



Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Teoria maszyn i podstawy automatyki
semestr zimowy 2019/2020

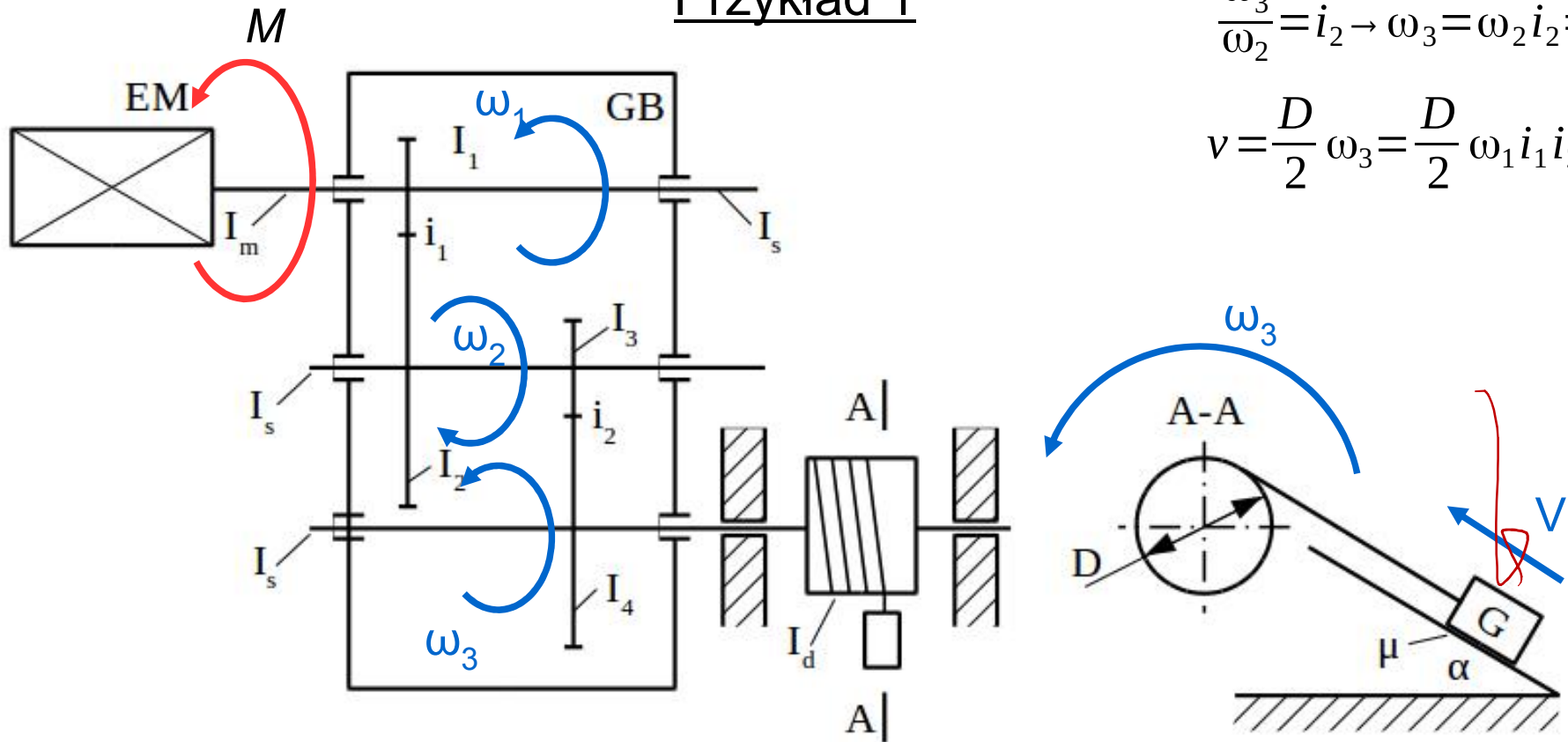
dr inż. Sebastian Korczak

Wykład 6 cd.

Równanie ruchu maszyny – przykład.

Redukcja mas i sił

Przykład 1



$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = i_1 \rightarrow \omega_2 = \omega_1 i_1$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = i_2 \rightarrow \omega_3 = \omega_2 i_2 = \omega_1 i_1 i_2$$

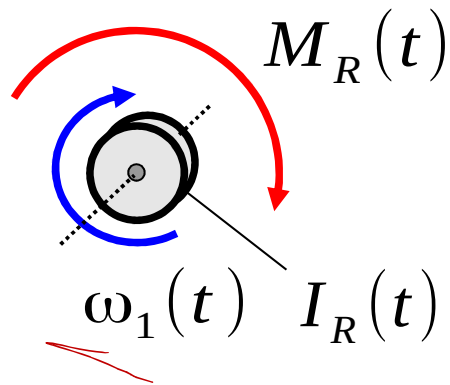
$$v = \frac{D}{2} \omega_3 = \frac{D}{2} \omega_1 i_1 i_2$$

$$I_R = I_m + I_1 + I_s + (I_2 + I_3 + I_s) i_1^2 + (I_4 + I_d + I_s) i_1^2 i_2^2 + \frac{G}{g} \frac{D^2}{4} i_1^2 i_2^2 = \text{const.}$$

$$M_R = M_s - \left(M_f i_1 i_2 + (\mu G \cos \alpha + G \sin \alpha) \frac{D}{2} i_1 i_2 \right) = M_C - M_B = \text{const.}$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1



Rozruch maszyny

$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R$$

$$M_R = A - B\omega_1 - M_B$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R} \omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R}$$

stałe: A, M_B, B, I_R

1. wz. szuk.

$$\omega_{1sz}(t) = F; \text{ podst.}$$

$$\frac{dF}{dt} + \frac{B}{I_R} F = \frac{A - M_B}{I_R} \rightarrow F = \frac{A - M_B}{B}$$

2. wz. ogólne

$$\omega_{1og}(t) = E e^{-at} \rightarrow \text{podst. } -a E e^{-at} + \frac{B}{I_R} E e^{-at} = 0$$

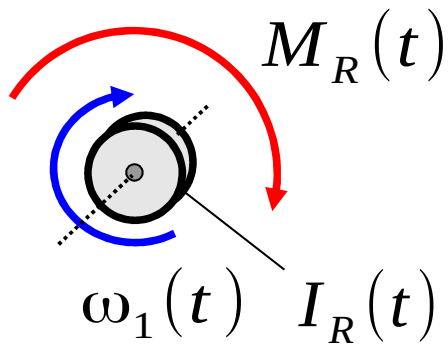
$$\omega_{1og}(t) = E e^{-\frac{B}{I_R} t}$$

$$a = \frac{B}{I_R}$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R$$

$$M_R = A - B\omega_1 - M_B$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R}\omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R}$$

stałe: A, M_B, B, I_R

$$3. \quad \underline{\omega_1(t)} = \omega_{og} + \omega_{sr} = E e^{-\frac{B}{I_R}t} + \frac{A - M_B}{B}$$

$$4. \quad \text{w.p. } \omega_1(t=0) = 0$$

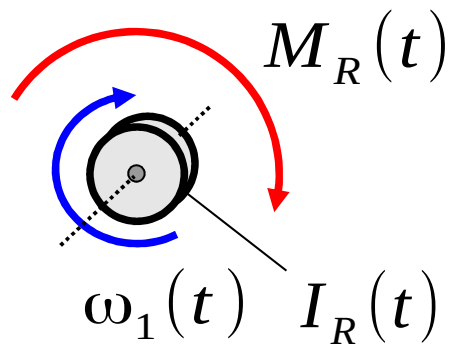
$$0 = E e^0 + \frac{A - M_B}{B} \Rightarrow E = -\frac{A - M_B}{B}$$

$$5. \quad \omega_1(t) = -\frac{A - M_B}{B} e^{-\frac{B}{I_R}t} + \frac{A - M_B}{B} = \frac{A - M_B}{B} \left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t} \right)$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R$$

$$M_R = A - B\omega_1 - M_B$$

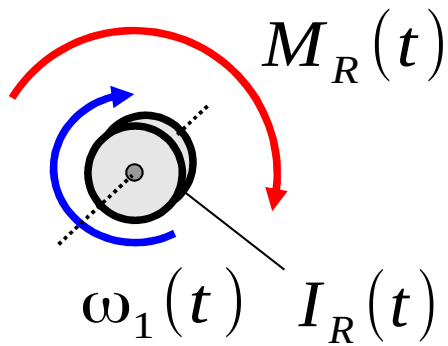
$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R} \omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R}$$

stałe: A, M_B, B, I_R

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



$$I_R \frac{d\omega_1}{dt} = M_R$$

$$\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{B}{I_R} \omega_1 = \frac{A - M_B}{I_R}$$

20T. A > M_B

rozwiązanie ogólne

rozwiązanie szczególne

$$\omega_{1og}(t) = E e^{-\frac{B}{I_R}t} \quad \omega_{1sz}(t) = F$$

warunek początkowy

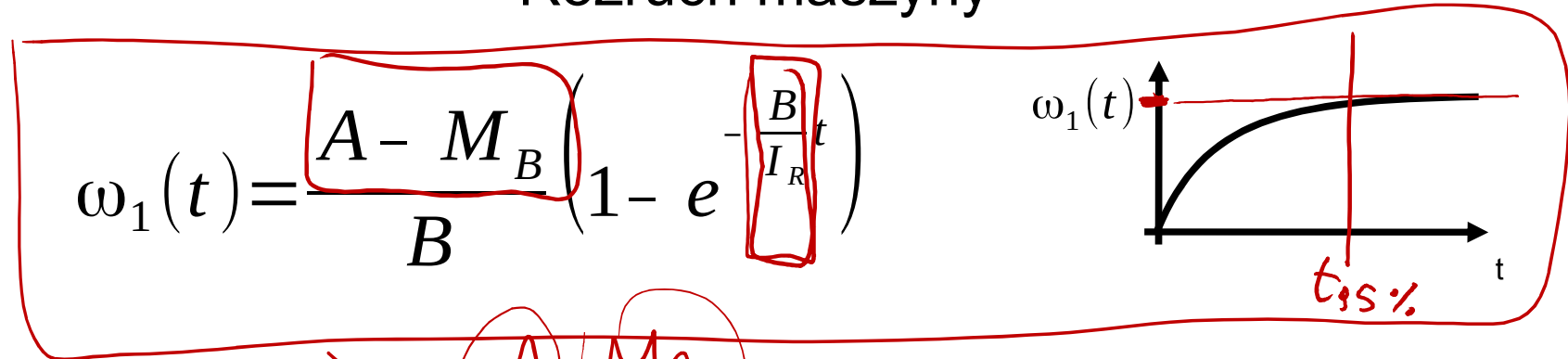
$$\omega_1(t=0) = 0$$

$$\omega_1(t) = \frac{A - M_B}{B} \left(1 - e^{-\frac{B}{I_R}t} \right)$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny



$$\omega_{1max}(t) = \frac{A - M_B}{B}$$

— nie zależy od I_R

czas rozruchu:

$$95\% \omega_{1max}(t) = 95\% \frac{A - M_B}{B} \Rightarrow \frac{A - M_B}{B} \left(1 - e^{-\frac{B}{I_R} t_{95}} \right)$$

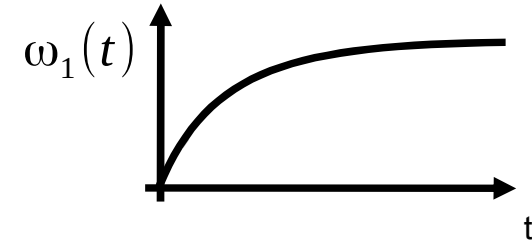
$$e^{-\frac{B}{I_R} t_{95}} = 0,05 \rightarrow -\frac{B}{I_R} t_{95} = \ln 0,05 \quad t_{95} = -\frac{I_R}{B} \ln 0,05 \approx 3 \frac{I_R}{B}$$

Redukcja mas i sił

Przykład 1

Rozruch maszyny

$$\omega_1(t) = \frac{A - M_B}{B} \left(1 - e^{-\frac{B}{I_R} t} \right)$$



prędkość ruchu ustalonego:

$$\omega_{max} = \frac{A - M_B}{B}$$

czas rozruchu
(95% maks. prędk.):

$$0,95 \omega_{max} = \frac{A - M_B}{B} \left(1 - e^{-\frac{B}{I_R} t_{95}} \right)$$

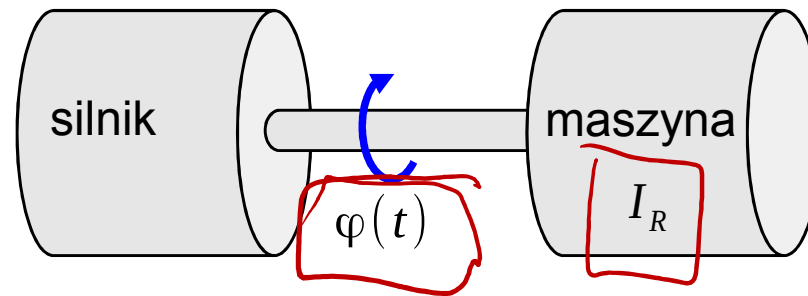
$$t_{95} \approx 3 \frac{I_R}{B}$$

Wykład 7

- ↳ Nierównomierność biegu maszyny.
 - ↳ Koło zamachowe.
- Wstęp do automatyki.

