



Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Teoria maszyn i podstawy automatyki
semestr zimowy 2019/2020

dr inż. Sebastian Korczak

Wykład 3

Metody wyznaczania przyspieszeń mechanizmów płaskich

Metody wyznaczania prędkości i przyspieszeń mechanizmów

Metody wykreślne

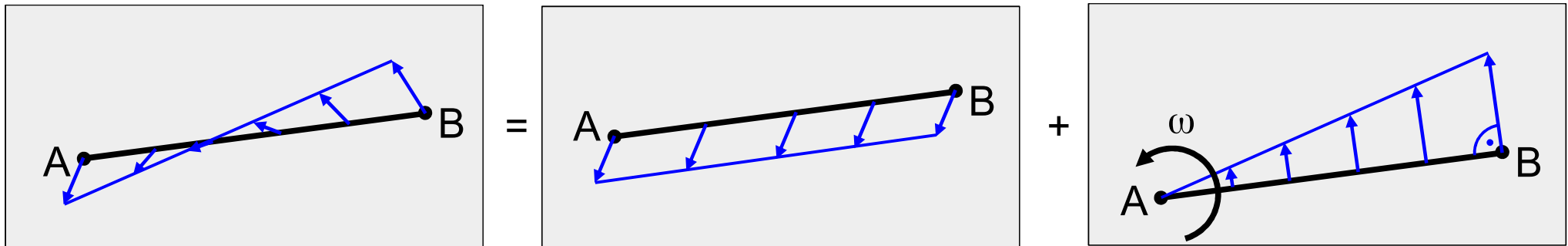
- metoda rzutów prędkości,
- metoda chwilowego środka obrotu,
- metoda chwilowego środka przyspieszeń,
- metoda prędkości obróconych,
- metoda rozkładu prędkości,
- metoda rozkładu przyspieszeń,
- metoda planu prędkości,
- metoda planu przyspieszeń.

Metoda analityczna

Metoda rozkładu prędkości

Dowolny ruch płaski bryły sztywnej możemy przedstawić za pomocą sumy ruchu postępowego i obrotowego.

Przykład 2



$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

Prędkość
bezwzględna
punktu B

Prędkość ruchu
postępowego całej bryły

Prędkość ruchu
obrotowego punktu B
względem punktu A

$$\vec{v}_{BA} = \vec{\omega} \times \vec{AB}$$

Metoda planu prędkości

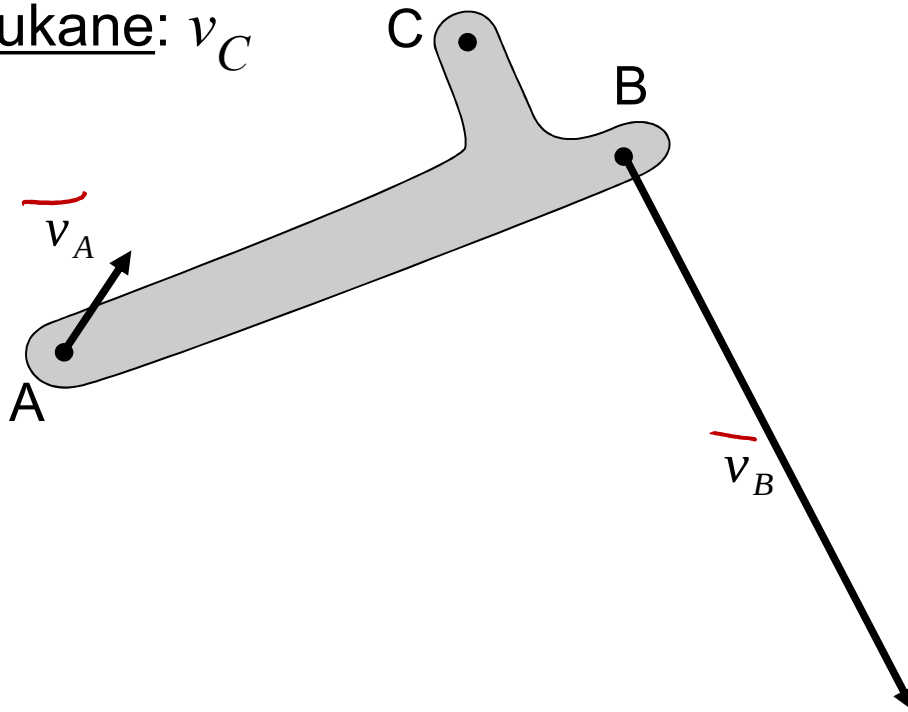
Planem prędkości członu sztywnego nazywamy miejsce geometryczne końców wektorów prędkości bezwzględnych członu odłożonych z punktu zwanego biegunem planu prędkości. Plan prędkości członu jest do niego podobny pod względem konfiguracji punktów i obrócony o kąt 90° zgodnie ze zwrotem chwilowej prędkości kątowej członu.

Metoda planu prędkości

Przykład

Dane: geometria, v_A i v_B

Szukane: v_C

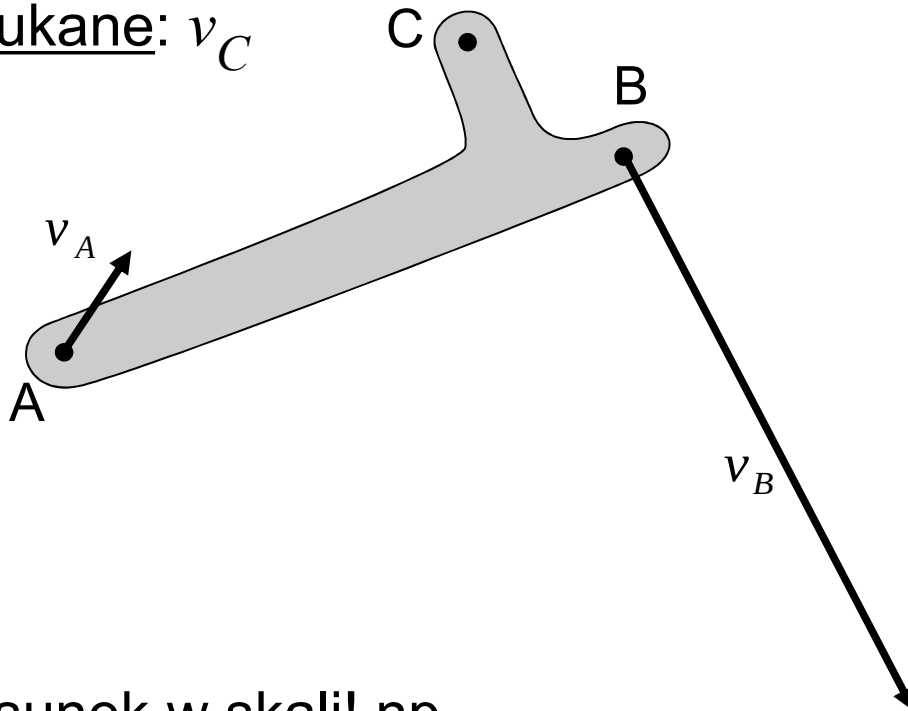


Metoda planu prędkości

Przykład

Dane: geometria, v_A i v_B

Szukane: v_C



Rysunek w skali! np.

Podziałka geometrii: 1cm \rightarrow 10cm

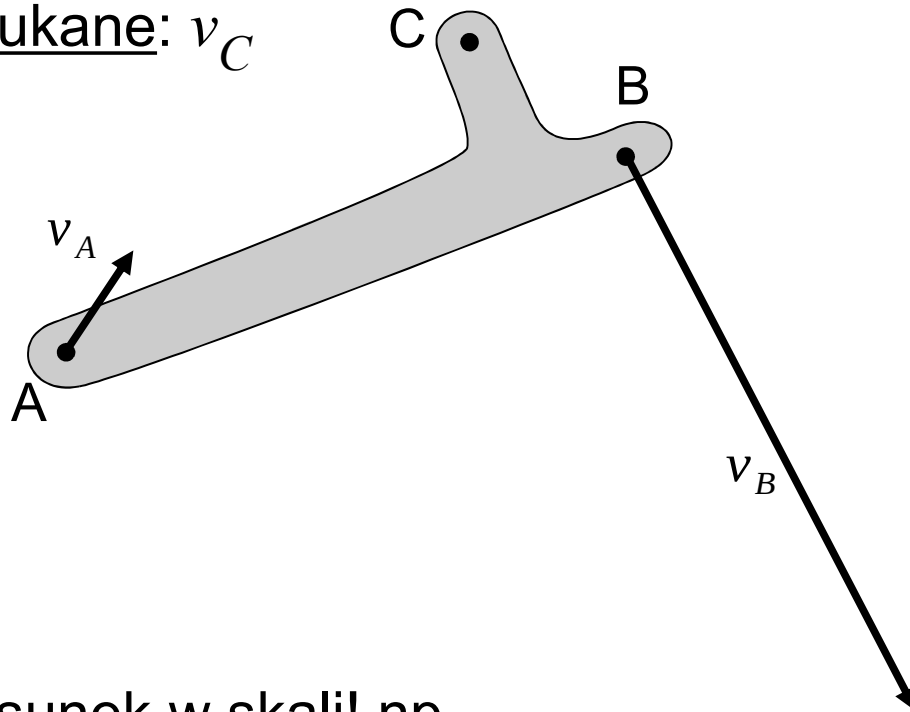
Podziałka wektorów: 1cm \rightarrow 1m/s

Metoda planu prędkości

Przykład

Dane: geometria, v_A i v_B

Szukane: v_C



Rysunek w skali! np.

Podziałka geometrii: 1cm \rightarrow 10cm

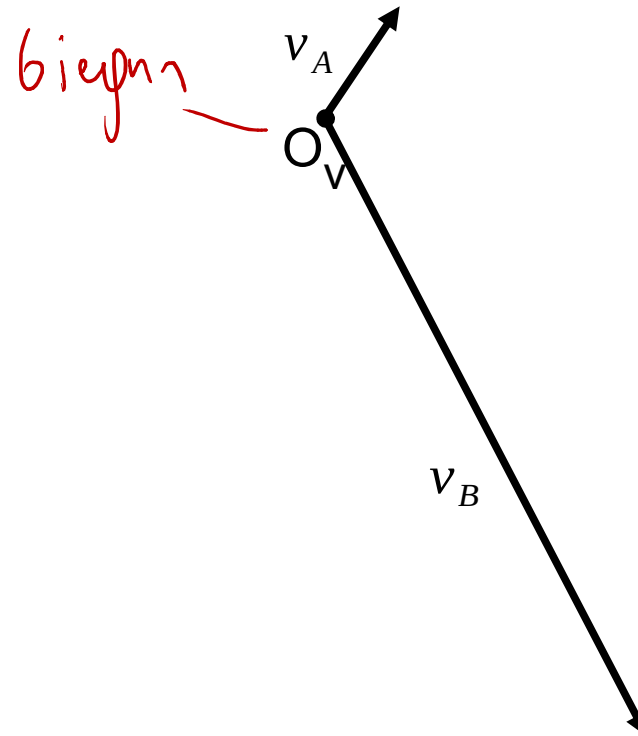
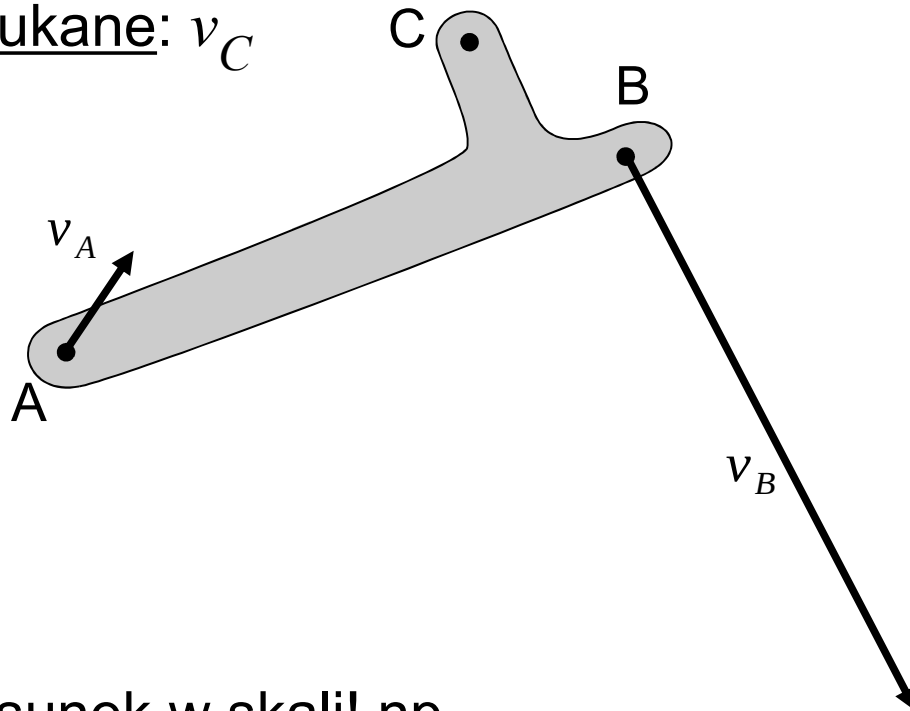
Podziałka wektorów: 1cm \rightarrow 1m/s

Metoda planu prędkości

Przykład

Dane: geometria, v_A i v_B

Szukane: v_C



Rysunek w skali! np.

