



# Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

*Teoria maszyn i podstawy automatyki*  
semestr zimowy 2019/2020

dr inż. Sebastian Korczak

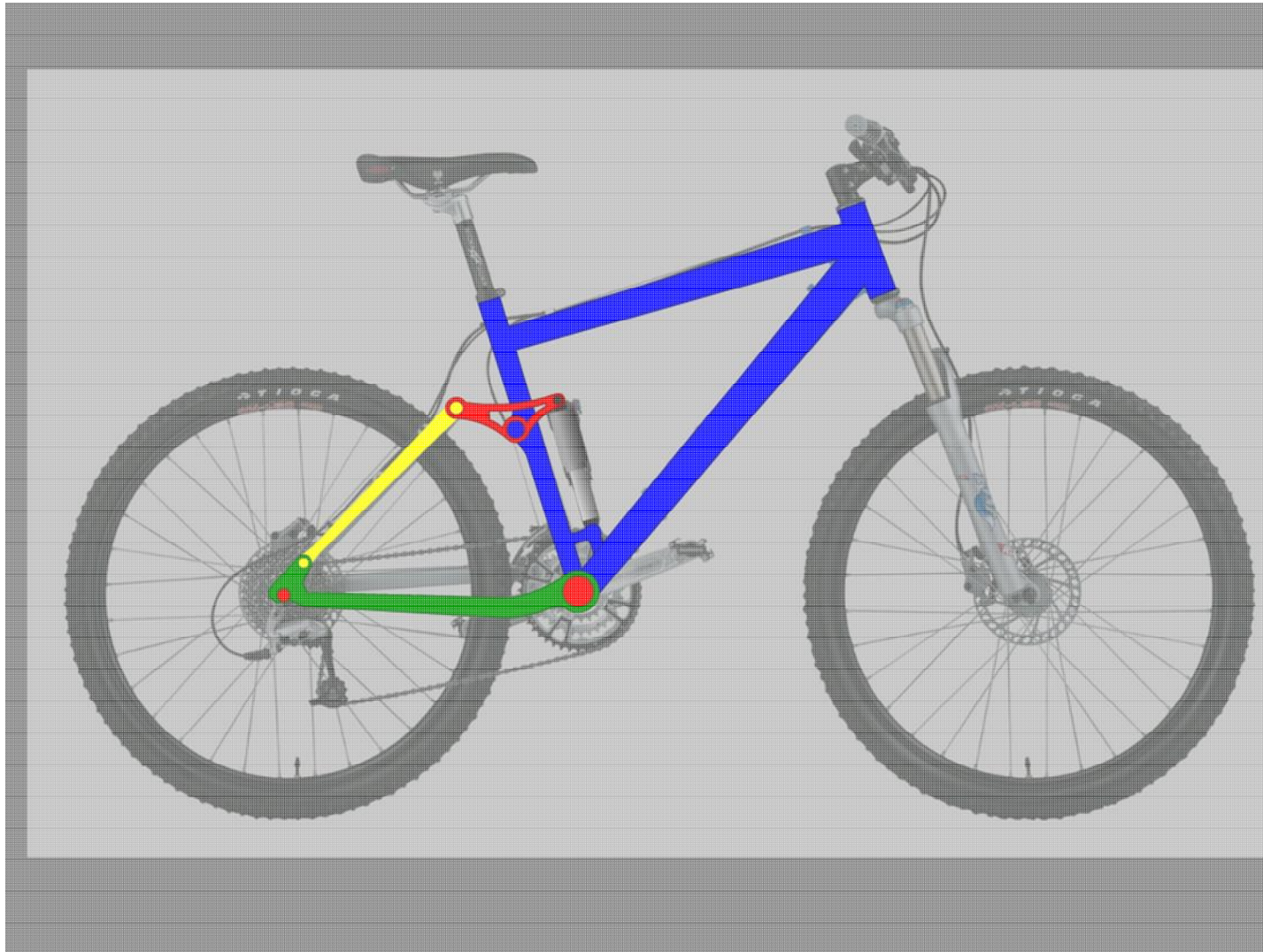
# Wykład 1 cd

## pary kinematyczne, mechanizmy, ruchliwość, więzy bierne

*Licencja: tylko do edukacyjnego użytku studentów Politechniki Warszawskiej.*

# Mechanizmy - przykłady

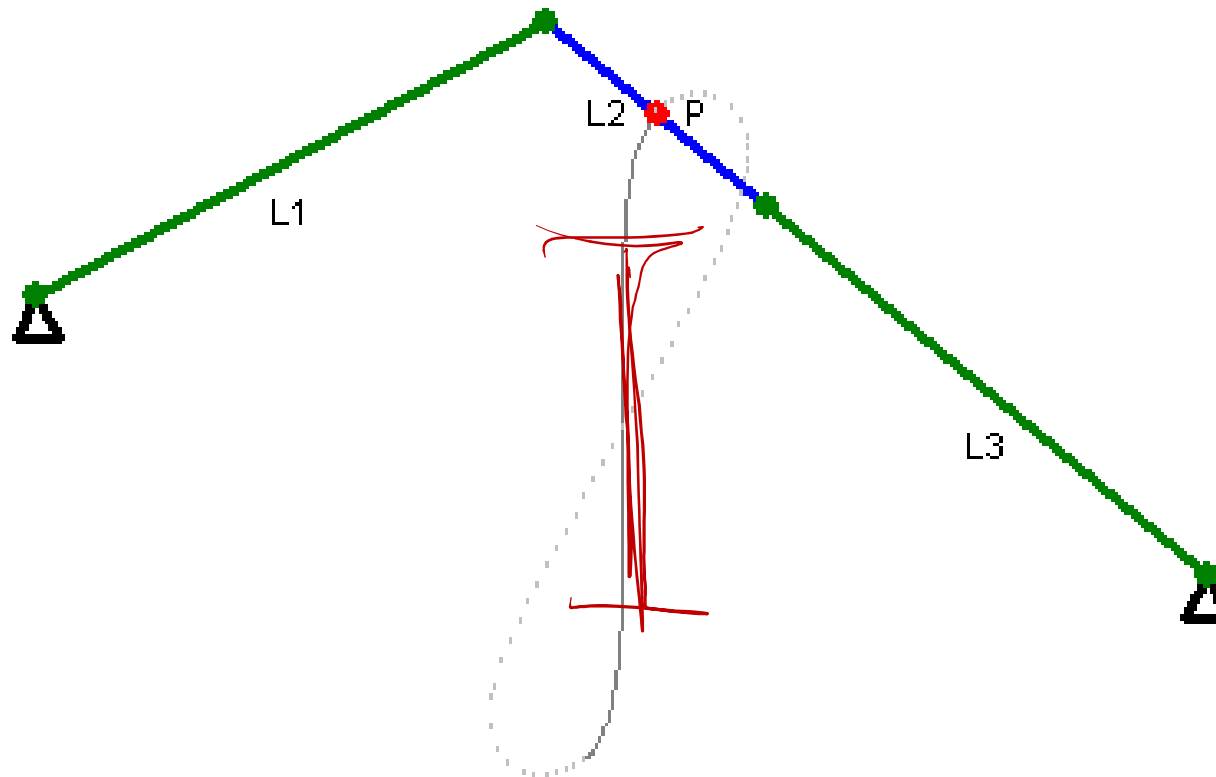
## czworobok przegubowy - zastosowanie



[http://en.wikipedia.org/wiki/Bicycle\\_suspension](http://en.wikipedia.org/wiki/Bicycle_suspension)

# Mechanizmy - przykłady

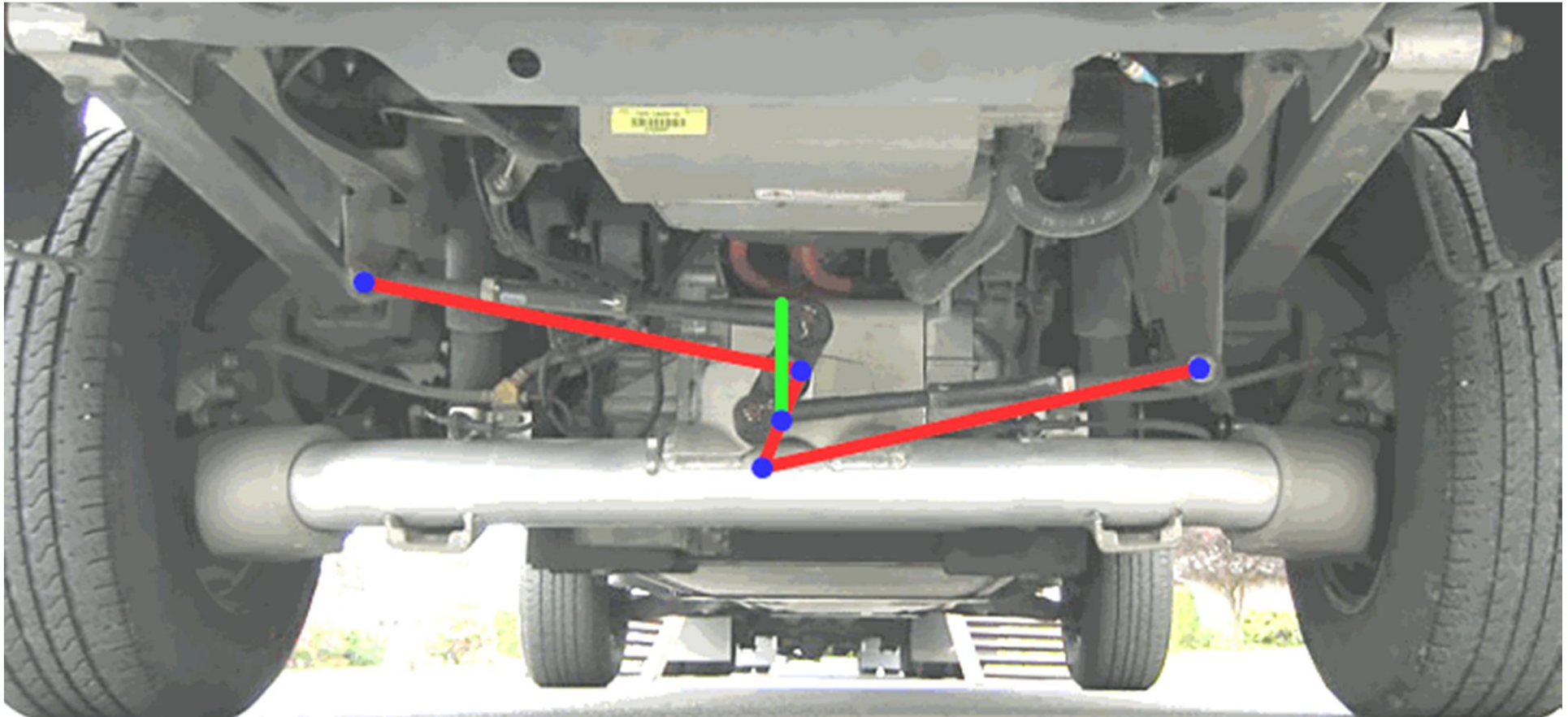
Mechanizm Watt'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Watt%27s\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Watt%27s_linkage)

# Mechanizmy - przykłady

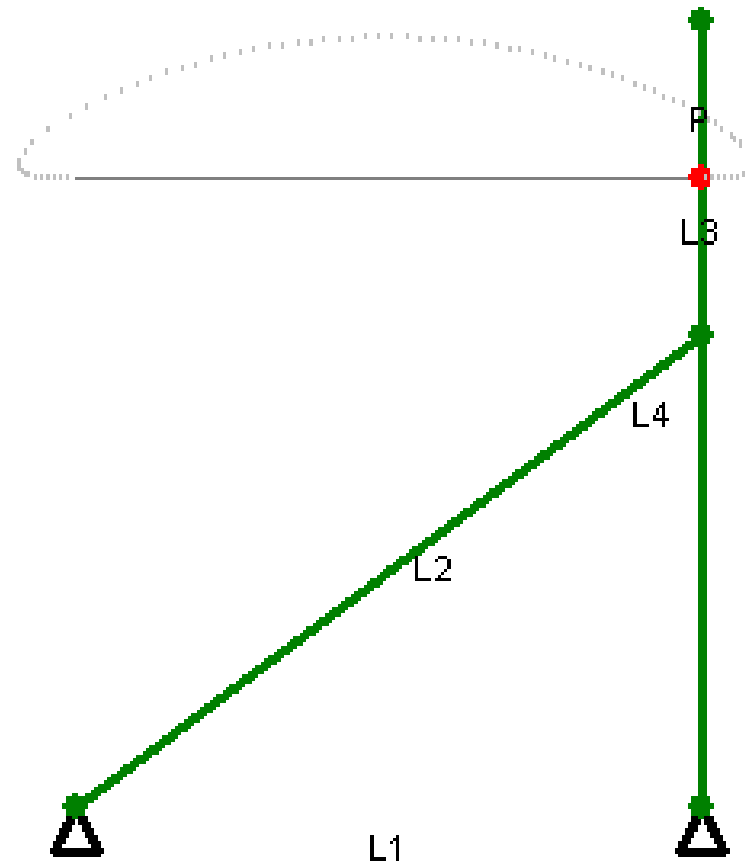
## Mechanizm Watt'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Watt%27s\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Watt%27s_linkage)

# Mechanizmy - przykłady

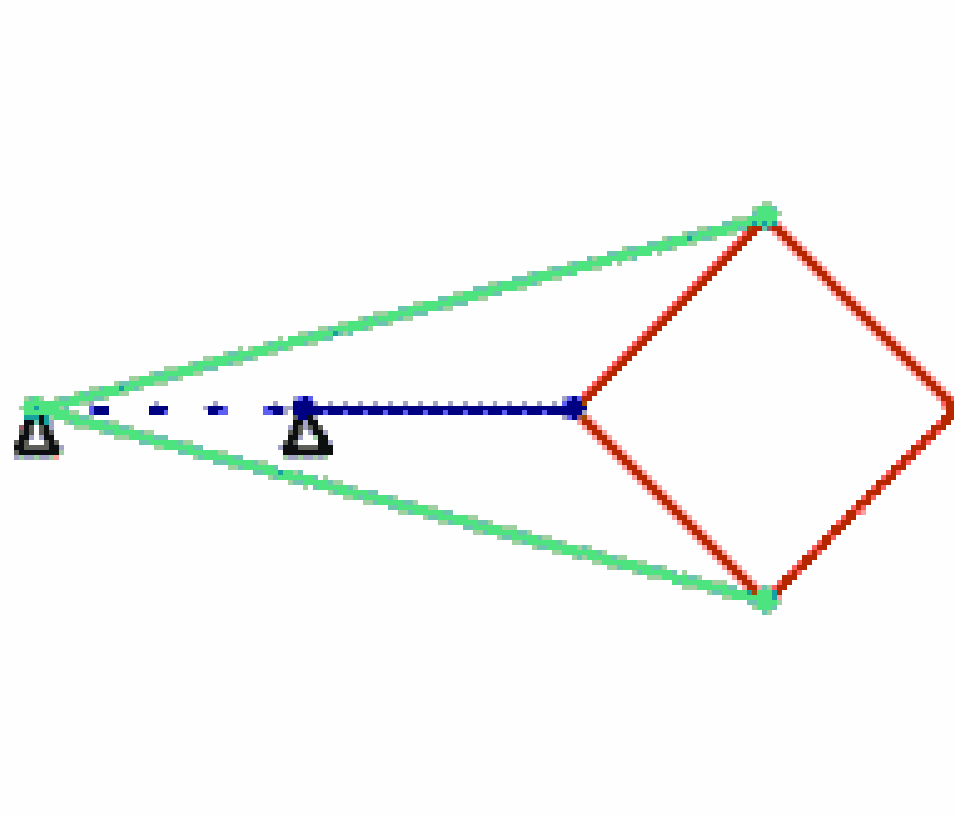
## Mechanizm Chebyshev'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Chebyshev\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Chebyshev_linkage)

# Mechanizmy - przykłady

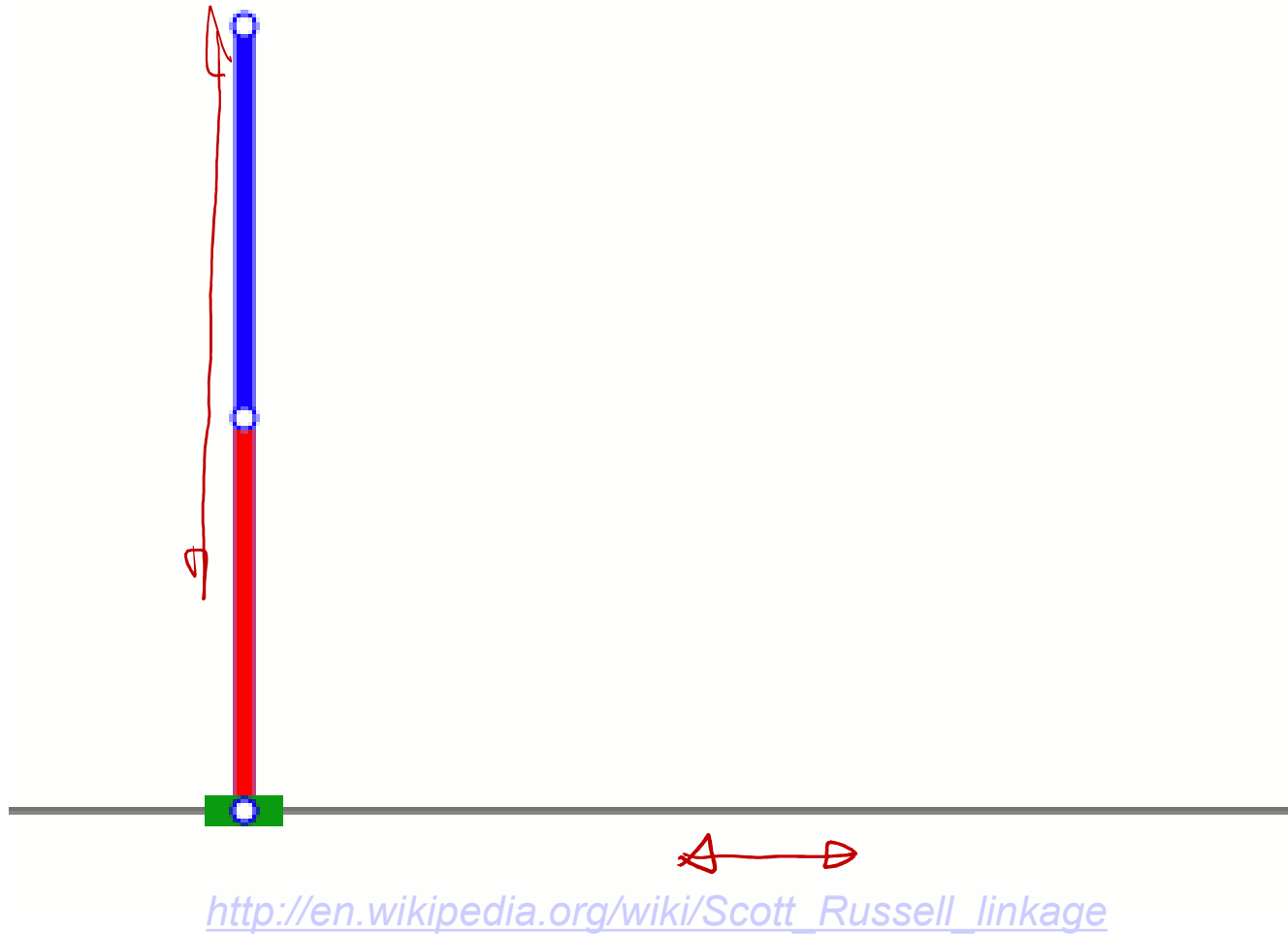
## Mechanizm Peaucellier–Lipkin'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Peaucellier%E2%80%93Lipkin\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Peaucellier%E2%80%93Lipkin_linkage)

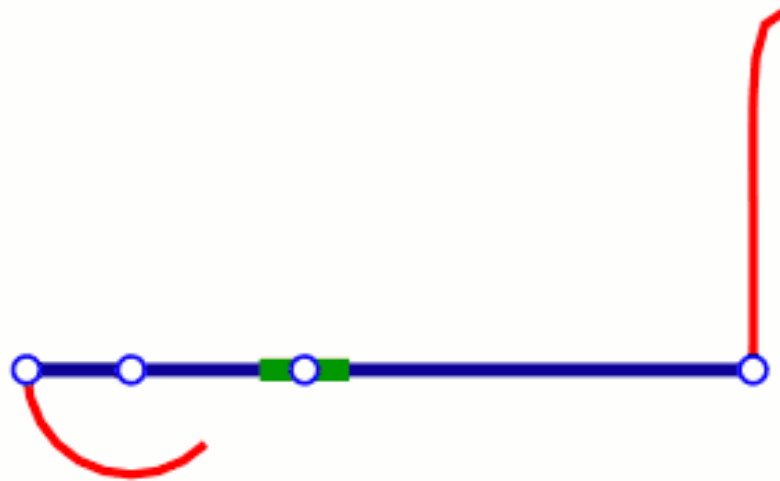
# Mechanizmy - przykłady

Mechanizm Scott-Russell'a



# Mechanizmy - przykłady

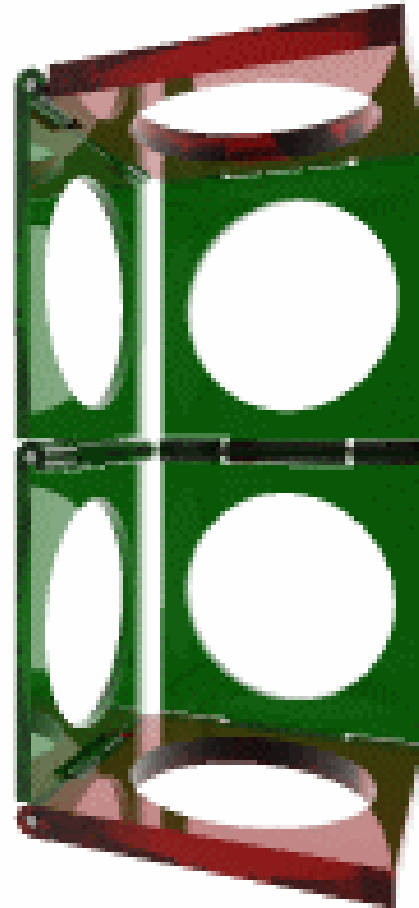
## Mechanizm Hoeckens'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Hoeckens\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Hoeckens_linkage)