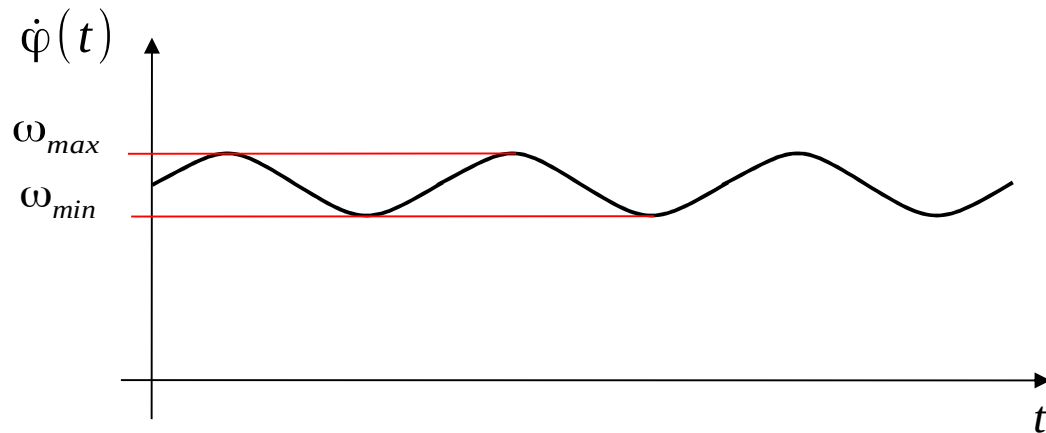
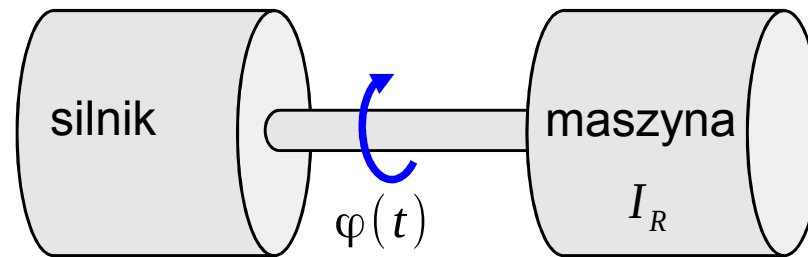
Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



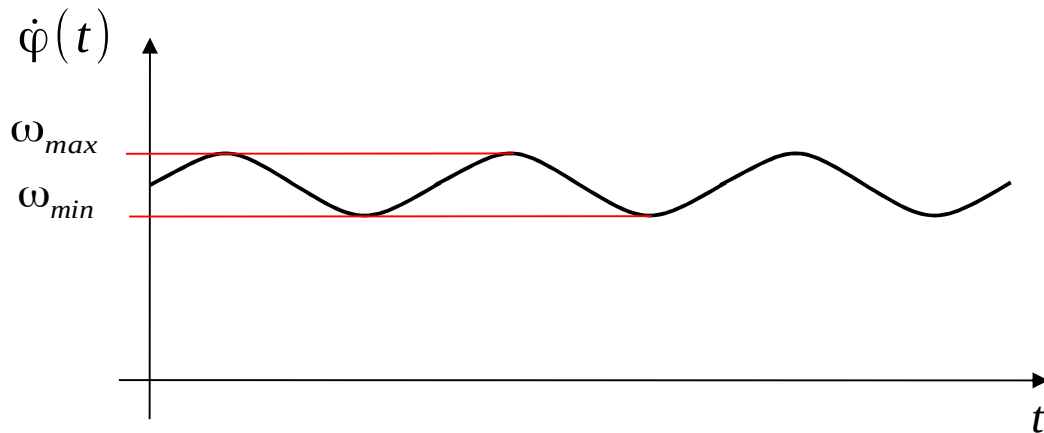
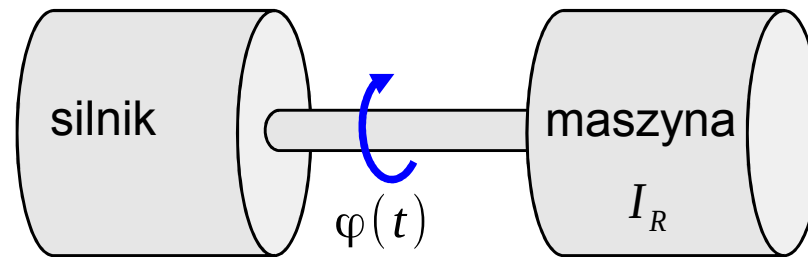
Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym

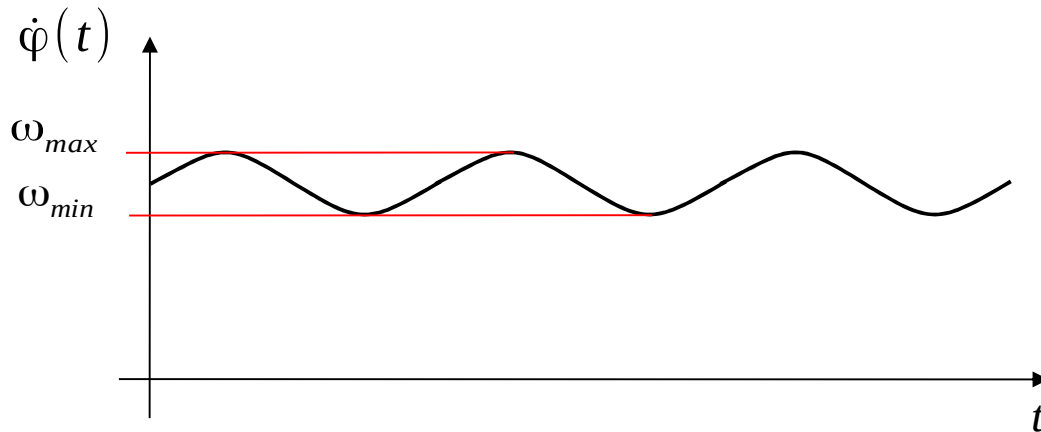
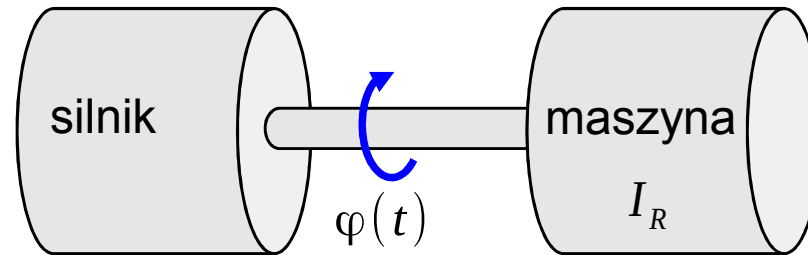


Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

Pompy

$$\delta = 1/5 \div 1/30$$

silniki spalinowe

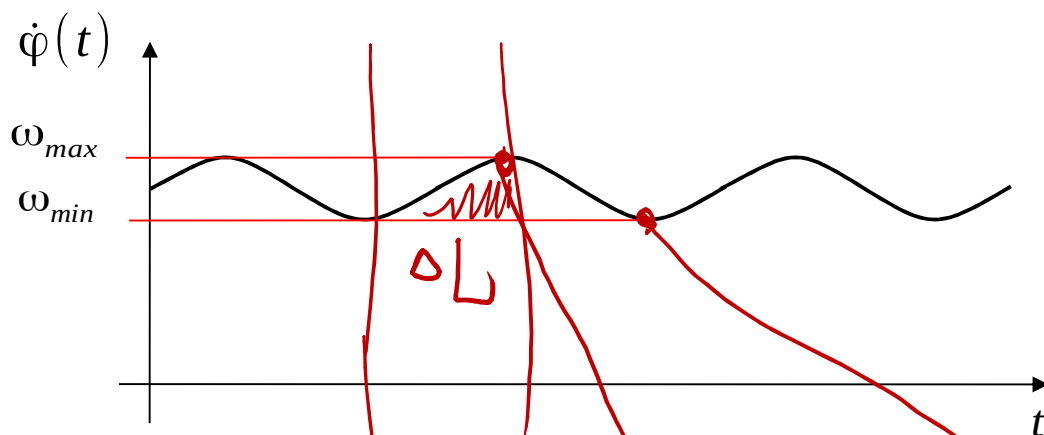
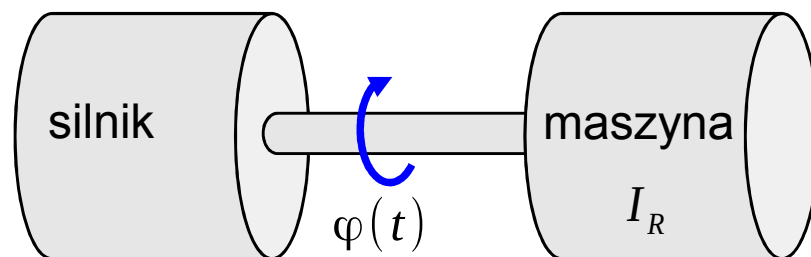
$$\delta = 1/50 \div 1/150$$

generatory

$$\delta = 1/200 \div 1/300$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

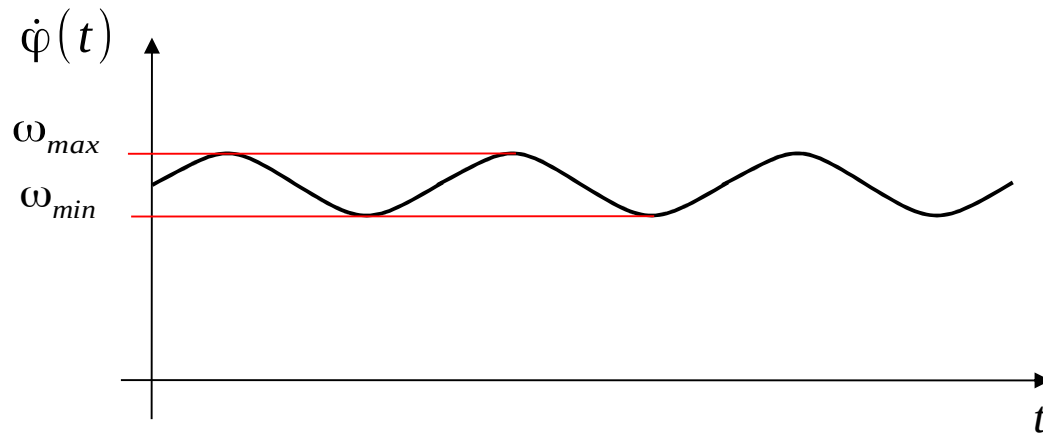
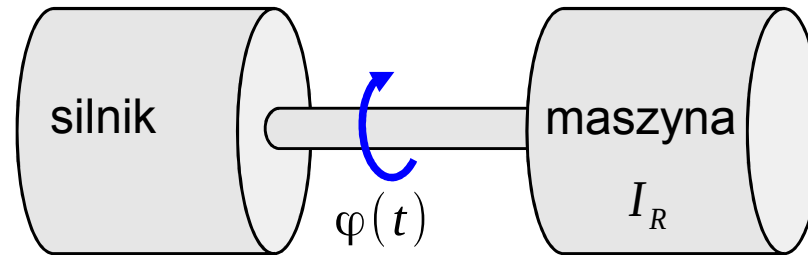
$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{sr}} \quad \omega_{sr} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

$$E_{k.max} = \frac{1}{2} I_R \omega_{max}^2 \quad E_{k.min} = \frac{1}{2} I_R \omega_{min}^2$$

$$\begin{aligned} \Delta L &= E_{k.max} - E_{k.min} = \frac{1}{2} I_R (\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2) = \frac{1}{2} I_R (\omega_{max} - \omega_{min}) (\omega_{max} + \omega_{min}) \\ &= I_R (\omega_{max} - \omega_{min}) \omega_{sr}^2 = I_R \delta \omega_{sr}^2 \end{aligned}$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

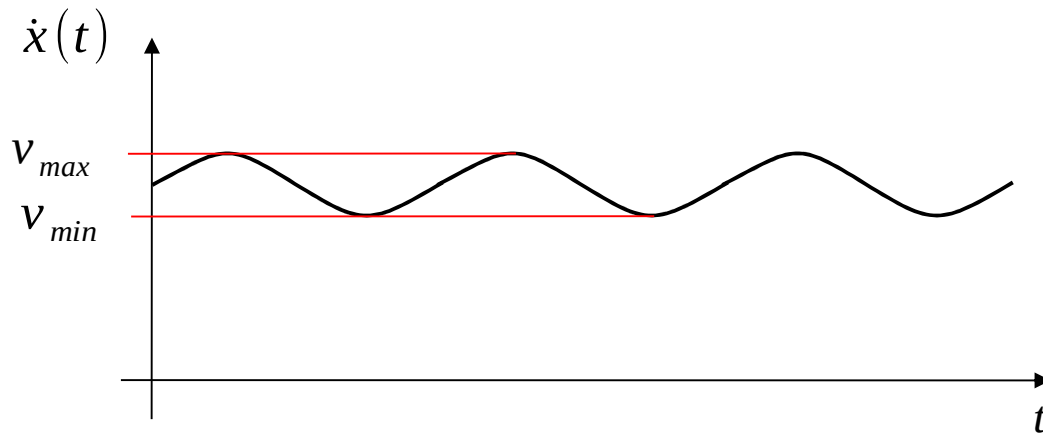
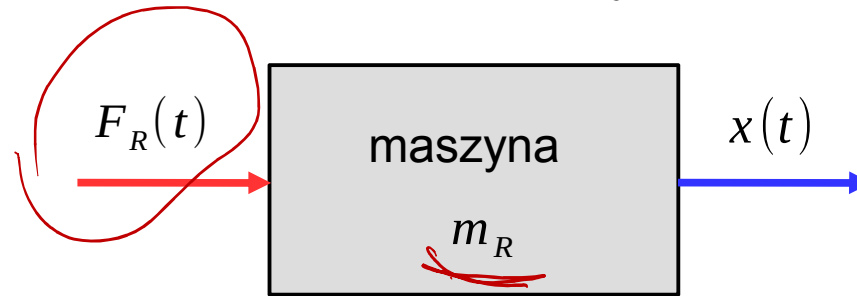
$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{\acute{s}r}} \quad \omega_{\acute{s}r} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2}$$

$$E_{k.max} = \frac{1}{2} I_R \omega_{max}^2 \quad E_{k.min} = \frac{1}{2} I_R \omega_{min}^2$$

$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym



Nierównomierność biegu maszyny

$$\delta = \frac{v_{max} - v_{min}}{v_{\acute{s}r}}$$

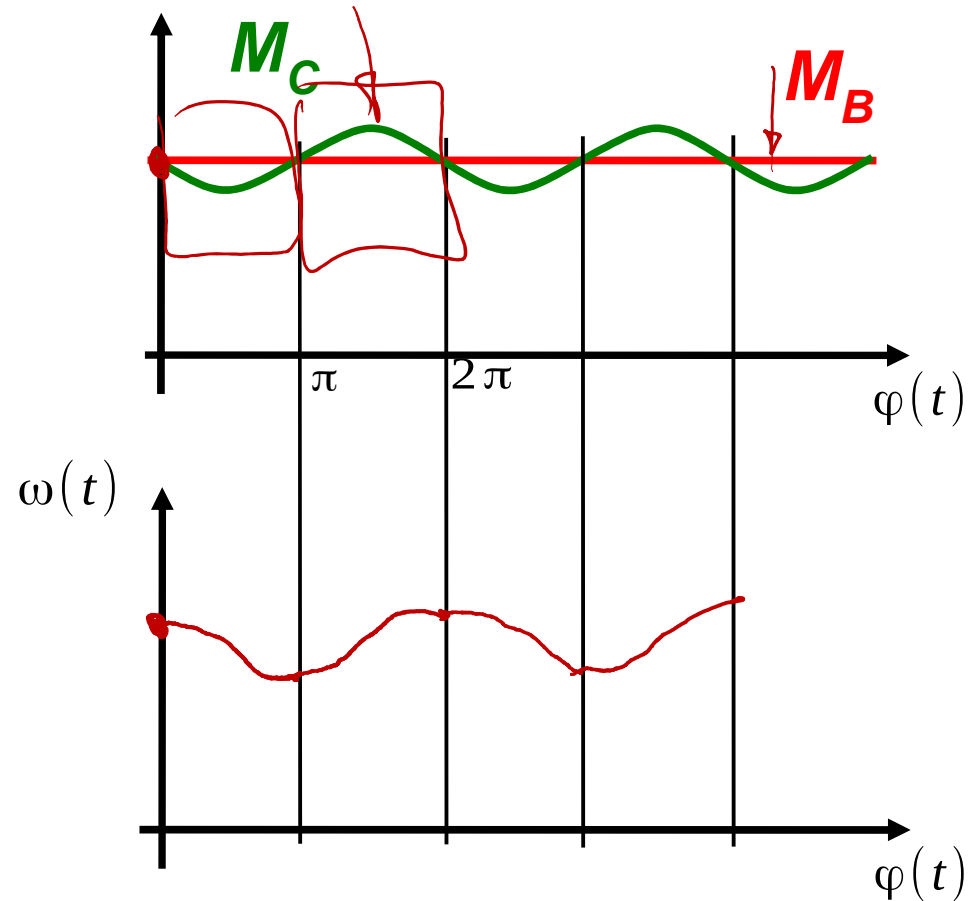
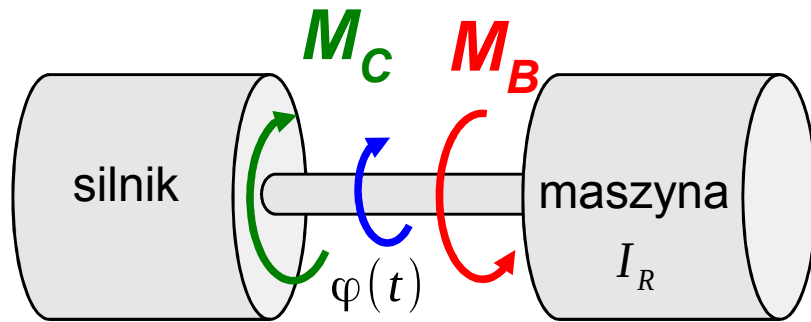
$$v_{\acute{s}r} = \frac{v_{max} + v_{min}}{2}$$

$$\Delta L = \delta m_R v_{\acute{s}r}^2$$

Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym

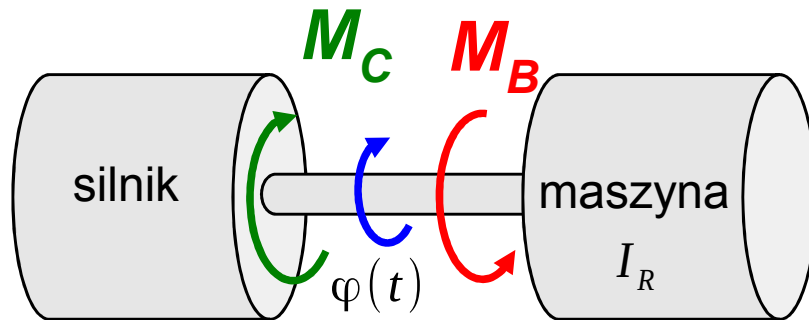
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