Podziałka geometrii: 1cm \rightarrow 10cm

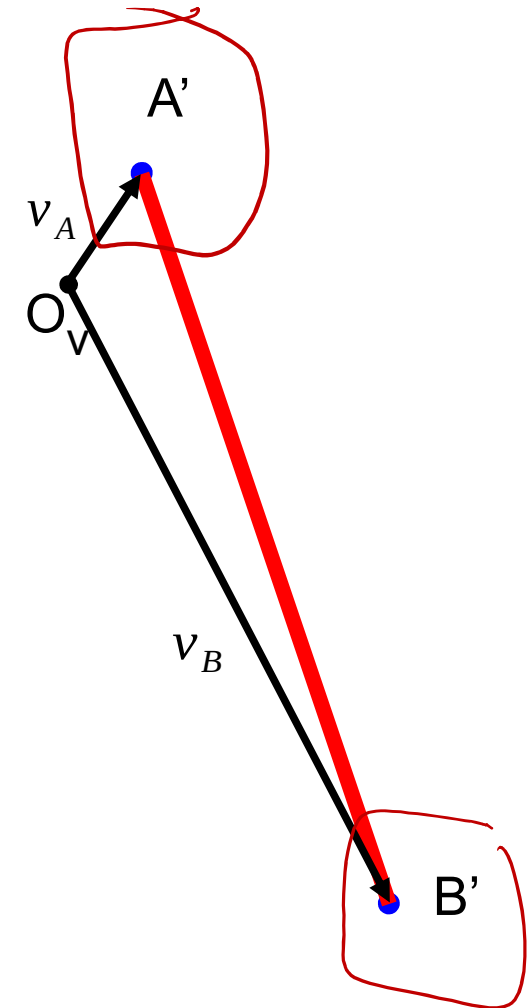
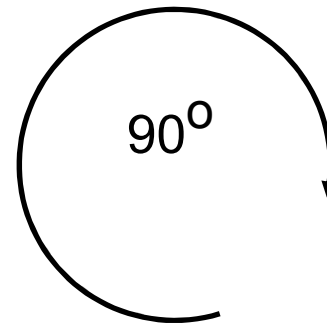
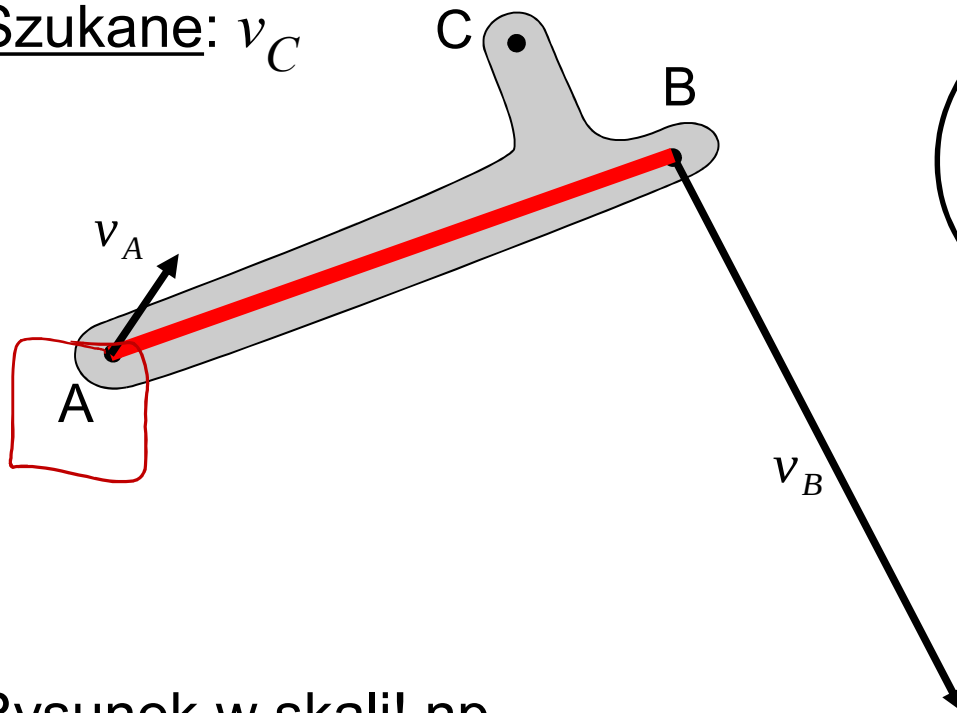
Podziałka wektorów: 1cm \rightarrow 1m/s

Metoda planu prędkości

Dane: geometria, v_A i v_B

Przykład

Szukane: v_C



Rysunek w skali! np.

Podziałka geometrii: 1cm \rightarrow 10cm

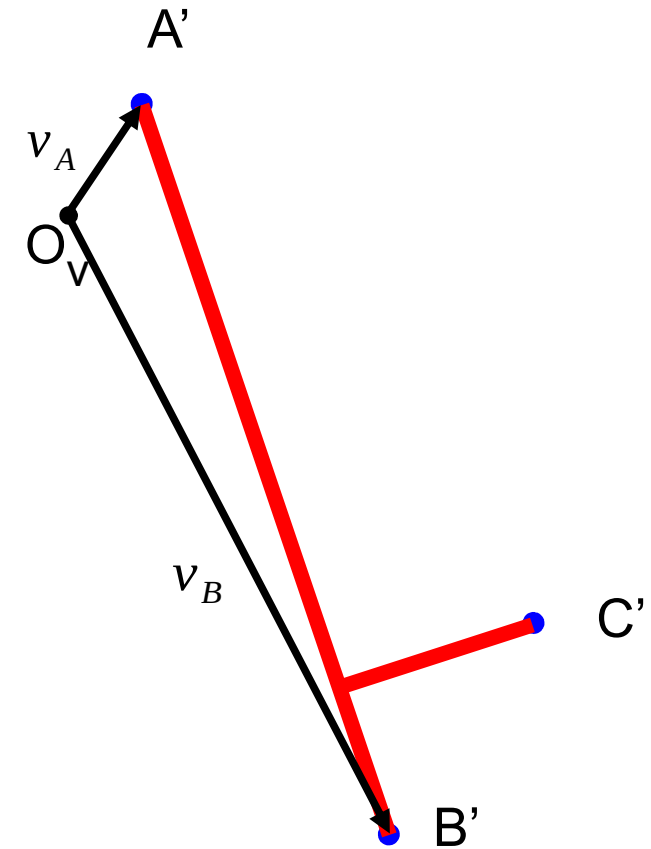
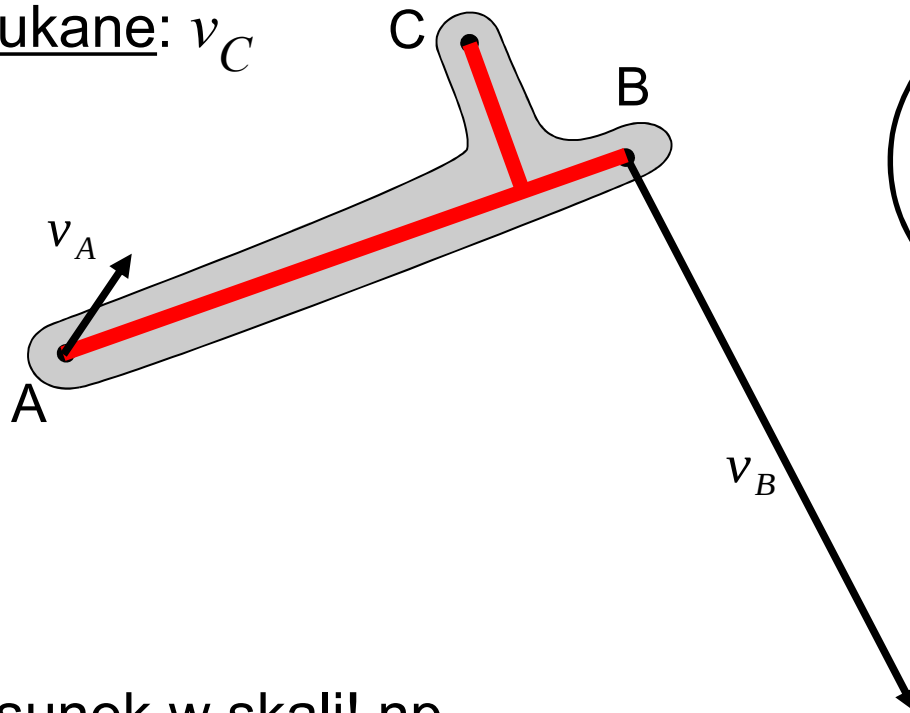
Podziałka wektorów: 1cm \rightarrow 1m/s

Metoda planu prędkości

Przykład

Dane: geometria, v_A i v_B

Szukane: v_C



Rysunek w skali! np.

Podziałka geometrii: 1cm \rightarrow 10cm

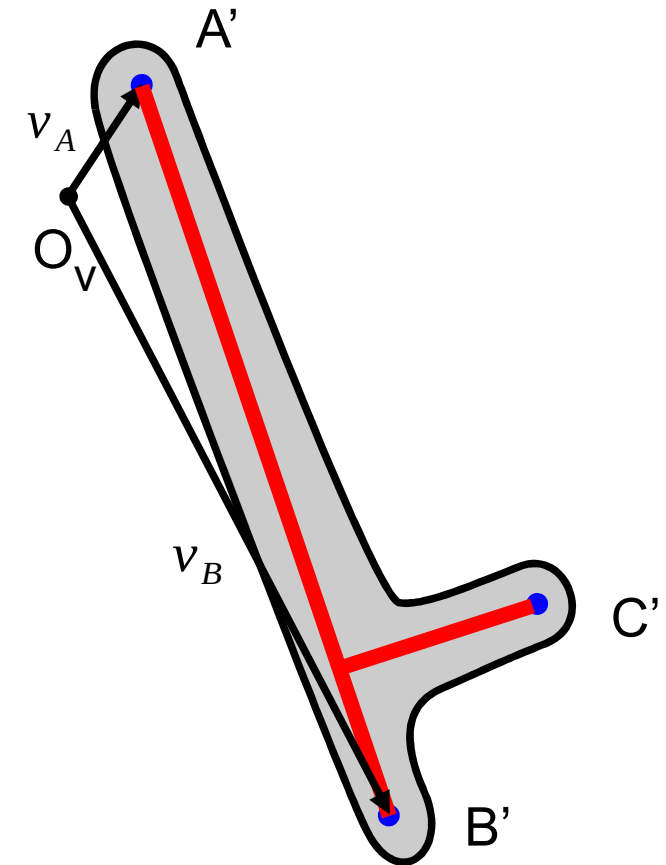
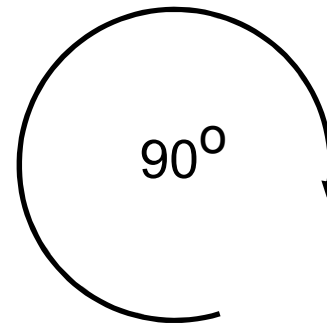
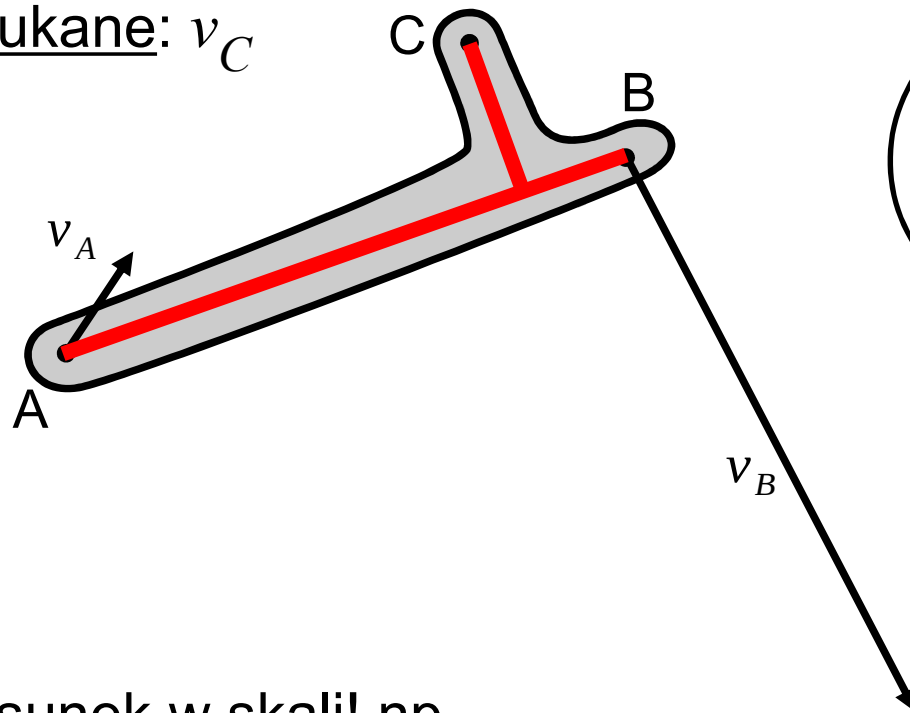
Podziałka wektorów: 1cm \rightarrow 1m/s

Metoda planu prędkości

Przykład

Dane: geometria, v_A i v_B

Szukane: v_C



Rysunek w skali! np.

Podziałka geometrii: 1cm \rightarrow 10cm

Podziałka wektorów: 1cm \rightarrow 1m/s

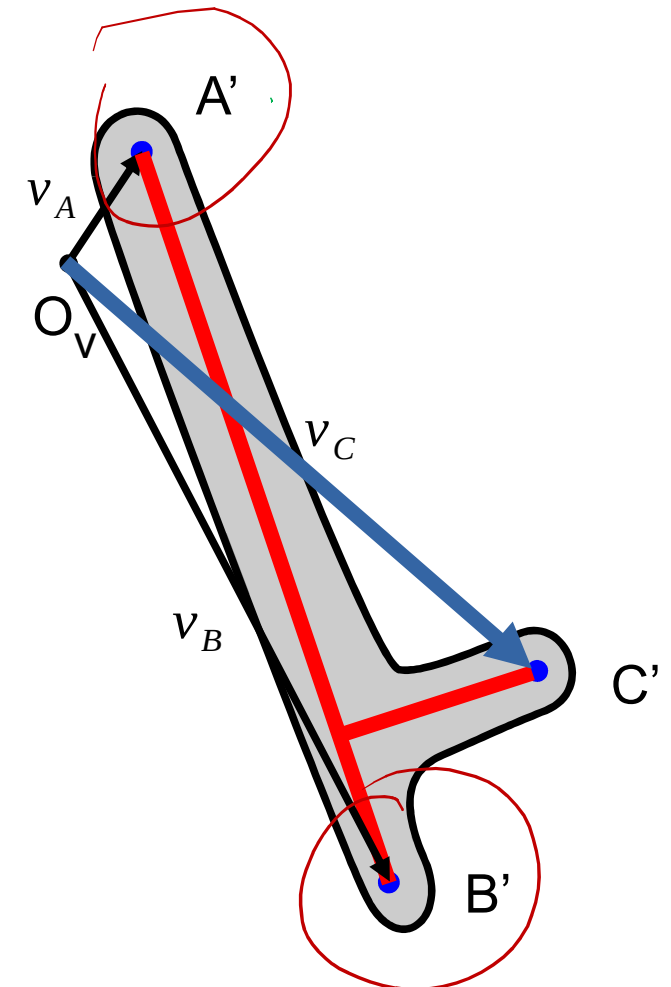
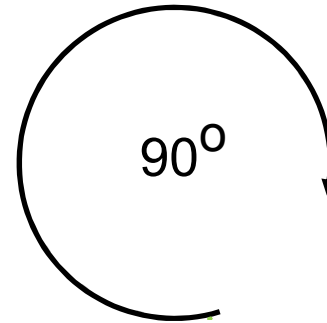
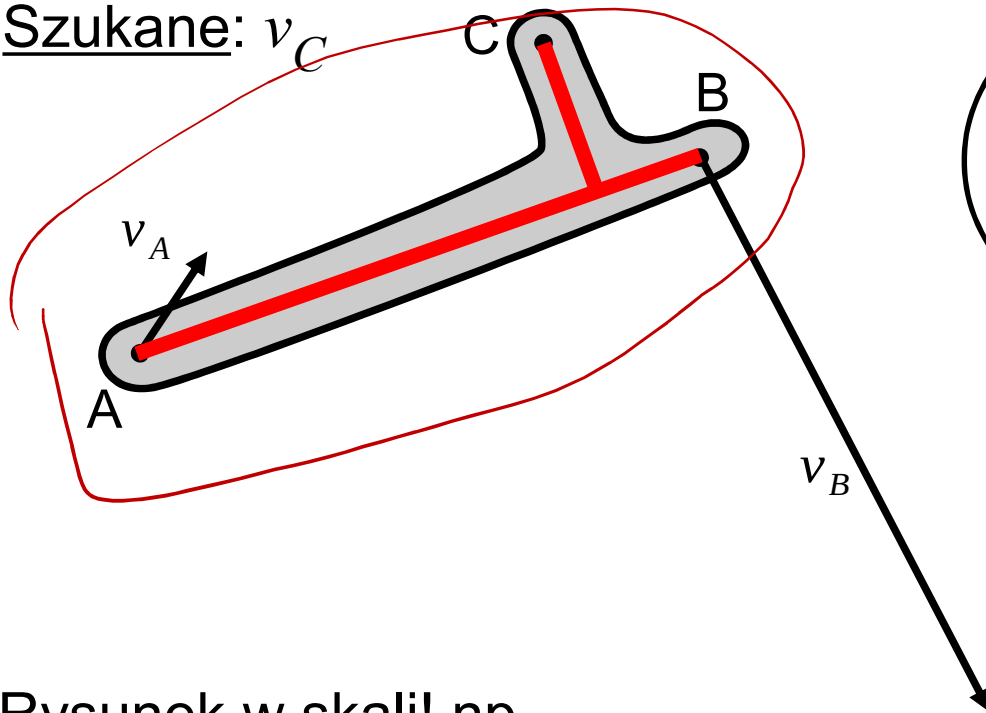
Inna podziałka geometrii!