# Mechanizmy - przykłady

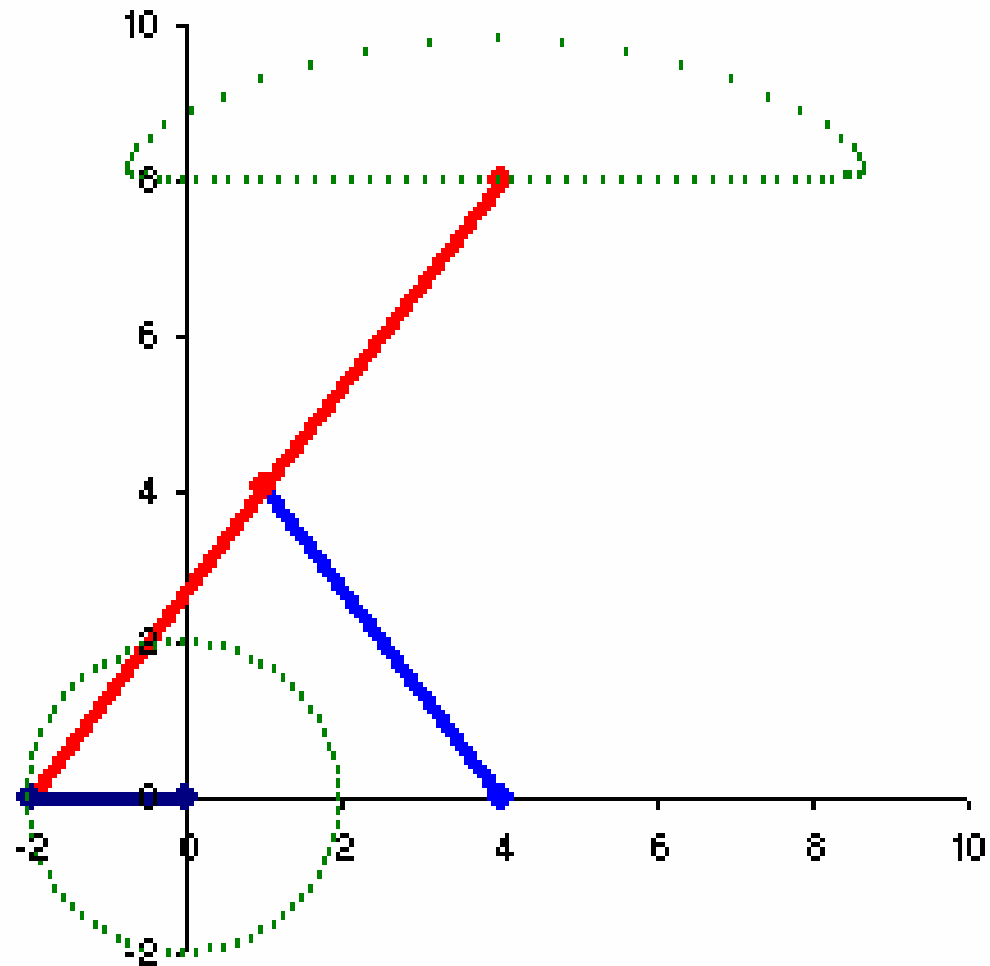
## Mechanizm Sarrus'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Sarrus\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Sarrus_linkage)

# Mechanizmy - przykłady

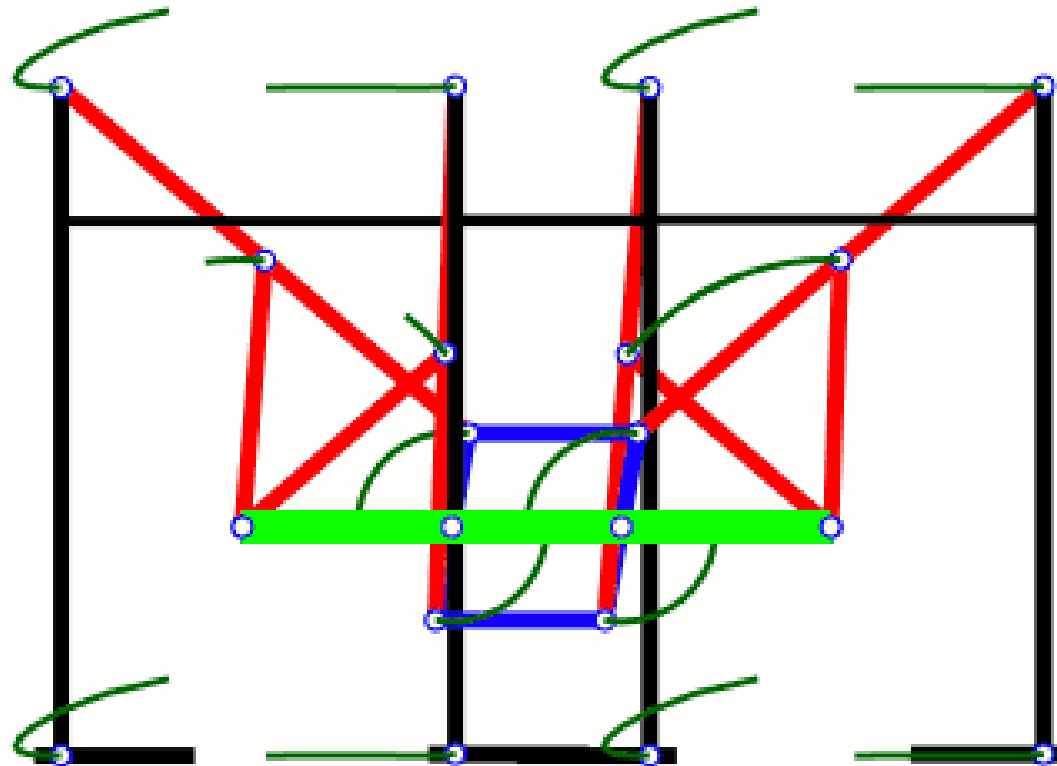
Mechanizm Lambda Chebyshev'a



[https://en.wikipedia.org/wiki/Chebyshev%27s\\_Lambda\\_Mechanism](https://en.wikipedia.org/wiki/Chebyshev%27s_Lambda_Mechanism)

# Mechanizmy - przykłady

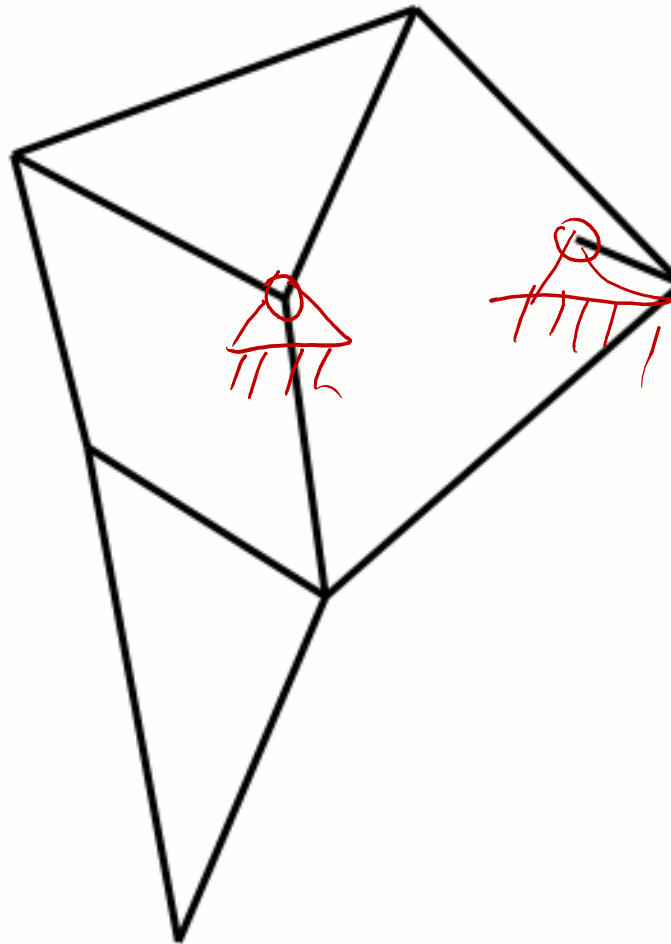
## Mechanizm Lambda Chebyshev'a



[https://en.wikipedia.org/wiki/Chebyshev%27s\\_Lambda\\_Mechanism](https://en.wikipedia.org/wiki/Chebyshev%27s_Lambda_Mechanism)

# Mechanizmy - przykłady

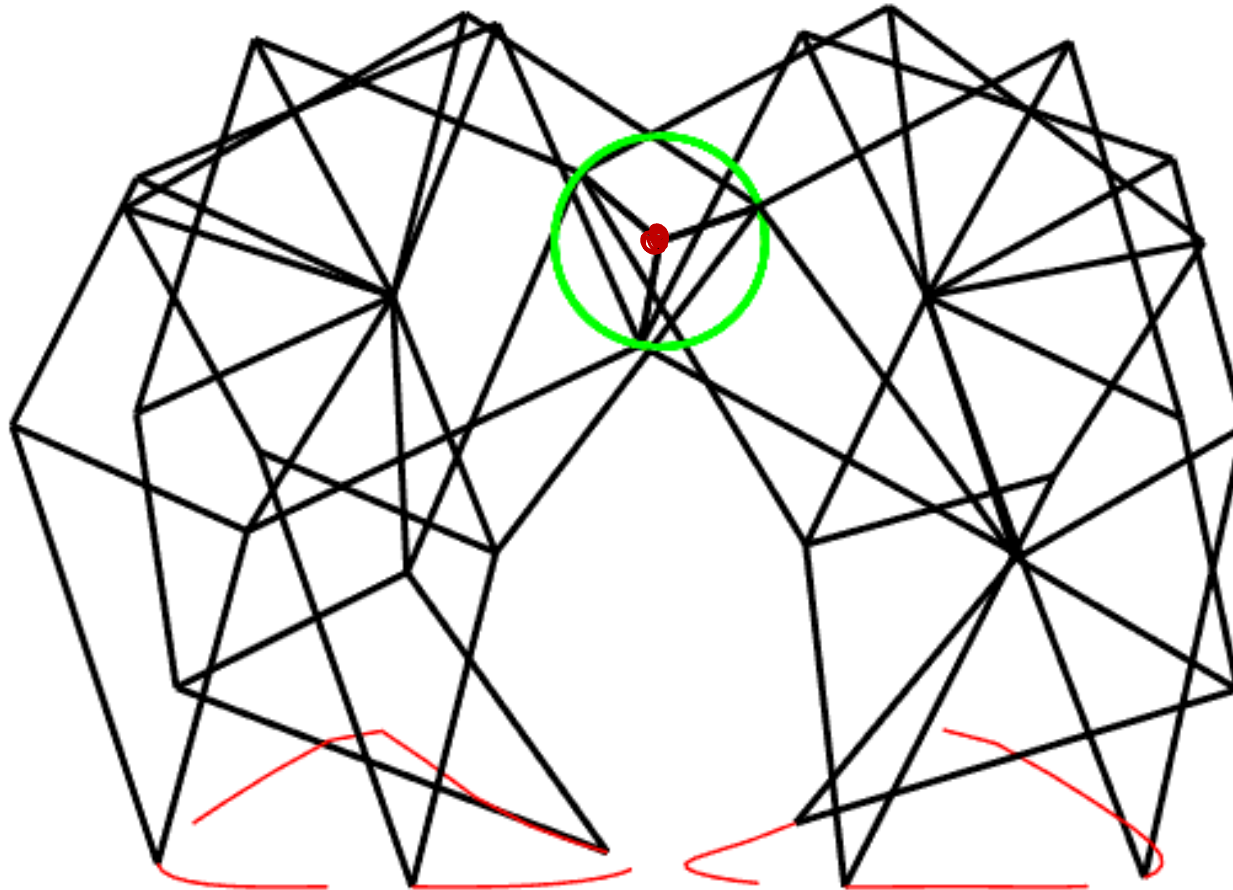
## Mechanizm Jansen'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Jansen%27s\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Jansen%27s_linkage)

# Mechanizmy - przykłady

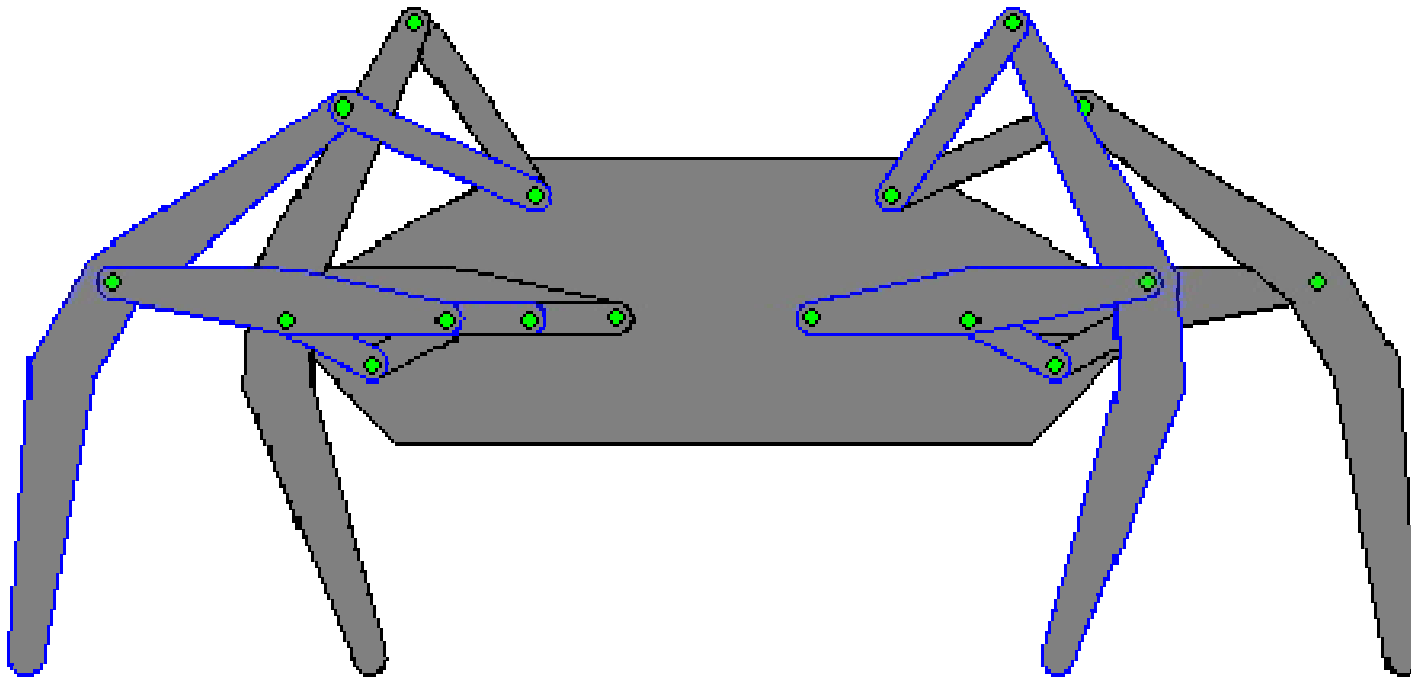
## Mechanizm Jansen'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Jansen%27s\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Jansen%27s_linkage)

# Mechanizmy - przykłady

## Mechanizm Klann'a



[http://en.wikipedia.org/wiki/Klann\\_linkage](http://en.wikipedia.org/wiki/Klann_linkage)


# Ruchliwość łańcucha kinematycznego

Ruchliwość – liczba stopni swobody mechanizmu względem podstawy

# Ruchliwość łańcucha kinematycznego

Ruchliwość – liczba stopni swobody mechanizmu względem podstawy

Wzory strukturalne (Chebychev–Grübler–Kutzbach)


$$(3D) \quad F = 6N - p_1 - 2p_2 - 3p_3 - 4p_4 - 5p_5$$


$N$  – liczba elementów ruchomych


$p_i$  – liczba par kinematycznych i-tej klasy

# Ruchliwość łańcucha kinematycznego

Ruchliwość – liczba stopni swobody mechanizmu względem podstawy

Wzory strukturalne (Chebychev–Grübler–Kutzbach)


$$(3D) \quad F = 6N - p_1 - 2p_2 - 3p_3 - 4p_4 - 5p_5$$


$$(2D) \quad F = 3N - p_4 - 2p_5$$

$N$  – liczba elementów ruchomych

$p_i$  – liczba par kinematycznych  $i$ -tej klasy

# Ruchliwość łańcucha kinematycznego

Ruchliwość – liczba stopni swobody mechanizmu względem podstawy

Wzory strukturalne (Chebychev–Grübler–Kutzbach)