Nierównomierność biegu maszyny

w ruchu ustalonym

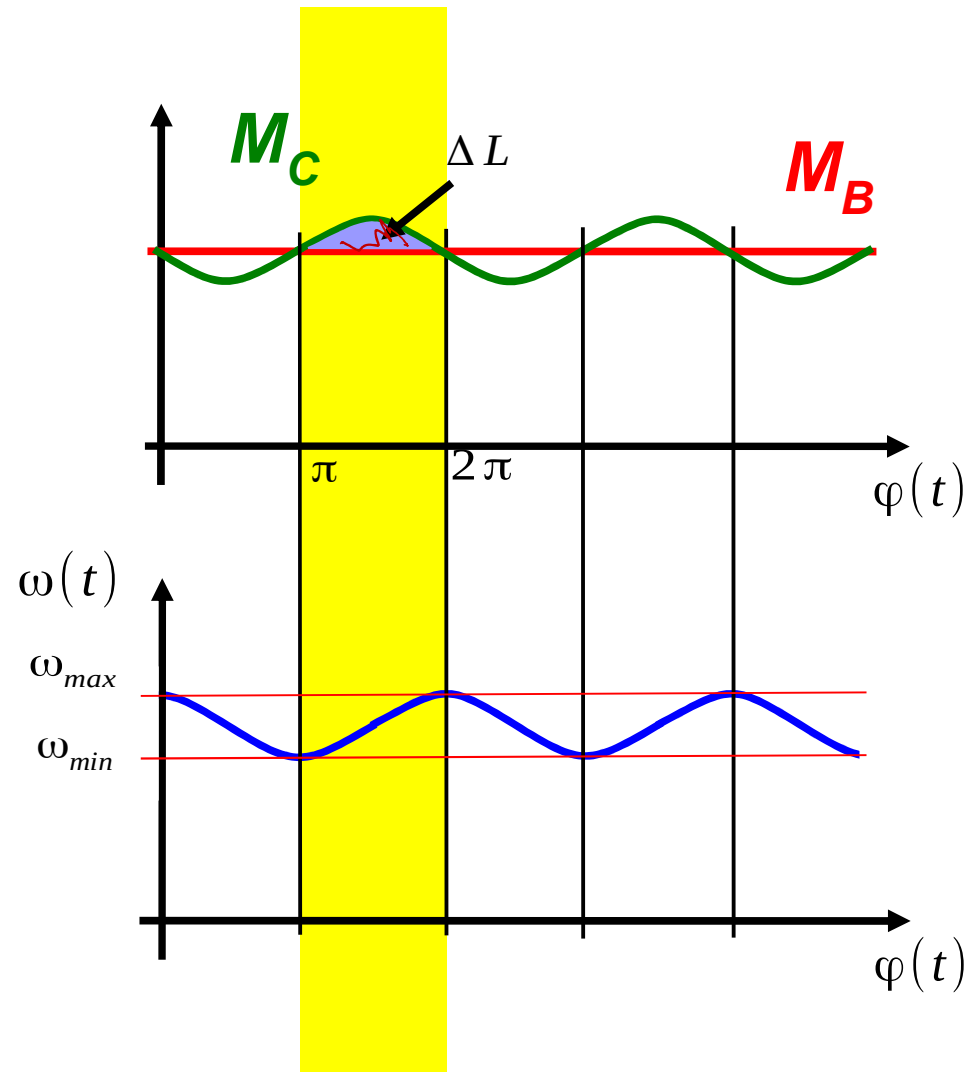
przyczyna nierównomierności biegu - przykład



$$\Delta L = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} (M_C - M_B) d\varphi$$

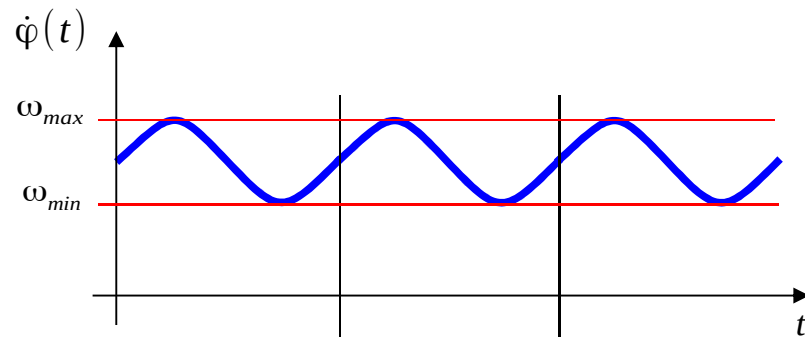
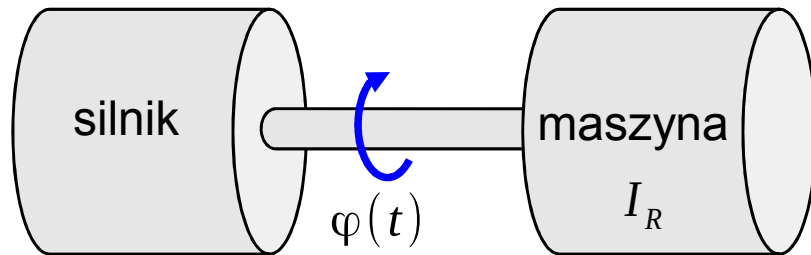
$$\Delta L = E_{k.max} - E_{k.min} = \delta I_R \omega_{sr}^2$$

$$\delta = \frac{\Delta L}{I_R \omega_{sr}^2}$$



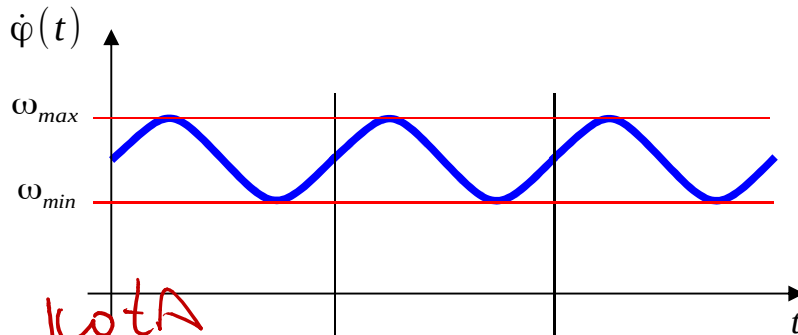
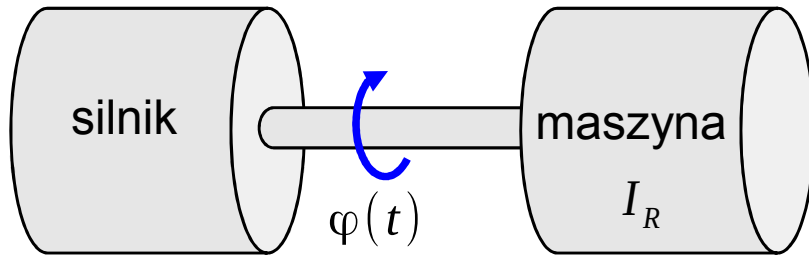
Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



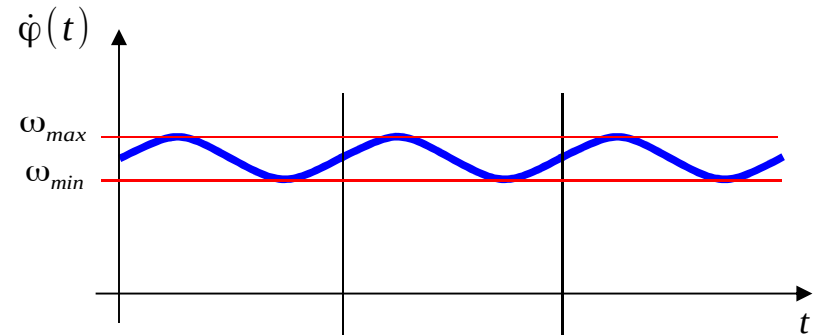
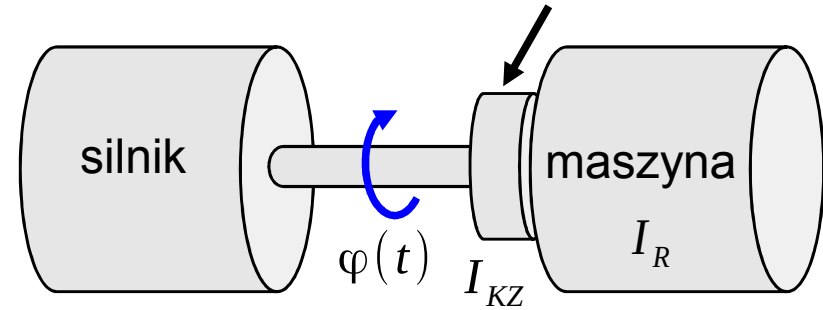
BEL KOTA

$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$

$$\delta_1 I_R \omega_{sr}^2 = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{sr}^2$$

$$I_{KZ} = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} - 1 \right) I_R$$

koło zamachowe

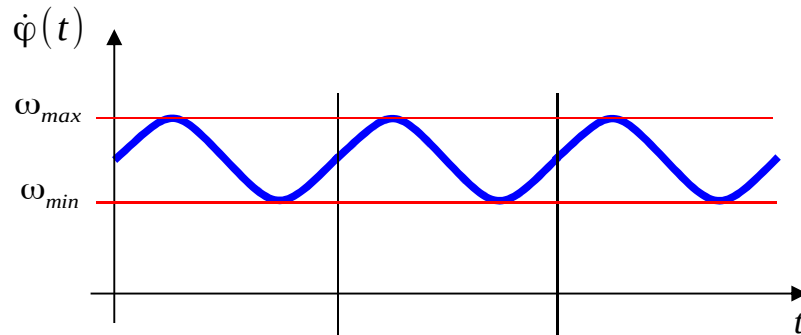
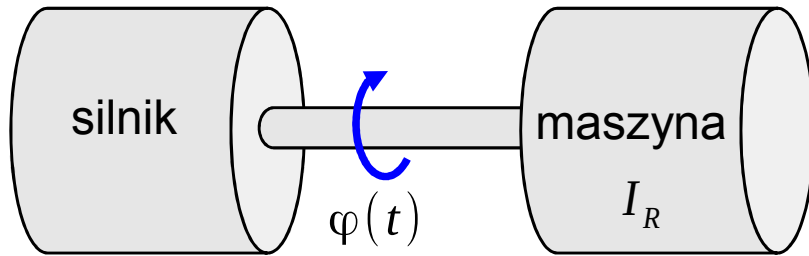


2 KOBEM

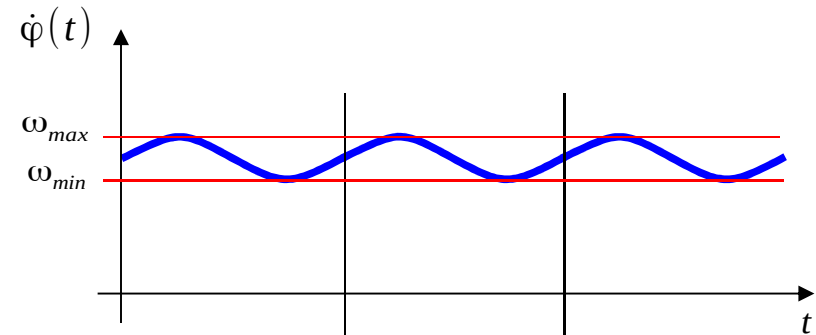
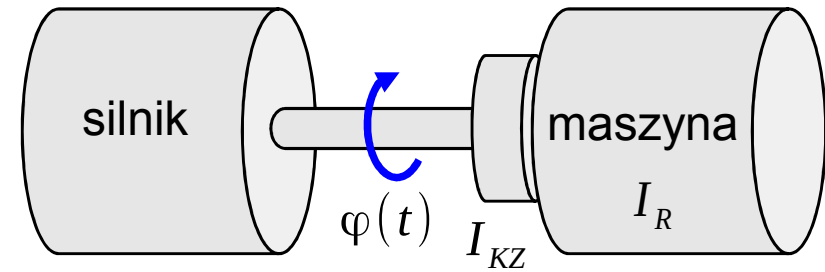
$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{sr}^2$$

Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$

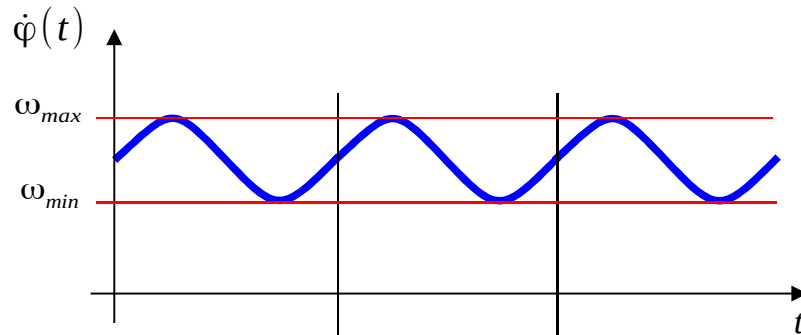
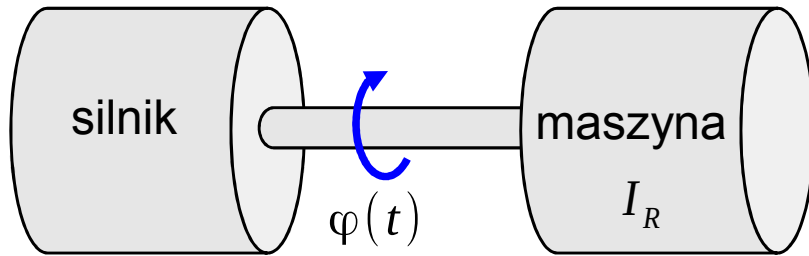


założenie
 $I_R \approx const.$

$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{FW}) \omega_{sr}^2$$

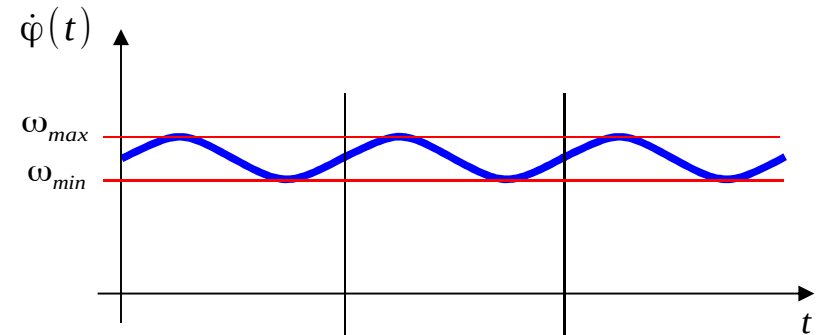
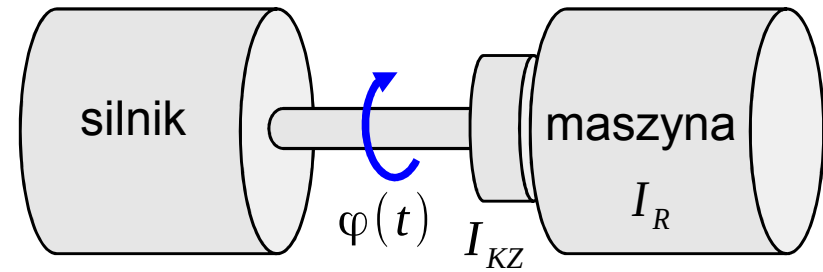
Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2$$

założenie
 $I_R \approx const.$

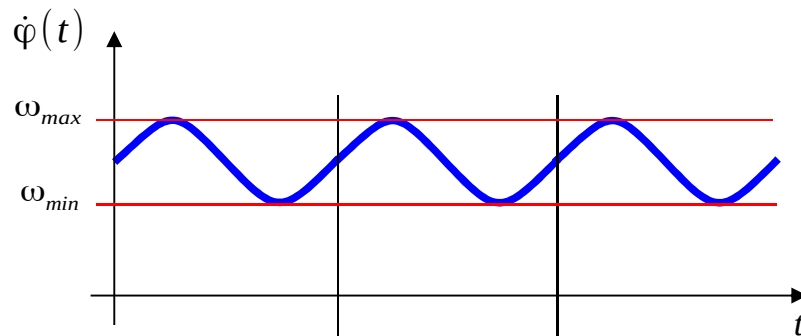
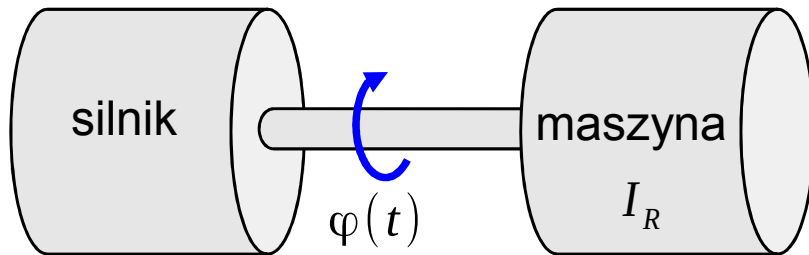


$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{FW}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

$$\delta_1 I_R \omega_{\acute{s}r}^2 = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{\acute{s}r}^2$$

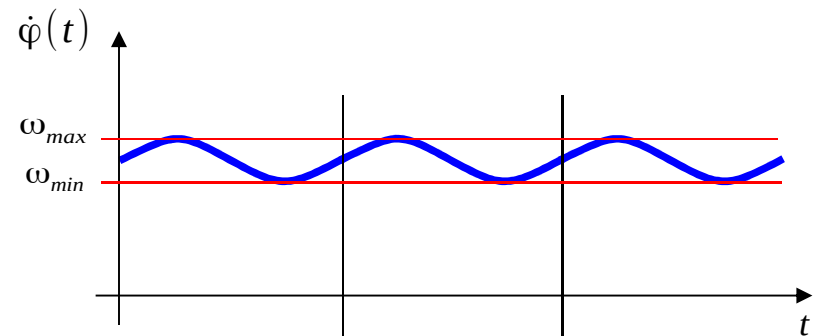
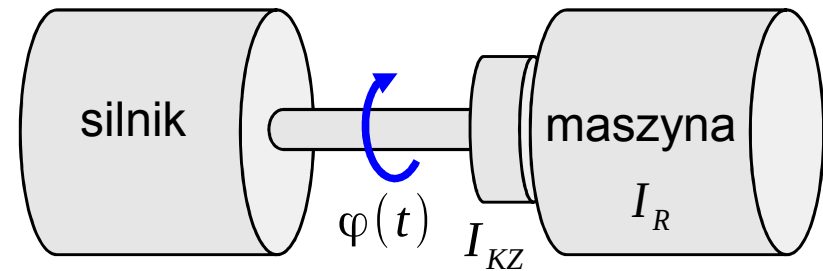
Koło zamachowe

w ruchu ustalonym



$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_{sr}^2$$

założenie
 $I_R \approx const.$



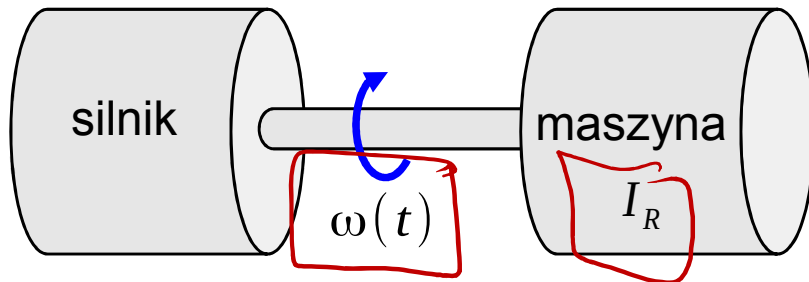
$$\Delta L = \delta_2 (I_R + I_{FW}) \omega_{sr}^2$$

$$\delta_1 I_R \omega_{sr}^2 = \delta_2 (I_R + I_{KZ}) \omega_{sr}^2$$

$$I_{KZ} = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} - 1 \right) I_R$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max} = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min} = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10 obr/min.

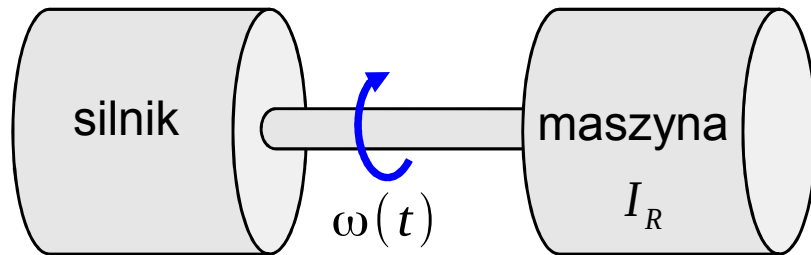
$$\delta_{\text{obr koła}} = \frac{50}{975}$$

$$\delta_{\text{2 kół EM}} = \frac{10}{975}$$

$$I_{KZ} = \left(\frac{\delta_{\text{obr koła}}}{\delta_{\text{2 kół EM}}} - 1 \right) I_R = 4 I_R = 40 \text{ kgm}^2$$

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max} = 1000 \text{ obr/min}$$

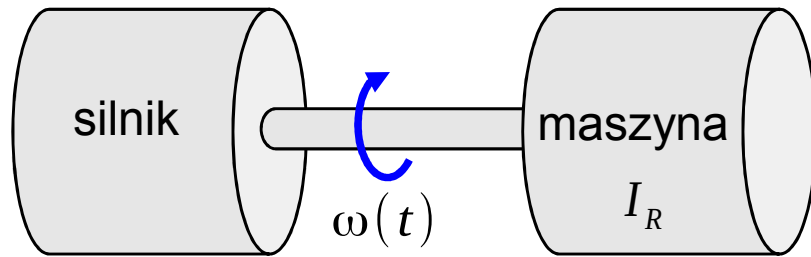
$$\omega_{min} = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10obr/min.

Koło zamachowe

Przykład 1



Dane:

$$\omega_{max} = 1000 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{min} = 950 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 10 \text{ kgm}^2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania obrotów spadły do 10obr/min.

Nierównomierność biegu bez koła zamachowego:

$$\delta_1 = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{sr}} = \frac{50}{975} = 0,05128$$

Nierównomierność biegu z kołem zamachowym:

$$\delta_2 = \frac{10}{975} = 0,01025$$

Moment bezwładności koła zamachowego:

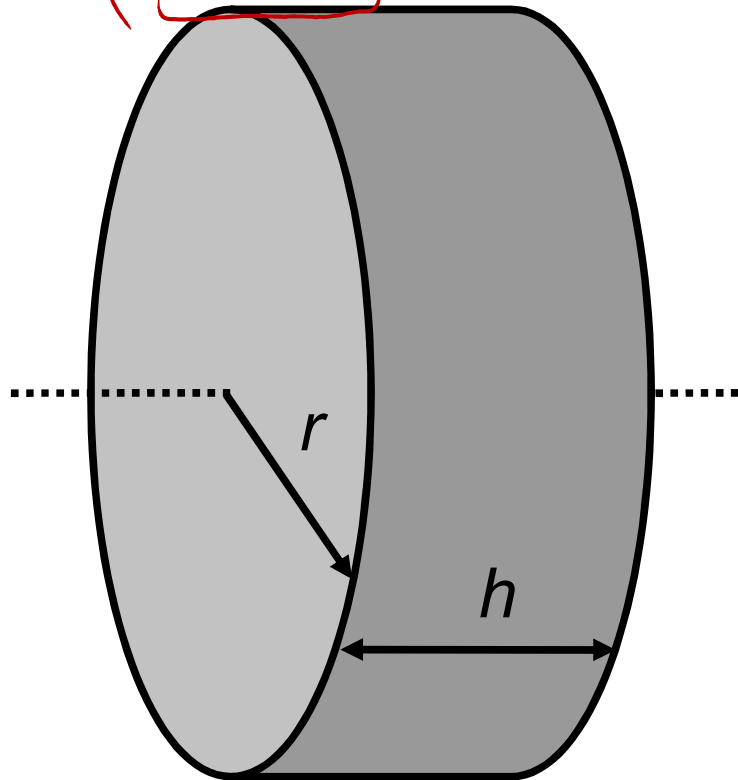
$$I_{KZ} = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} - 1 \right) I_R = 40 \text{ kg m}^2$$

Koło zamachowe

Przykład 1

Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$

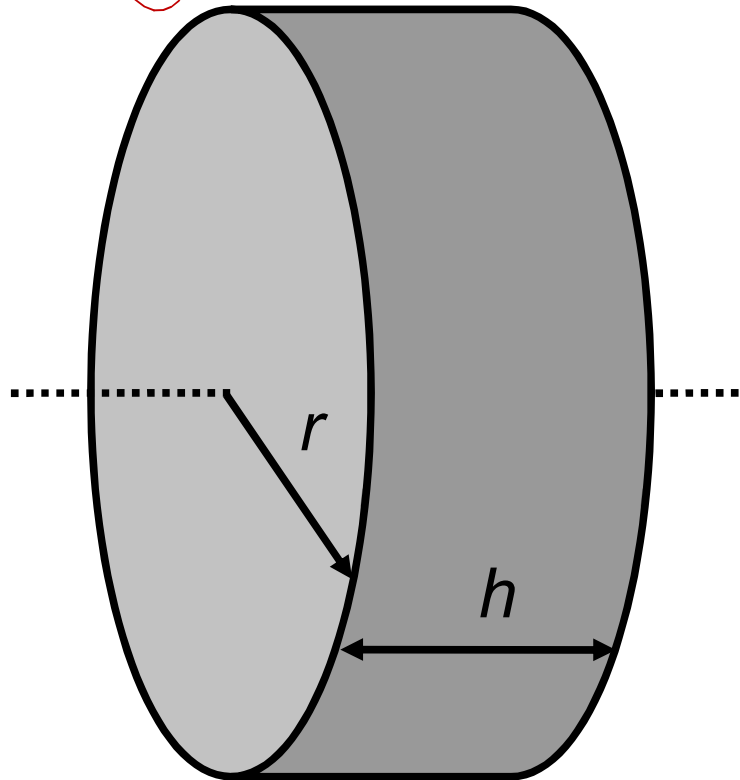


Koło zamachowe

Przykład 1

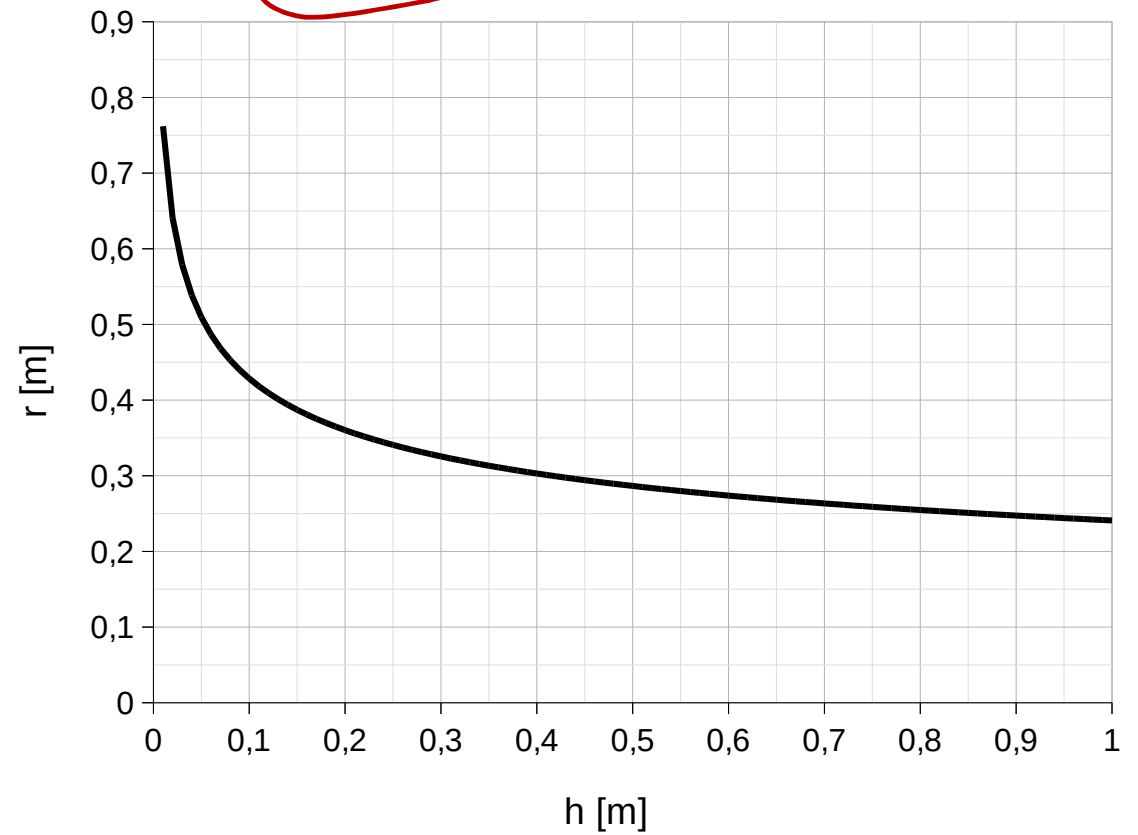
Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$