Metoda planu prędkości

Przykład

Dane: geometria, v_A i v_B

Szukane: v_C



Rysunek w skali! np.

Podziałka geometrii: 1cm \rightarrow 10cm

Podziałka wektorów: 1cm \rightarrow 1m/s

Inna podziałka geometrii!

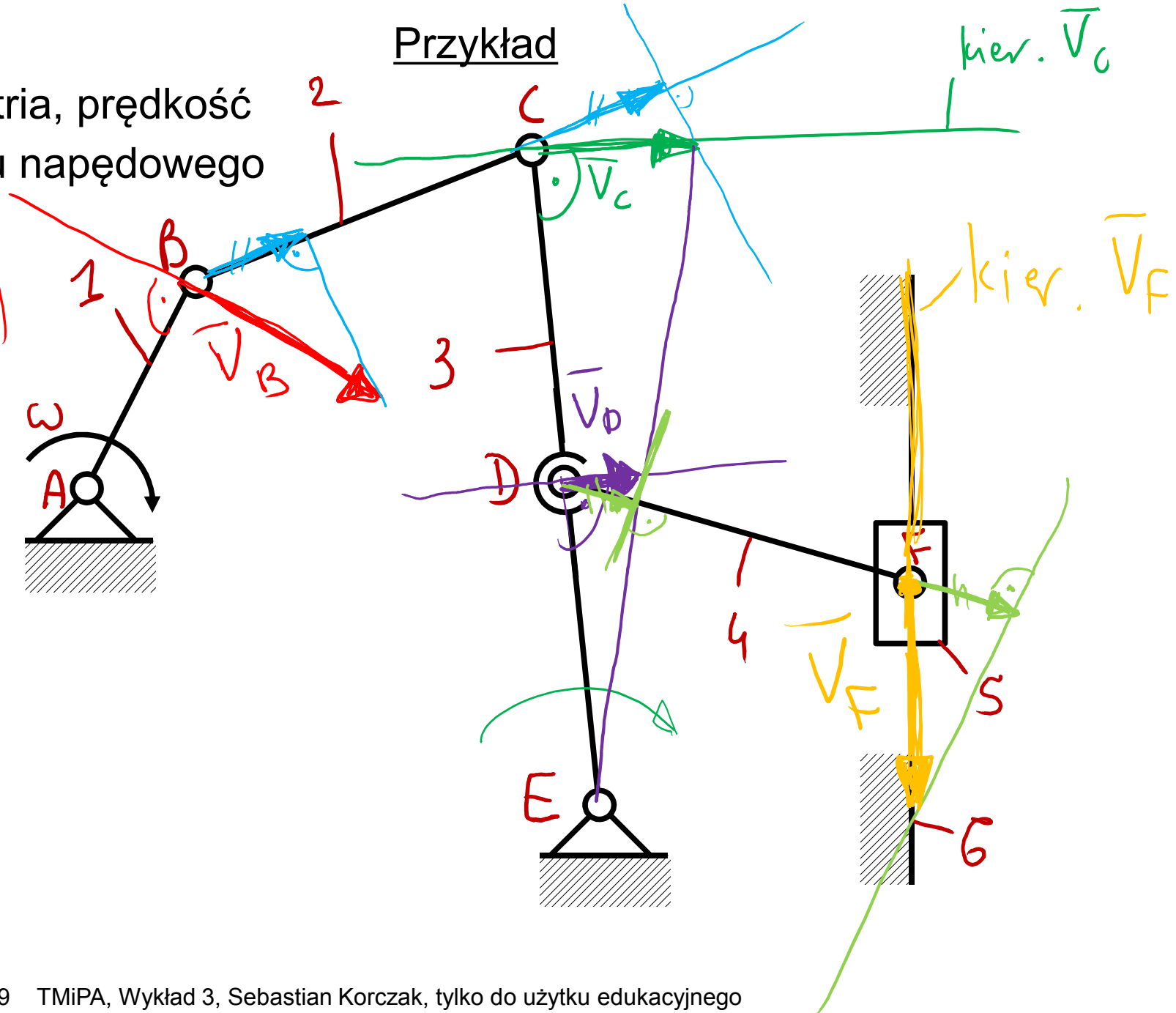
np. 1,5cm \rightarrow 10cm

Metody wyznaczania prędkości mechanizmów płaskich

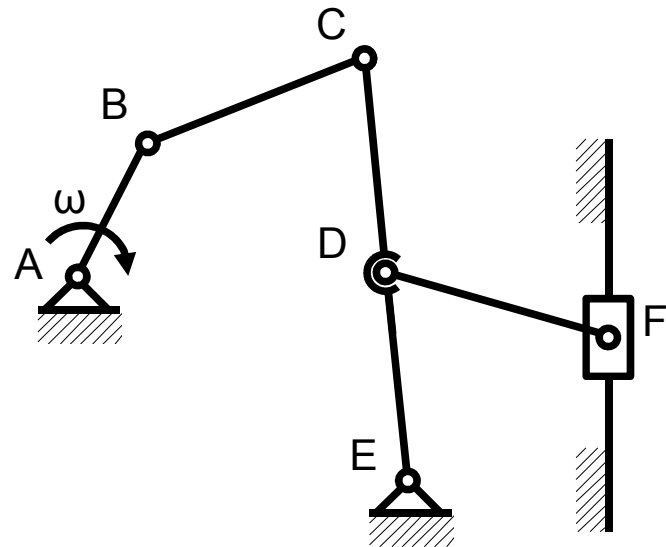
Przykład

Dane: geometria, prędkość kątowa członu napędowego

$$|\vec{V}_B| = \omega |AB|$$



Metody wyznaczania prędkości mechanizmów płaskich



Przykład

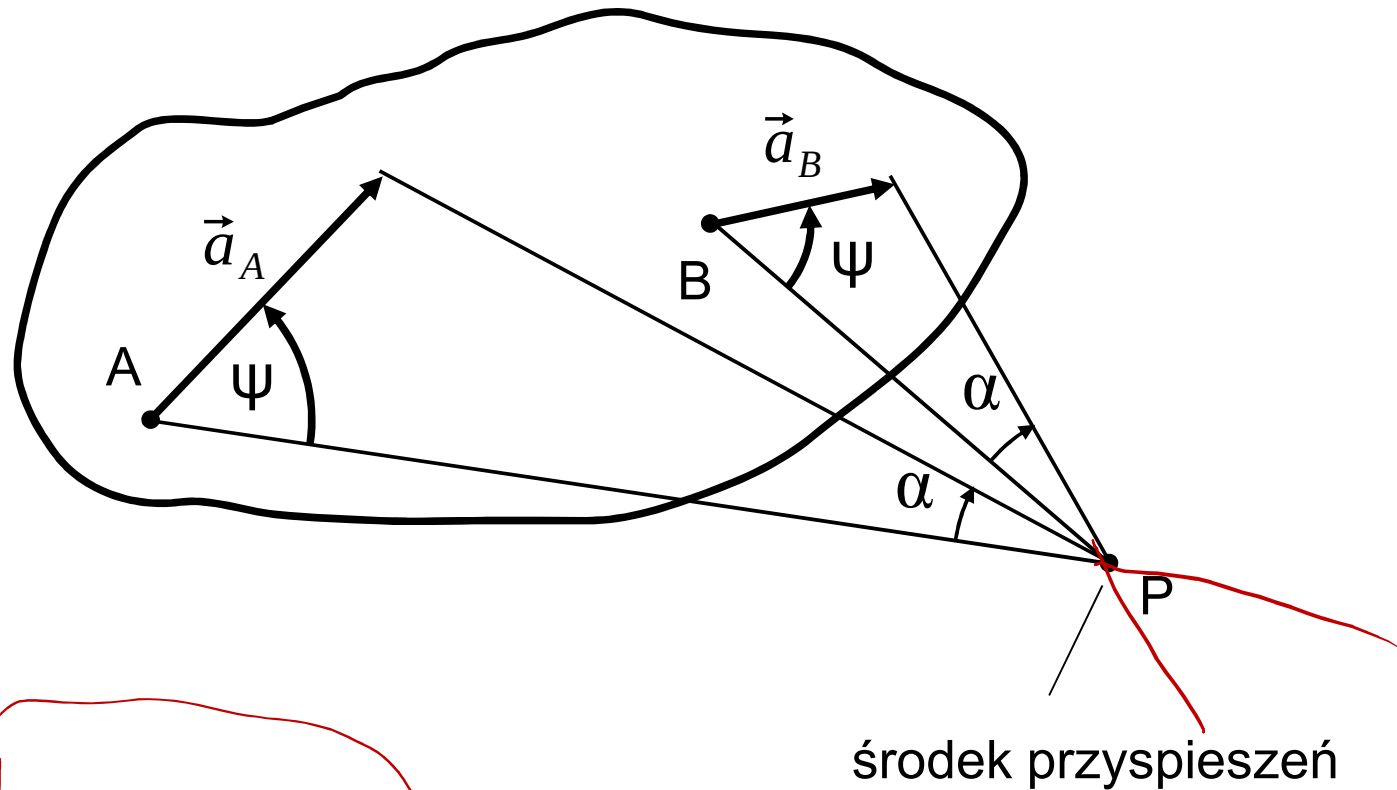
Metody wyznaczania prędkości i przyspieszeń mechanizmów

Metody wykreślne

- metoda rzutów prędkości,
- metoda chwilowego środka obrotu,
- metoda chwilowego środka przyspieszeń,
- metoda prędkości obróconych,
- metoda rozkładu prędkości,
- metoda rozkładu przyspieszeń,
- metoda planu prędkości,
- metoda planu przyspieszeń.

Metoda analityczna

Chwilowy środek przyspieszeń



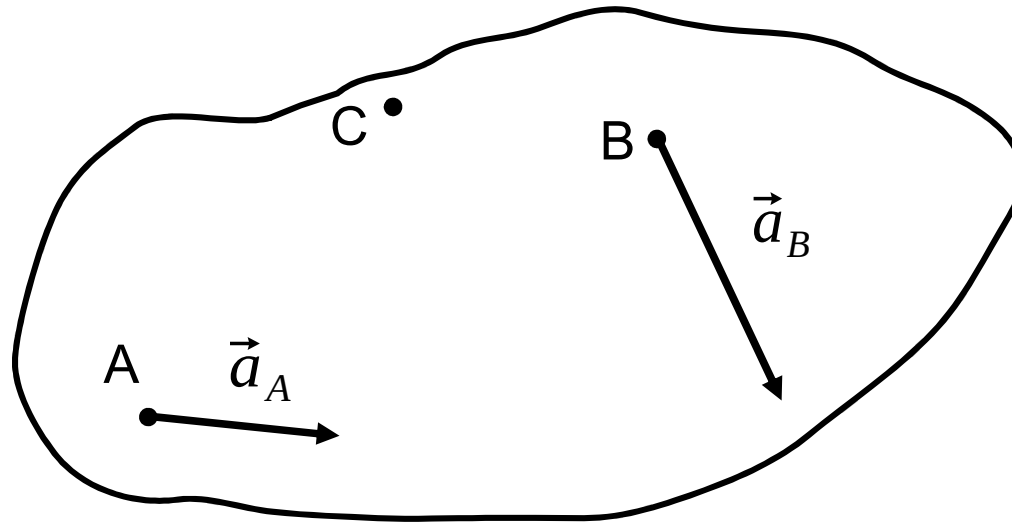
$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$

Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C



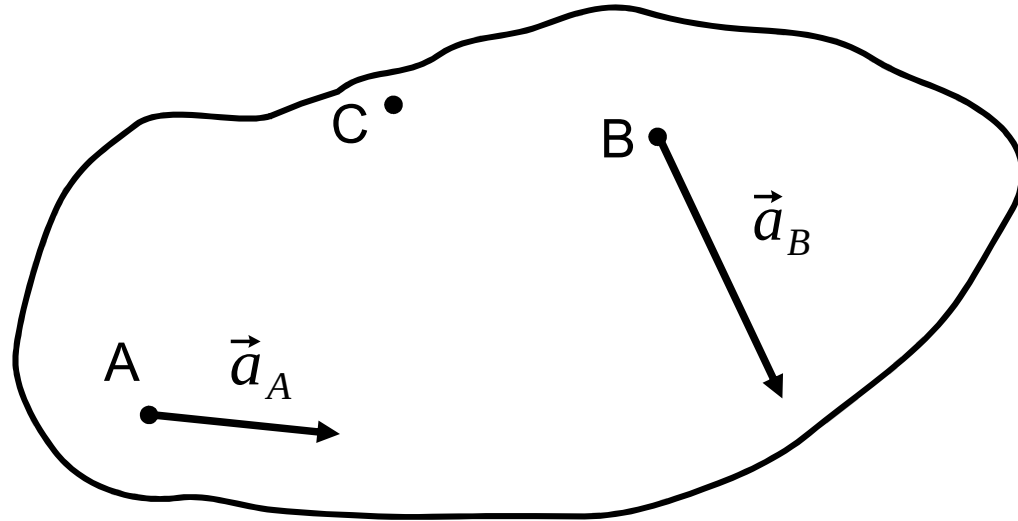
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



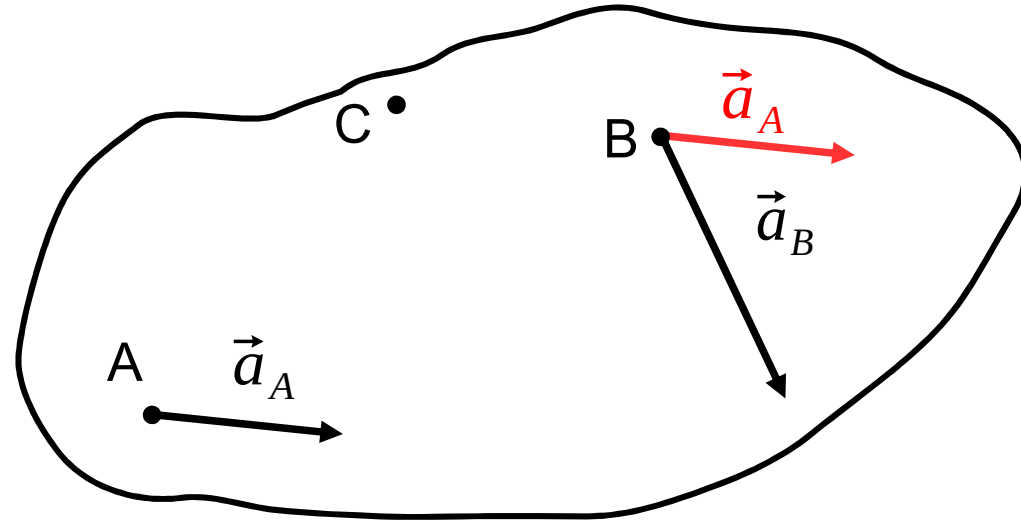
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