$$(3 D) \quad F = 6 N - p_1 - 2 p_2 - 3 p_3 - 4 p_4 - 5 p_5$$

$$(2 D) \quad F = 3 N - p_4 - 2 p_5$$

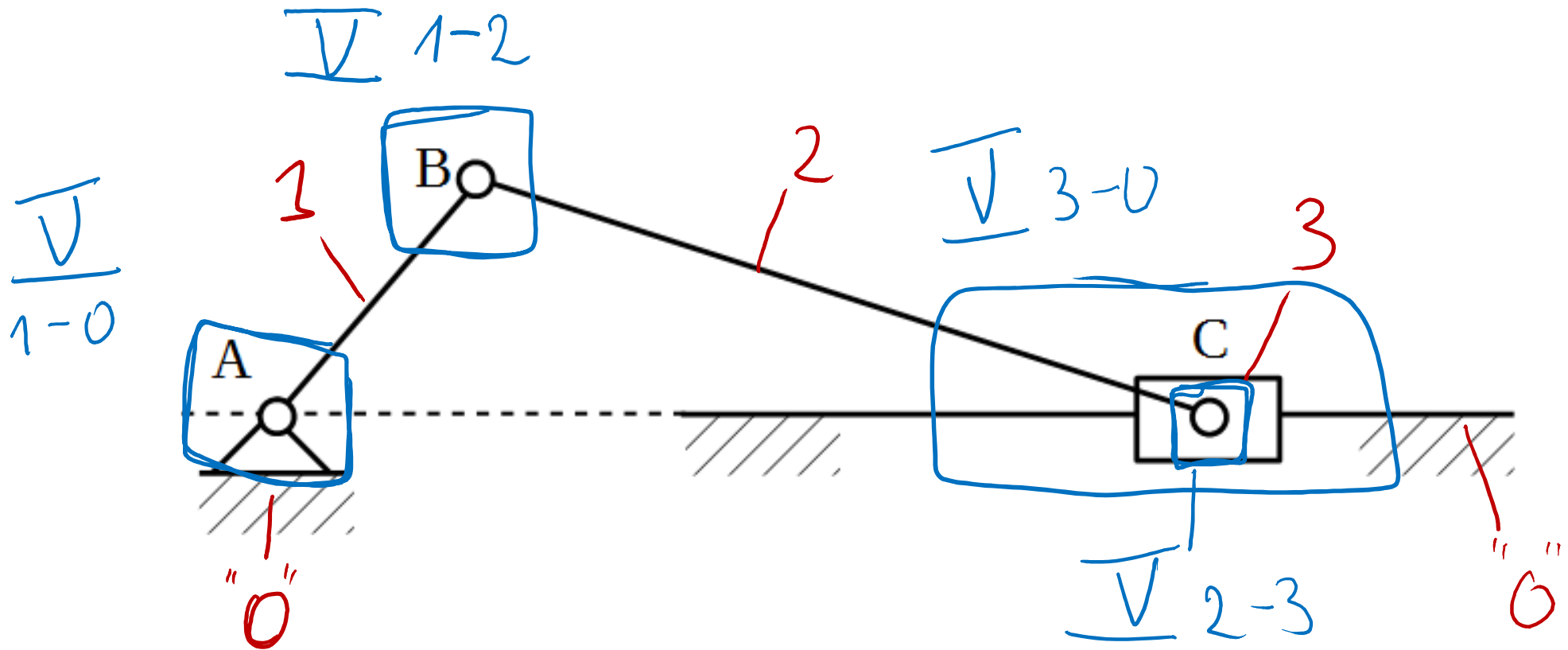
$N$  – liczba elementów ruchomych

$p_i$  – liczba par kinematycznych  $i$ -tej klasy

$F \geq 1$  – mechanizm z możliwością ruchu

$F < 1$  – mechanizm zablokowany albo  
ruchomy z więzami biernymi

# Wyznaczenie ruchliwości – przykład



$$N = 3$$

$$P_5 = 4$$

$$P_4 = 0$$

$$F = 3N - P_4 - 2P_5 = 1$$

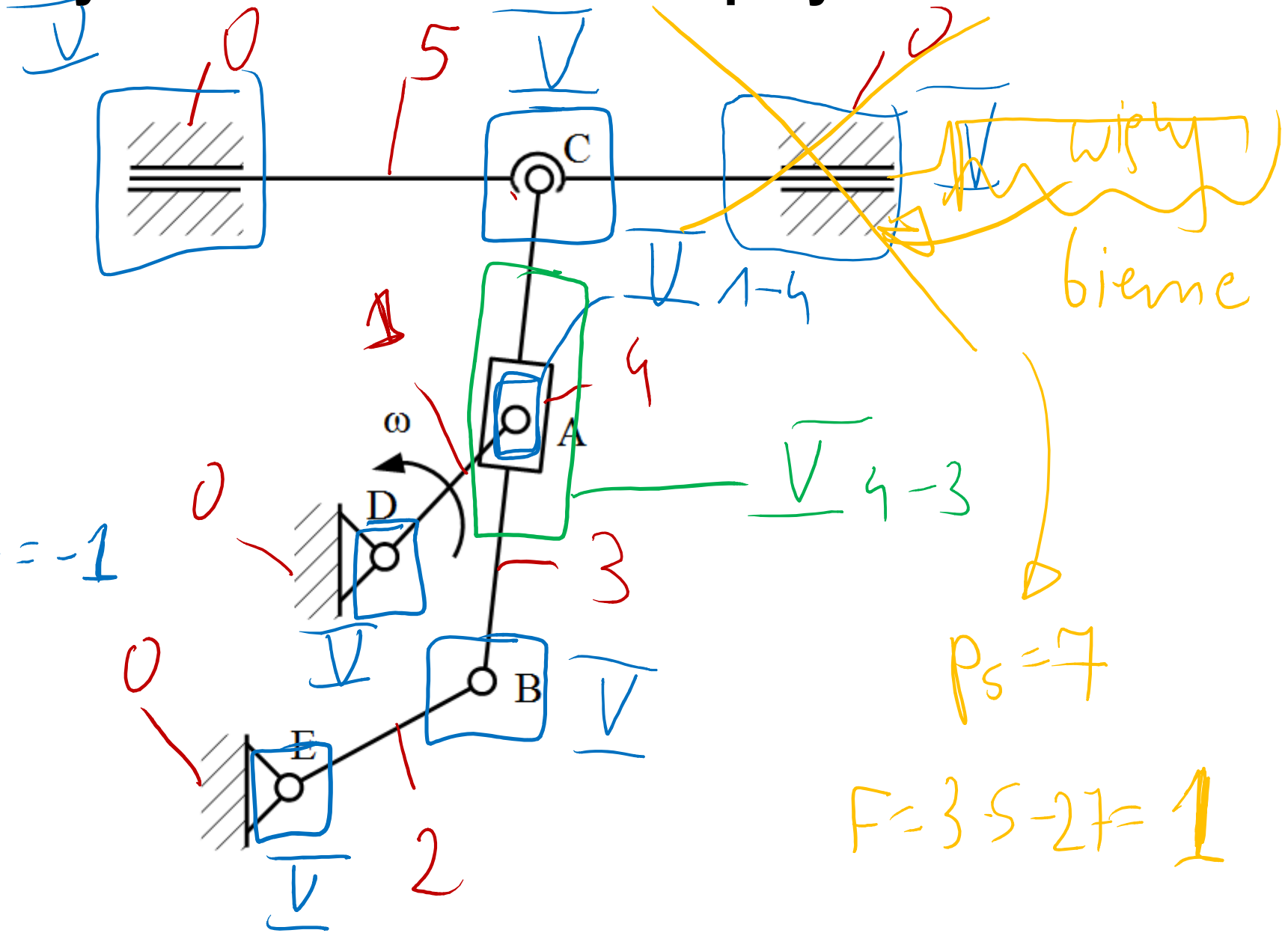
# Wyznaczenie ruchliwości – przykład

$$N = 5$$

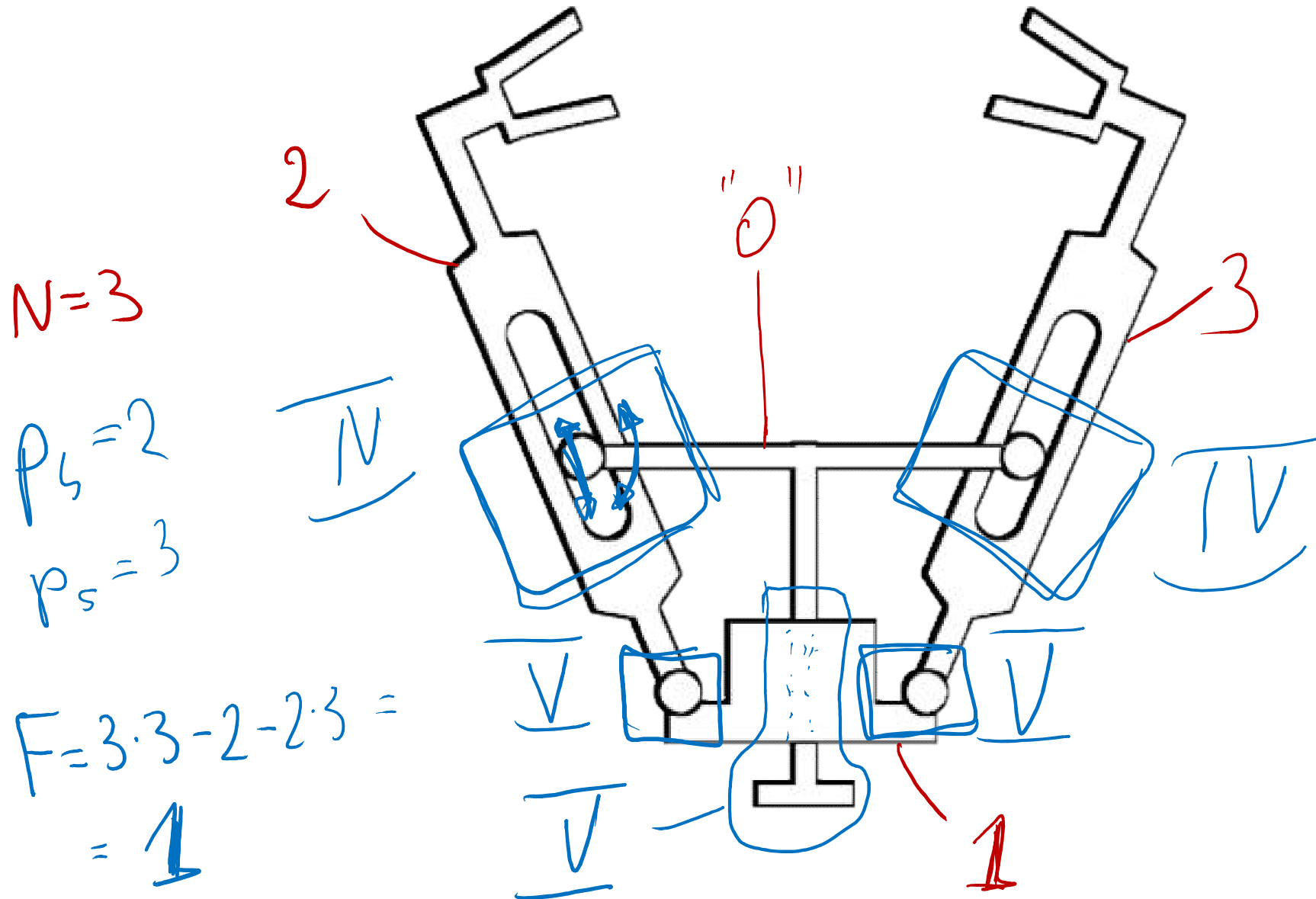
$$P_s = 8$$

$$P_s = 0$$

$$F = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 8 = -1$$



# Wyznaczenie ruchliwości – przykład

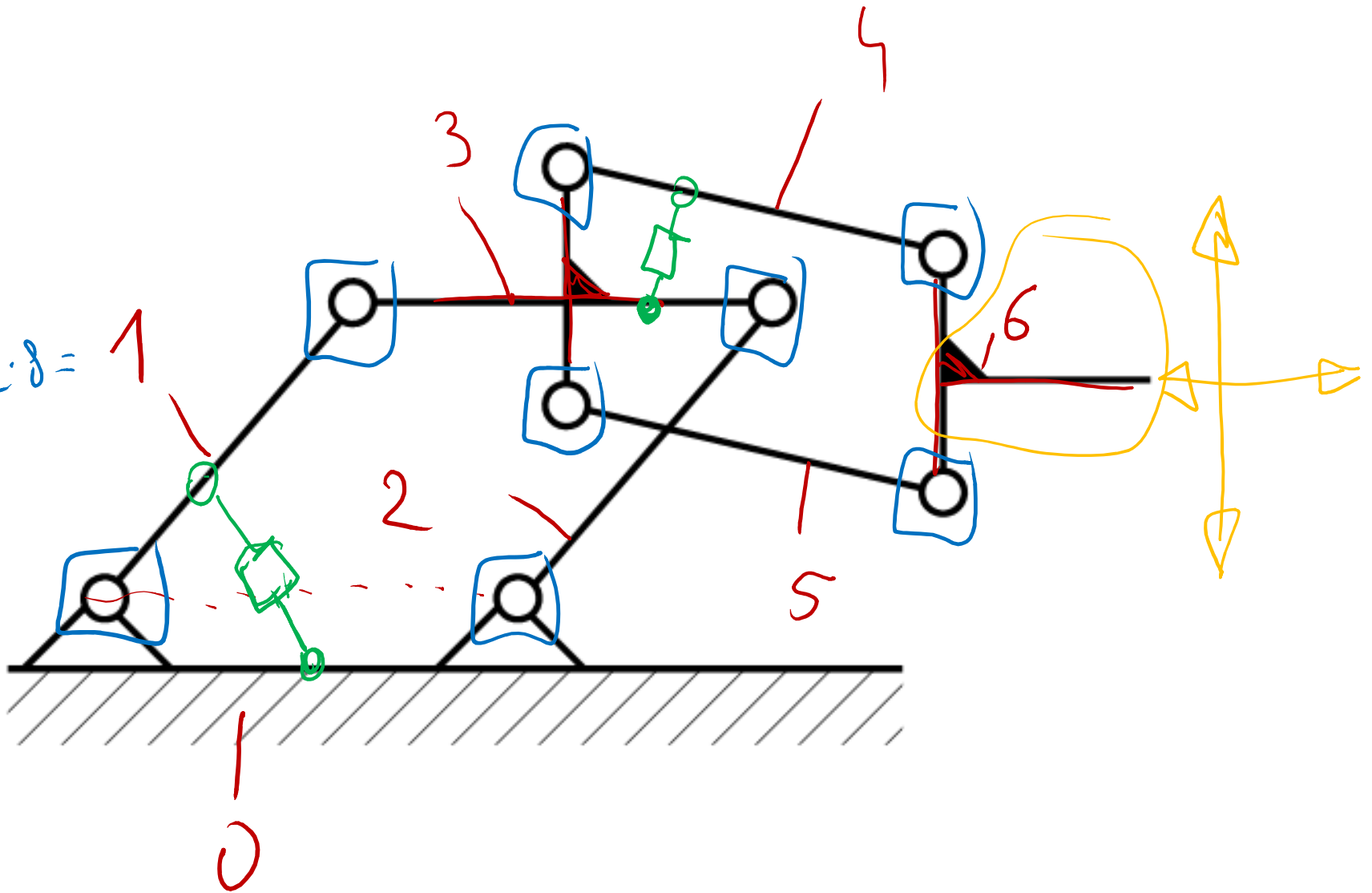


# Wyznaczenie ruchliwości – przykład

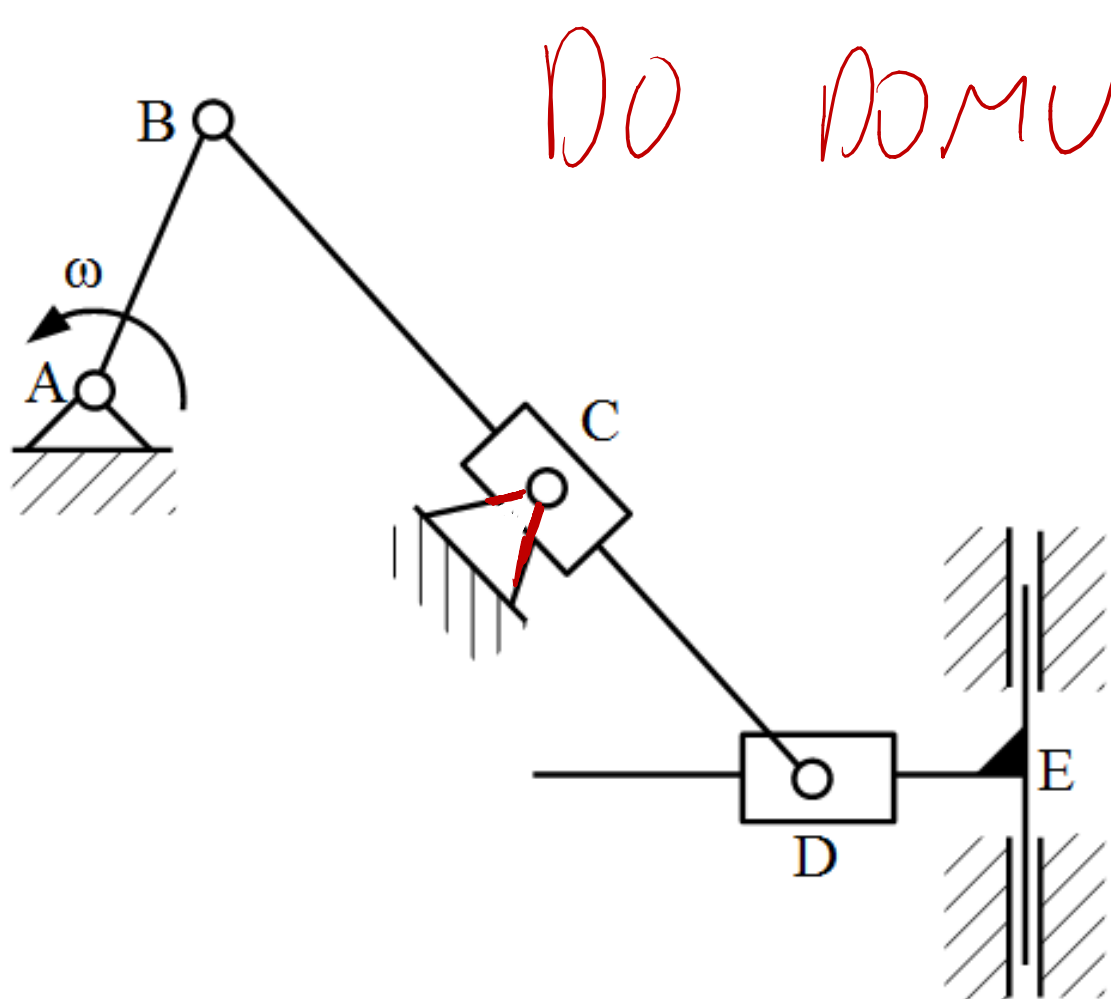
$$N = 6$$

$$P_s = 8$$

$$F = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 8 = 1$$
$$= 2$$

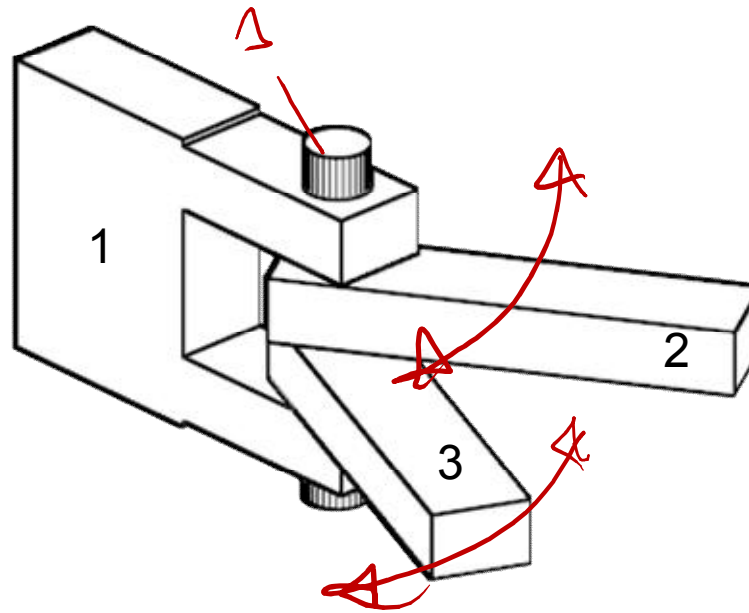


# Wyznaczenie ruchliwości – przykład



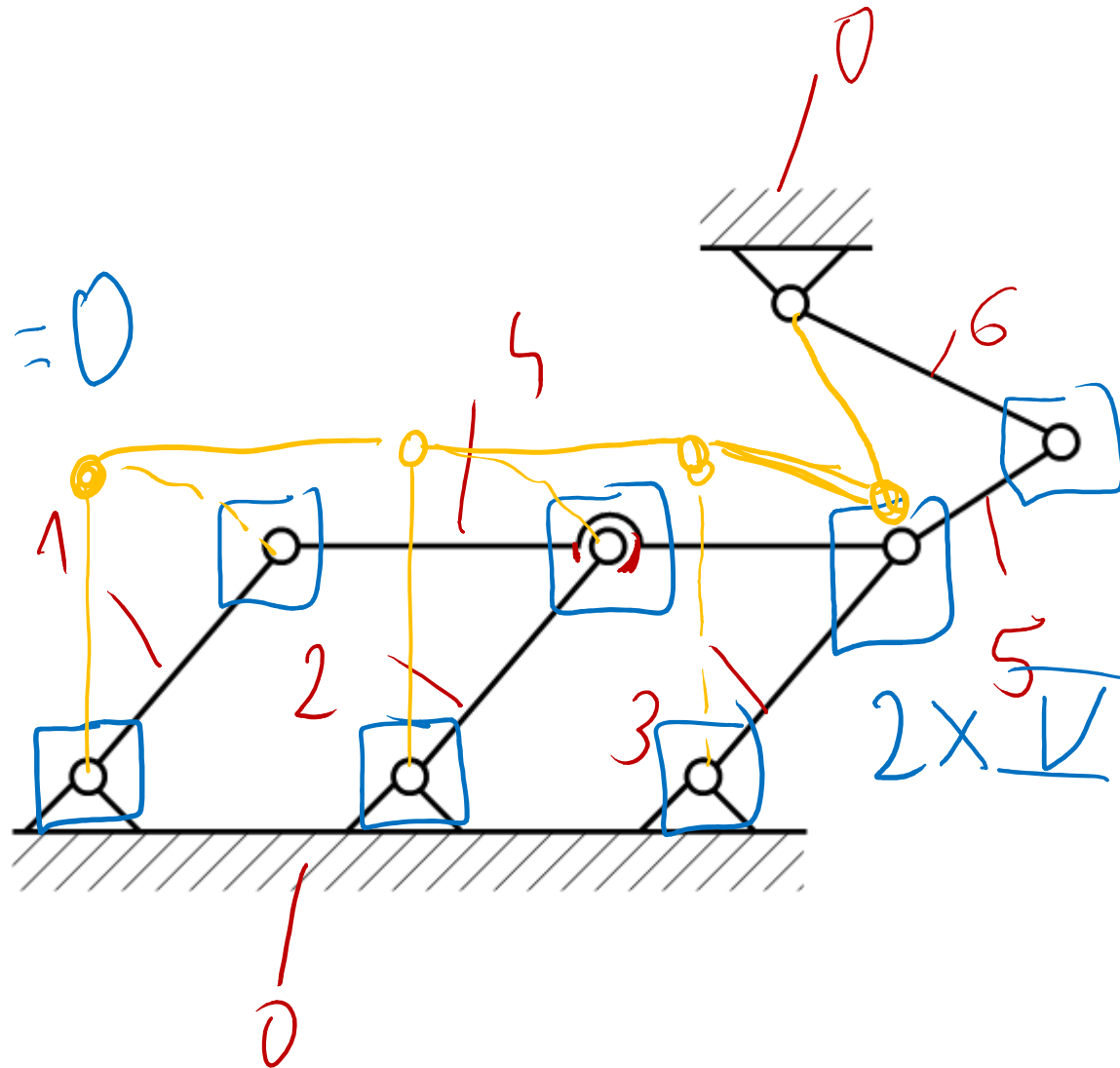
# Wielokrotne pary kienamacyjne

V  
1-2  
1-3  
~~2-3?~~

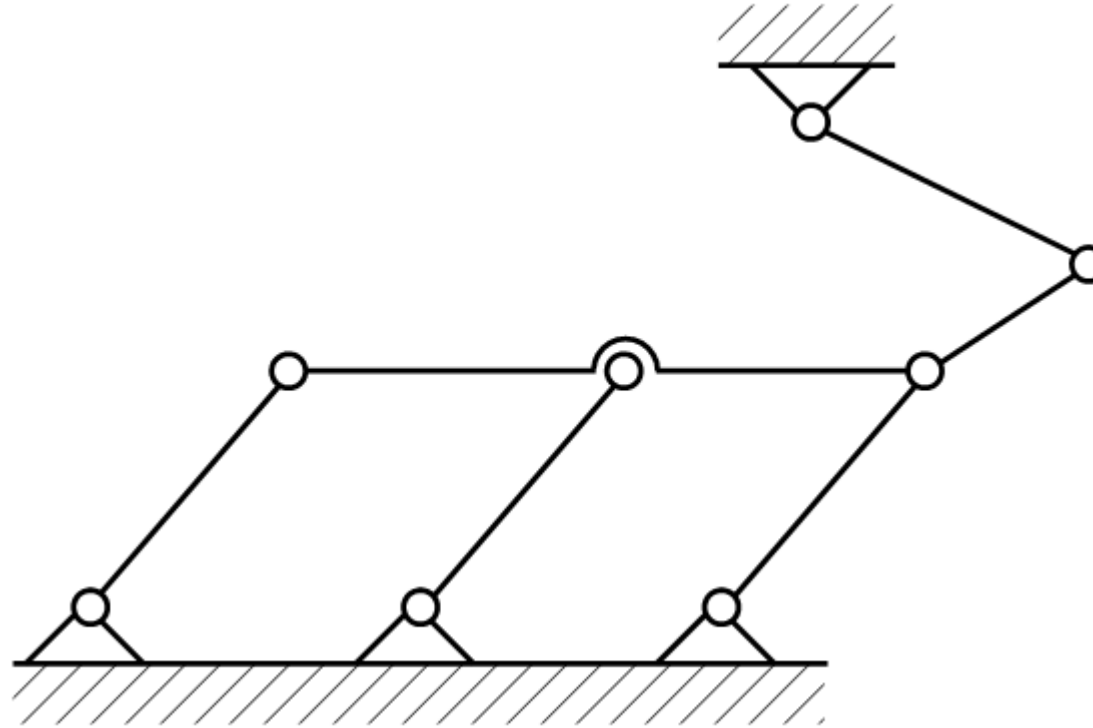


# Wyznaczenie ruchliwości – przykład

$$N=6$$
$$P_5=9$$
$$F=3 \cdot 6 - 2 \cdot 9 = 0$$

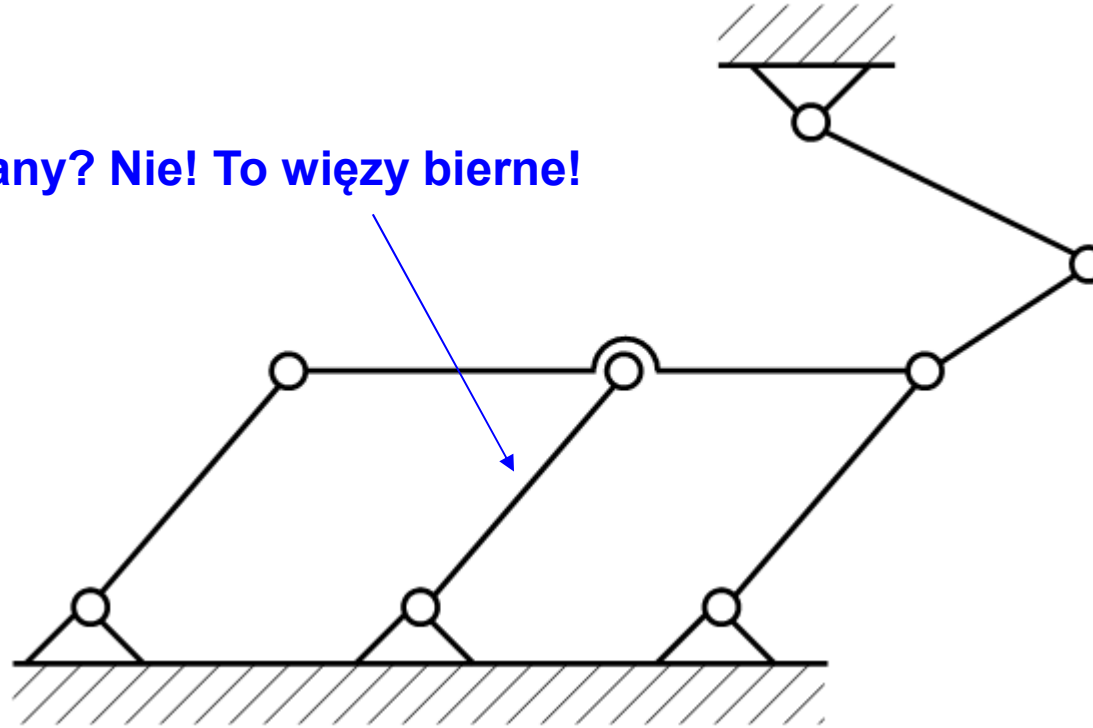


# Wyznaczenie ruchliwości – przykład



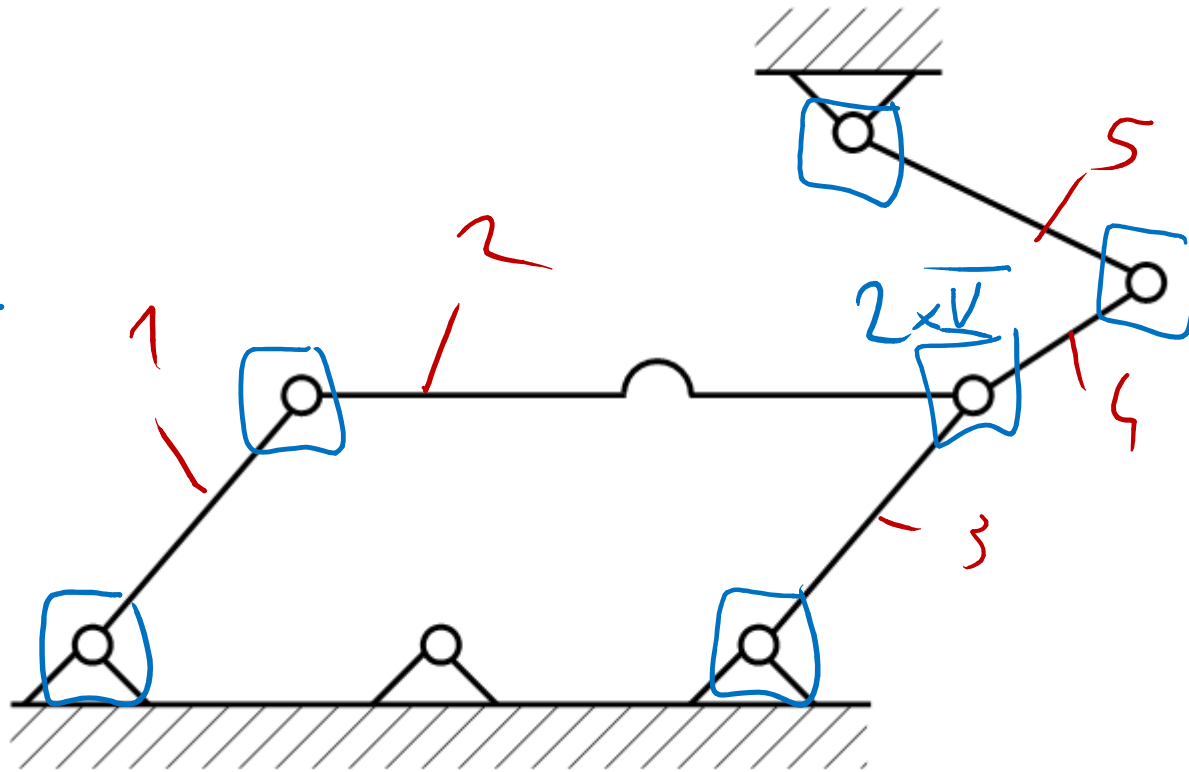
# Wyznaczenie ruchliwości – przykład

$F = 0$  zablokowany? Nie! To więzy bierne!