$$I_{KZ} = 40 \text{ kgm}^2$$

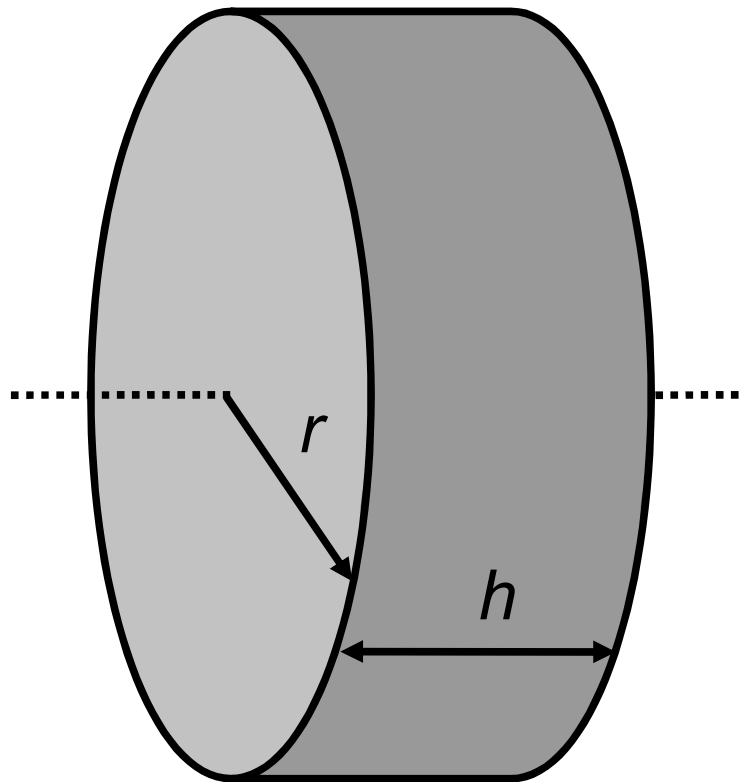
$$\rho_{stal} = 7800 \text{ kg/m}^3$$



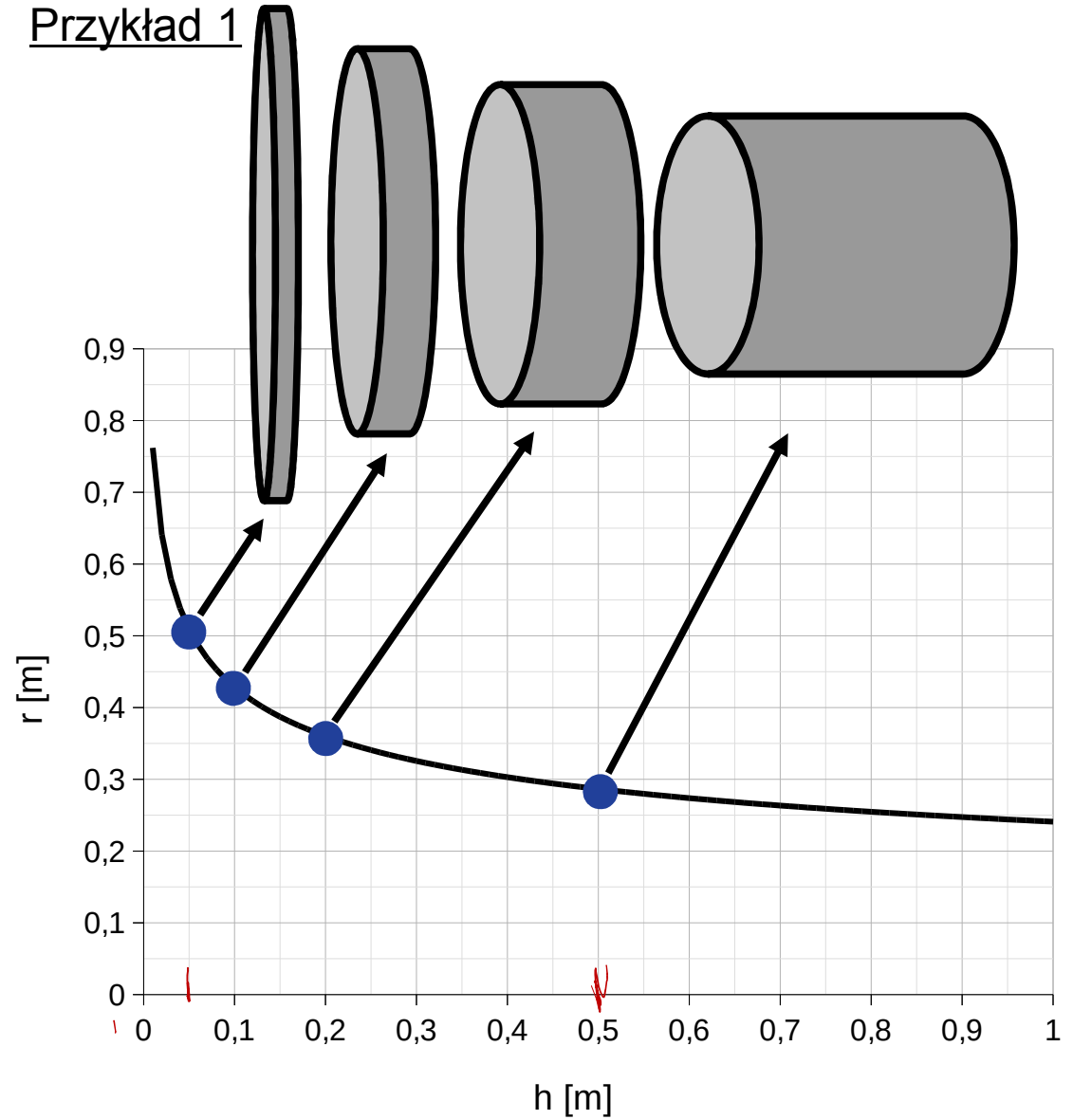
Koło zamachowe

Walec pełen

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4$$



Przykład 1



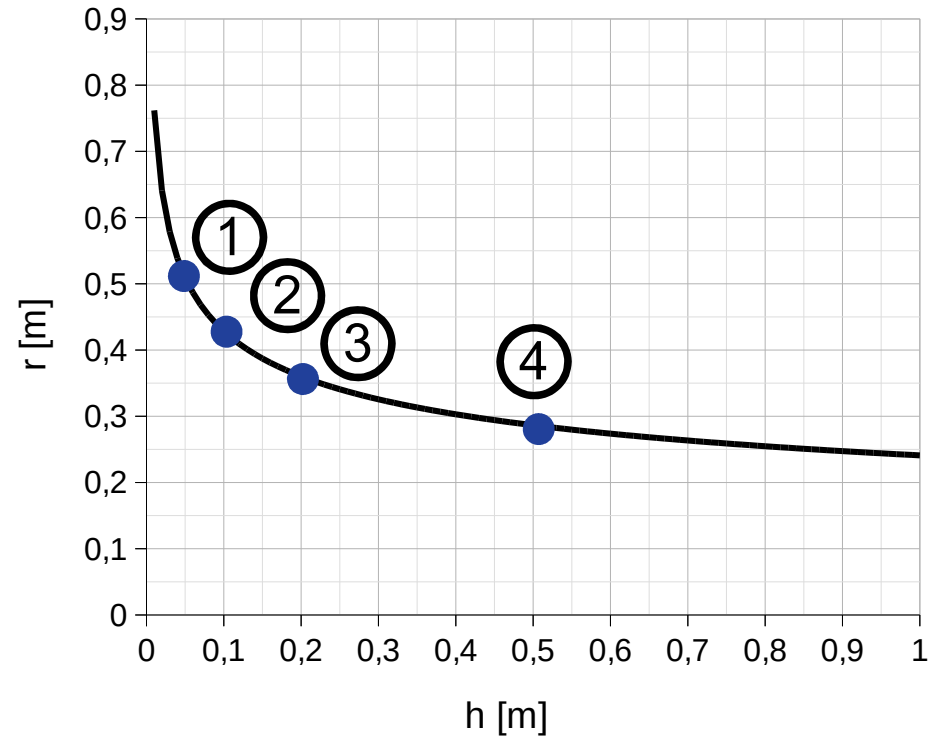
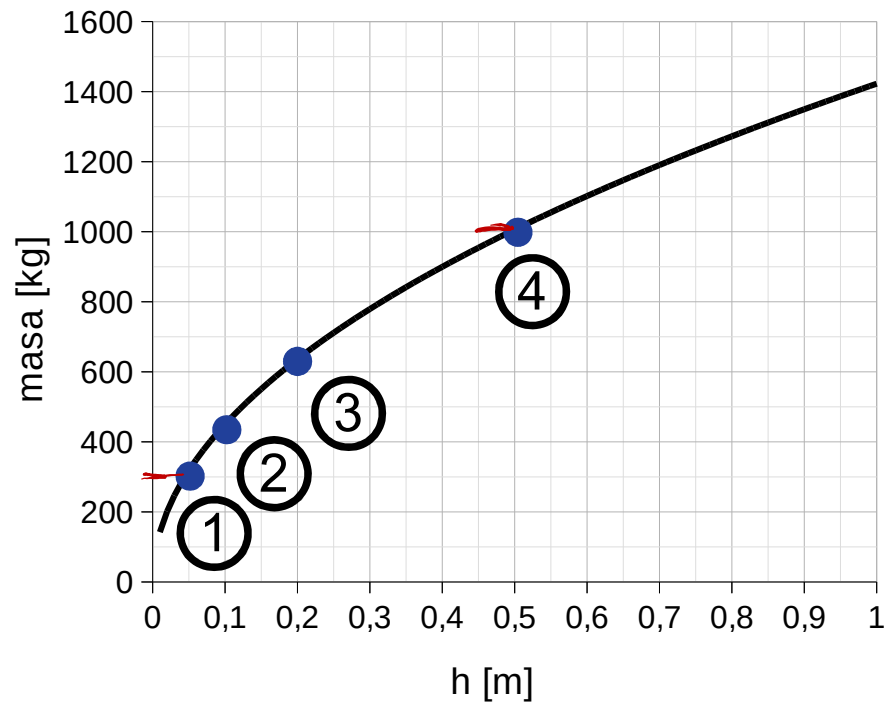
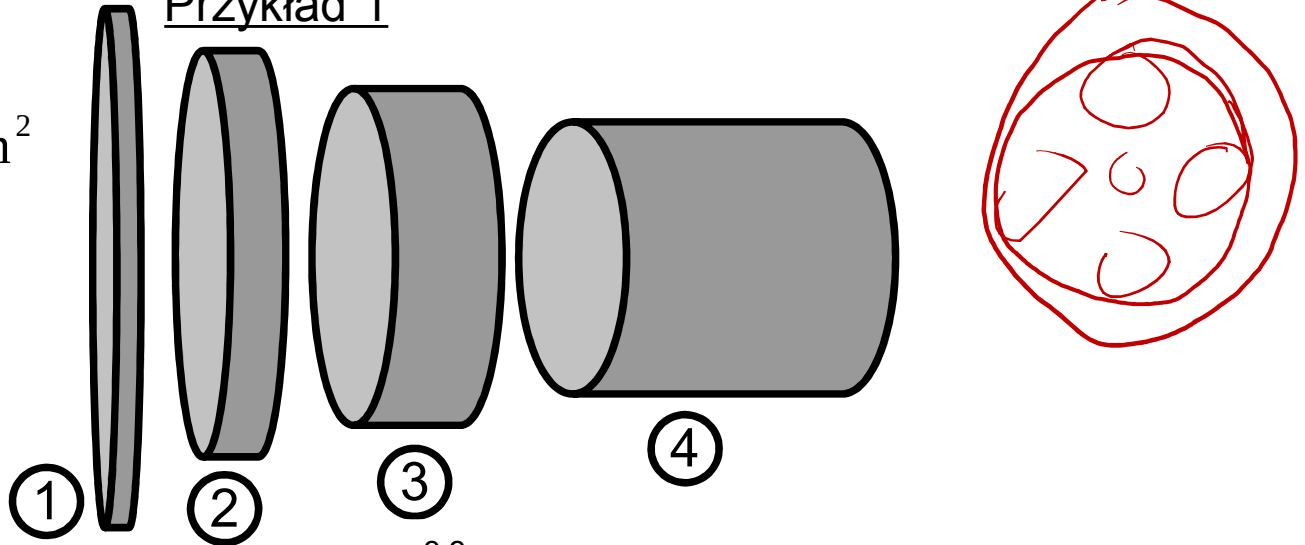
Koło zamachowe

Przykład 1

Walec

$$I_{FW} = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 = 40 \text{ kgm}^2$$

$$\rho_{steel} = 7800 \text{ kg/m}^3$$

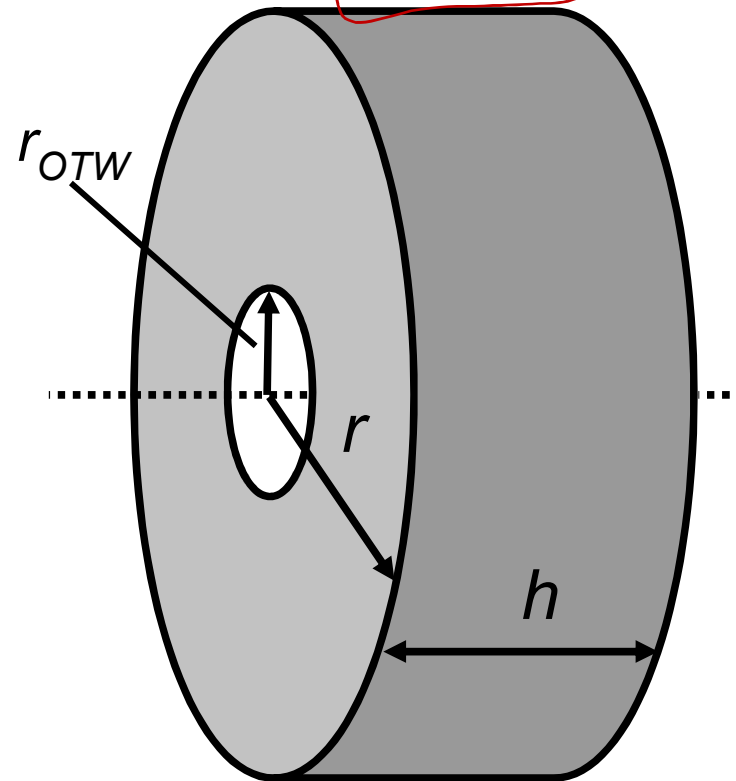


Koło zamachowe

Przykład 1

Walec z otworem

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_{OTW}^4 = 40 \text{ kgm}^2$$

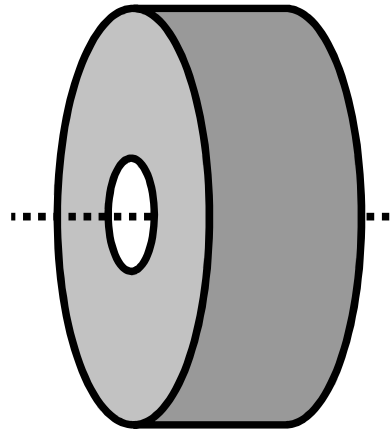


Koło zamachowe

Przykład 1

Walec z otworem

$$I_{KZ} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_{OTW}^4 = 40 \text{ kgm}^2$$