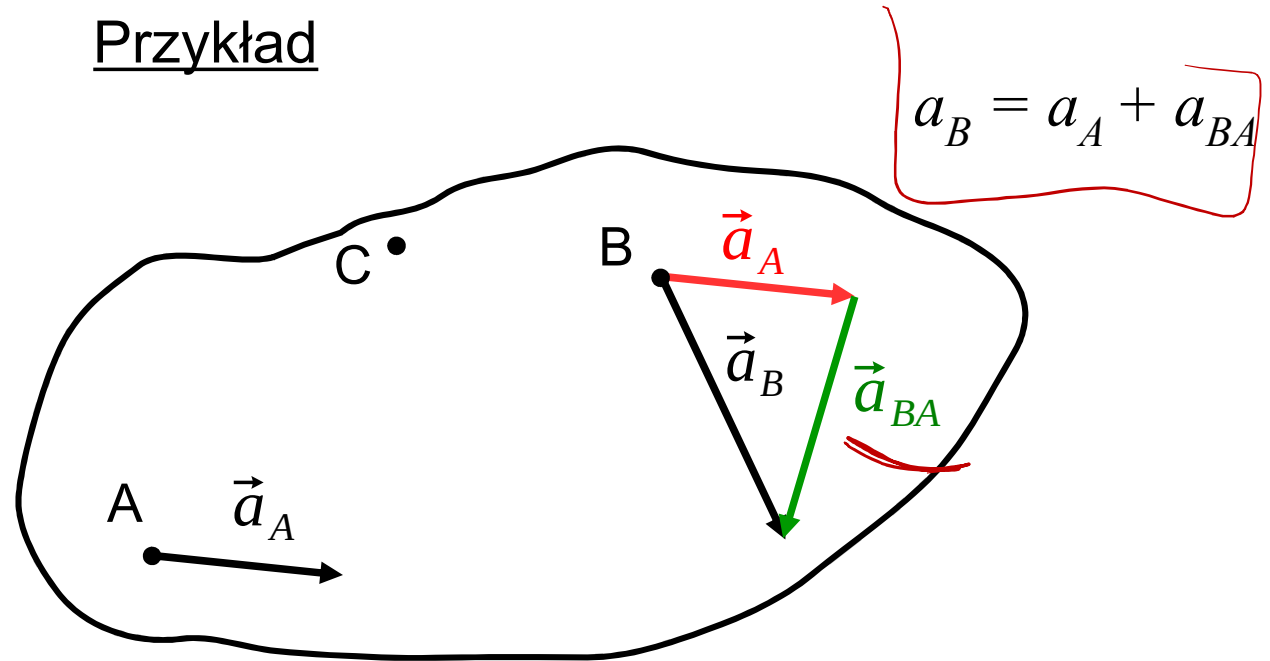
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



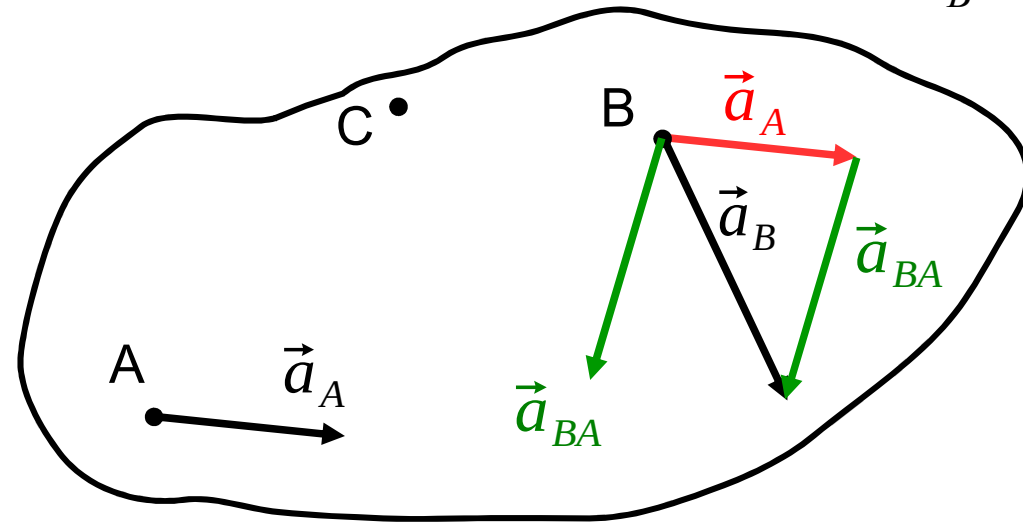
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



$$a_B = a_A + a_{BA}$$

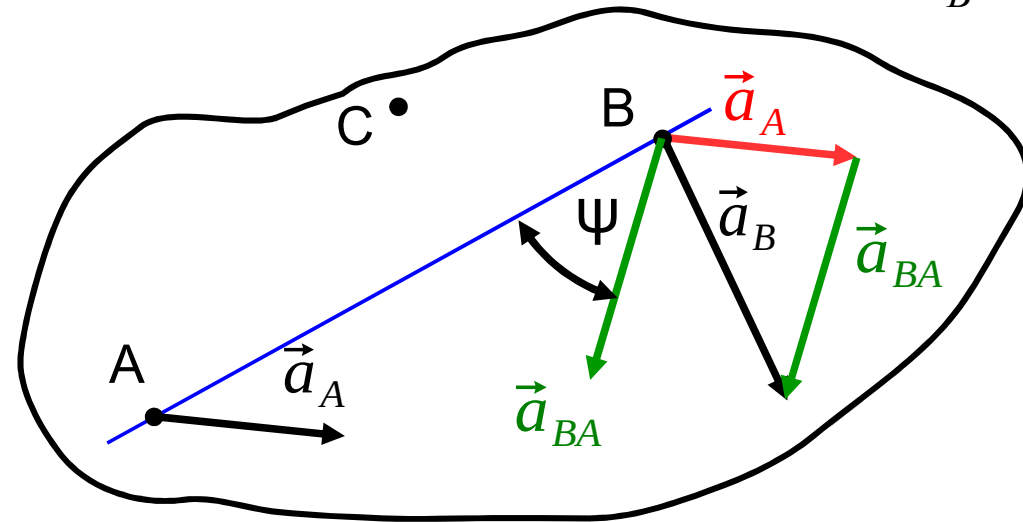
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



$$a_B = a_A + a_{BA}$$

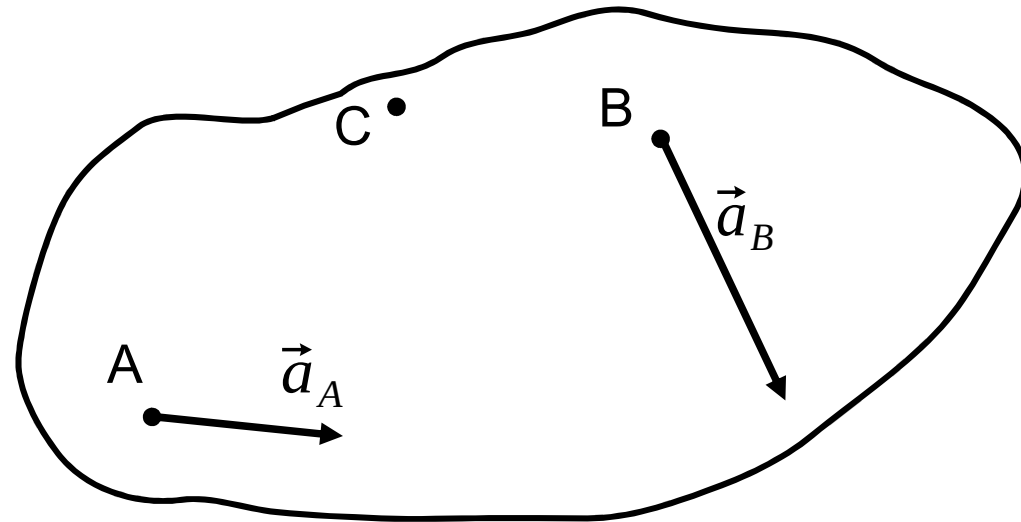
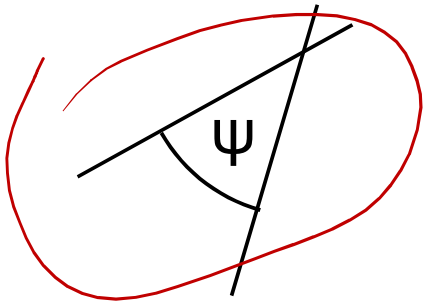
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ

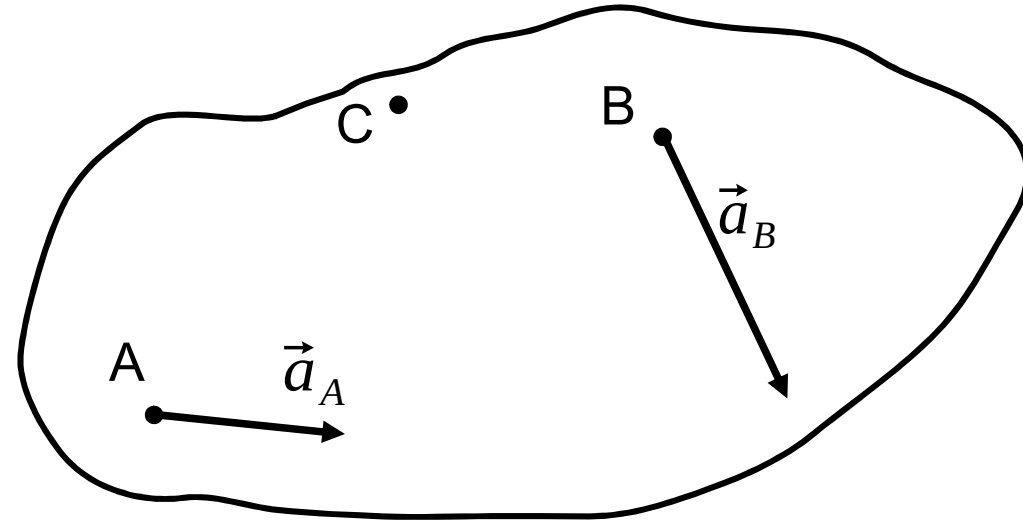


Metoda chwilowego środka przyspieszeń

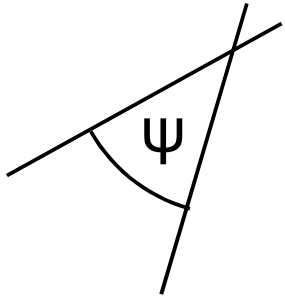
Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C



1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń

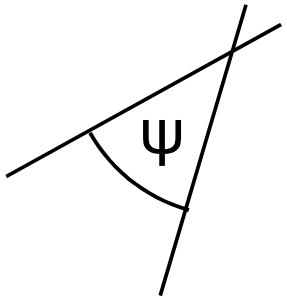
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

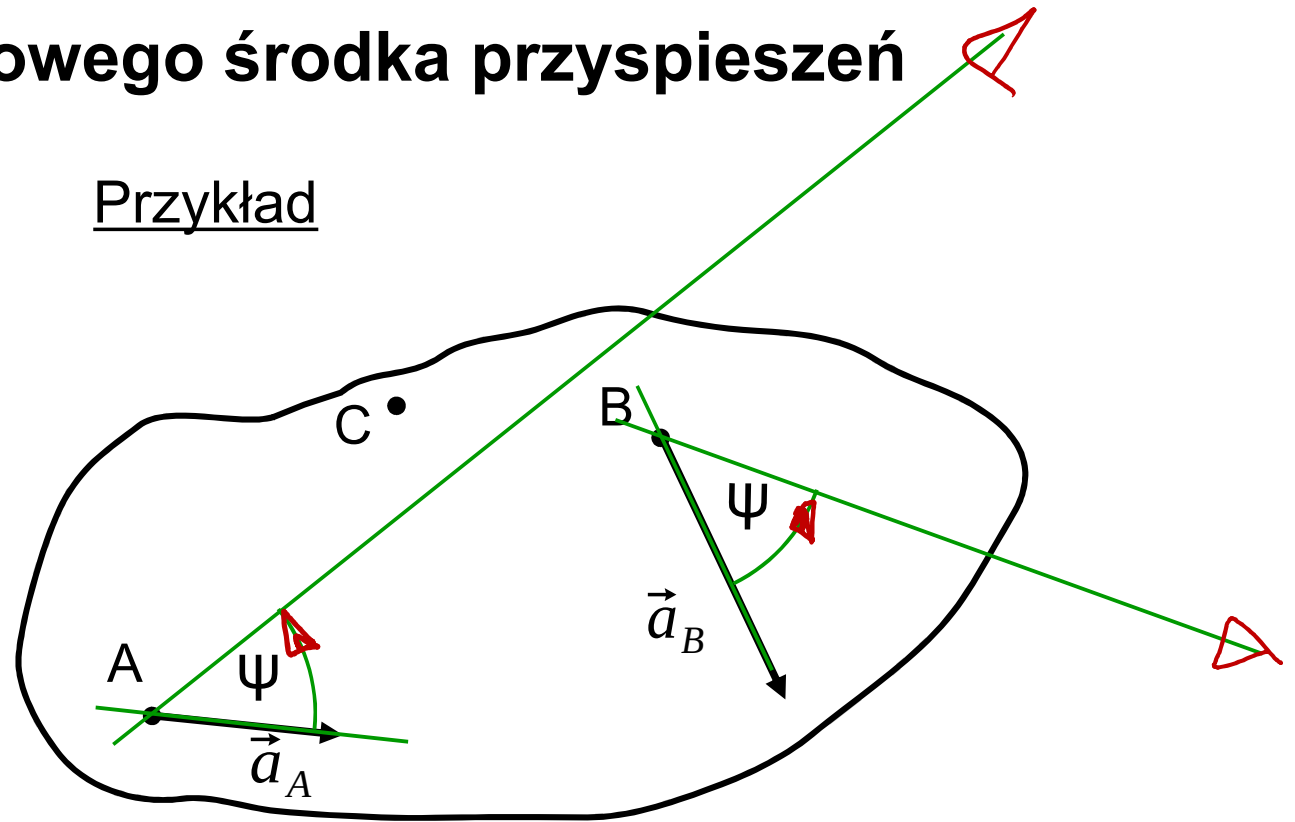
Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń



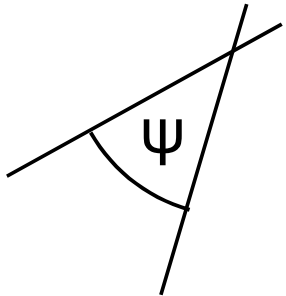
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