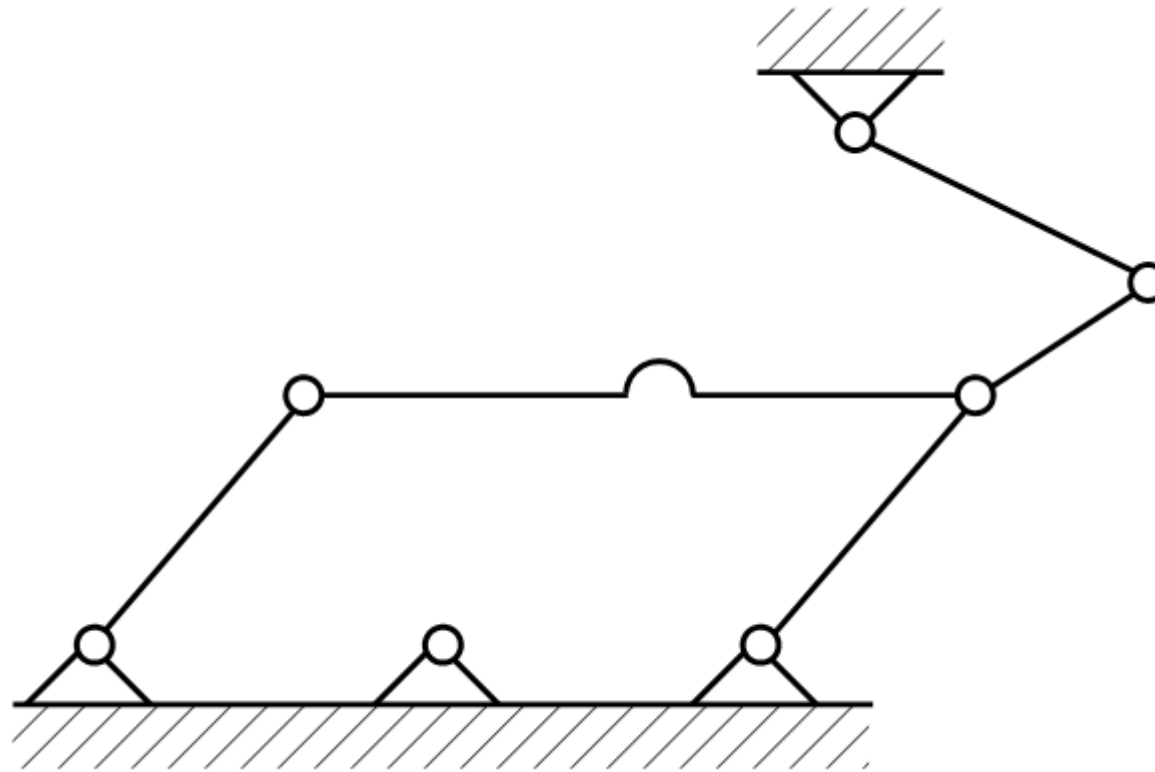


# Wyznaczenie ruchliwości – przykład

$$N = 5$$
$$P_s = 7$$
$$F = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$$

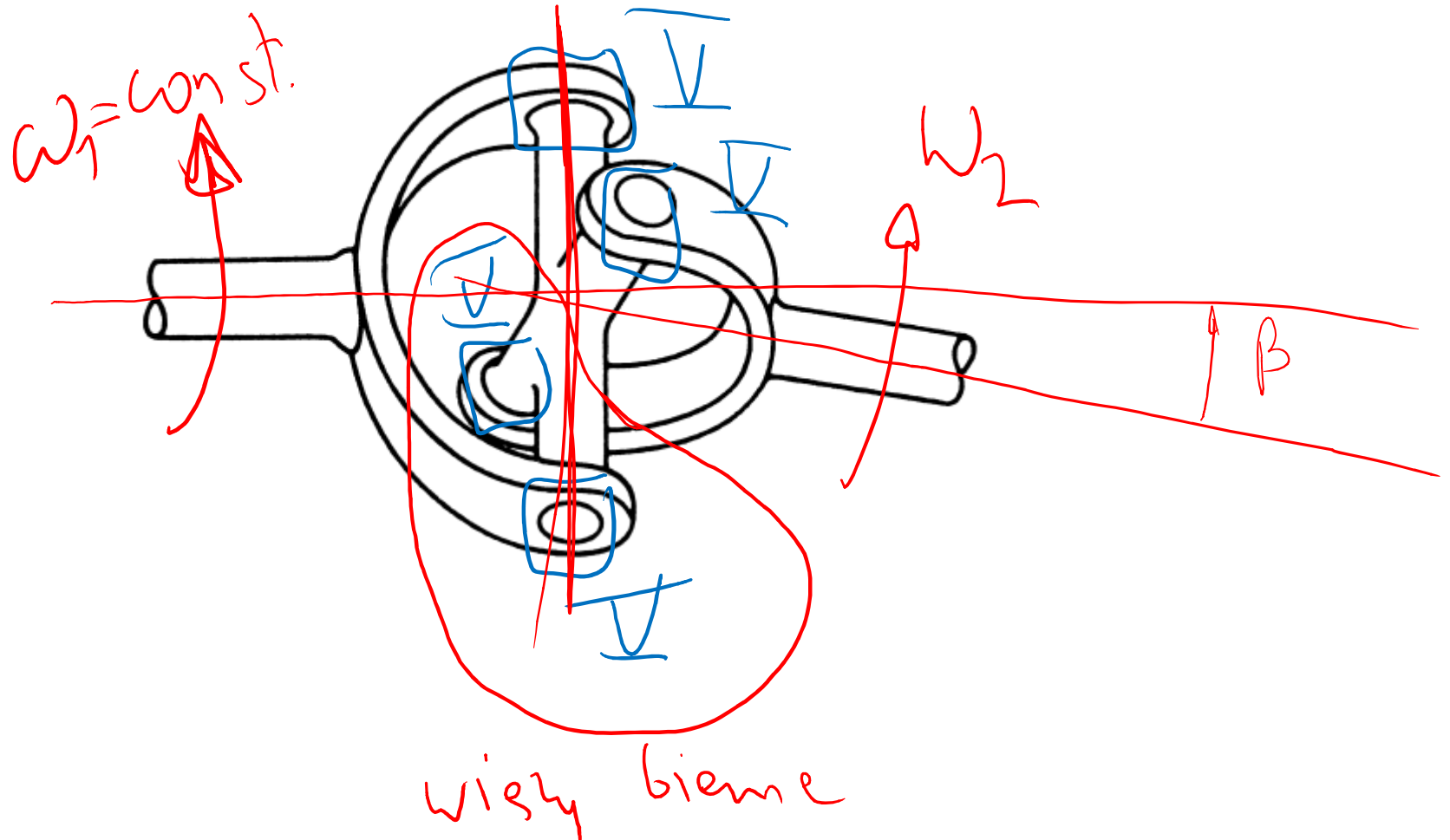


# Wyznaczenie ruchliwości – przykład



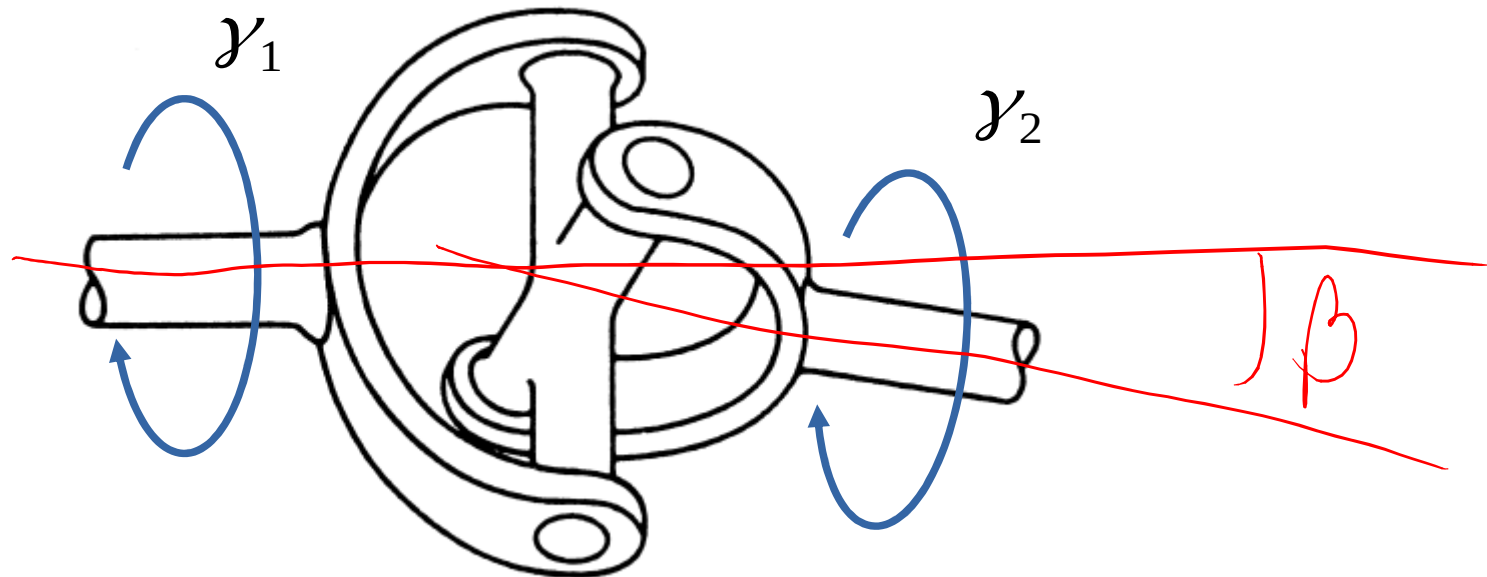
# Mechanizm przegubowy

Kulisty mechanizm przegubowy  
(Przegub Cardana, przegub krzyżakowy, sprzęgło wychylne,  
universal joint, Hooke's joint, Hardy Spicer)



# Mechanizm przegubowy

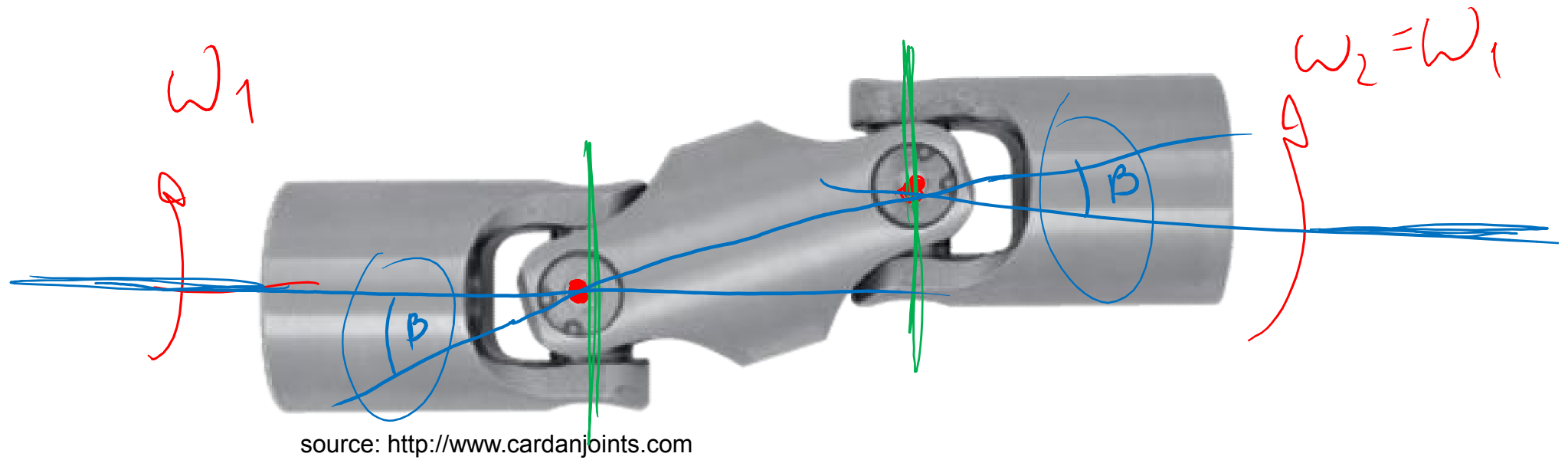
Kulisty mechanizm przegubowy  
 (Przegub Cardana, przegub krzyżakowy, sprzęgło wychylne,  
 universal joint, Hooke's joint, Hardy Spicer)



$$\omega_2 = \frac{\omega_1 \cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cos^2 \gamma_1}, \quad \omega_1 = \frac{d \gamma_1}{dt}, \quad \omega_2 = \frac{d \gamma_2}{dt}$$