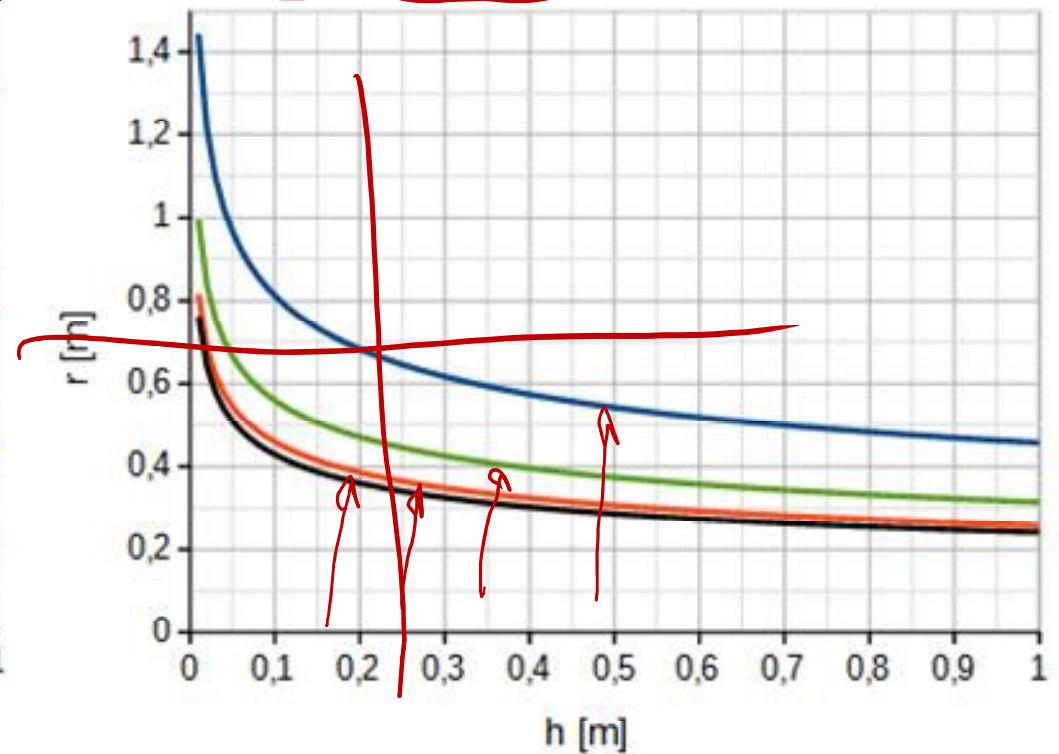
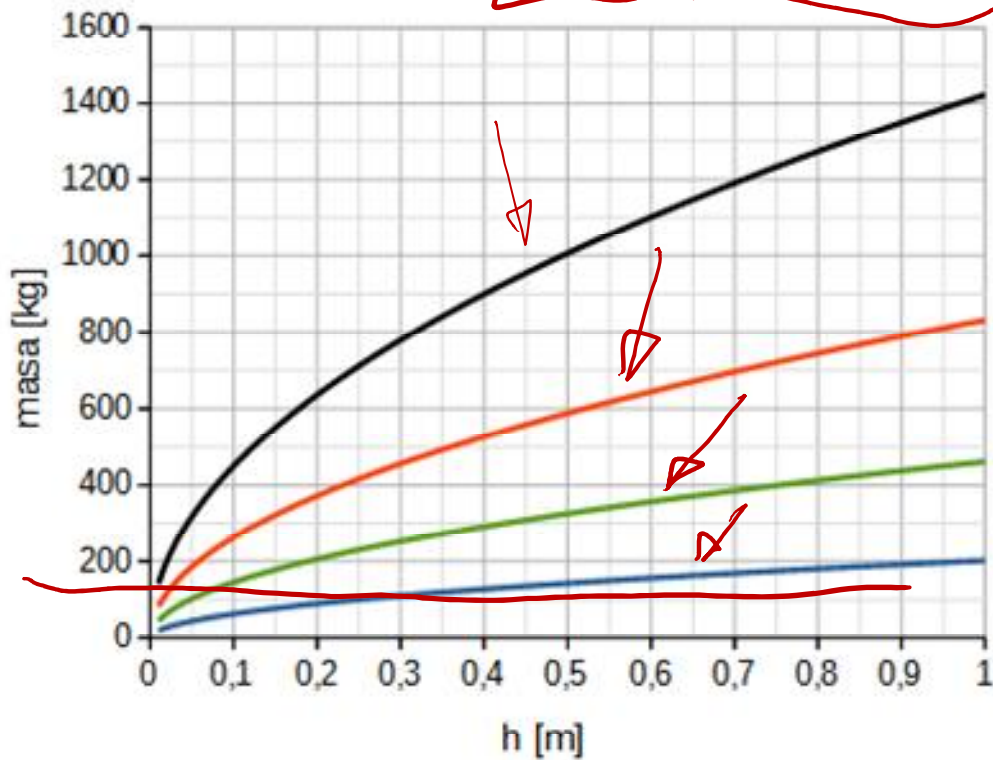


— lity

— 70% otw.

— 90% otw.

— 98% otw.



Koło zamachowe

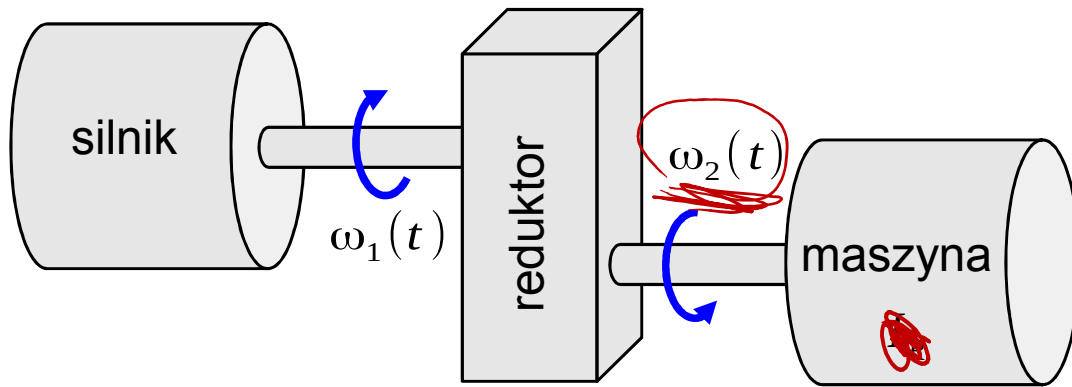
Przykład 1

$$I_{FW} = \frac{1}{2} \rho \pi h r^4 - \frac{1}{2} \rho \pi h r_{OTW}^4 = 40 \text{ kgm}^2$$

	Lity walec	Walec z 90% otworem	Lity walec	Walec z 98% otworem
h=	10 cm	10 cm	5 cm	5 cm
r=	43 cm	56 cm	50 cm	96 cm
r _{OTW} =	--	50.4 cm	--	94 cm
m=	442.8 kg	143.5 kg	313 kg	44.5 kg

+30% (43 cm to 56 cm)
 +92% (50 cm to 96 cm)
 -68% (442.8 kg to 143.5 kg)
 -86% (313 kg to 44.5 kg)

Koło zamachowe – przykład 2



Dane:

$$\omega_{2max} = 105 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{2min} = 95 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 2 \text{ kgm}^2 \text{ - dla redukcji do wału maszyny}$$

$$i = \frac{\omega_2(t)}{\omega_1(t)} = 0,2 \rightarrow \omega_1 = \frac{\omega_2}{i}$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania prędkości wału maszyny spadły do 5obr/min.

$$\delta_1 = \frac{10}{100} \Rightarrow \delta_2 = \frac{5}{100}$$

I koło przy MASZYNI (ω_2)

$$I_{K2} = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} - 1\right) I_R = I_R$$

~~I koło przy SILNIKU (ω_1)~~

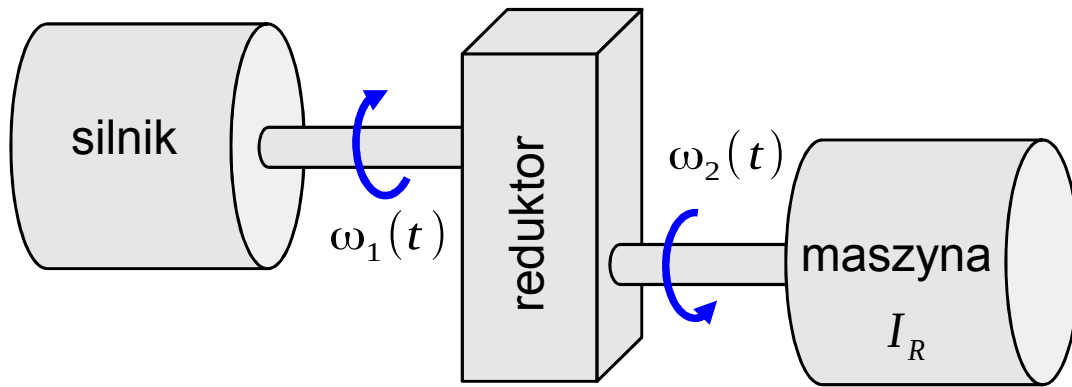
~~$$\Delta L = \delta_1 I_R \omega_2^2 i^2$$~~

~~$$\Delta L = \delta_2 I_R \omega_2^2 i^2 + \delta_2 I_{K2} \omega_1^2 i^2$$~~

~~$$\Delta L = \left(\delta_2 I_R \omega_2^2 i^2 + \delta_2 I_{K2} \frac{\omega_2^2 i^2}{i^2}\right)$$~~

~~$$I_{K2} = \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} - 1\right) I_R i^2 = 0,04 I_R$$~~

Koło zamachowe – przykład 2



Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania prędkości wału maszyny spadły do 5obr/min.

Dane:

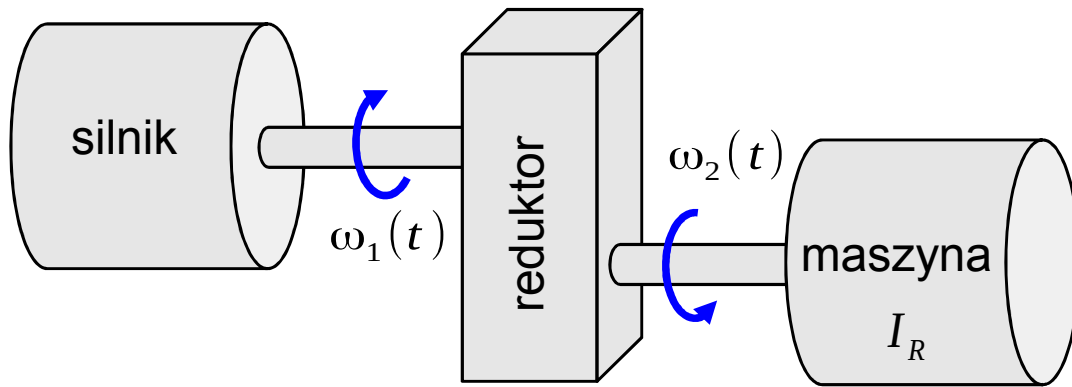
$$\omega_{2max} = 105 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{2min} = 95 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 2 \text{ kgm}^2 \text{ - dla redukcji do wału maszyny}$$

$$i = \frac{\omega_2(t)}{\omega_1(t)} = 0,2$$

Koło zamachowe – przykład 2



Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania prędkości wału maszyny spadły do 5obr/min.

Dane:

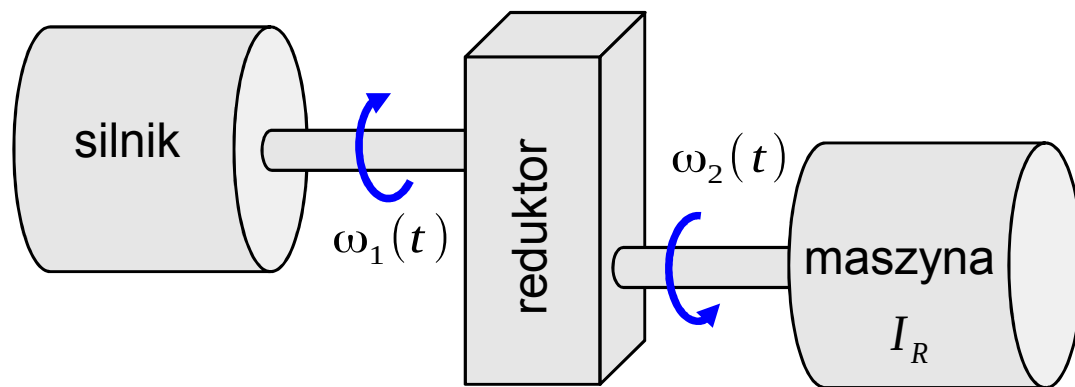
$$\omega_{2max} = 105 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{2min} = 95 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 2 \text{ kgm}^2 \text{ - dla redukcji do wału maszyny}$$

$$i = \frac{\omega_2(t)}{\omega_1(t)} = 0,2$$

Koło zamachowe – przykład 2



Dane:

$$\omega_{2max} = 105 \text{ obr/min}$$

$$\omega_{2min} = 95 \text{ obr/min}$$

$$I_R = 2 \text{ kgm}^2 \text{ - dla redukcji do wału maszyny}$$

$$i = \frac{\omega_2(t)}{\omega_1(t)} = 0,2$$

Zadanie: dobrać koło zamachowe aby wahania prędkości wału maszyny spadły do 5obr/min.

$$\delta = \frac{\omega_{2max} - \omega_{2min}}{\omega_{2sr}} = \frac{10}{100} = 0,1$$

$$\delta_{KZ} = \frac{\omega_{2max} - \omega_{2min}}{\omega_{2sr}} = \frac{5}{100} = 0,05$$

uwaga: parametr nierównomierności biegu nie zależy od wyboru wału

Dla koła zamachowego na wale maszyny:

$$\delta I_R \omega_{2sr}^2 = \delta_{KZ} (I_R + I_{KZ1}) \omega_{2sr}^2$$

$$I_{KZ1} = \left(\frac{\delta}{\delta_{KZ}} - 1 \right) I_R = I_R$$

Dla koła zamachowego na wale silnika:

$$\delta I_R i^2 \omega_{2sr}^2 = \delta_{KZ} I_R \omega_{2sr}^2 + \delta_{KZ} I_{KZ2} \omega_{1sr}^2$$

$$I_{KZ2} = \left(\frac{\delta}{\delta_{KZ}} - 1 \right) I_R i^2 = 0,04 I_R$$

Koło zamachowe

Moment bezwładności koła zamachowego zmniejsza:

- montaż na najszybciej obracającym się wale maszyny
- montaż koła na dodatkowym wale, którego prędkość zwiększamy z użyciem przekładni

Podstawy automatyki

Podstawowe pojęcia automatyki

Automatyka – dyscyplina naukowa z dziedziny nauk inżyniersko-technicznych (wymieniana razem z elektroniką i elektrotechniką) zajmująca się zagadnieniami sterowania procesami bez stałego nadzoru człowieka

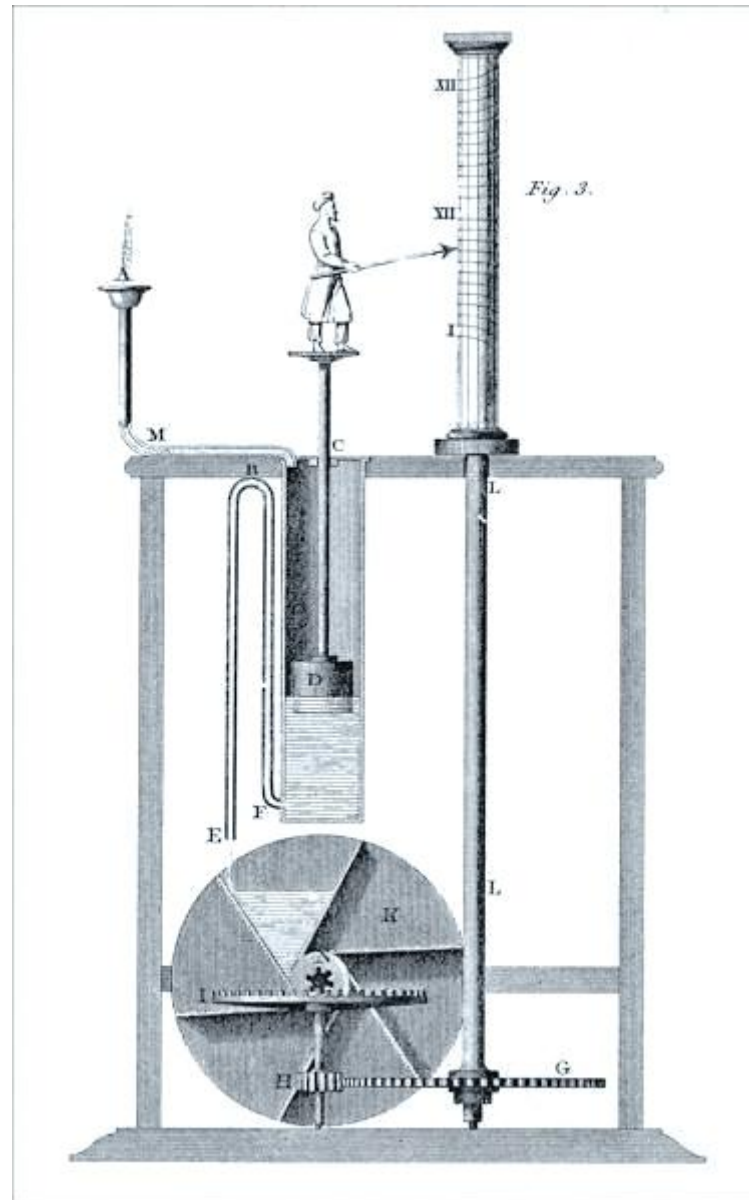
Sterowanie – wpływanie na obiekt lub proces w celu osiągnięcia jego określonego zachowania

automatyka \neq automatyzacja

Teoria sterowania – gałąź matematyki i cybernetyki zajmująca się analizą i modelowaniem matematycznym układów i procesów traktowanych jako układy dynamiczne ze sprzężeniem zwrotnym.

