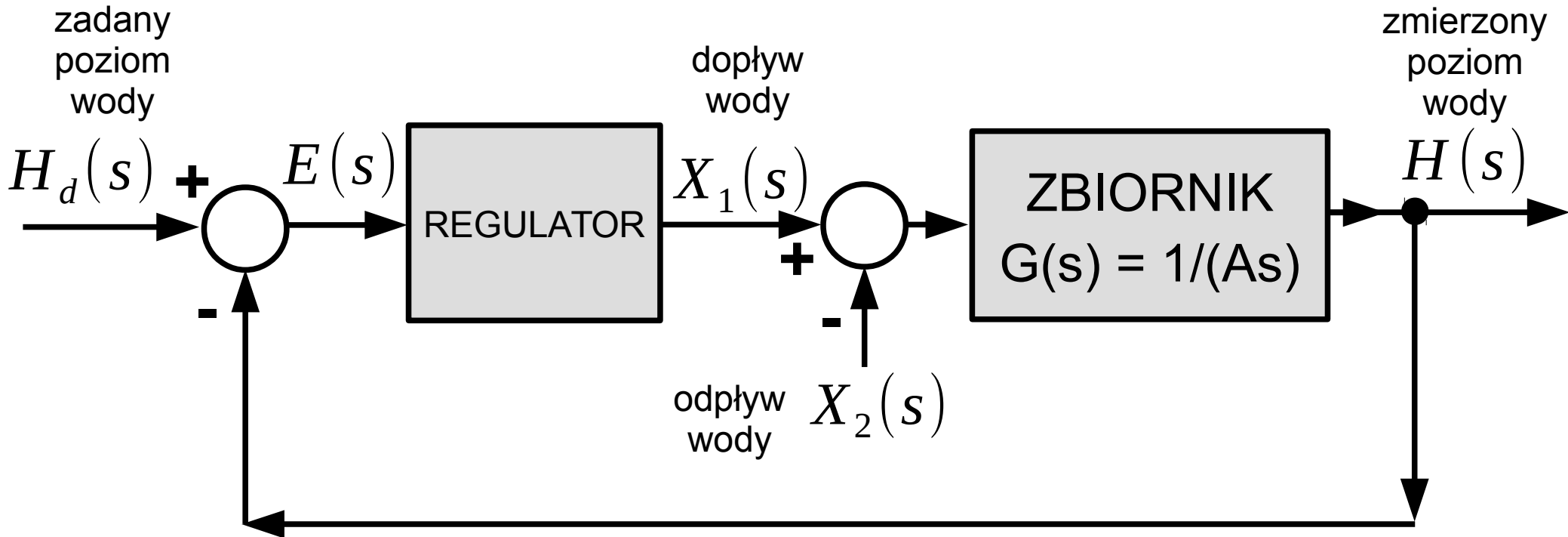
# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody



# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody



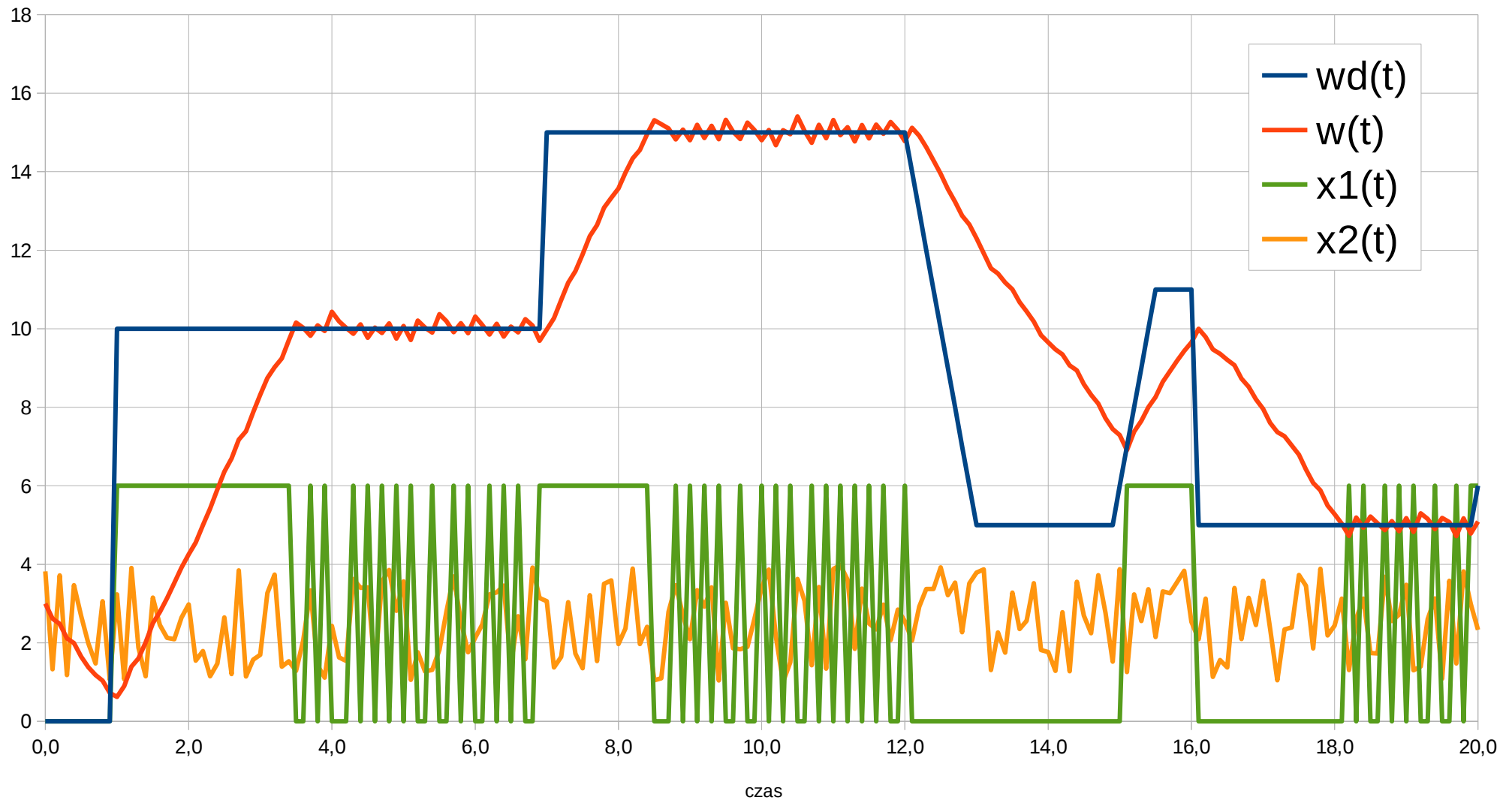
### Proponowane regulatory:

- idealny dwustanowy
- dwustanowy z histerezą
- proporcjonalny

# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody

regulator idealny dwustanowy



# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody

regulator dwustanowy z histerezą

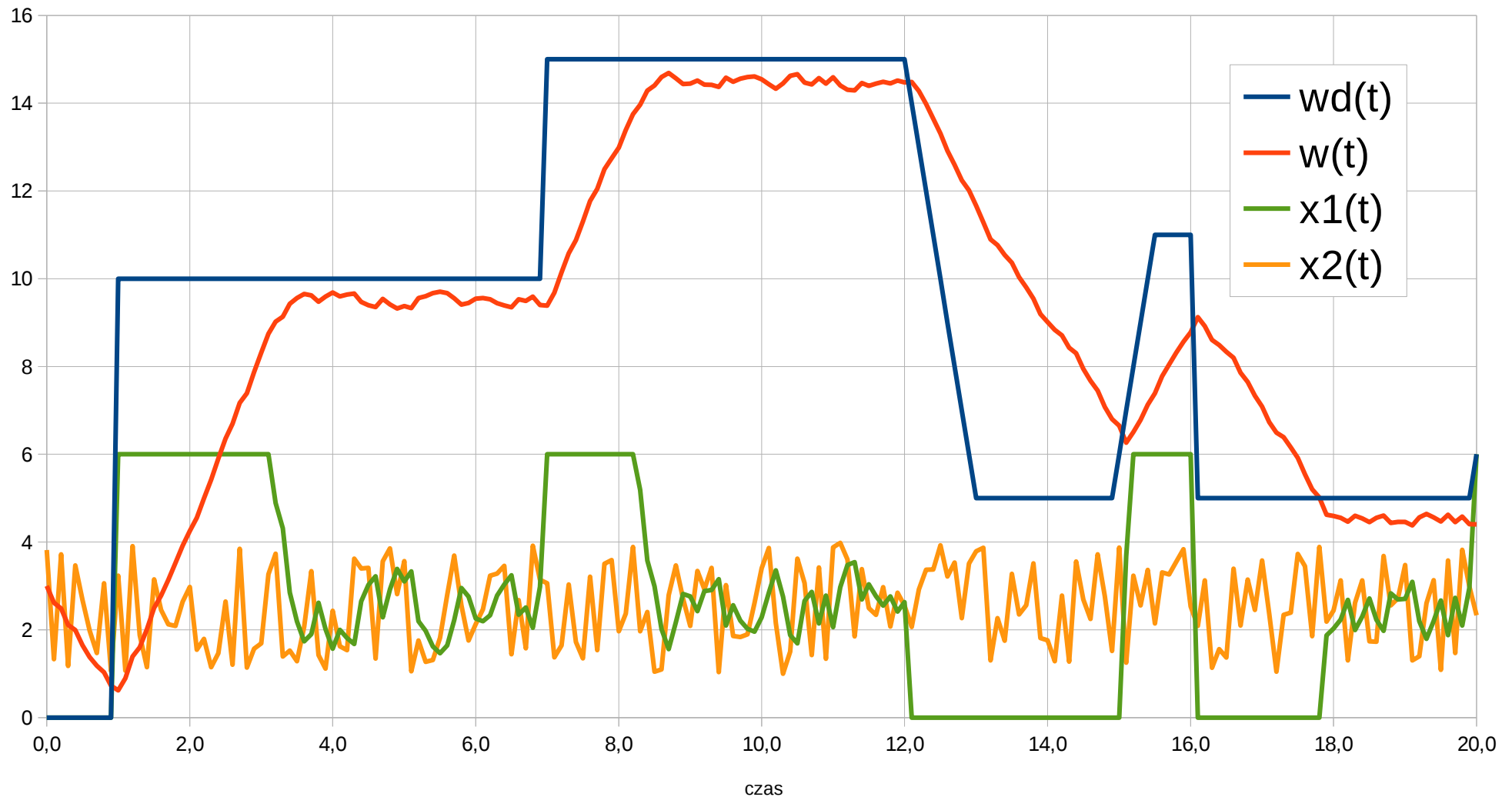




# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody

regulator proporcjonalny (małe wzmocnienie  $k_p$ )



# Przykład 2

## Sterowanie poziomem wody

regulator proporcjonalny (duże wzmocnienie  $k_p$ )