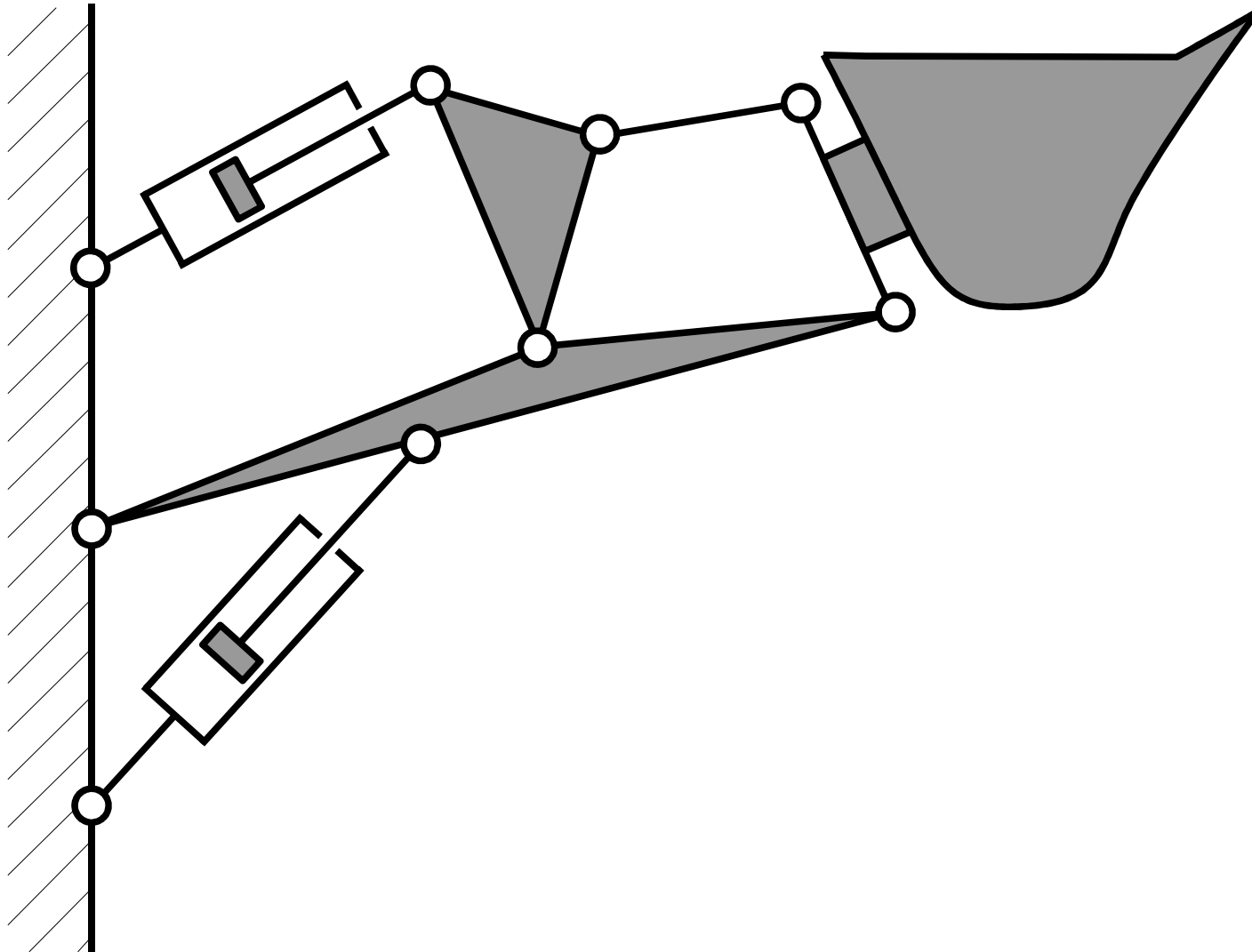
# Mechanizm przegubowy

## Przegub dwukrzyżakowy



# Przykłady do wykładu nr 1

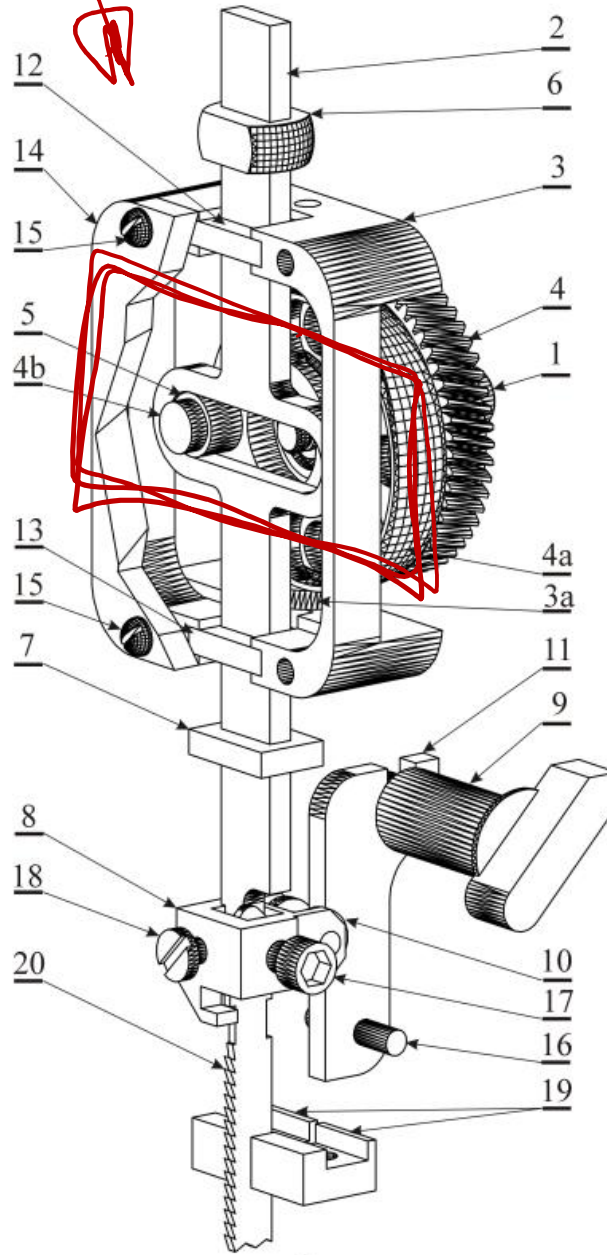
DO DOMU



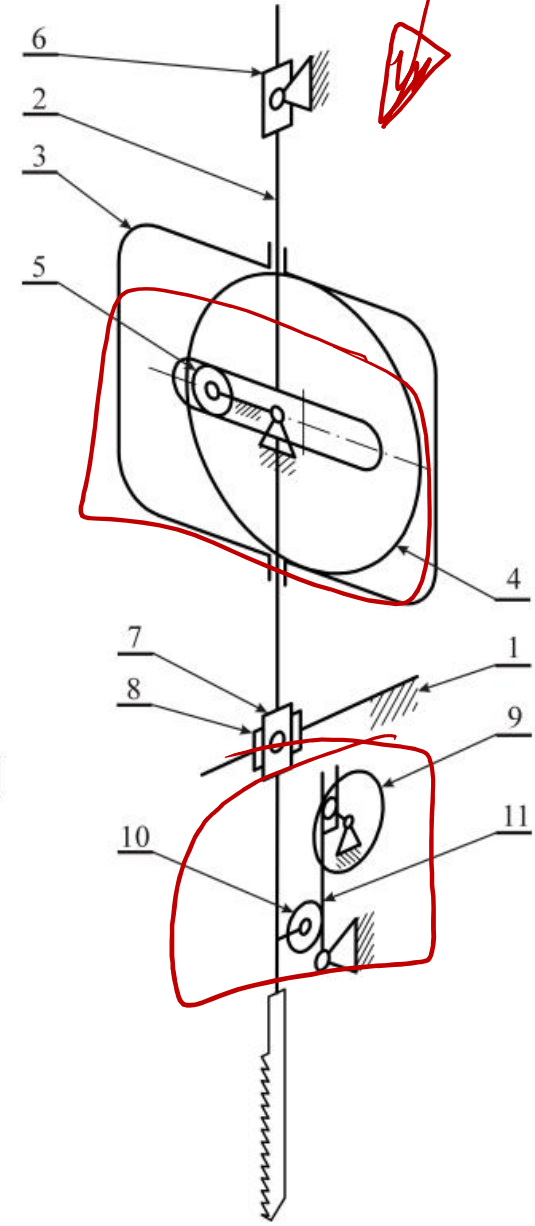
# Przykłady do wykładu nr 1



a

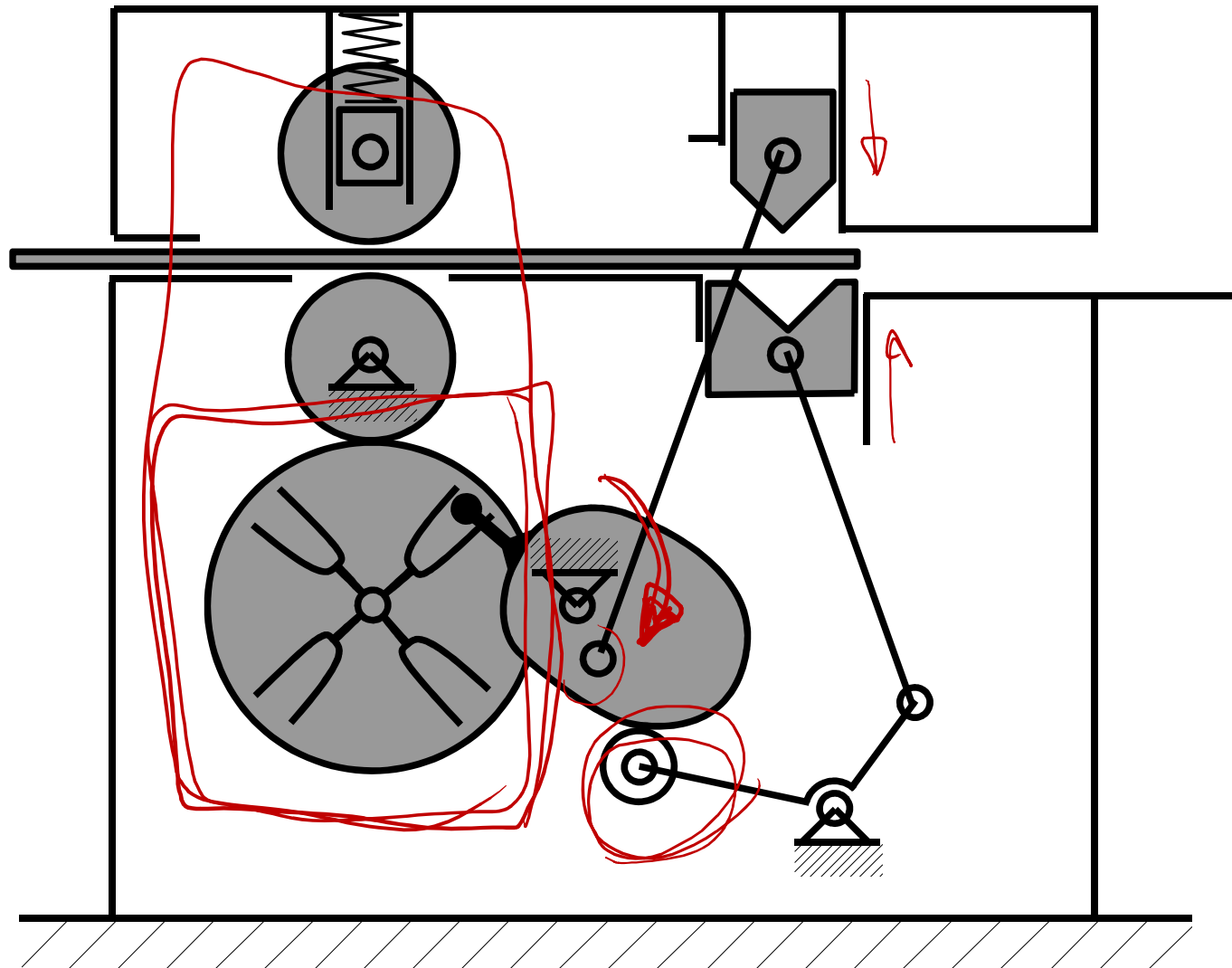


b



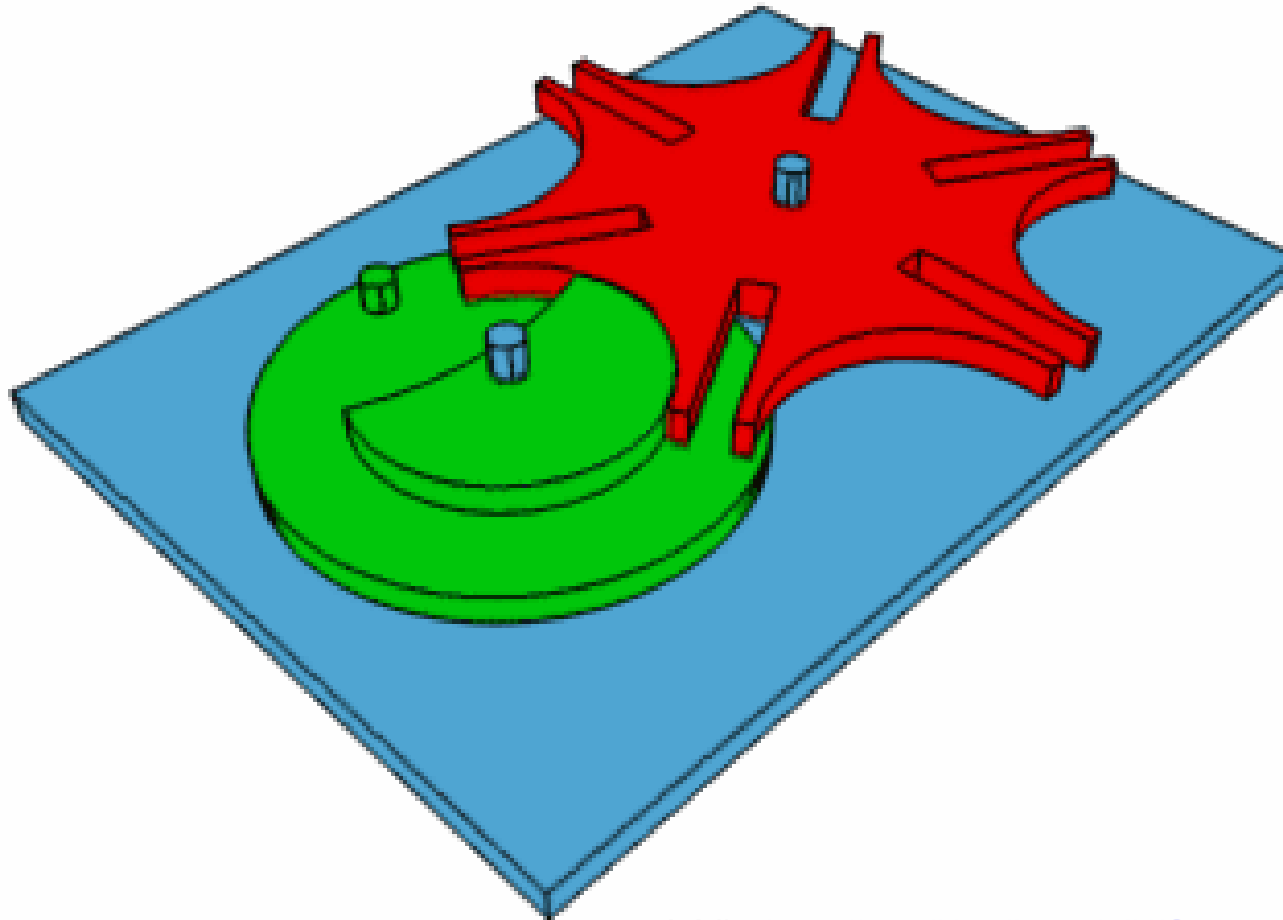
c

# Przykłady do wykładu nr 1



# Przykłady do wykładu nr 1

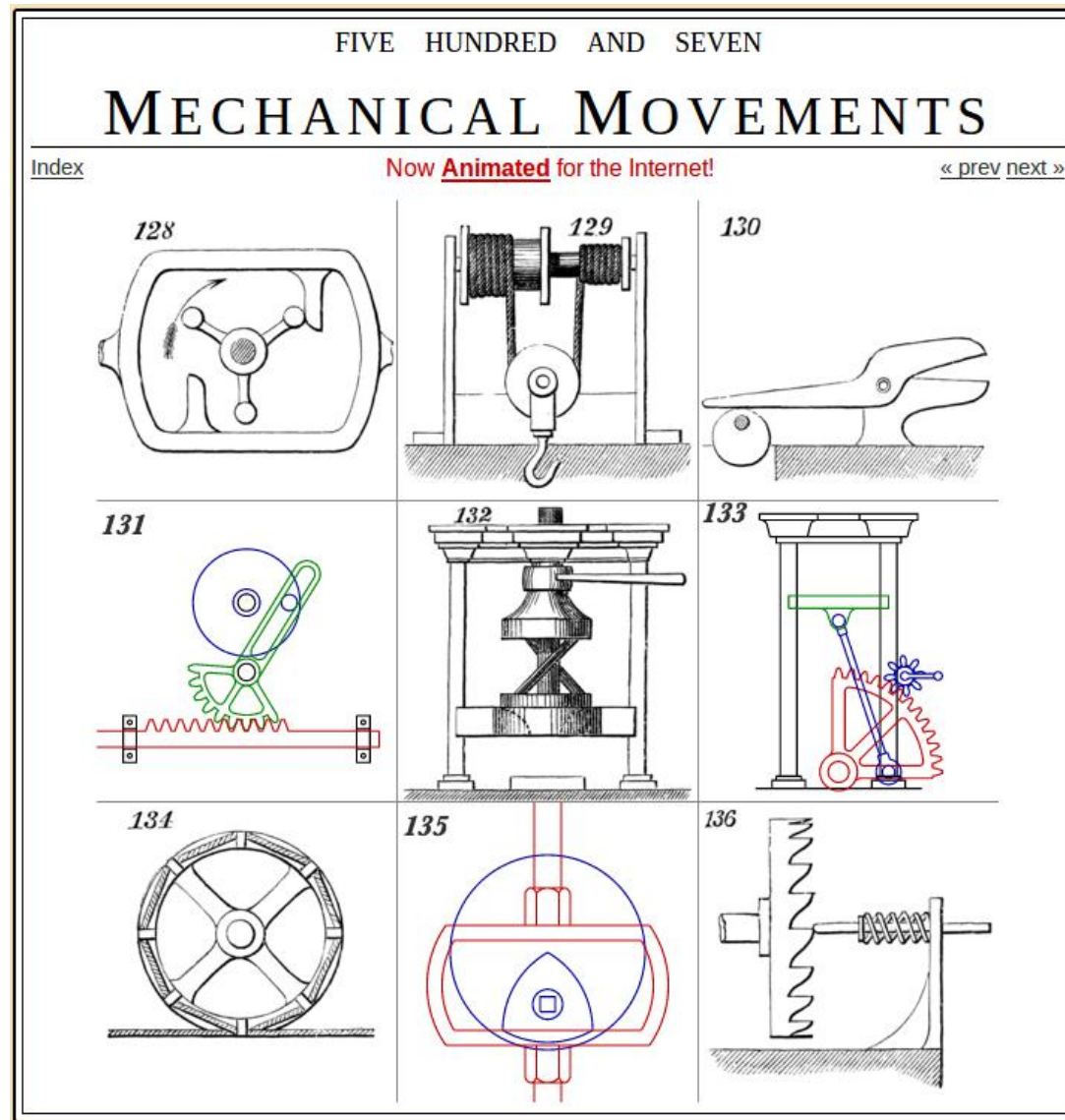
## Mechanizm maltański (krzyż maltański, napęd genewski)



źródło: [https://en.wikipedia.org/wiki/Geneva\\_drive](https://en.wikipedia.org/wiki/Geneva_drive)

# Materiały dodatkowe

<http://507movements.com/>



# Wykład 2

Podział strukturalny mechanizmów,  
metody wyznaczania prędkości i przyspieszeń  
mechanizmów płaskich.

# Klasyfikacja łańcuchów kinematycznych



Łańcuch kinematyczny prosty – każdy człon łańcucha wchodzi w nie więcej niż dwie pary kinematyczne.

Łańcuch kinematyczny złożony – co najmniej jeden człon mechanizmu wchodzi w więcej niż dwie pary kinematyczne.

# Klasyfikacja łańcuchów kinematycznych

Łańcuch kinematyczny prosty – każdy człon łańcucha wchodzi w nie więcej niż dwie pary kinematyczne.

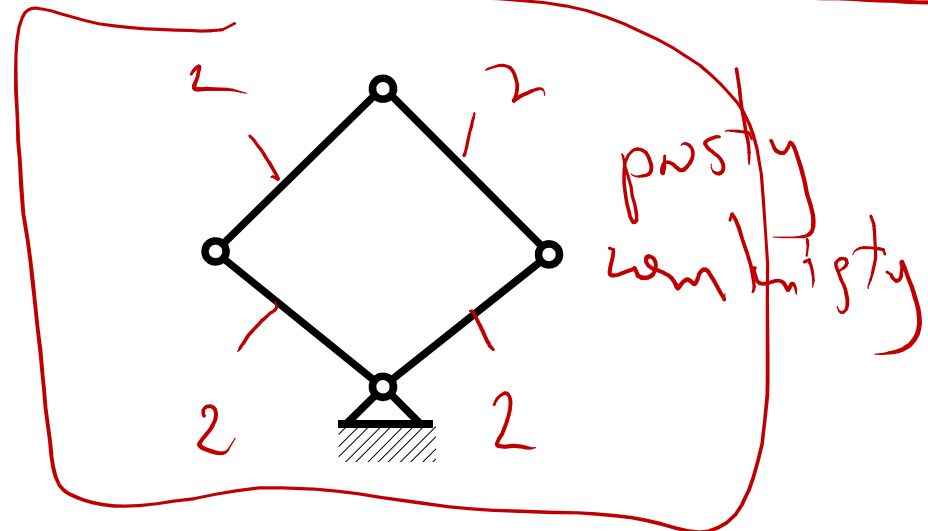
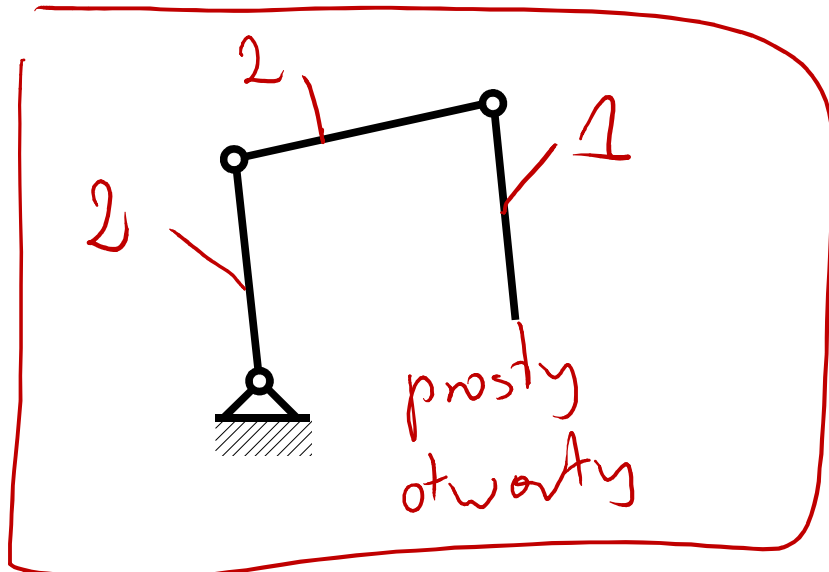
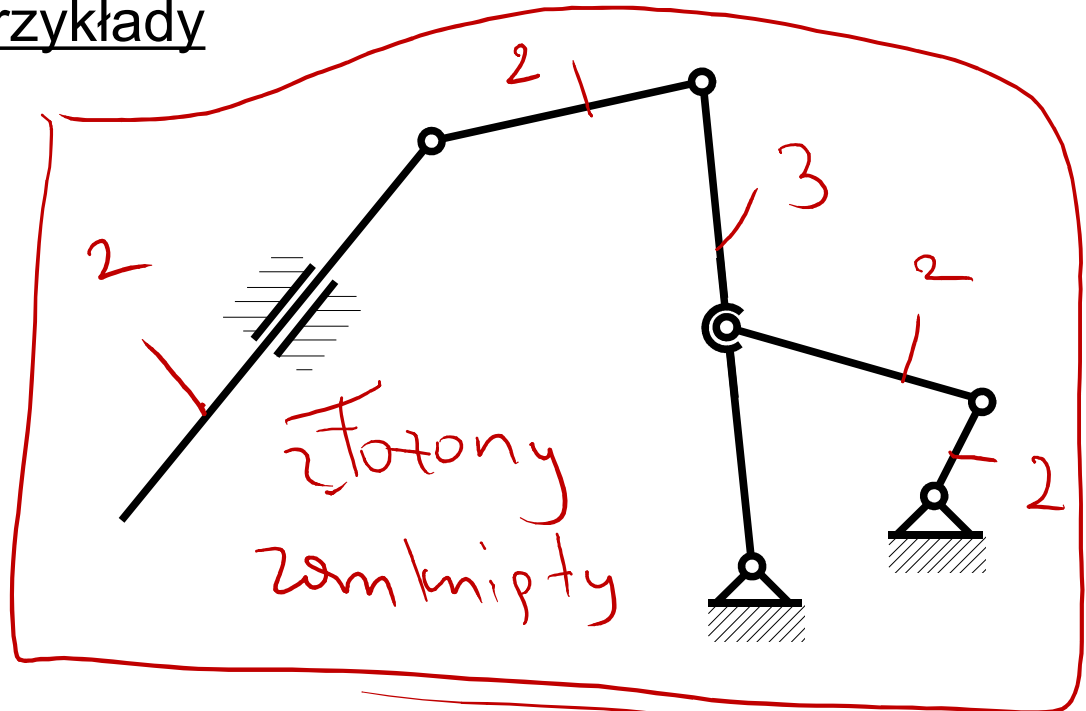
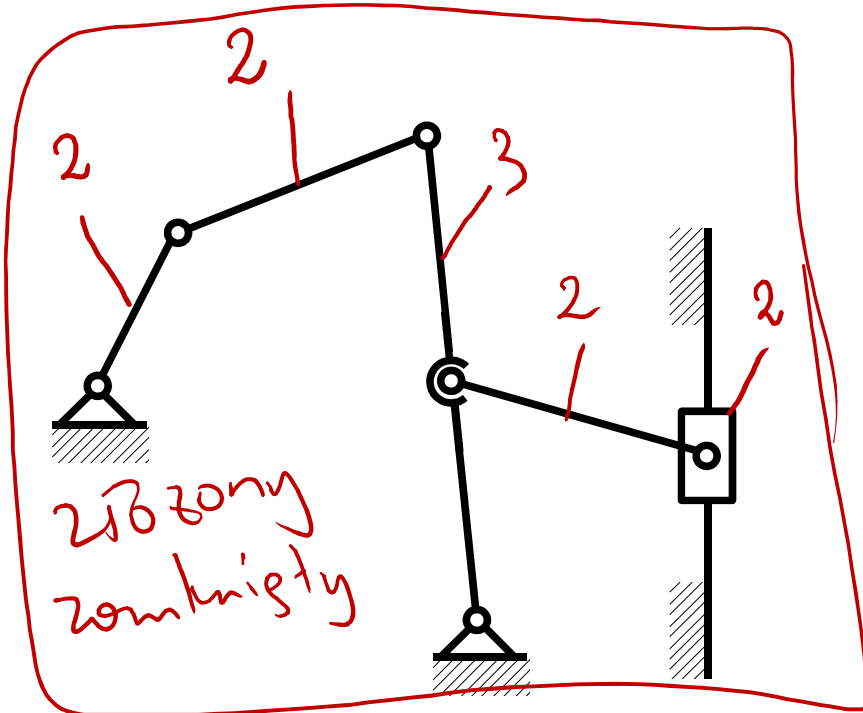
Łańcuch kinematyczny złożony – co najmniej jeden człon mechanizmu wchodzi w więcej niż dwie pary kinematyczne.

Łańcuch kinematyczny otwarty – istnieją człony wchodzące tylko w jedną parę kinematyczną.

Łańcuch kinematyczny zamknięty – żaden człon mechanizmu nie wchodzi w skład tylko jednej pary kinematycznej.

# Klasyfikacja łańcuchów kinematycznych

## Przykłady



# Podział strukturalny mechanizmów

Grupa strukturalna – najprostszymi łańcuch kinematyczny o ruchliwości zero powstały z podziału mechanizmu.

# Podział strukturalny mechanizmów

Grupa strukturalna – najprostszy łańcuch kinematyczny o ruchliwości zero powstały z podziału mechanizmu.

Dla Mechanizmu płaskiego tylko z parami V klasy:  $F = 3 \cdot N - 2P_5 = 0$

# Podział strukturalny mechanizmów

Grupa strukturalna – najprostszycy łańcuch kinematyczny o ruchliwości zero powstały z podziału mechanizmu.

Dla Mechanizmu płaskiego tylko z parami V klasy:  $F = 3n - 2p_5 = 0$

$$\frac{p_5}{n} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \dots$$

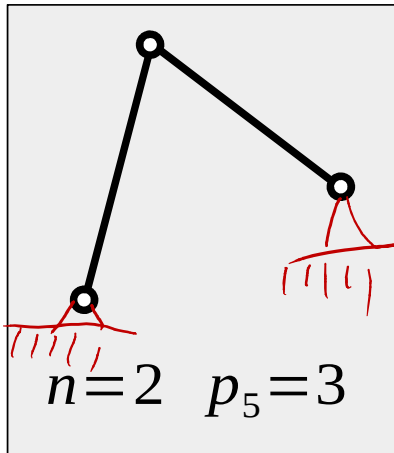
# Podział strukturalny mechanizmów

Grupa strukturalna – najprostszycy łańcuch kinematyczny o ruchliwości zero powstały z podziału mechanizmu.

Dla Mechanizmu płaskiego tylko z parami V klasy:  $F = 3n - 2p_5 = 0$

$$\frac{p_5}{n} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \dots$$

## II grupa strukturalna



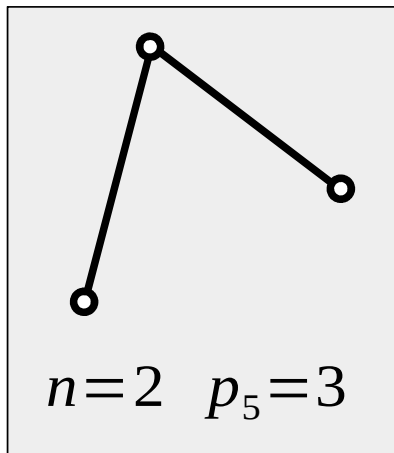
# Podział strukturalny mechanizmów

Grupa strukturalna – najprostszycy łańcuch kinematyczny o ruchliwości zero powstały z podziału mechanizmu.