Historia automatyki

Starożytna Grecja, Egipt, Państwo Arabskie



Klepsydra Ktesibiosa
(3w. p.n.e.)

Źródło-wikipedia: Abraham Rees (1819) "Clepsydra" in Cyclopædia: or, a New Universal Dictionary of Arts and Sciences The image is the JPEG reproduction published 2007-02-01 by the Horological Foundation.

- układy utrzymywania poziomu płynów
- układy automatycznego otwierania drzwi

Historia automatyki

XVII-XVIII

Regulacja temperatury pieców i kotłów
regulacja ciśnienia

XVIII-XIX

regulacja przepływu w dystrybucji wody i silnikach parowych
regulacja prędkości i siły w młynach wiatrakowych
regulator Watta dla silników parowych 1788

XIX-XX

Transformata Laplace'a i Z-transformata

Lapunow – analiza stabilności

Routh – analiza stabilności

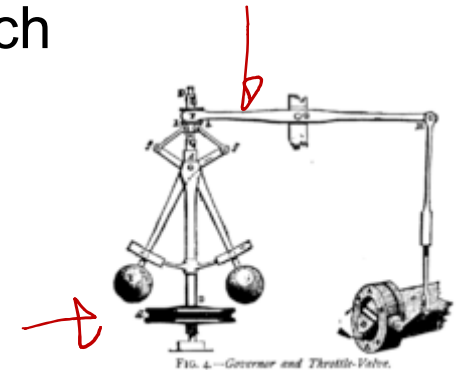
Hurwitz – analiza stabilności

Nyquist – analiza stabilności i częstościowa

Bode, Nichols – analiza w dziedzinie częstości

Evans – linia pierwiastkowa

Sperry, Minorsky – PID



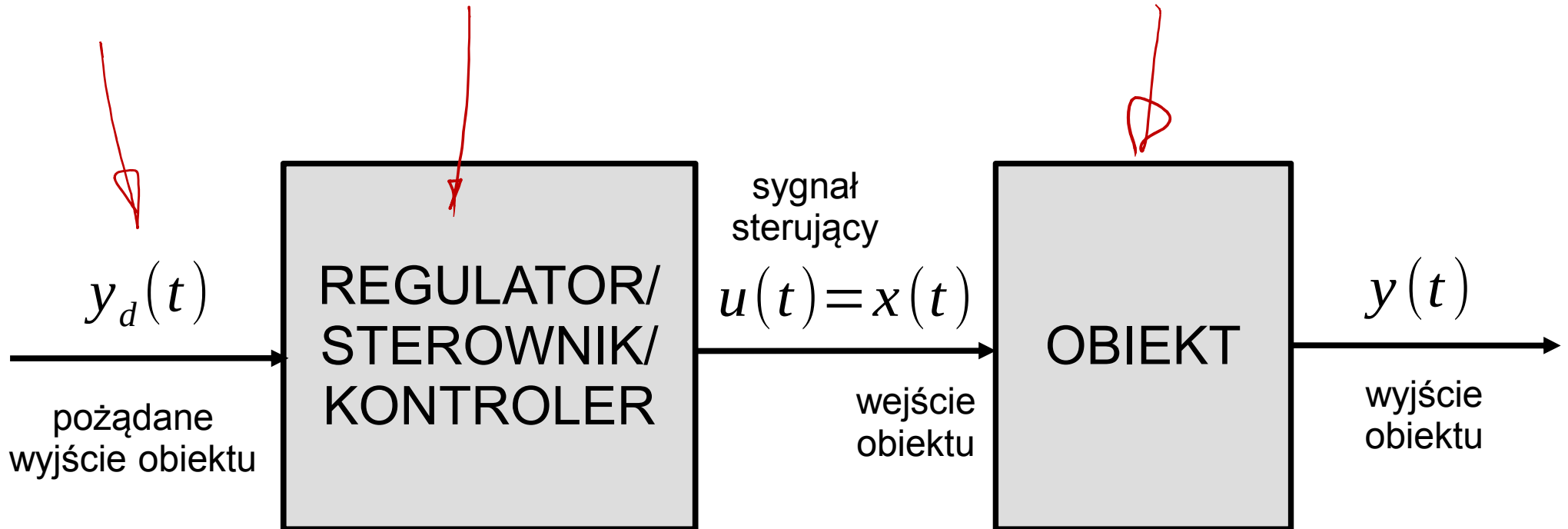
Teoria sterowania

Klasyczna teoria sterowania	
układy o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO)	
układy <u>liniowe</u>	
układy <u>niezależne od czasu</u>	
opis za pomocą <u>transmitancji</u>	
analiza w dziedzinie <u>czasu</u> i <u>częstości</u>	
zainteresowanie <u>odpowiedzią układu</u>	

Teoria sterowania

Klasyczna teoria sterowania	Współczesna teoria sterowania (od około 1950)
układy o jednym wejściu i jednym wyjściu (SISO)	układy o wielu wejściach i wyjściach
układy <u>liniowe</u>	często <u>układy nieliniowe</u>
układy niezależne od czasu	<u>układy zależne od czasu</u>
opis za pomocą transmitancji	<u>opis równaniami stanu</u>
analiza w dziedzinie czasu i częstości	<u>analiza w dziedzinie czasu</u>
zainteresowanie odpowiedzi układu	<u>zainteresowanie stanem układu</u>

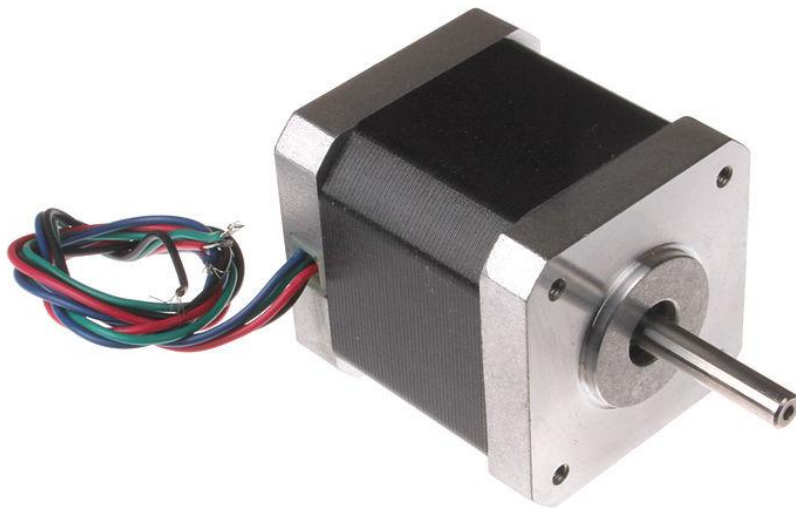
Sterowanie w otwartej pętli



Sterowanie w otwartej pętli

Zastosowania

silniki krokowe



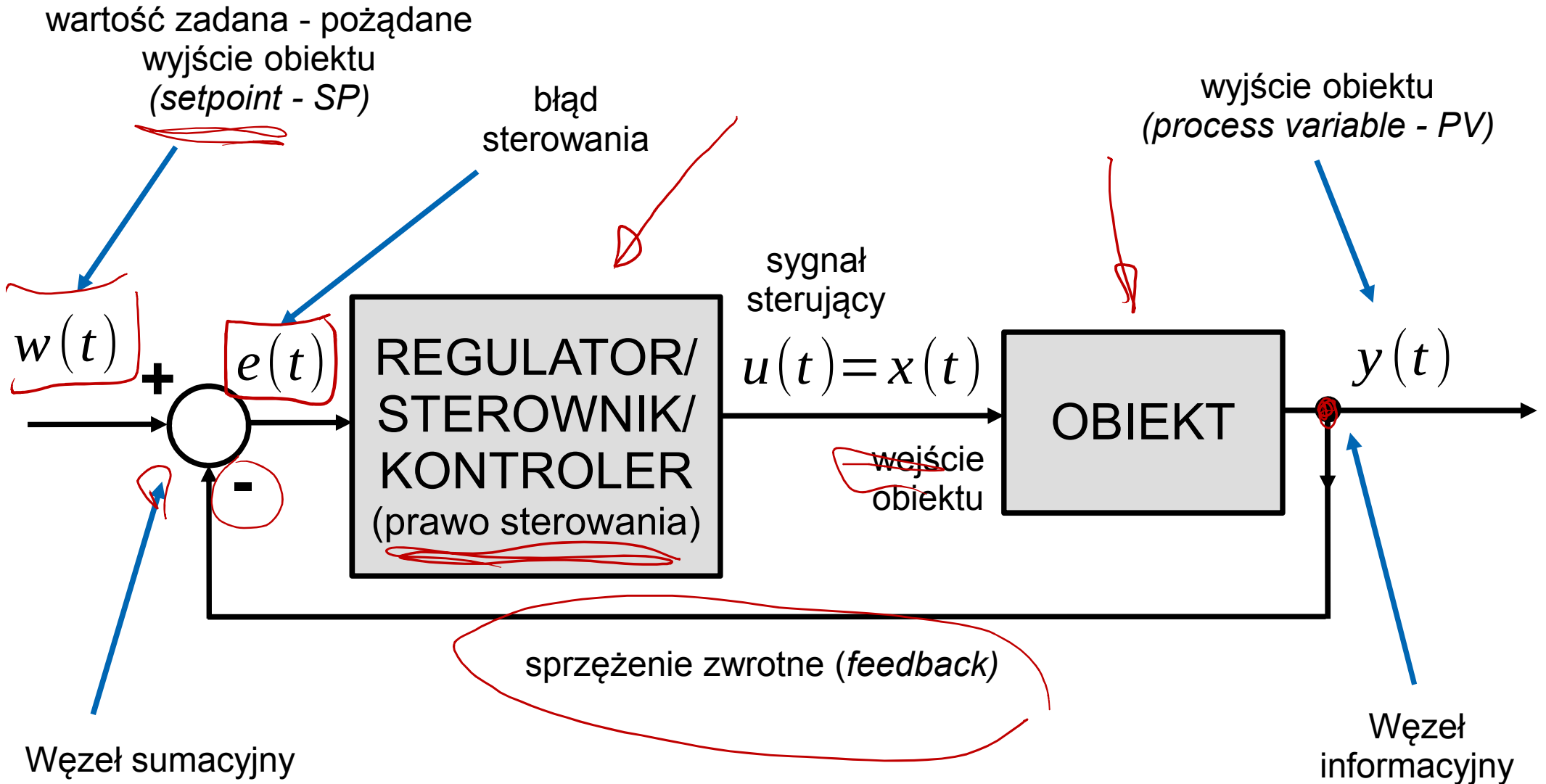
źródło: wikimedia.org; author: oomlout

platformy mobilne
(płaskie podłoże, brak poślizgu)



źródło: <http://www.robotliving.com>

Sterowanie w zamkniętej pętli



CELE STEROWANIA

Ograniczenie zakresu wartości błędu

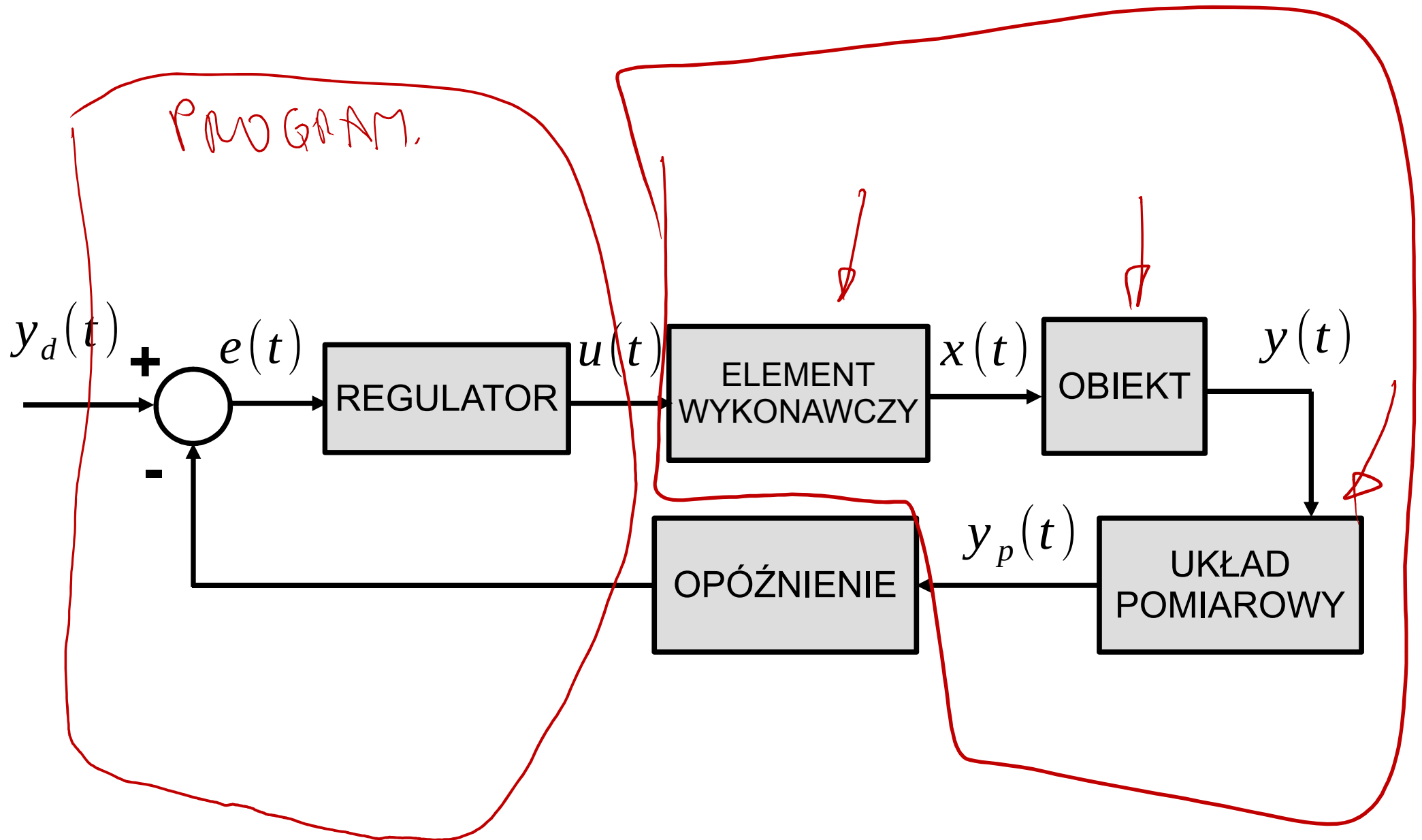
- ↳ Minimalizacja zmian błędu
- ↳ Dążenie do zerowego błędu