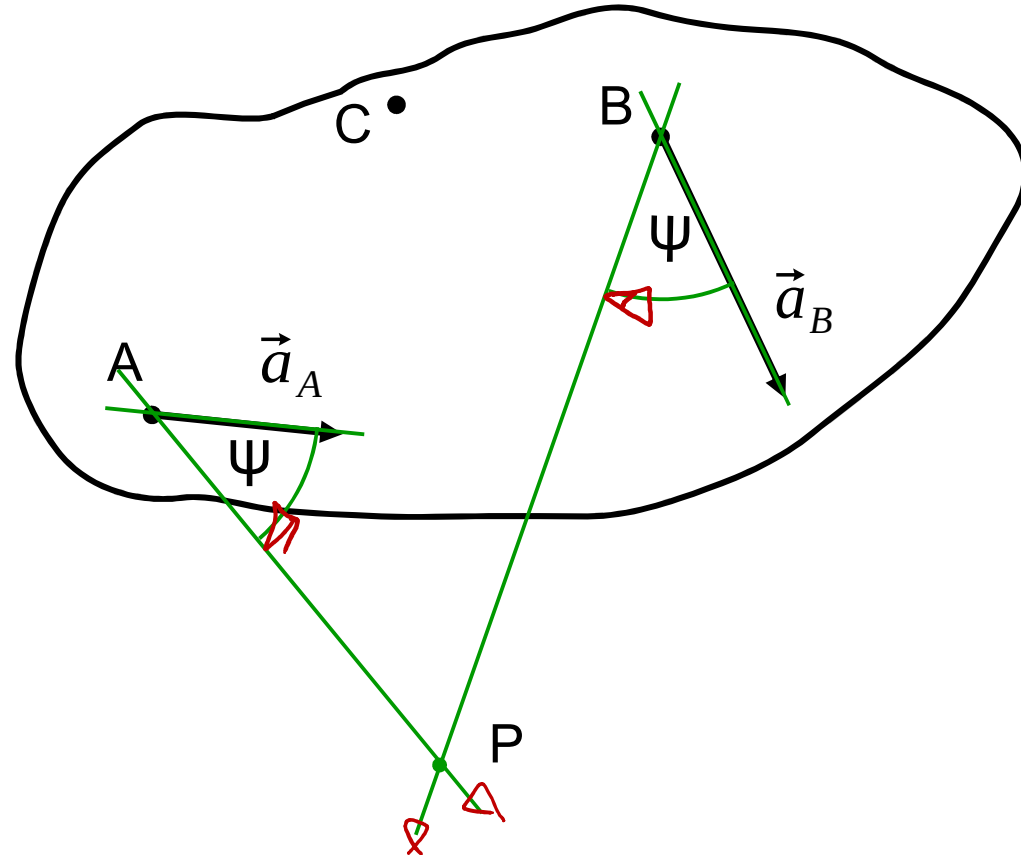
Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń



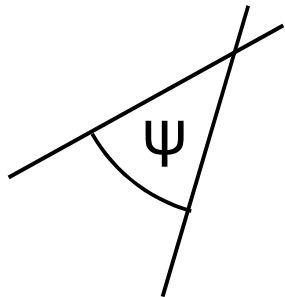
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

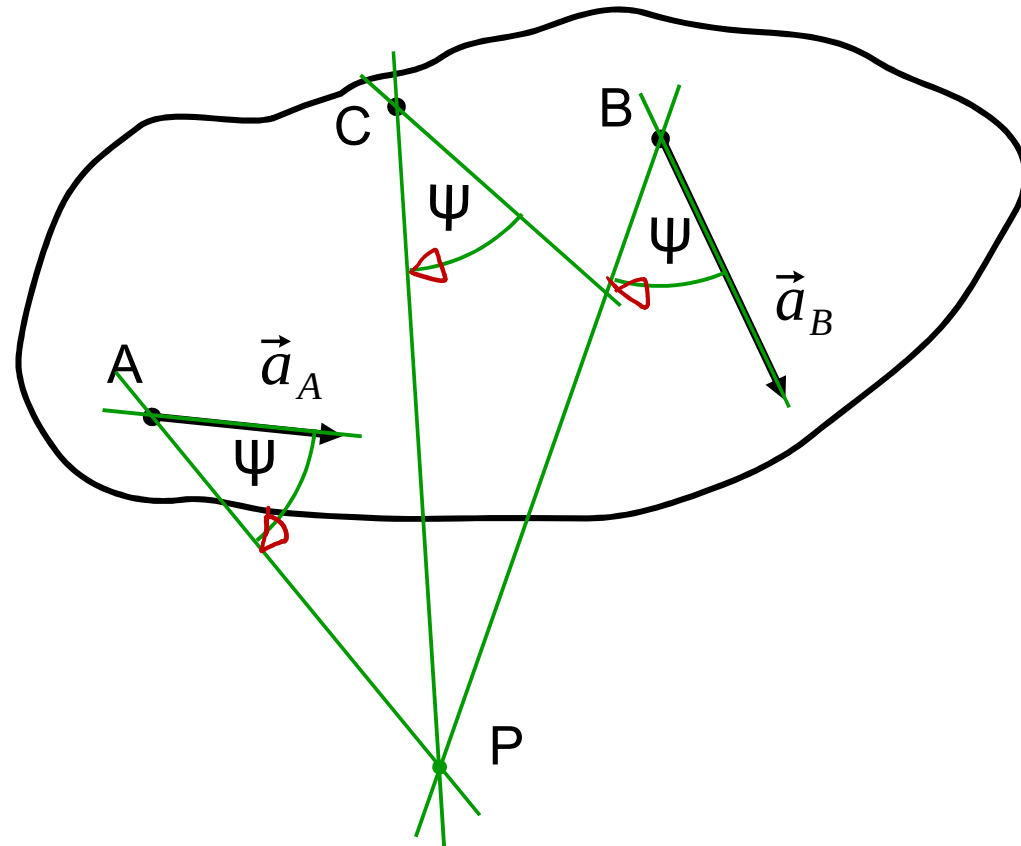
Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń

3. krok: konstrukcja a_C



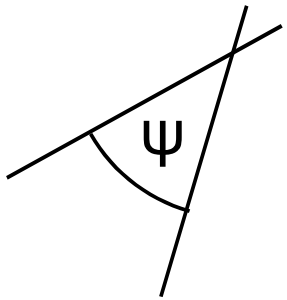
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

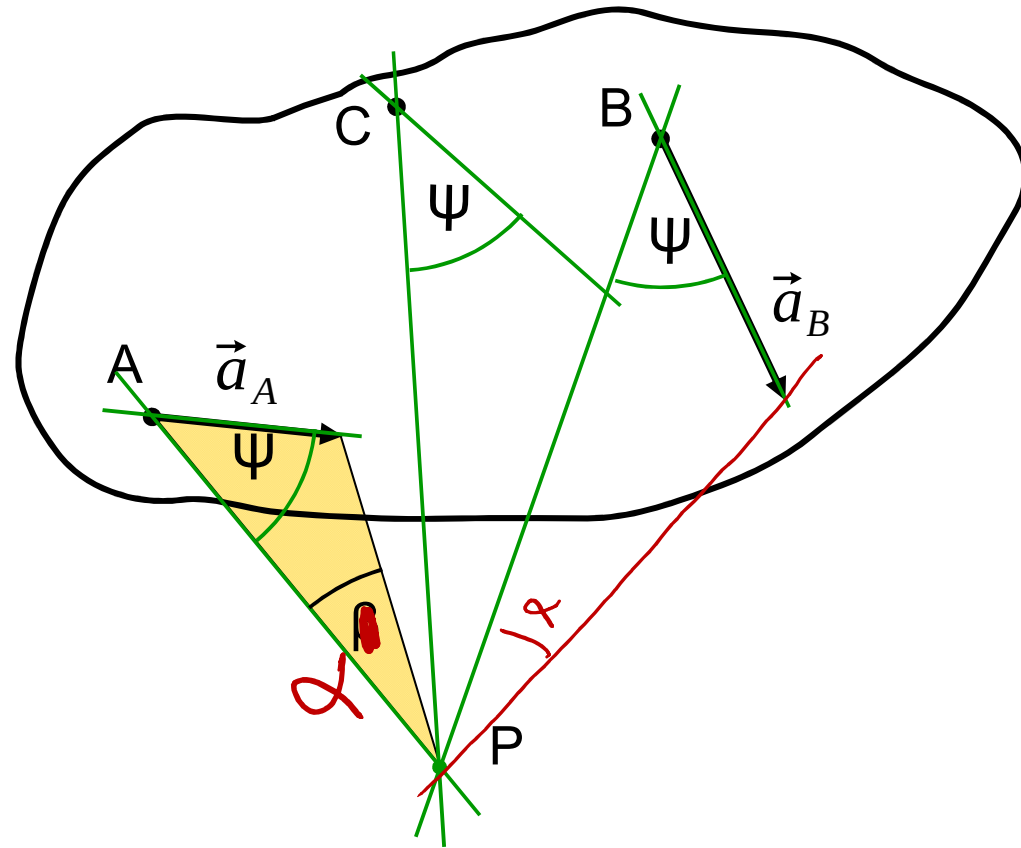
Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń

3. krok: konstrukcja a_C



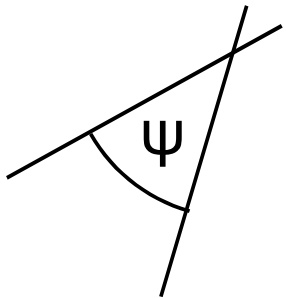
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

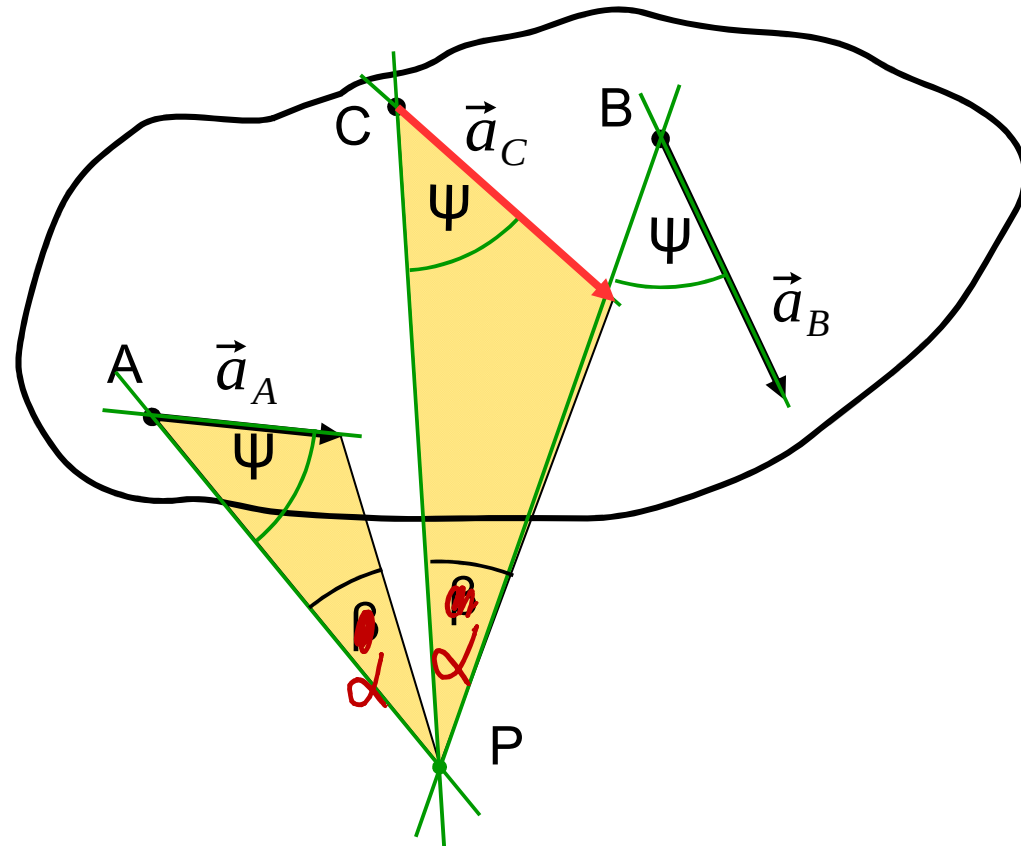
Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń

3. krok: konstrukcja a_C

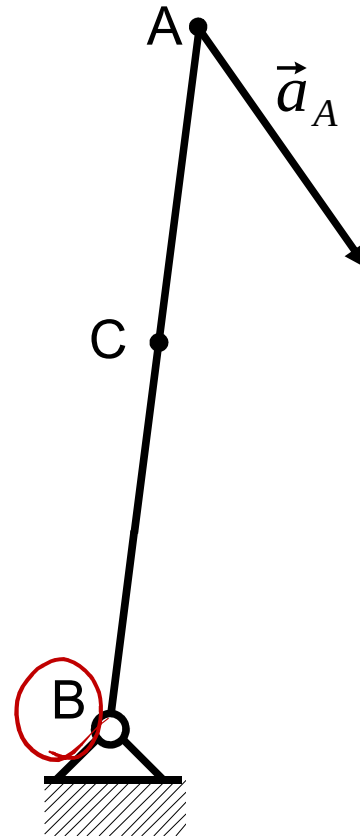


Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład 2

Dane: a_A

Szukane: a_C

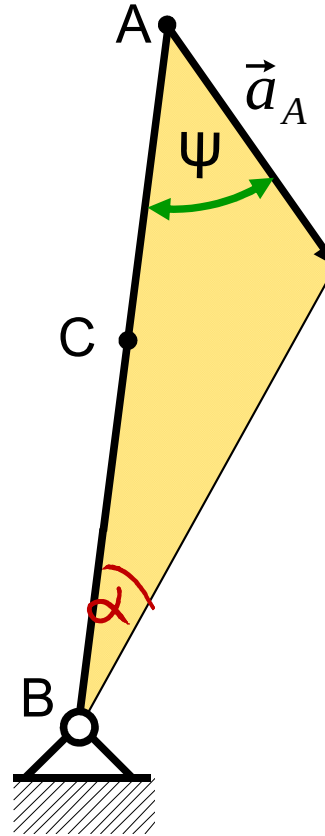


Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład 2

Dane: a_A

Szukane: a_C

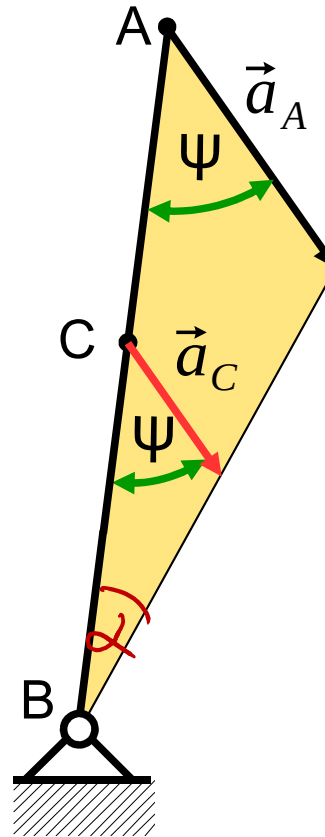


Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład 2

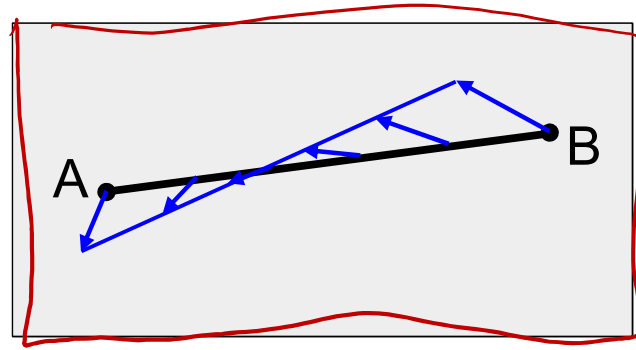
Dane: a_A

Szukane: a_C

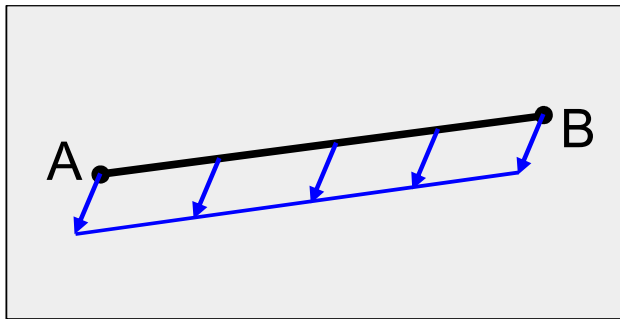


Metoda rozkładu przyspieszeń

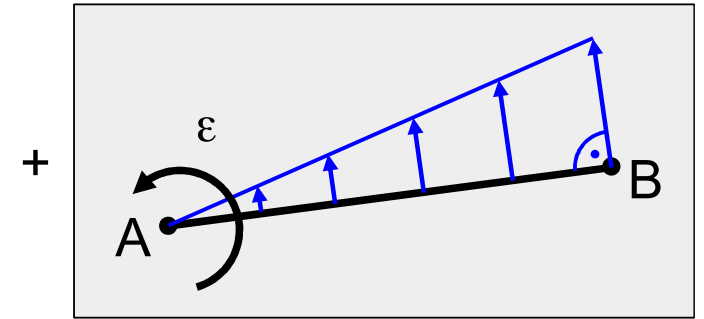
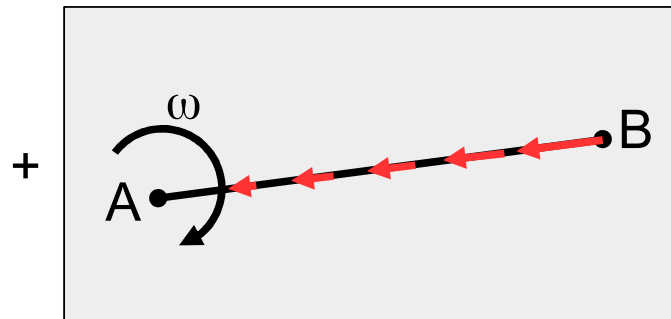
Przykład



=



POST.