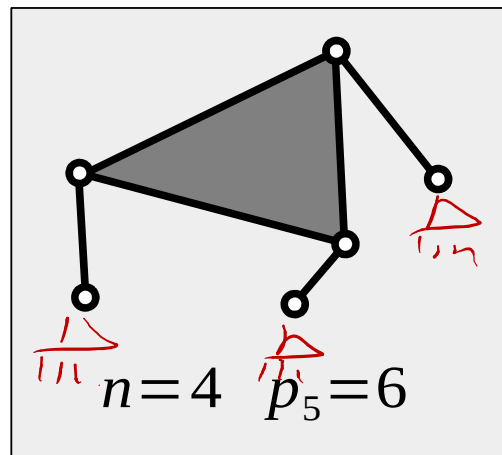
Dla Mechanizmu płaskiego tylko z parami V klasy:  $F = 3n - 2p_5 = 0$

$$\frac{p_5}{n} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \dots$$

II grupa strukturalna



~~III~~ III grupa strukturalna



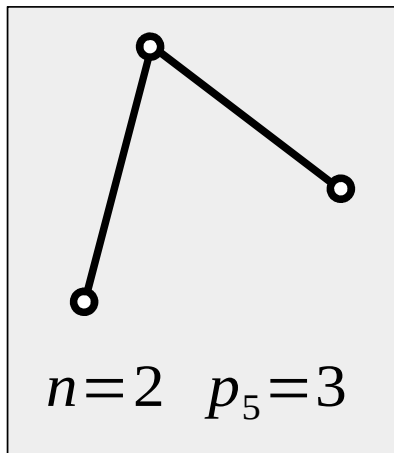
# Podział strukturalny mechanizmów

Grupa strukturalna – najprostszy łańcuch kinematyczny o ruchliwości zero powstały z podziału mechanizmu.

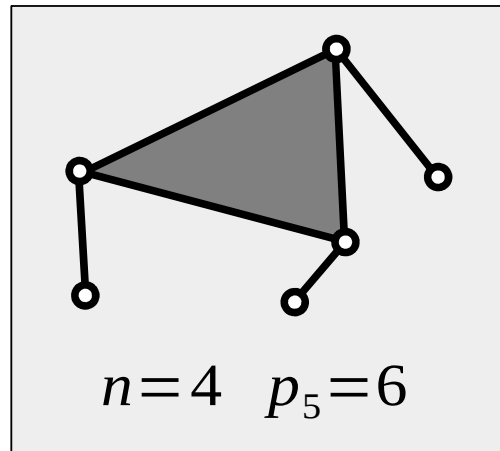
Dla Mechanizmu płaskiego tylko z parami V klasy:  $F = 3n - 2p_5 = 0$

$$\frac{p_5}{n} = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \dots$$

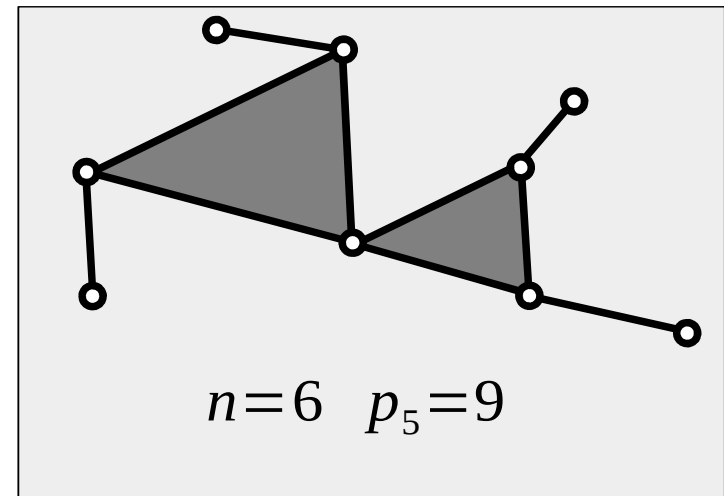
II grupa strukturalna



III grupa strukturalna



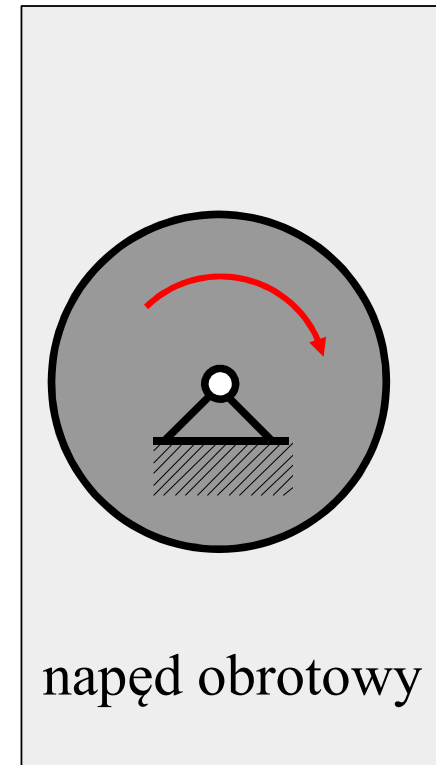
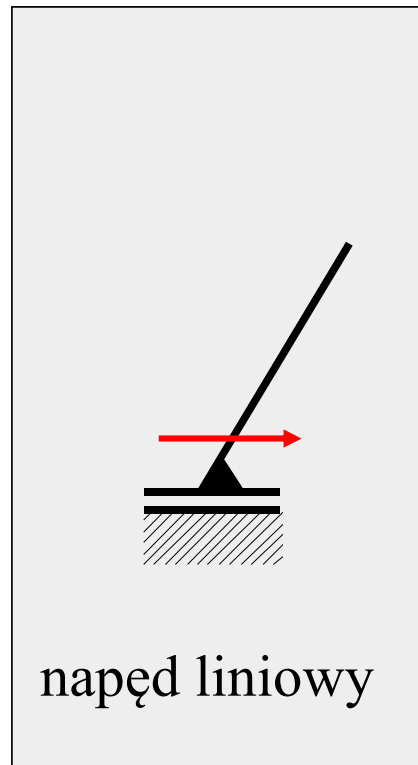
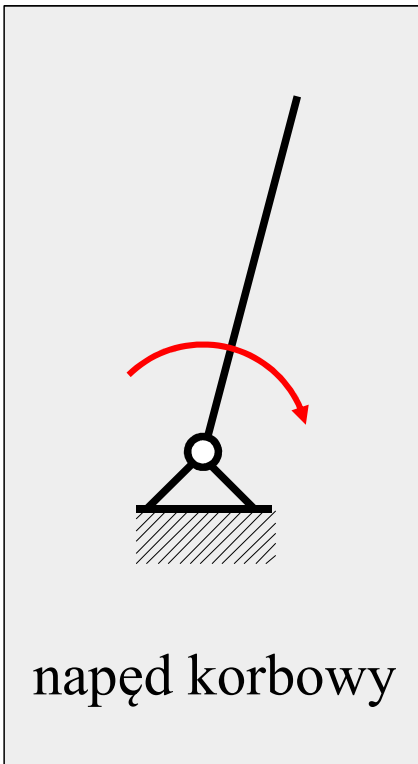
IV grupa strukturalna



# Podział strukturalny mechanizmów

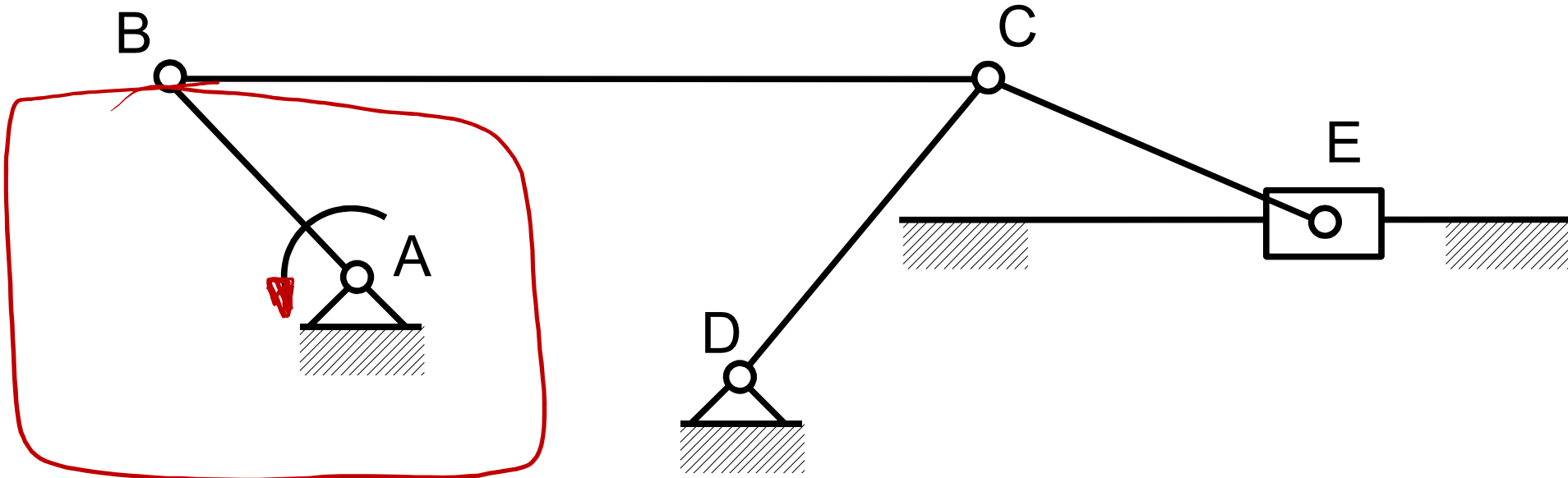
## I grupa strukturalna – człon napędowy

$$\underline{n=1} \quad \underline{p_5=1} \quad + \text{ napęd}$$



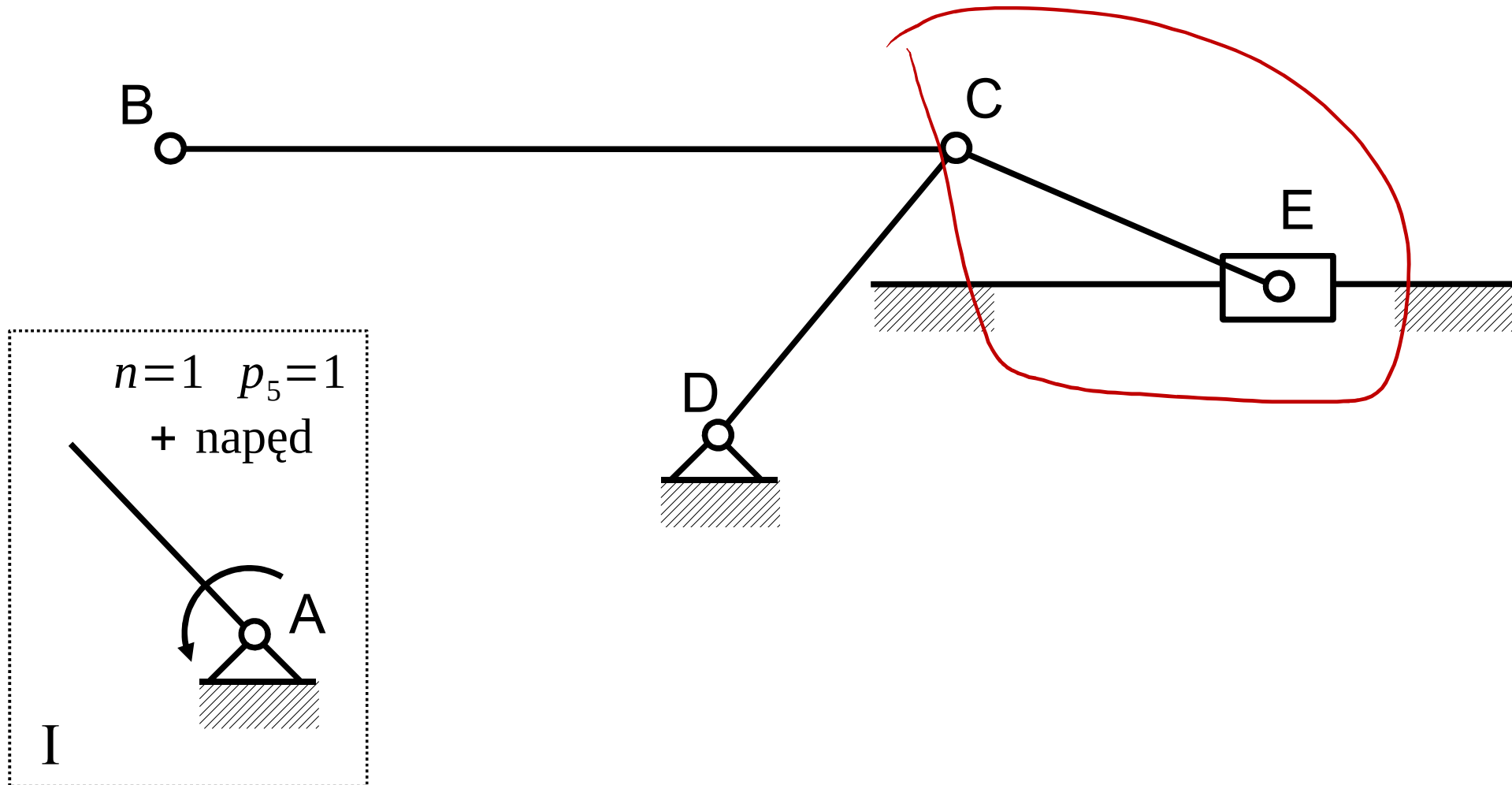
# Podział strukturalny mechanizmów

## Przykład 1



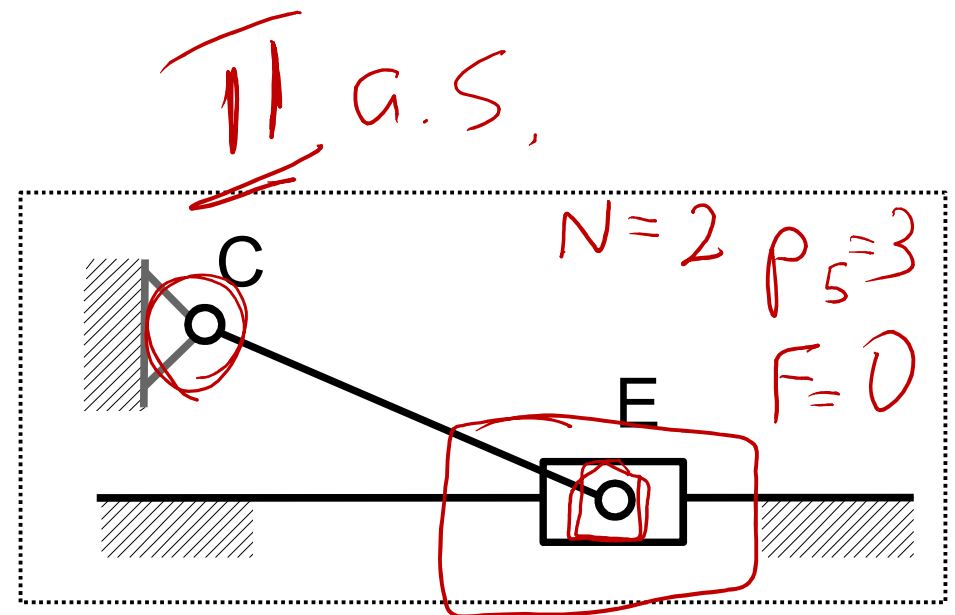
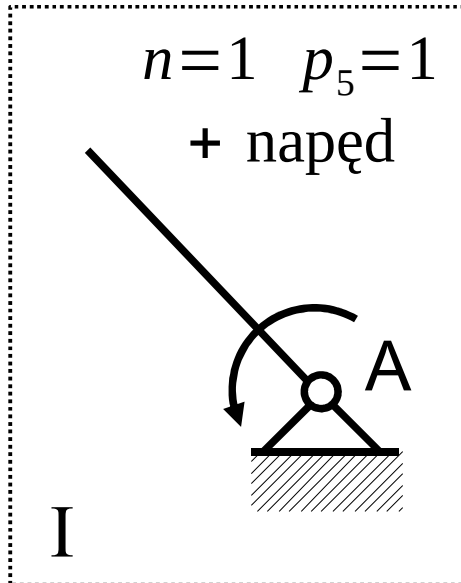
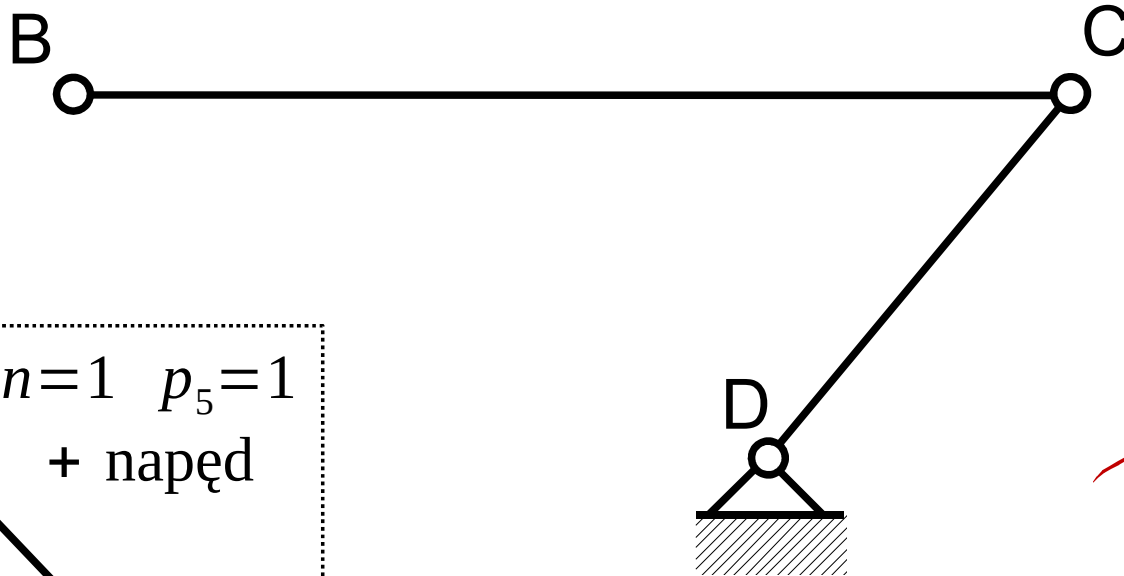
# Podział strukturalny mechanizmów

## Przykład 1



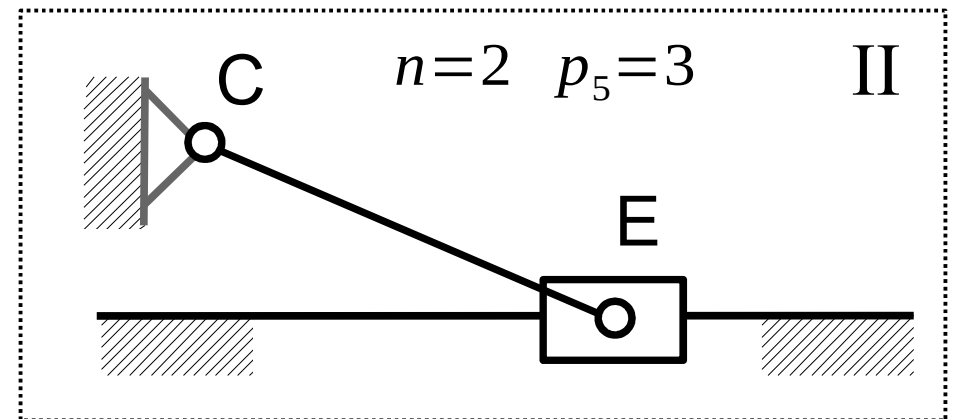
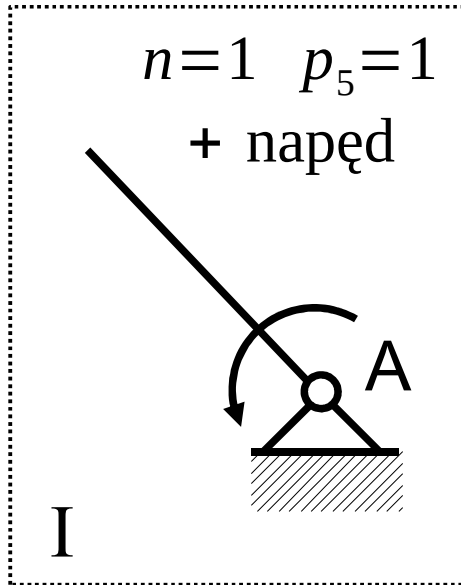
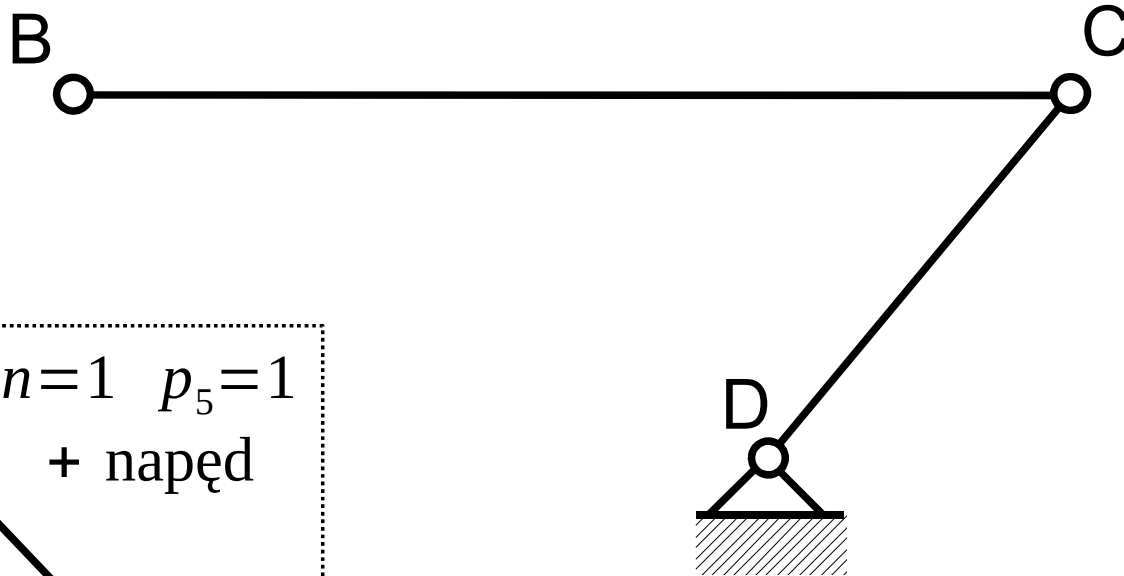
# Podział strukturalny mechanizmów