Układy regulacji

Układ regulacji stałowartościowej – posiada stałą
wartość zadana

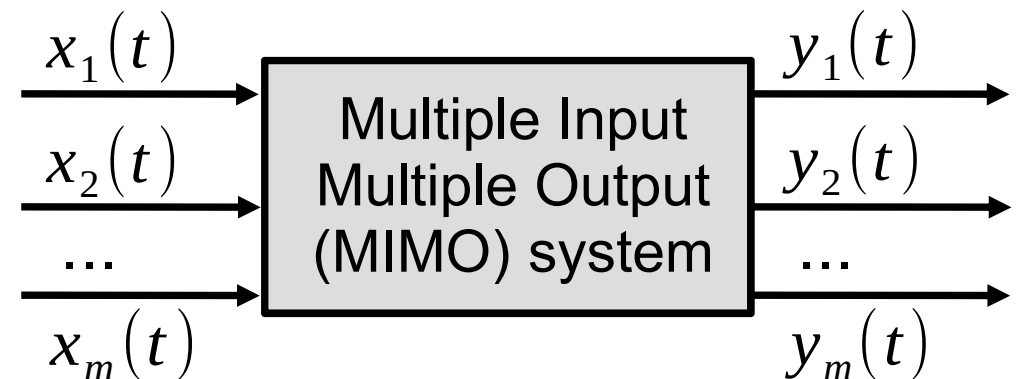
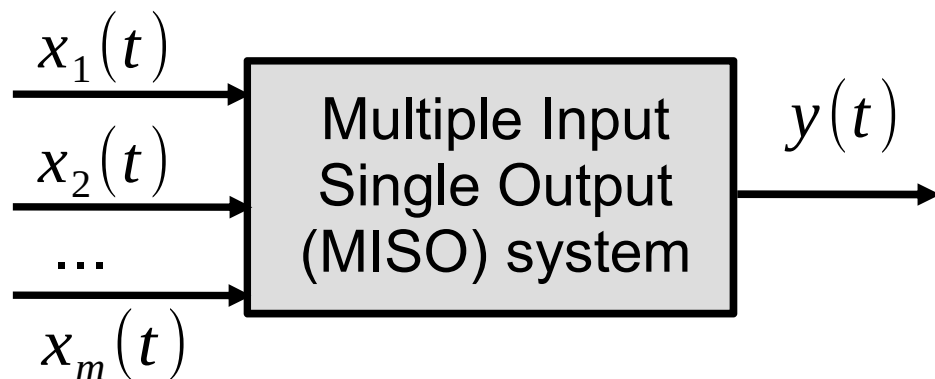
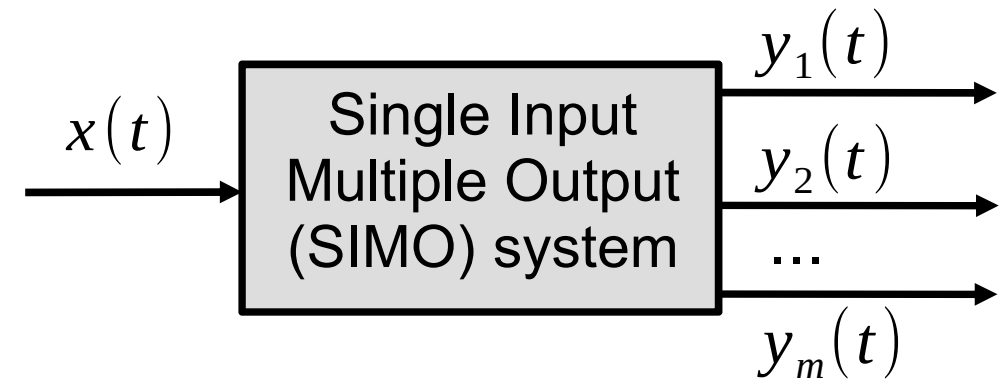
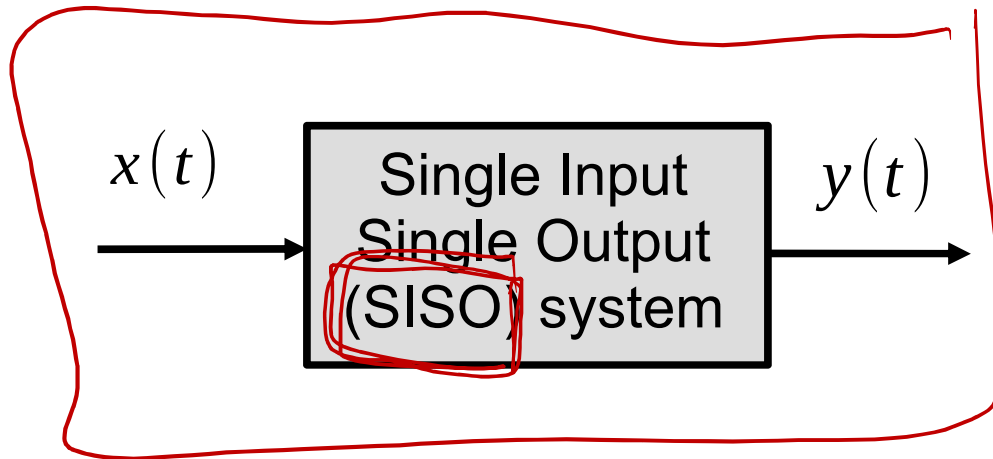
↳ Układ regulacji nadążnej (śledzącej, *tracking*) –
wartość zadana jest zmienną funkcją o
nieustalonym z góry przebiegu

Sterowanie w zamkniętej pętli – realizacja



W dalszej części wykładu analizować będziemy
obiekty liniowe, niezależne od czasu, o jednym
wejściu i jednym wyjściu, dla sygnałów ciągłych.

Liczba wejść i wyjść obiektu automatyki



Układy liniowe niezależne od czasu (Linear time-invariant LTI)

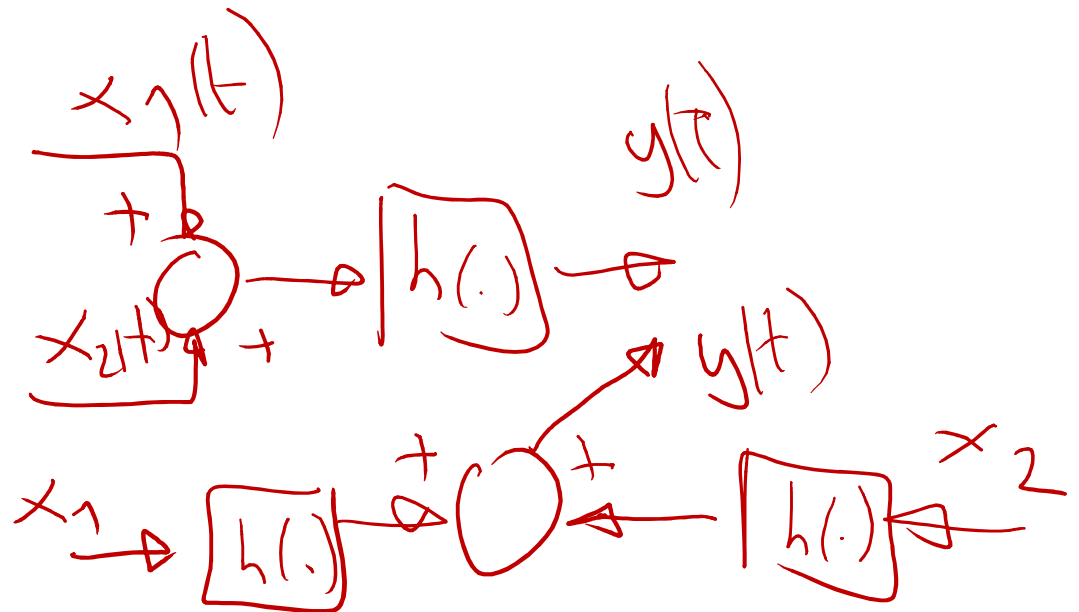
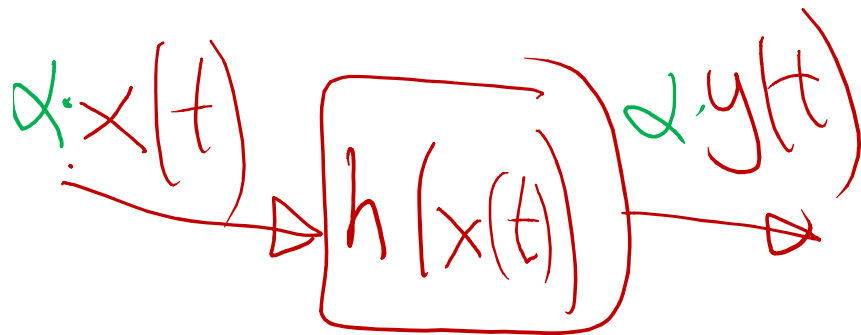
$$y = \alpha x$$

Układ liniowy

$x(t)$ - wejście, $y(t) = h(x(t))$ - wyjście

$h(\alpha x(t)) = \alpha h(x(t)) = \alpha y(t)$ skalowanie

$h(x_1(t) + x_2(t)) = h(x_1(t)) + h(x_2(t))$ superpozycja



Układy liniowe niezależne od czasu (Linear time-invariant LTI)

Układ niezależny od czasu

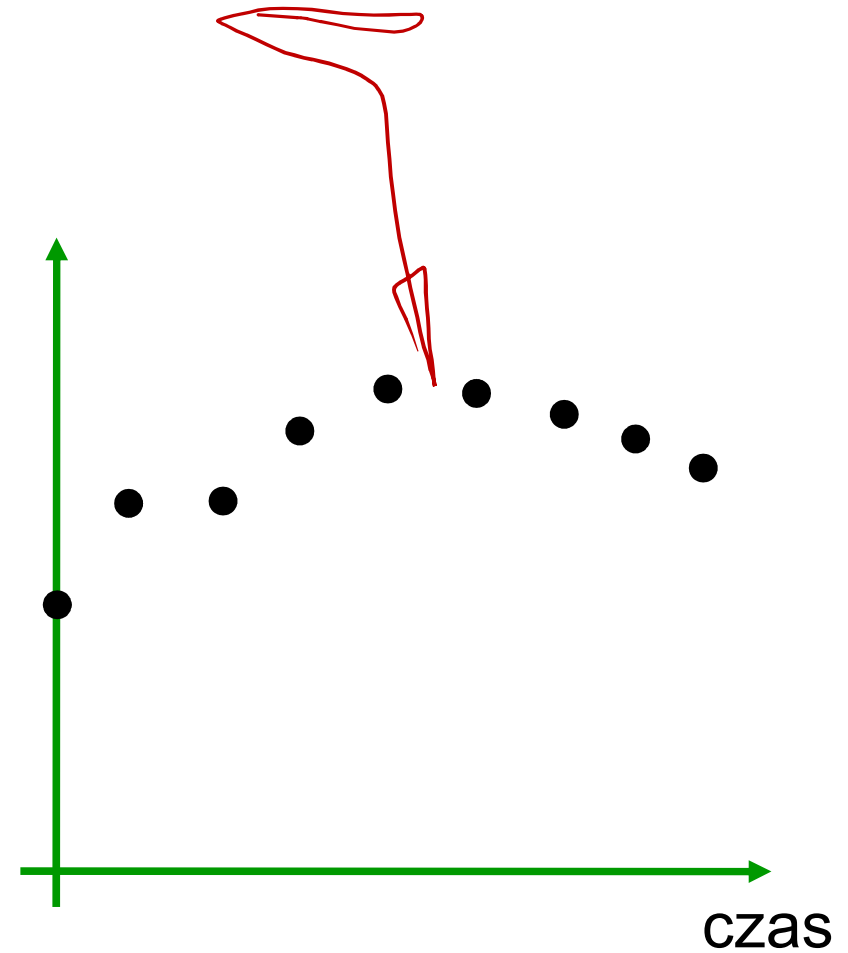
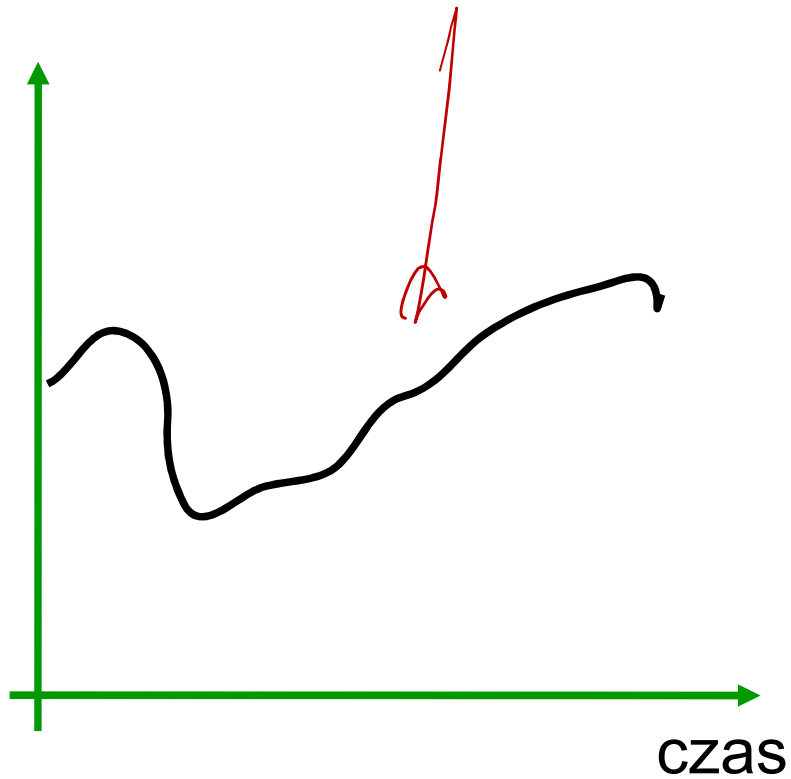
wyjście układu nie zależy wprost od czasu

jeżeli $y(t) = h(x(t))$ to $y(t - \tau) = h(x(t - \tau))$

Układ zależny od czasu

jeżeli $y(t) = h(x(t))$ to $y(t - \tau) \neq h(x(t - \tau))$

Sygnaly ciągłe i dyskretne



Modelowanie matematyczne

Matematyczny opis procesu lub obiektu pomaga opracować układ sterowania bez przeprowadzania doświadczeń.

Model matematyczny może mieć postać:

- równania różniczkowego zwyczajnego
- równania różniczkowego cząstkowego
- równania całkowego
- równania rekurencyjnego
- tabeli danych
- reprezentacji stochastycznej
- sieci logicznej
- sieci neuronowej
- kombinacji powyższych