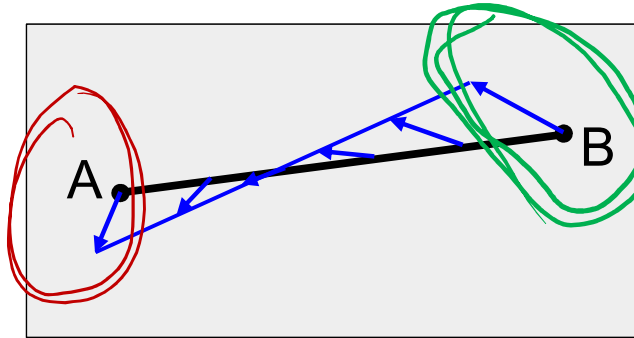


OBR.

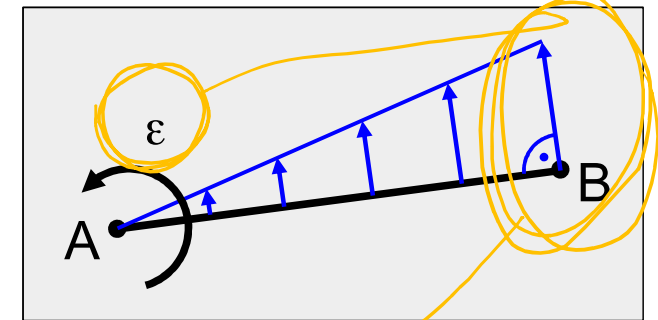
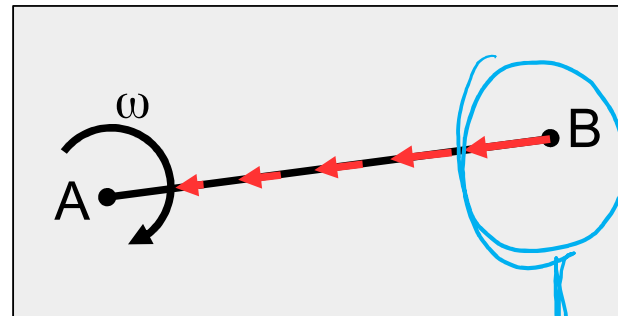
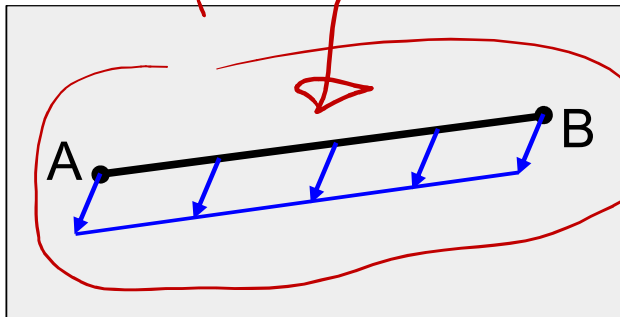
Metoda rozkładu przyspieszeń

Przykład

Wależność indeksów



=



$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$$

Przyspieszenie bezwzględne punktu B

Przyspieszenie bryły w ruchu postępowym

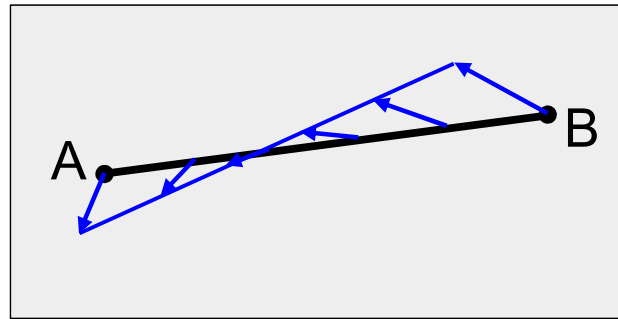
Przyspieszenie punktu B w ruchu obrotowym względem A.

Przyspieszenie dośrodkowe (normalne)

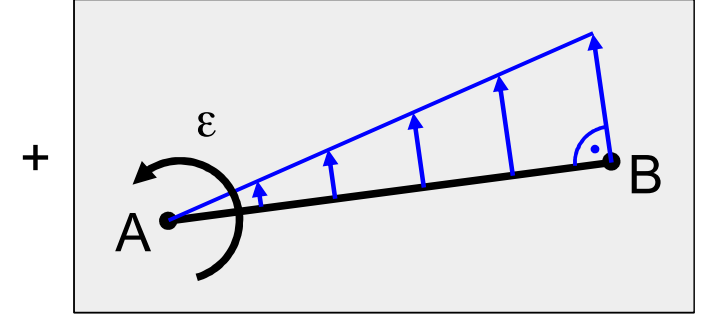
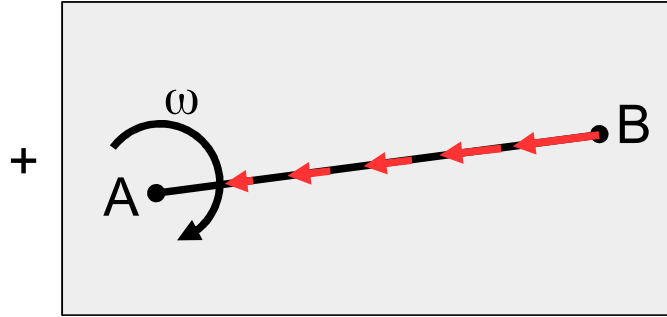
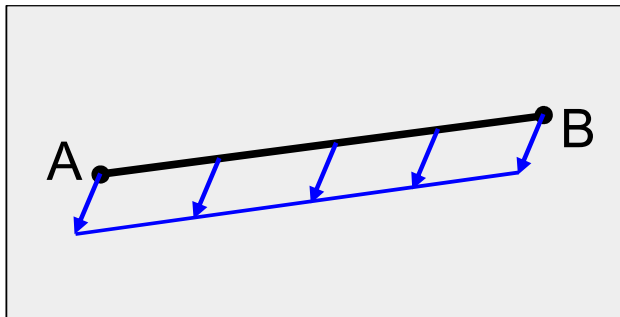
Przyspieszenie styczne

Metoda rozkładu przyspieszeń

Przykład



=



$2D) |\vec{\omega}_{BA}^n| = \omega^2 |AB|$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$$

Przyspieszenie
dośrodkowe (normalne)

Przyspieszenie
styczne

$$\vec{a}_{BA}^t = \vec{\varepsilon} \times \overline{AB}$$

$$\vec{a}_{BA}^n = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overline{AB}) = -\omega^2 \overline{AB}$$

$2D) |\vec{a}_{BA}^t| = |\varepsilon| |AB|$

Plan przyspieszeń

Planem przyspieszeń członu sztywnego nazywamy miejsce geometryczne końców wektorów przyspieszeń bezwzględnych członu odłożonych z punktu zwanego biegunem planu przyspieszeń.

Plan przyspieszeń członu jest do niego podobny pod względem konfiguracji punktów i obrócony o kąt $(180^\circ - \psi)$ w kierunku:

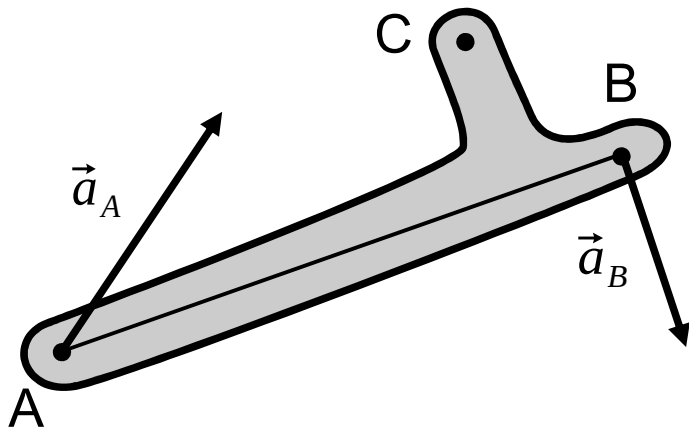
- zgodnym ze zwrotem chwilowej prędkości kątowej członu, jeżeli jednakowe są zwroty wektorów ω i ε ,*
- przeciwnym do zwrotu chwilowej prędkości kątowej członu, jeżeli przeciwne są zwroty wektorów ω i ε .*

Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C

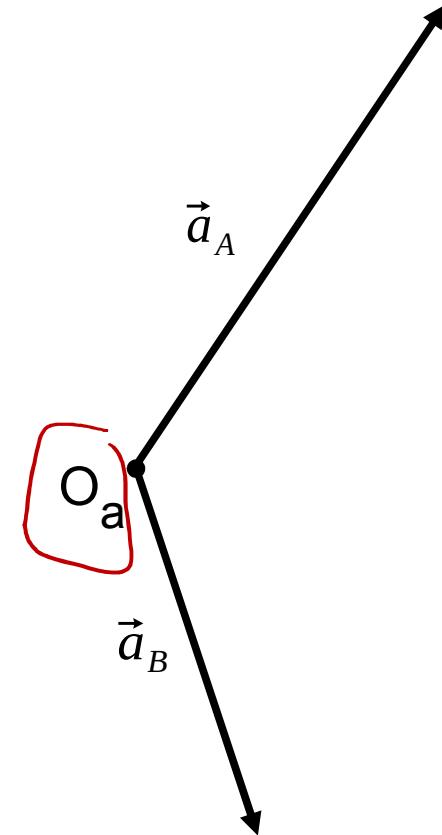
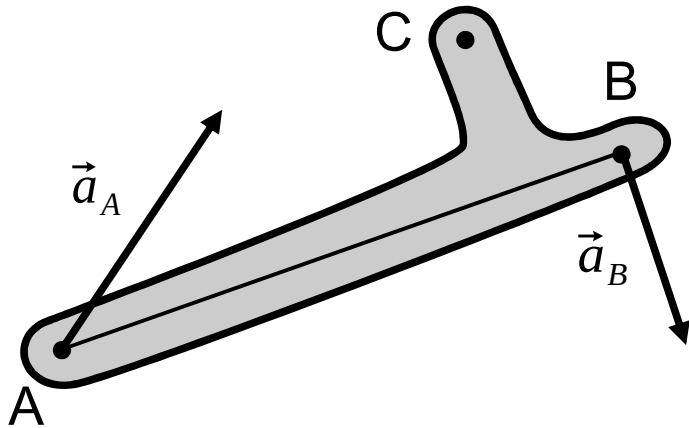


Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C



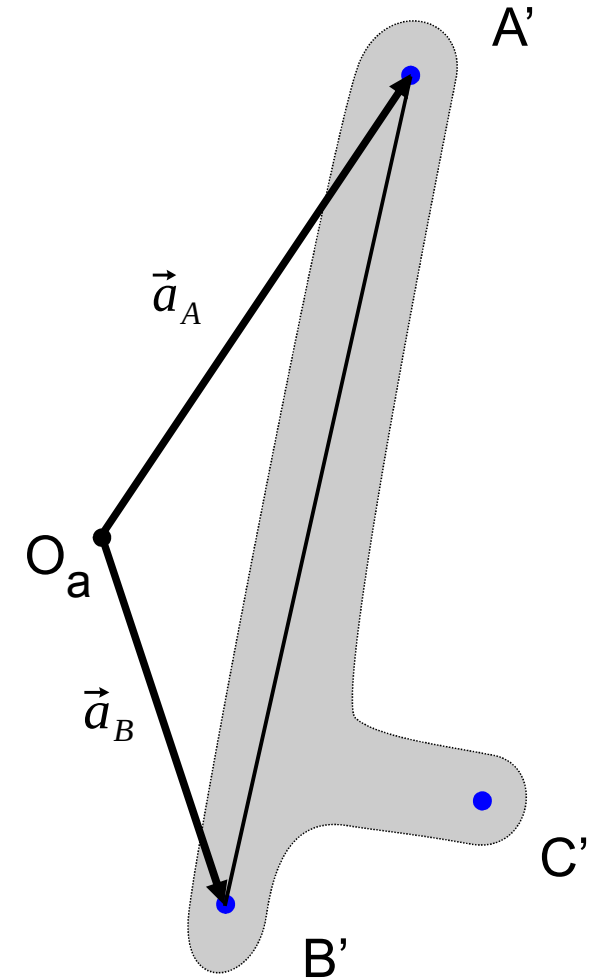
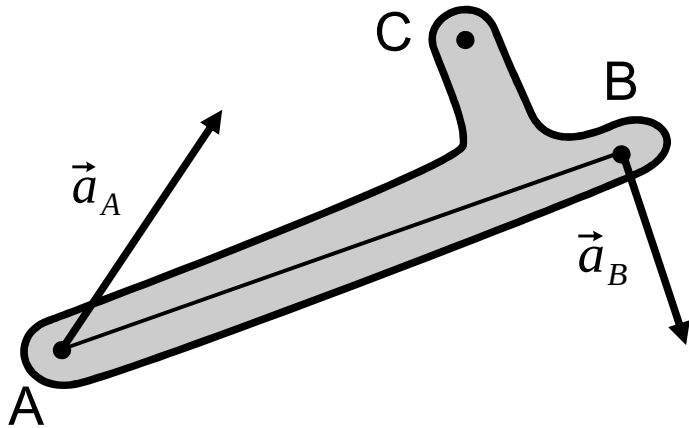
Przyspieszenia w skali, np.: 1cm \rightarrow 1m/s²

Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C



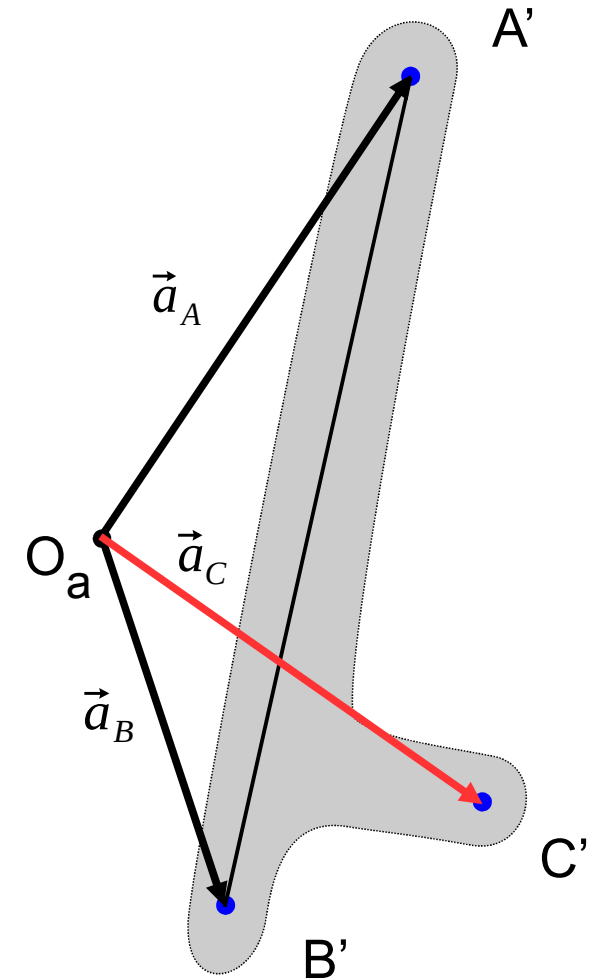
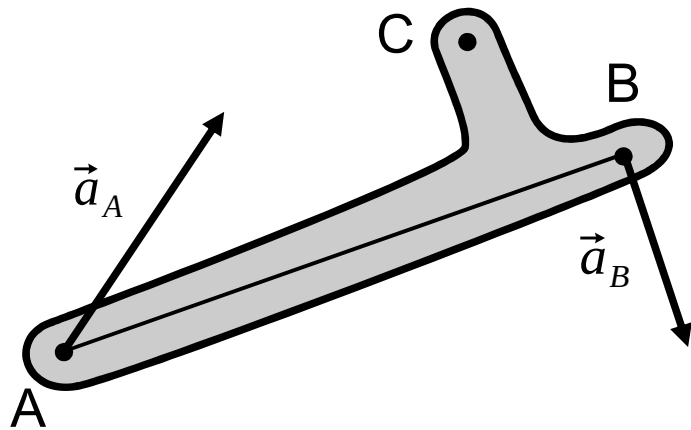
Przyspieszenia w skali, np.: 1cm \rightarrow 1m/s²
Geometria w skali względem rozmiarów rzeczywistych

Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C



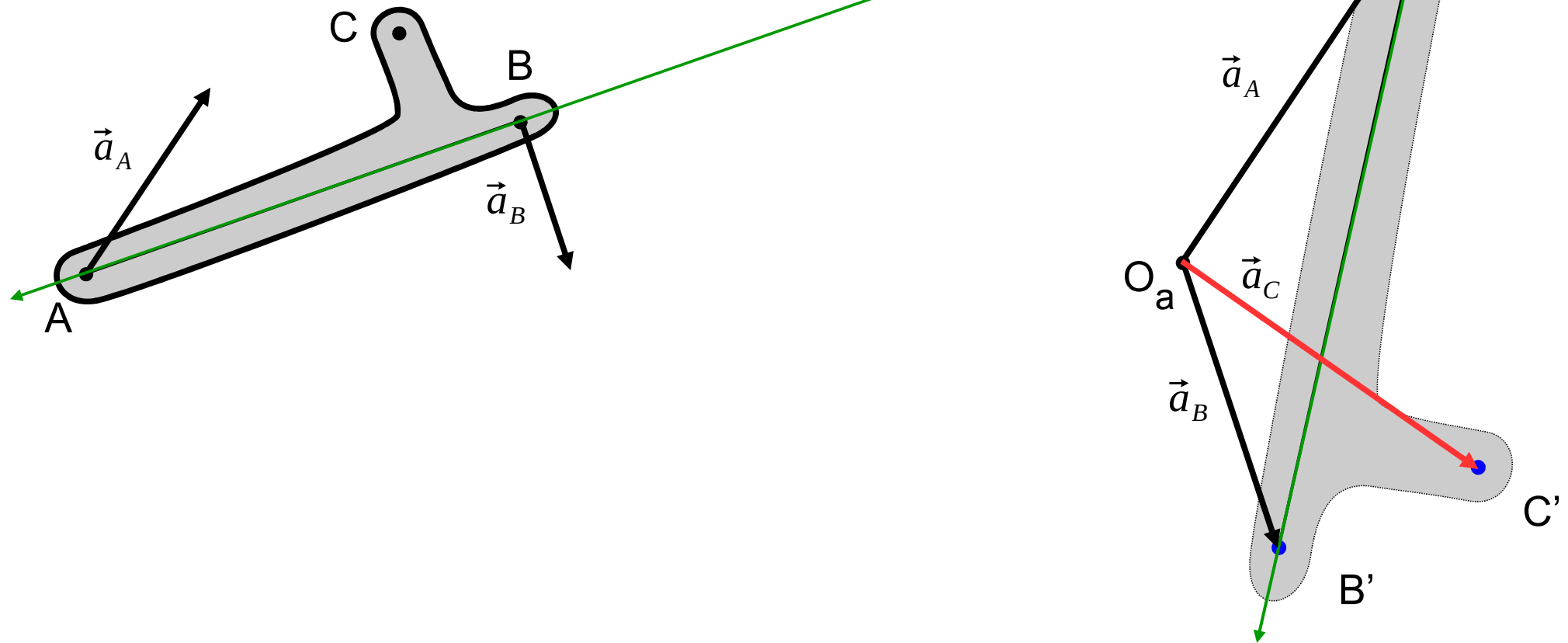
Przyspieszenia w skali, np.: 1cm \rightarrow 1m/s²
Geometria w skali względem rozmiarów rzeczywistych

Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C

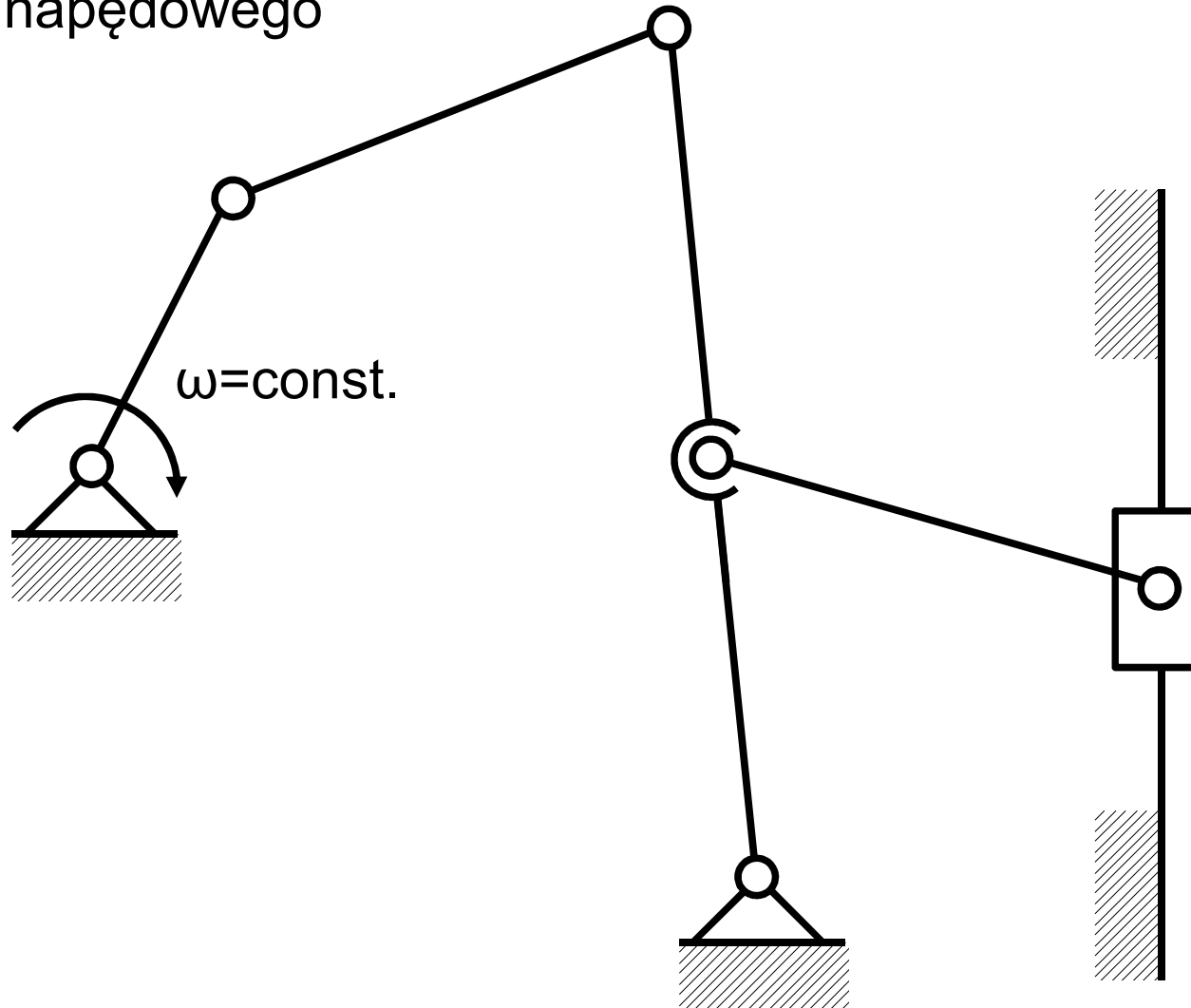


Przyspieszenia w skali, np.: 1cm \rightarrow 1m/s²
Geometria w skali względem rozmiarów rzeczywistych