## Przykład 1



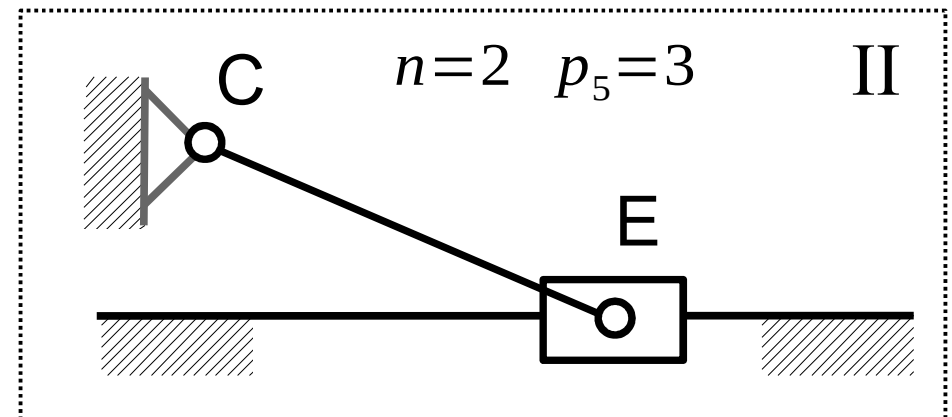
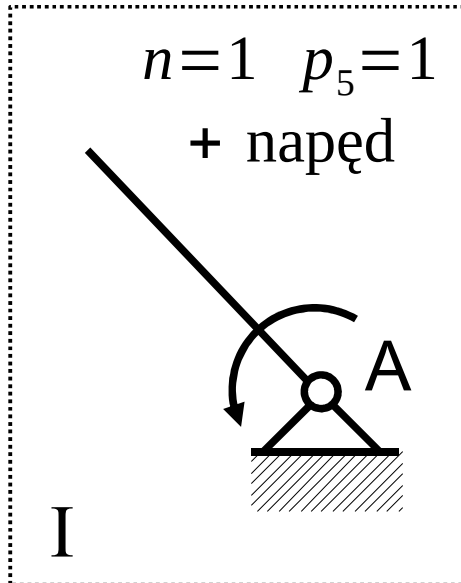
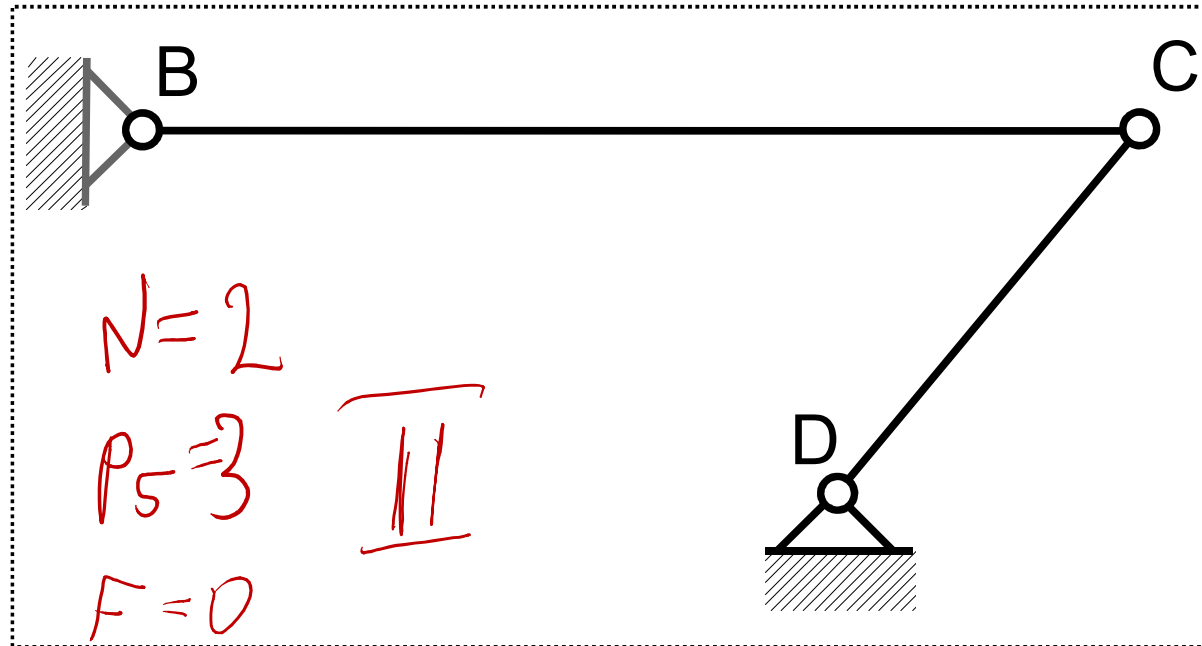
# Podział strukturalny mechanizmów

## Przykład 1



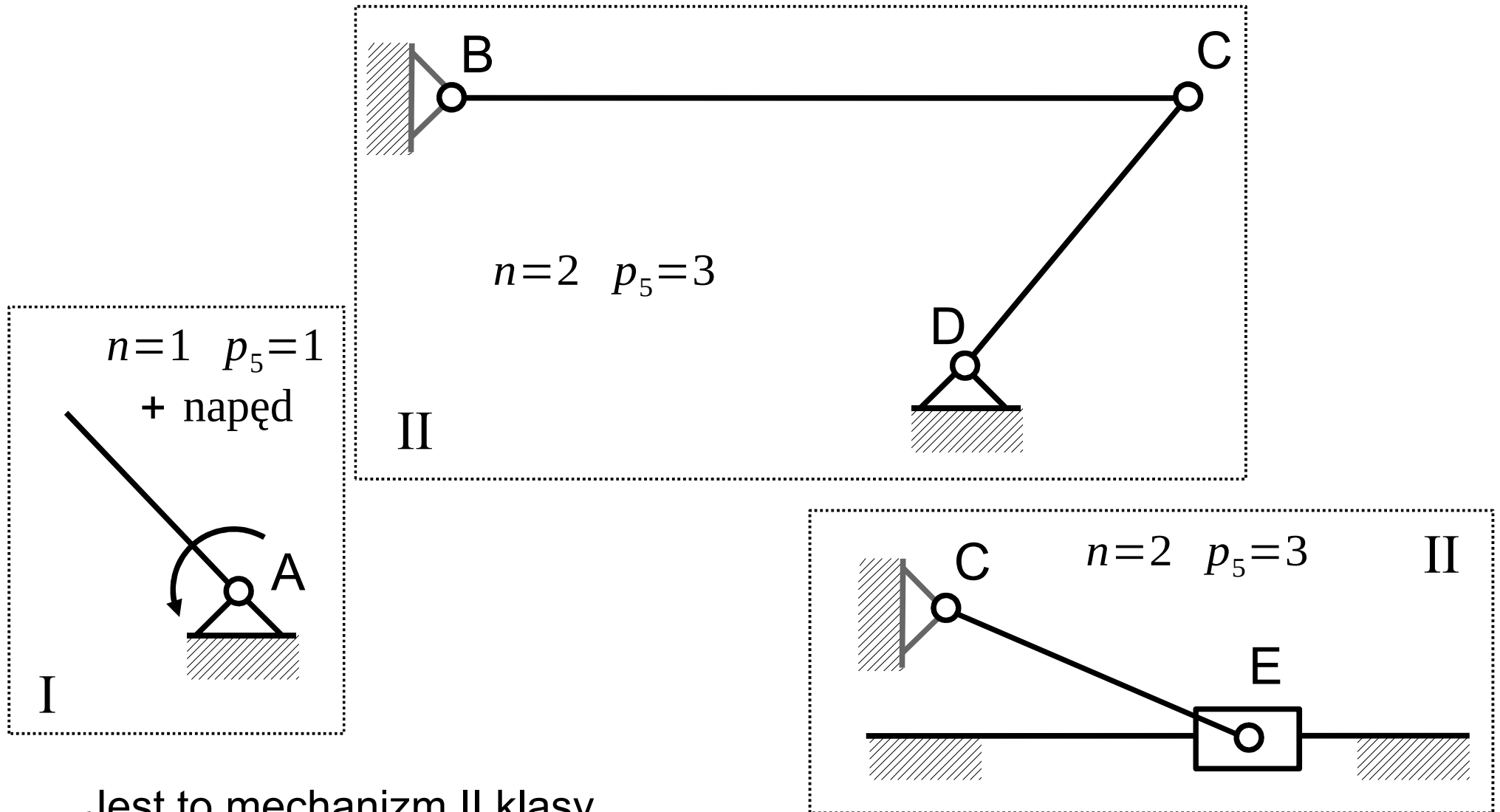
# Podział strukturalny mechanizmów

## Przykład 1



# Podział strukturalny mechanizmów

## Przykład 1

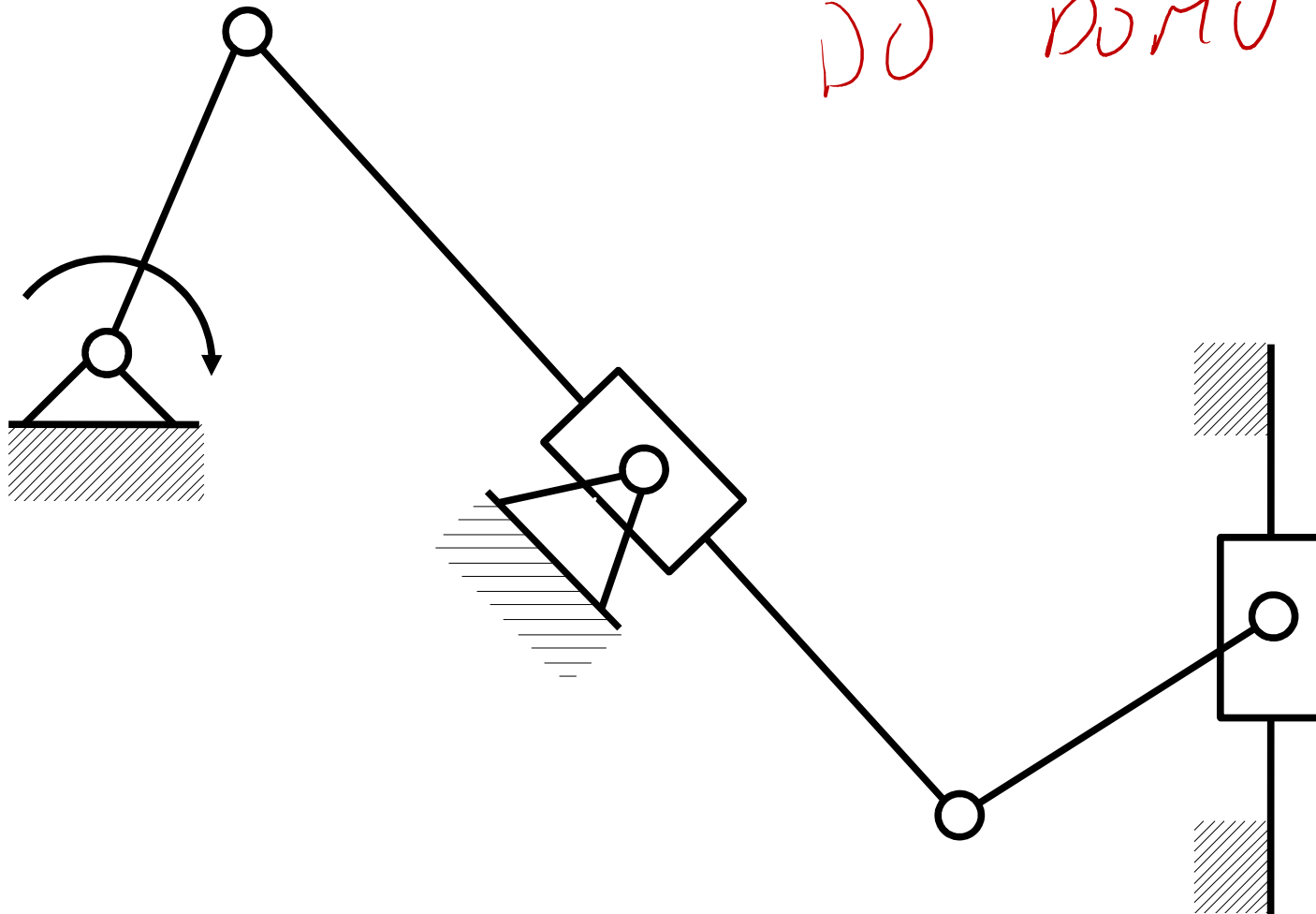


Jest to mechanizm II klasy.

# Podział strukturalny mechanizmów

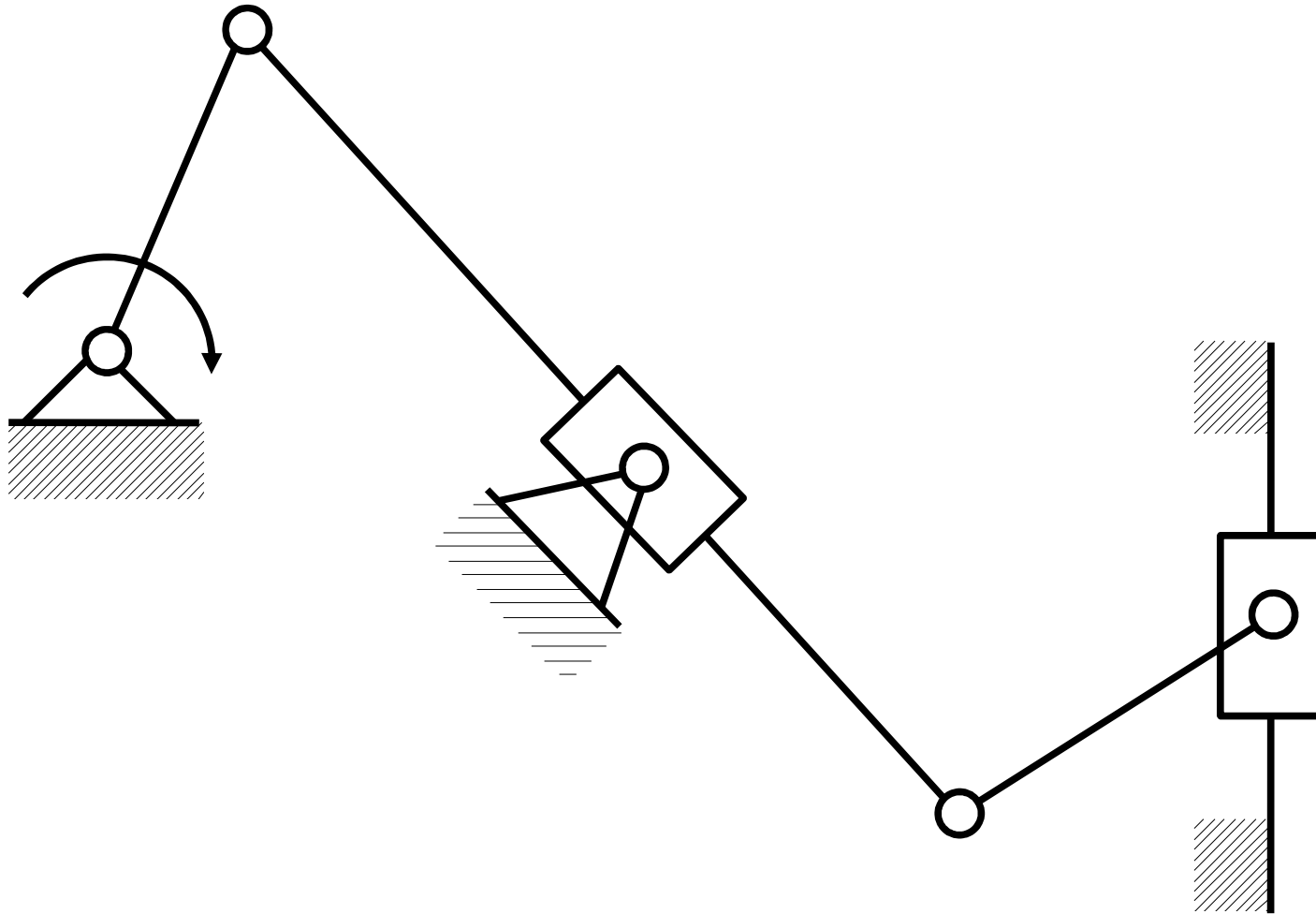
Przykład 2

DO DOMU



# Podział strukturalny mechanizmów

## Przykład 2



# Kinematyka mechanizmów

Analiza kinematyczna mechanizmu – polega na wyznaczeniu prędkości i przyspieszeń wybranych członów mechanizmu w interesujących nas położeniach tego mechanizmu. Dana musi być budowa mechanizmu (geometria członów, rodzaje par kinematycznych) oraz sposób jego napędzania.

# Metody wyznaczania prędkości i przyspieszeń mechanizmów

## Metody wykreślne

- metoda rzutów prędkości,
- metoda chwilowego środka obrotu,
- metoda chwilowego środka przyspieszeń,
- metoda prędkości obróconych,
- metoda rozkładu prędkości,
- metoda rozkładu przyspieszeń,
- metoda planu prędkości,
- metoda planu przyspieszeń.

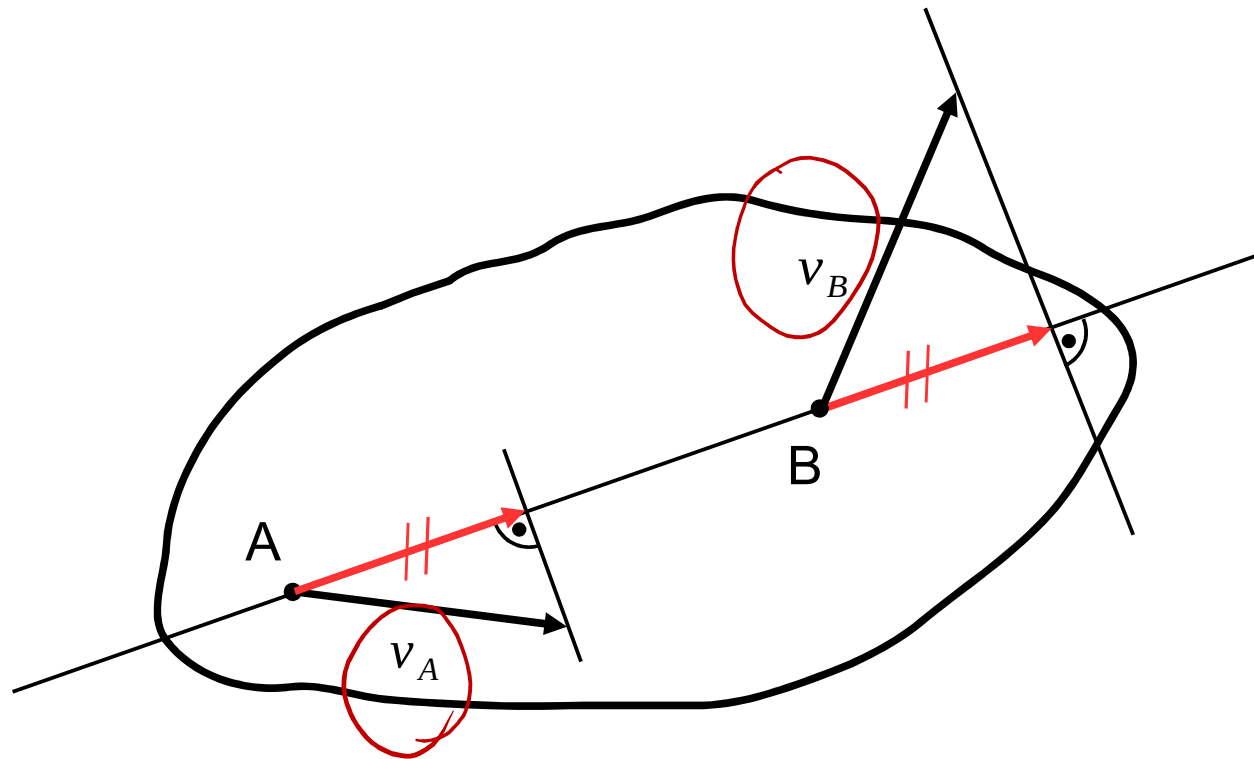
## Metoda analityczna

# Metody wyznaczania prędkości i przyspieszeń mechanizmów

	<b>Metody wykreślne</b>	<b>Metoda analityczna</b>
<b>zalety</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• możliwość lepszego zrozumienia pracy mechanizmu,</li><li>• możliwość analizowania bardzo złożonych mechanizmów,</li><li>• brak konieczności użycia komputera.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• wynikiem są funkcje opisujące prędkości i przyspieszenia dla dowolnej konfiguracji mechanizmu,</li><li>• możliwość analizowania bardzo złożonych mechanizmów, ale z użyciem komputera.</li></ul>
<b>wady</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• bardzo duża pracochłonność,</li><li>• konieczność powtarzania procedury rysowania dla wielu położeń mechanizmu,</li><li>• występowanie błędów rysunkowych.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• w przypadku skomplikowanych mechanizmów otrzymujemy trudne w rozwiązaniu układy równań,</li><li>• interpretacja wyników obliczeń może być trudna.</li></ul>

# Metoda rzutów prędkości

*Rzuty prędkości dwóch punktów bryły sztywnej na kierunek łączący te punkty są sobie równe.*