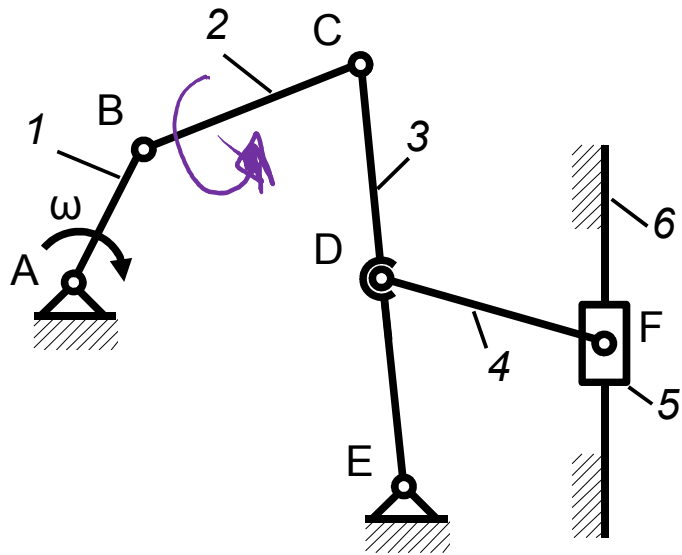
PRZYKŁAD

metody rozkładu oraz planu dla prędkości i przyspieszeń

Dane: geometria, stała prędkość
kątowna członu napędowego



PRZYKŁAD

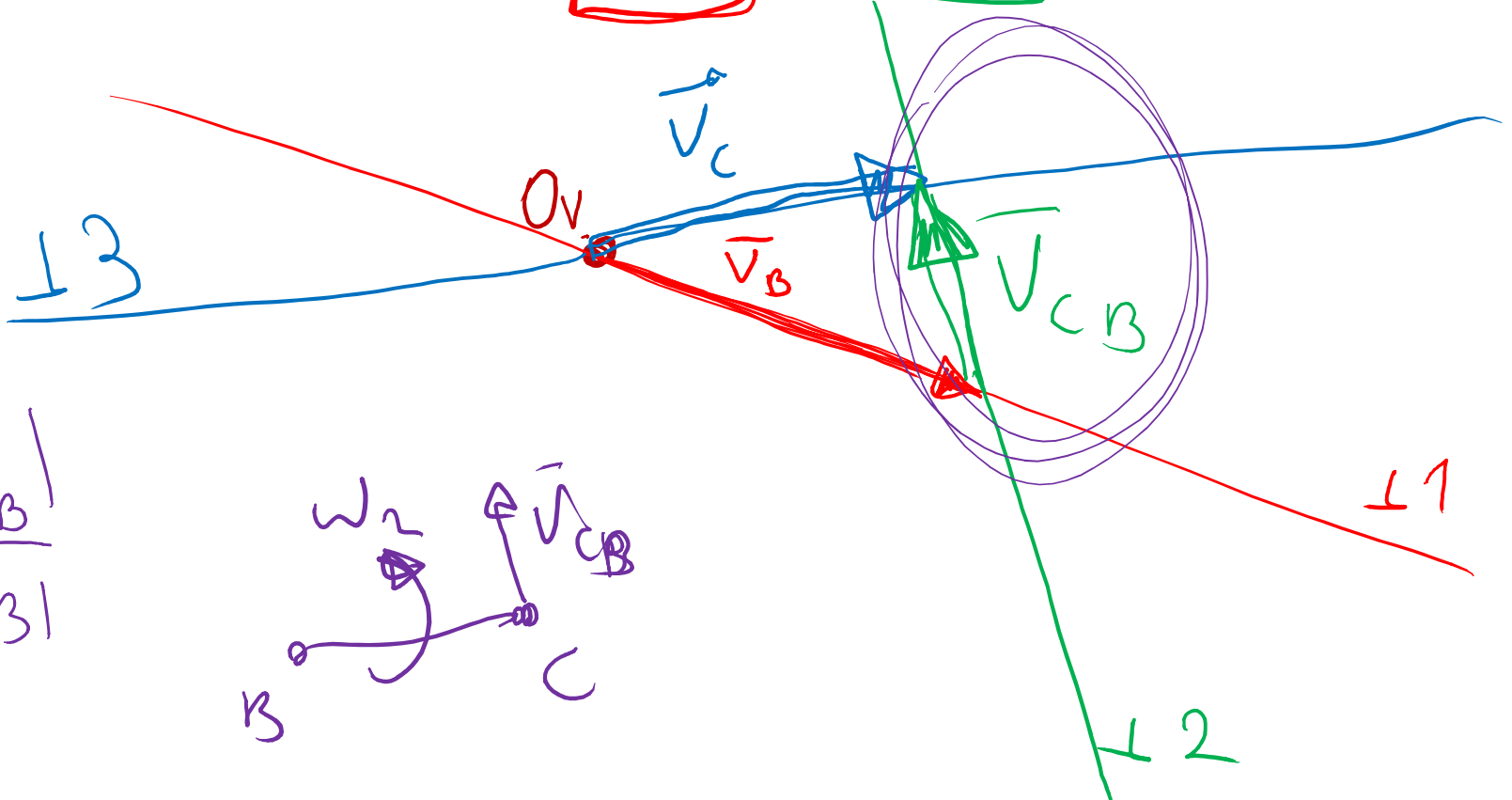


Metoda wyznaczenia prędkości - metoda 2

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}$$

$$|\vec{V}_B| = \omega \cdot |AB|$$

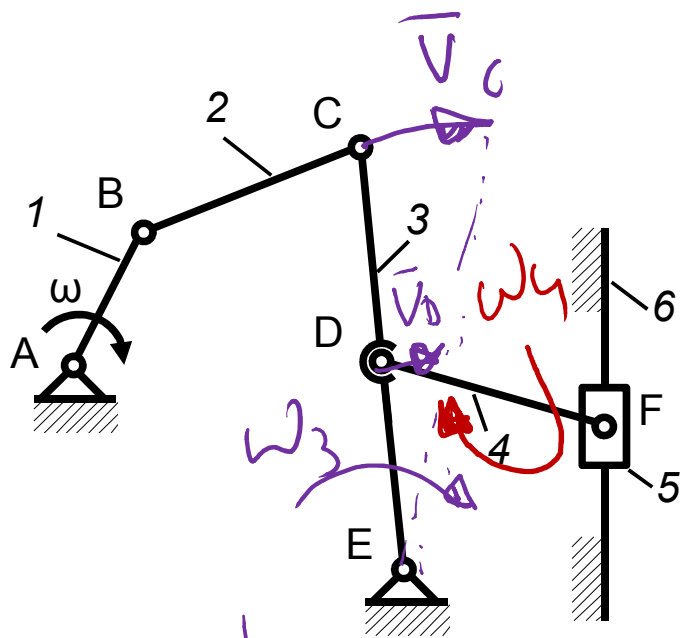
$$V_B \perp 1$$



$$\omega_2 = \frac{|\vec{V}_{CB}|}{|CB|}$$



PRZYKŁAD

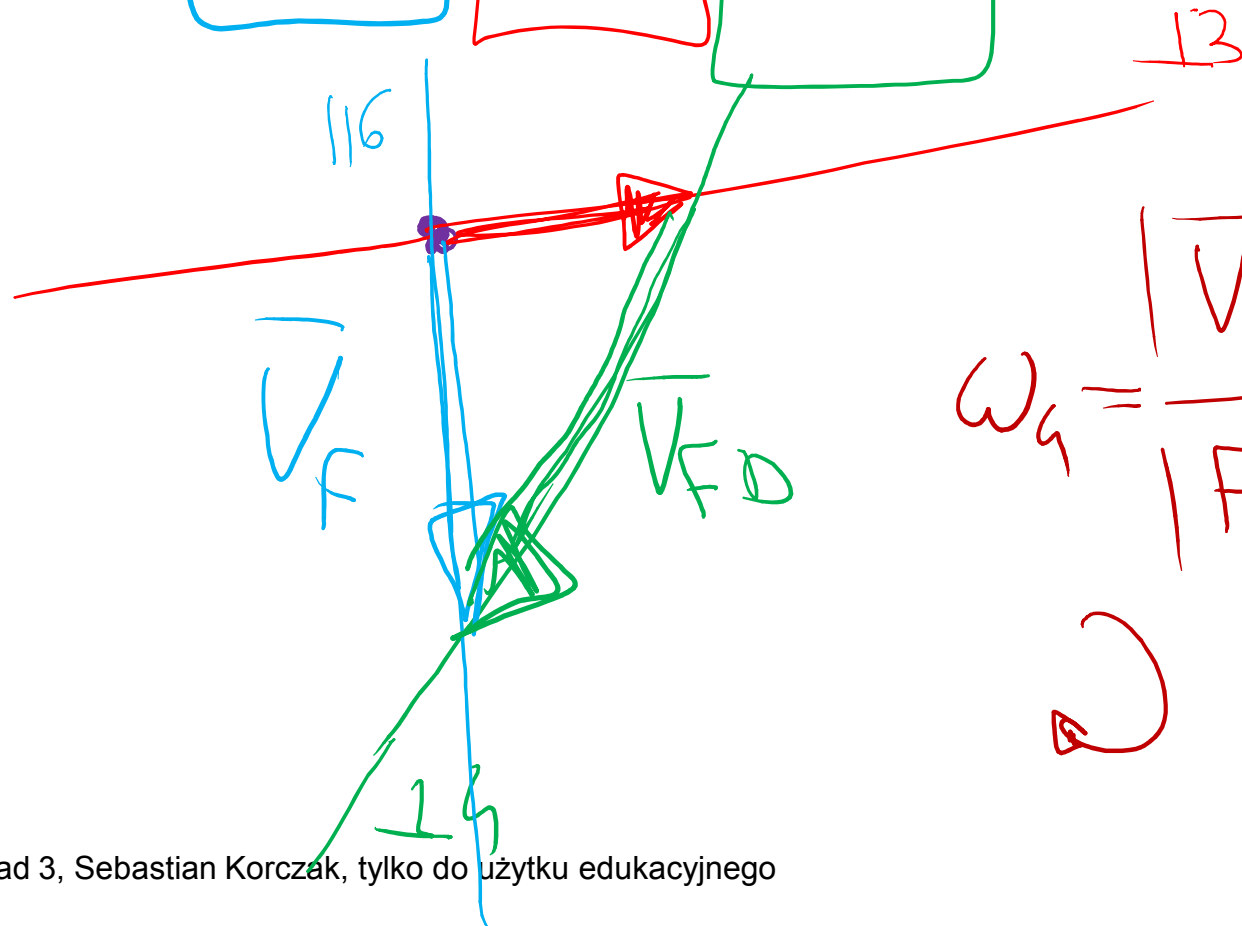


Met. wirtual. przelk. członu 4

$$\frac{\overline{V}_F}{116} = \frac{\overline{V}_D}{13} + \frac{\overline{V}_{FD}}{14}$$

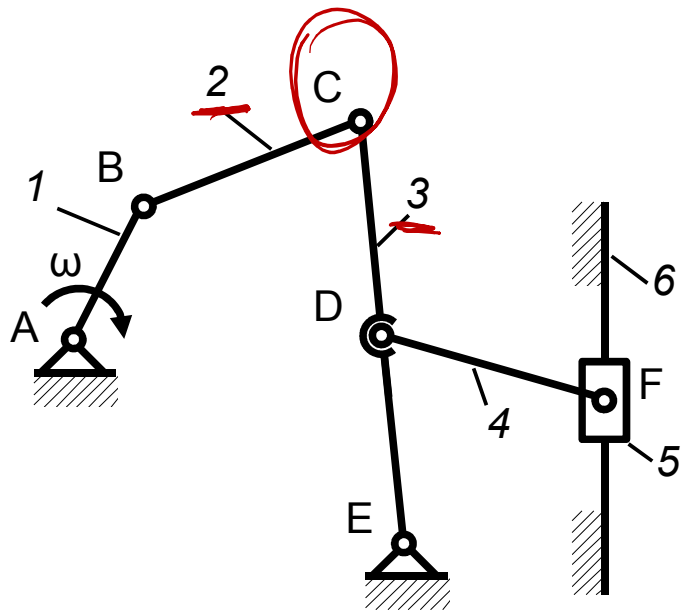
$$\omega_3 = \frac{|\overline{V}_C|}{|CE|}$$

$$\overline{V}_D = |\omega_3| \cdot |DE|$$



$$\omega_4 = \frac{|\overline{V}_{FD}|}{|FD|}$$

PRZYKŁAD



$$\bar{a}_B = \bar{a}_{BA}^n$$

$$\bar{a}_C = \underbrace{\bar{a}_{CE}^n}_{\parallel 3} + \underbrace{\bar{a}_{CE}^t}_{\perp 3}$$

$$\bar{a}_B = \underbrace{\bar{a}_{BA}^n}_{\parallel 1} + \underbrace{\bar{a}_{BA}^t}_{\perp 1}$$

$$|\bar{a}_{BA}^n| = \omega^2 |AB|$$

$$|\bar{a}_{CE}^n| = \omega_3^2 |CE|$$

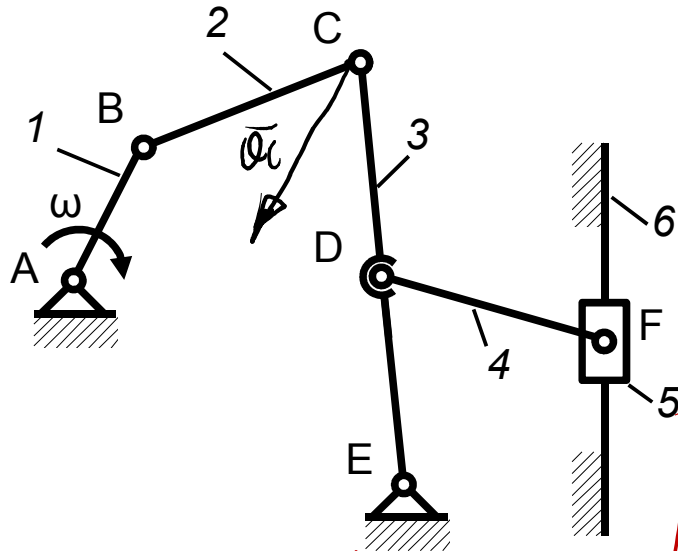
$$|\bar{a}_{CE}^t| = \varepsilon_3 |CE| = ?$$

$$|\bar{a}_{BA}^t| = \varepsilon |AB|; \quad \varepsilon = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_{nst.}) = 0$$

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3(t)}{dt} = \text{niewiad.}$$

PRZYKŁAD

CZĘŚĆ 2 - met. walc. przysp.



$$|\bar{\alpha}_{CB}^n| = \omega_2^2 |CB|$$

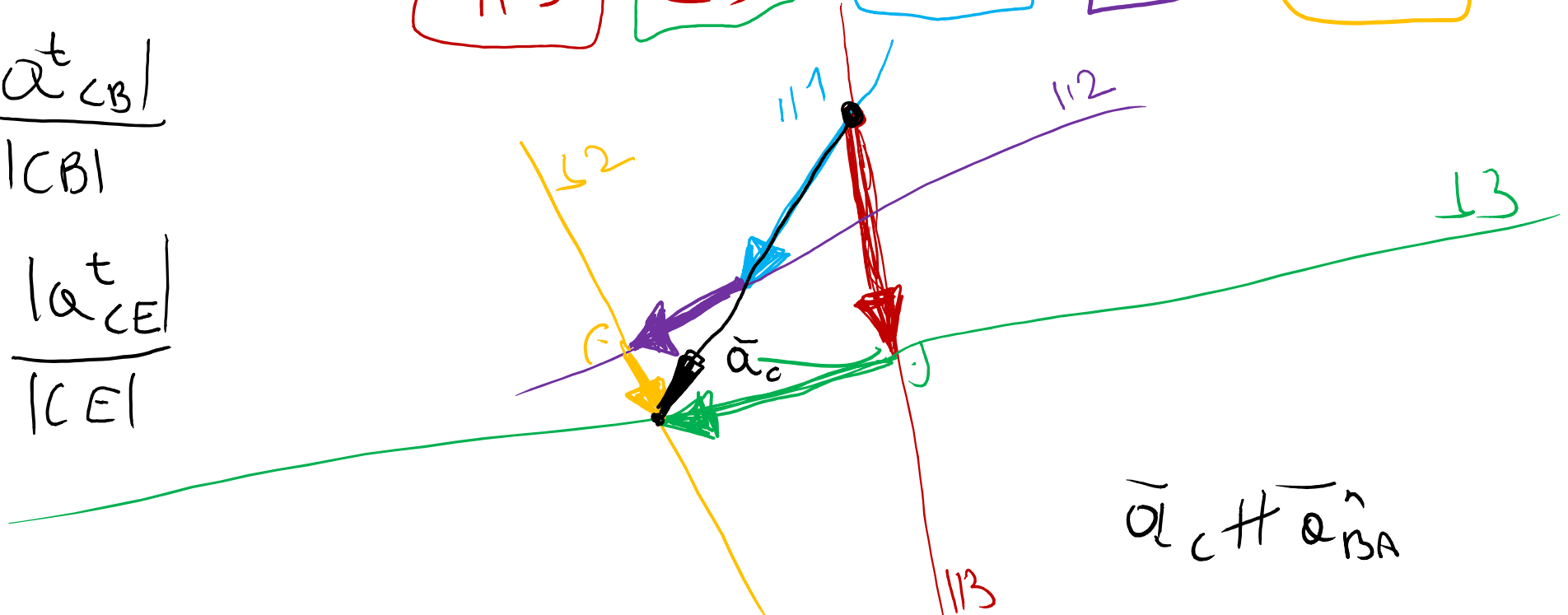
$$\epsilon_2 = \frac{|\alpha_{CB}^t|}{|CB|}$$

$$\epsilon_3 = \frac{|\alpha_{CE}^t|}{|CE|}$$

$$\bar{\alpha}_C = \bar{\alpha}_B + \bar{\alpha}_{CB}$$

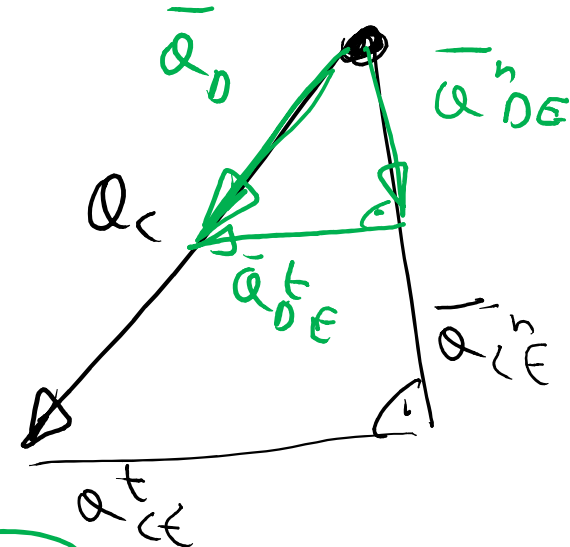
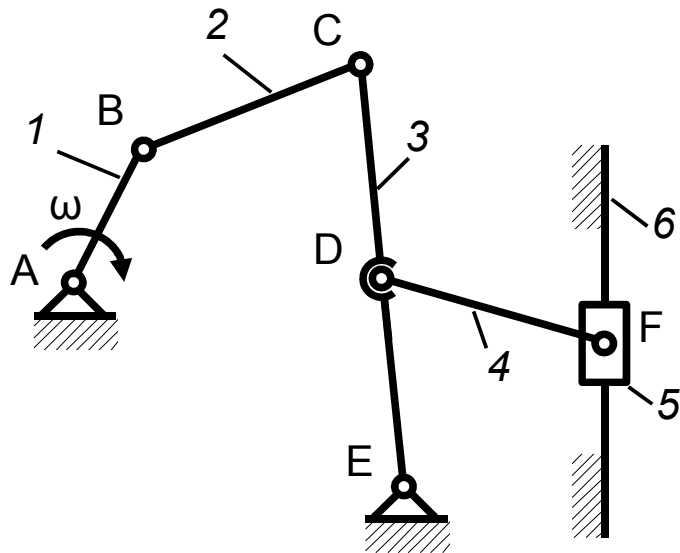
$$\bar{\alpha}_{CE}^n + \bar{\alpha}_{CE}^t = \bar{\alpha}_{BA}^n + \bar{\alpha}_{CB}^n + \bar{\alpha}_{CB}^t$$

Diagram showing acceleration vectors at point C. The total acceleration $\bar{\alpha}_C$ is the sum of the acceleration of point B $\bar{\alpha}_B$ and the relative acceleration of C with respect to B $\bar{\alpha}_{CB}$. The relative acceleration is decomposed into normal $\bar{\alpha}_{CB}^n$ and tangential $\bar{\alpha}_{CB}^t$ components. The normal component is equal in magnitude to the centripetal acceleration of C relative to B, $\bar{\alpha}_{BA}^n$. The tangential component is related to the angular acceleration of link 2, $\bar{\alpha}_{CB}^t = \epsilon_2 |CB|$.



$$\bar{\alpha}_C \neq \bar{\alpha}_{BA}^n$$

PRZYKŁAD



$$\bar{a}_D = \underbrace{\bar{a}_{DE}^n}_{\omega_3^2 |DE|} + \underbrace{\bar{a}_{DE}^t}_{\epsilon_3 |DE|}$$

LZTDN 4

$$\bar{a}_F = \bar{a}_D + \bar{a}_{FD}^n + \bar{a}_{FD}^t$$

$\parallel 6$ $\parallel 4$ $\perp 4$

$\omega_4^2 |FD|$

$\epsilon_4 = ?$