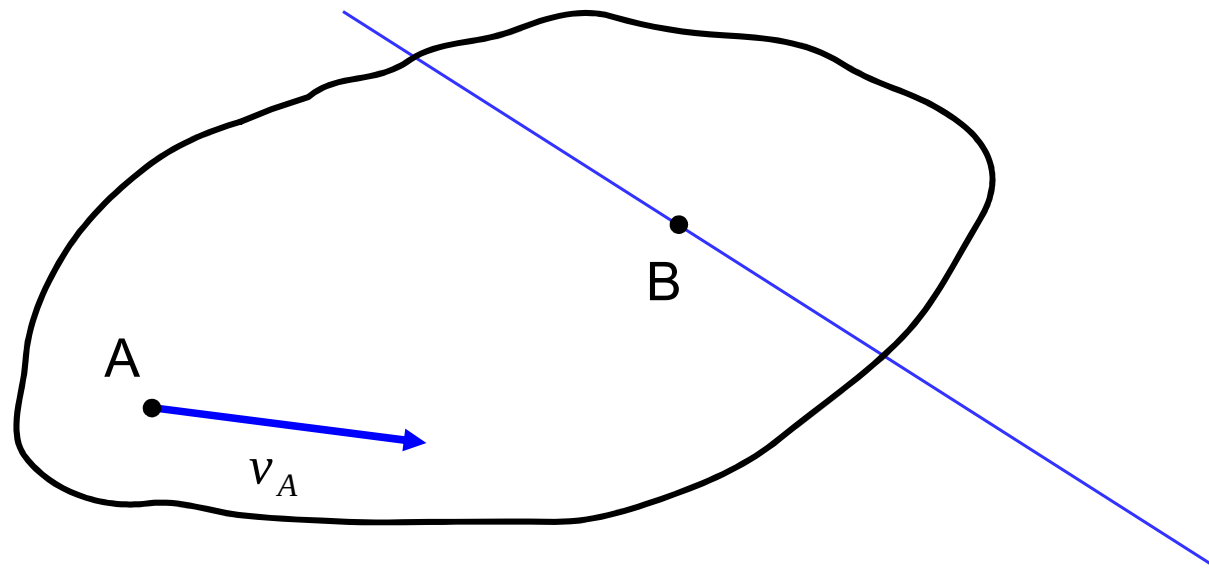


# Metoda rzutów prędkości

Przykład zastosowania

Dane:  $\vec{v}_A$  i kierunek  $\vec{v}_B$

Szukane:  $\vec{v}_B$

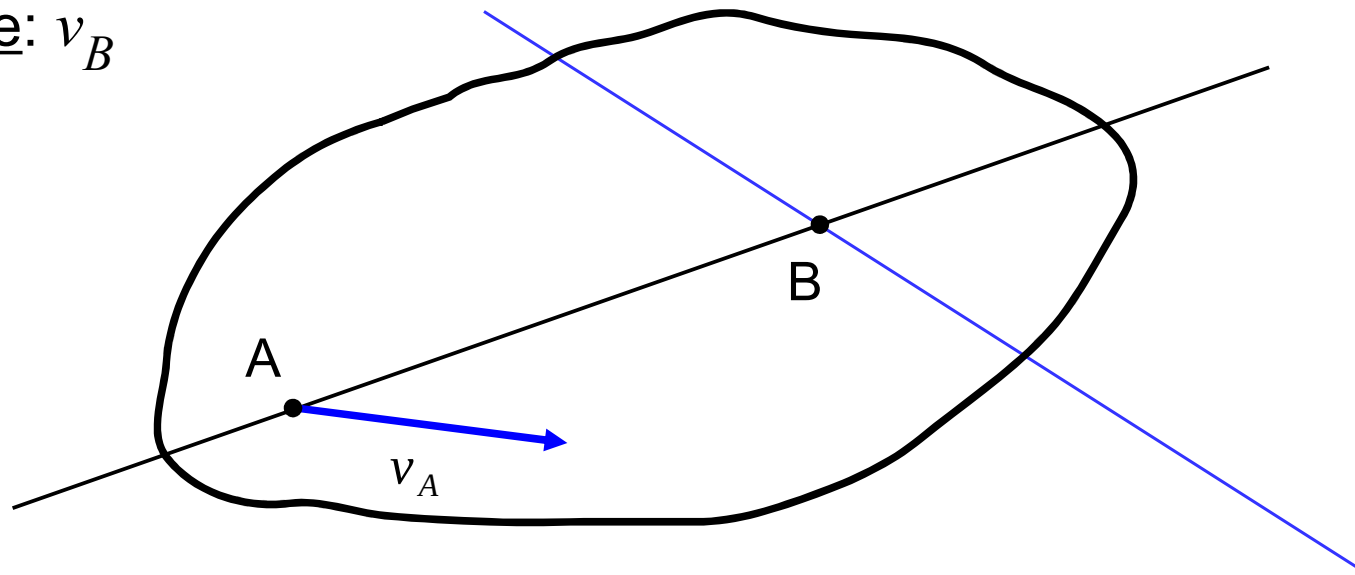


# Metoda rzutów prędkości

Przykład zastosowania

Dane:  $v_A$  i kierunek  $v_B$

Szukane:  $v_B$

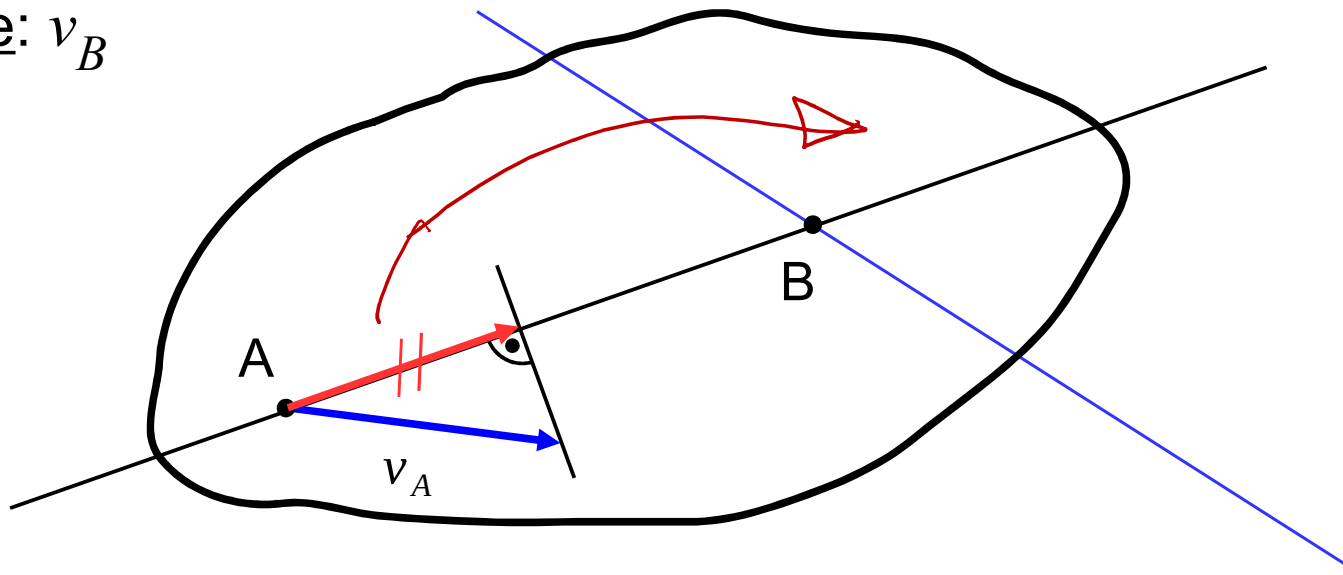


# Metoda rzutów prędkości

Przykład zastosowania

Dane:  $v_A$  i kierunek  $v_B$

Szukane:  $v_B$

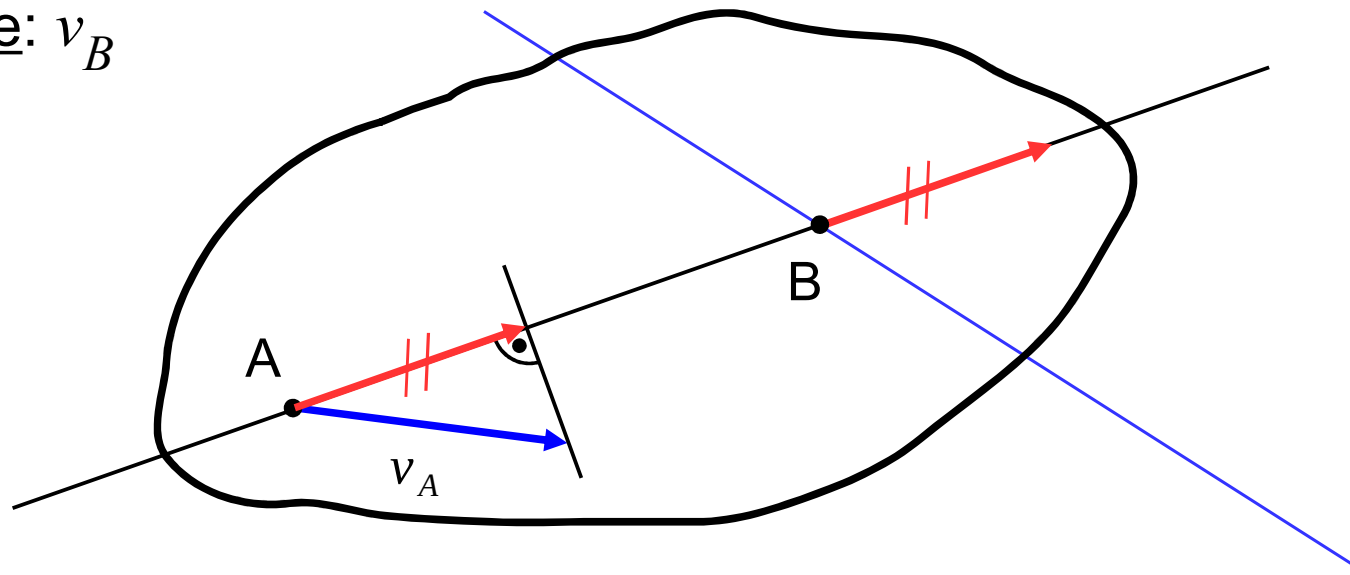


# Metoda rzutów prędkości

## Przykład zastosowania

Dane:  $v_A$  i kierunek  $v_B$

Szukane:  $v_B$

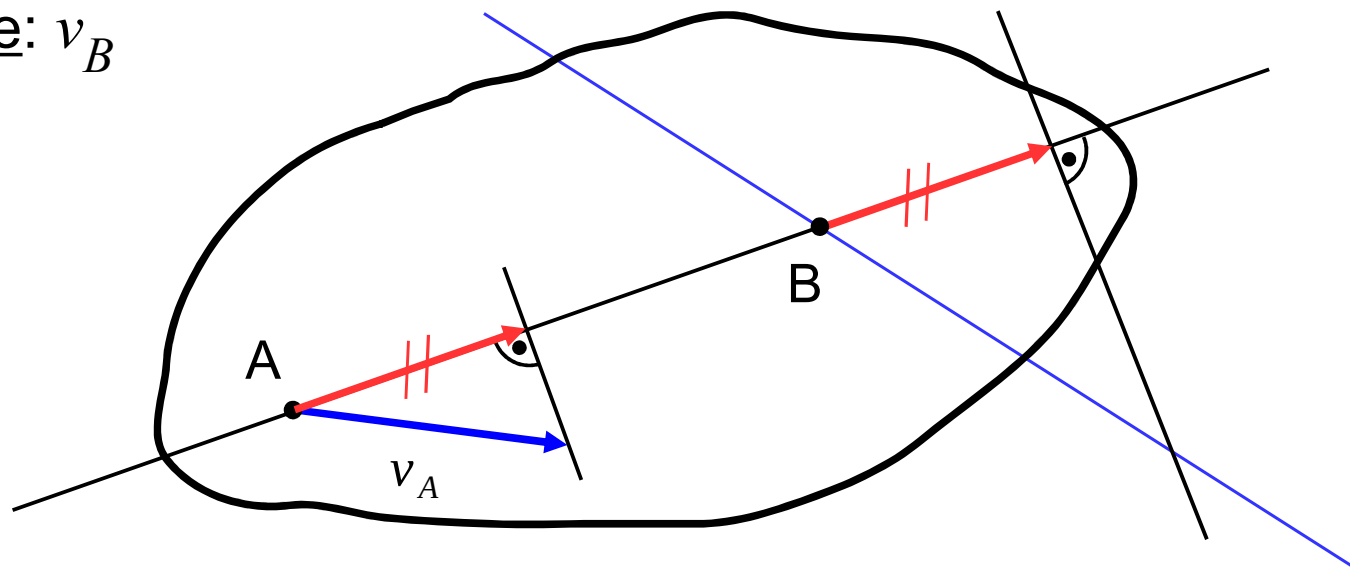


# Metoda rzutów prędkości

## Przykład zastosowania

Dane:  $v_A$  i kierunek  $v_B$

Szukane:  $v_B$

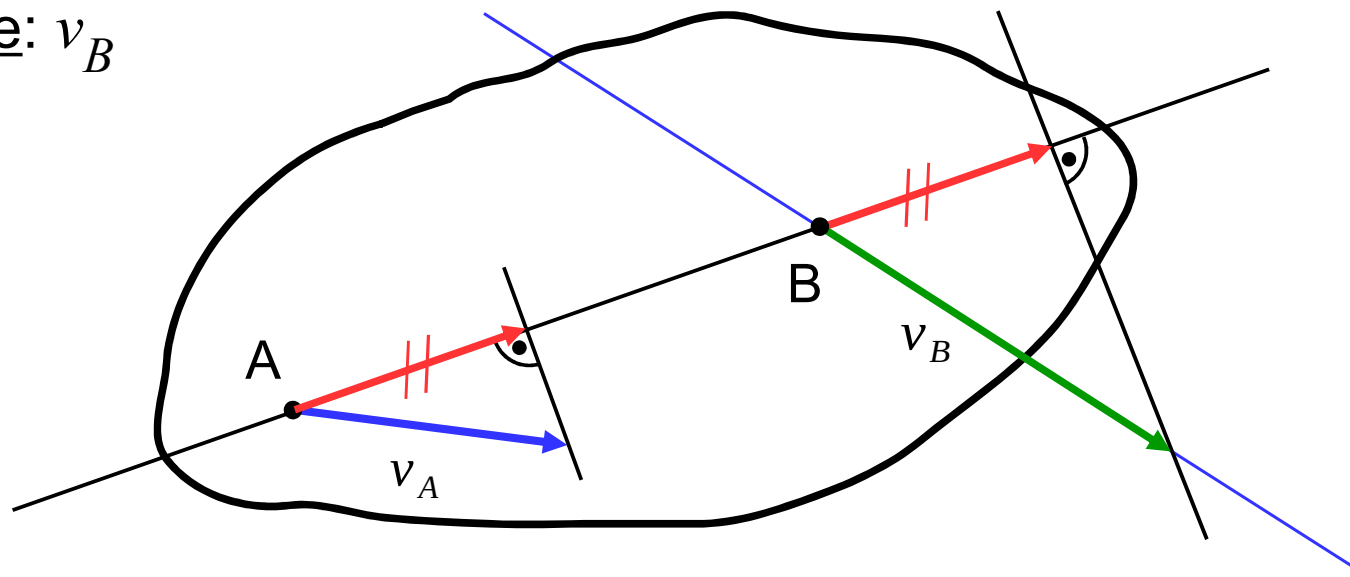


# Metoda rzutów prędkości

## Przykład zastosowania

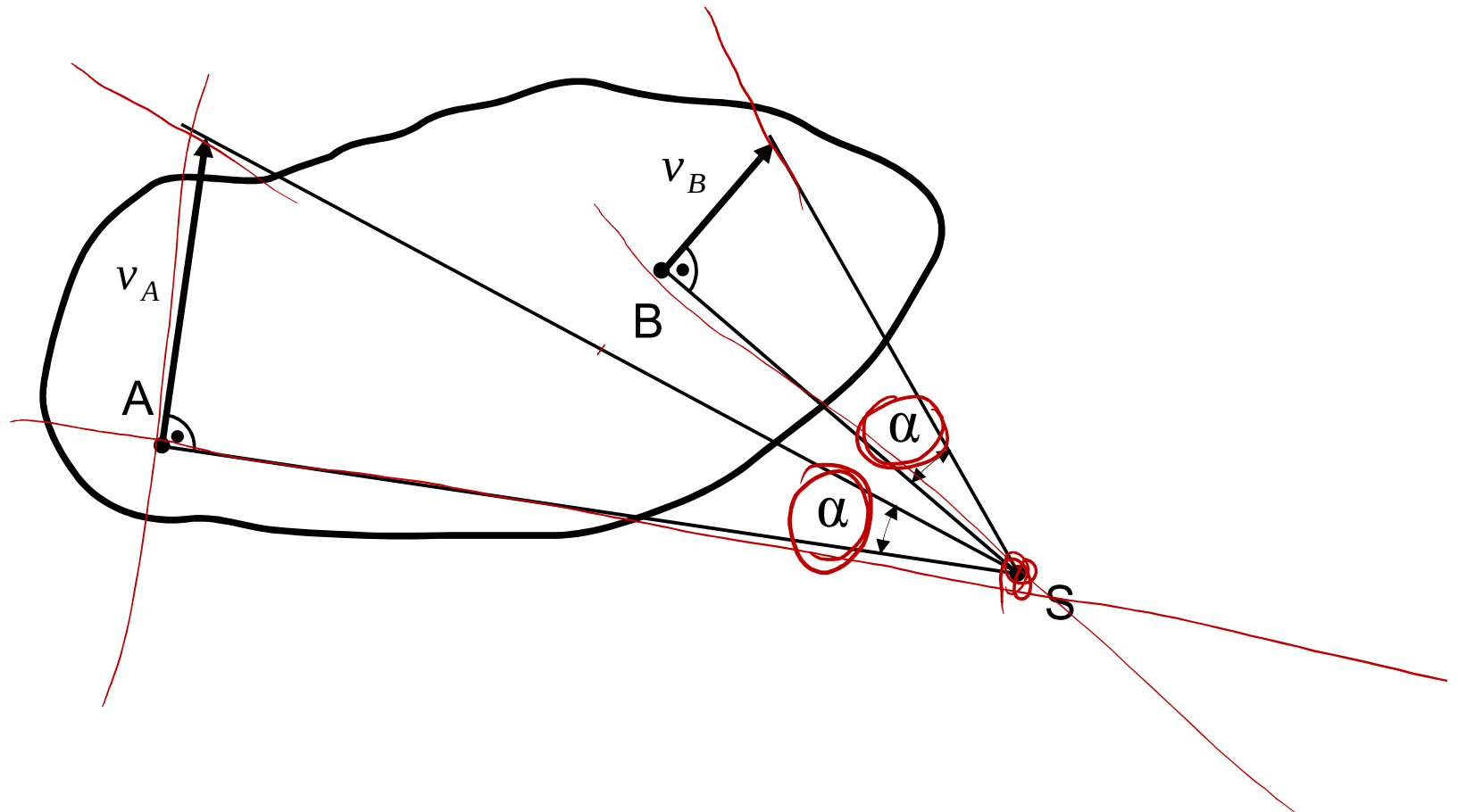
Dane:  $v_A$  i kierunek  $v_B$

Szukane:  $v_B$



# Metoda chwilowego środka obrotu

*Z chwilowego środka obrotu widać końce wektorów prędkości wszystkich punktów bryły sztywnej pod jednakowym kątem względem prostej łączącej te punkty ze środkiem obrotu.*

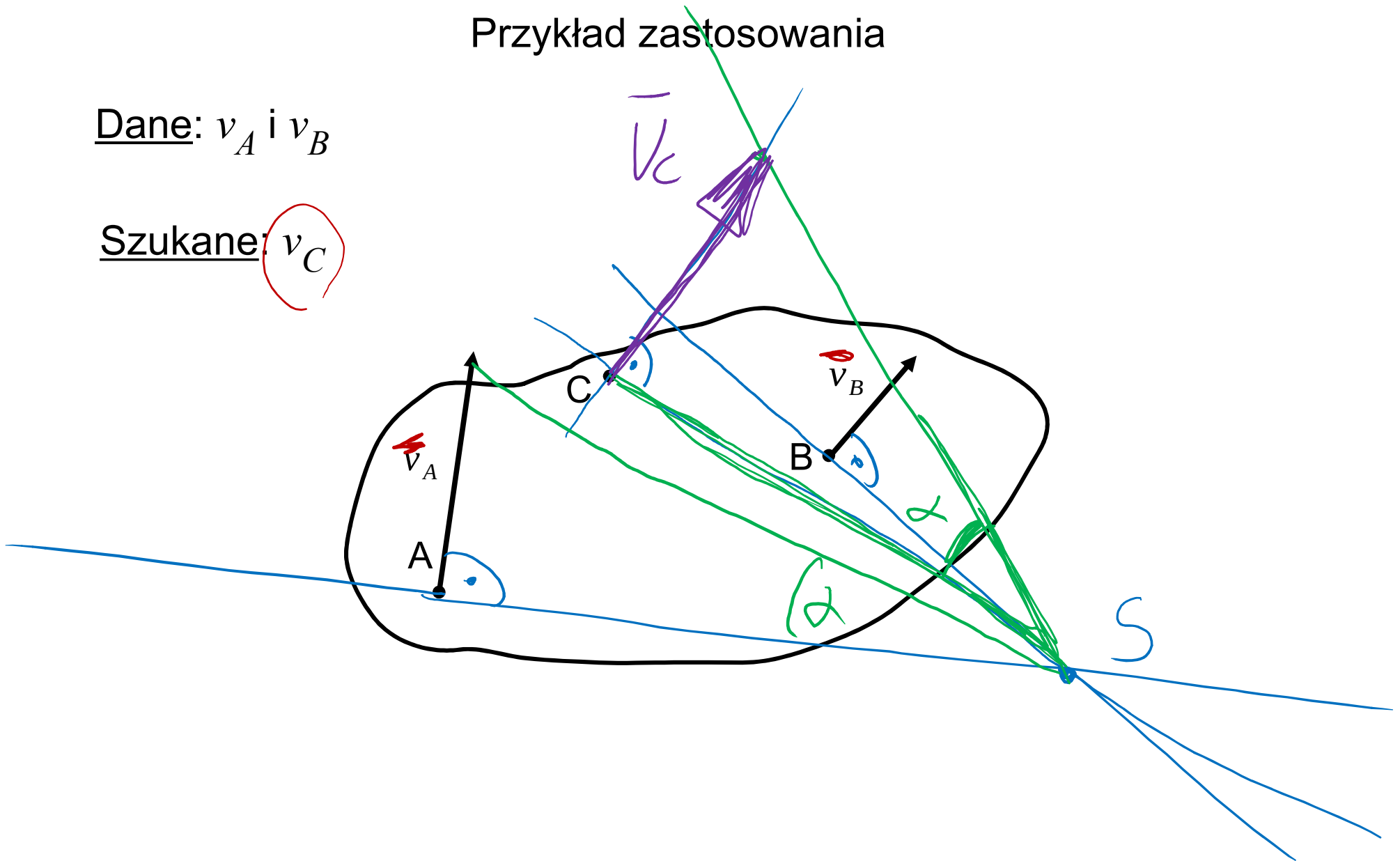


# Metoda chwilowego środka obrotu

Przykład zastosowania

Dane:  $v_A$  i  $v_B$

Szukane:  $v_C$

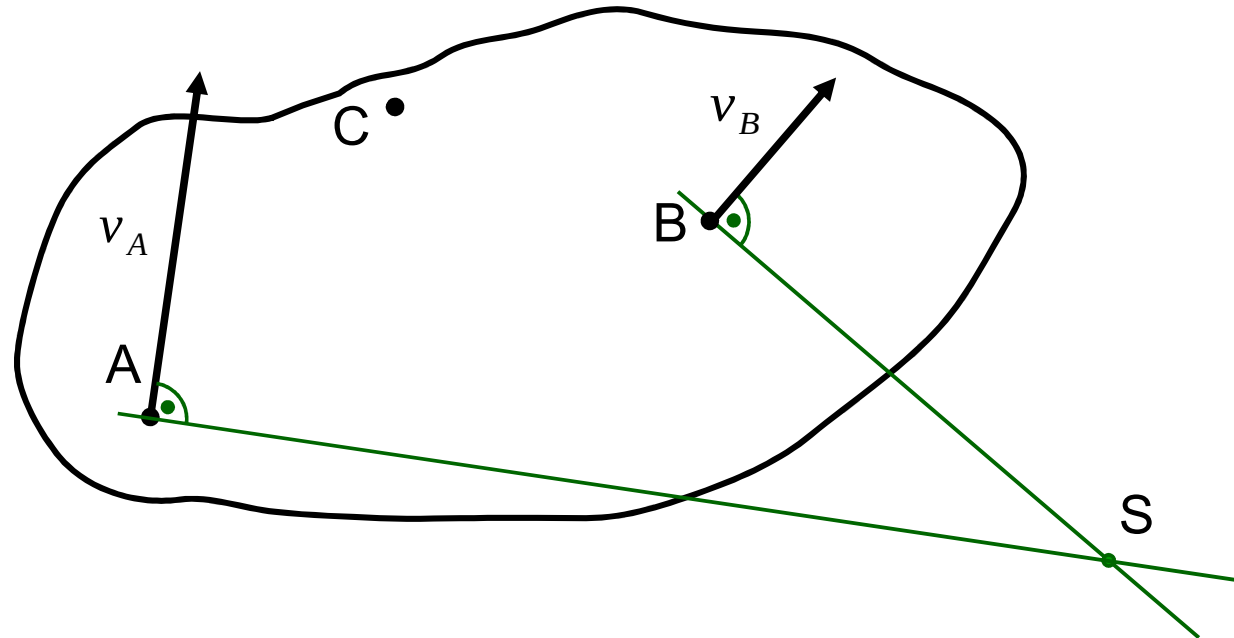


# Metoda chwilowego środka obrotu

Przykład zastosowania

Dane:  $v_A$  i  $v_B$

Szukane:  $v_C$

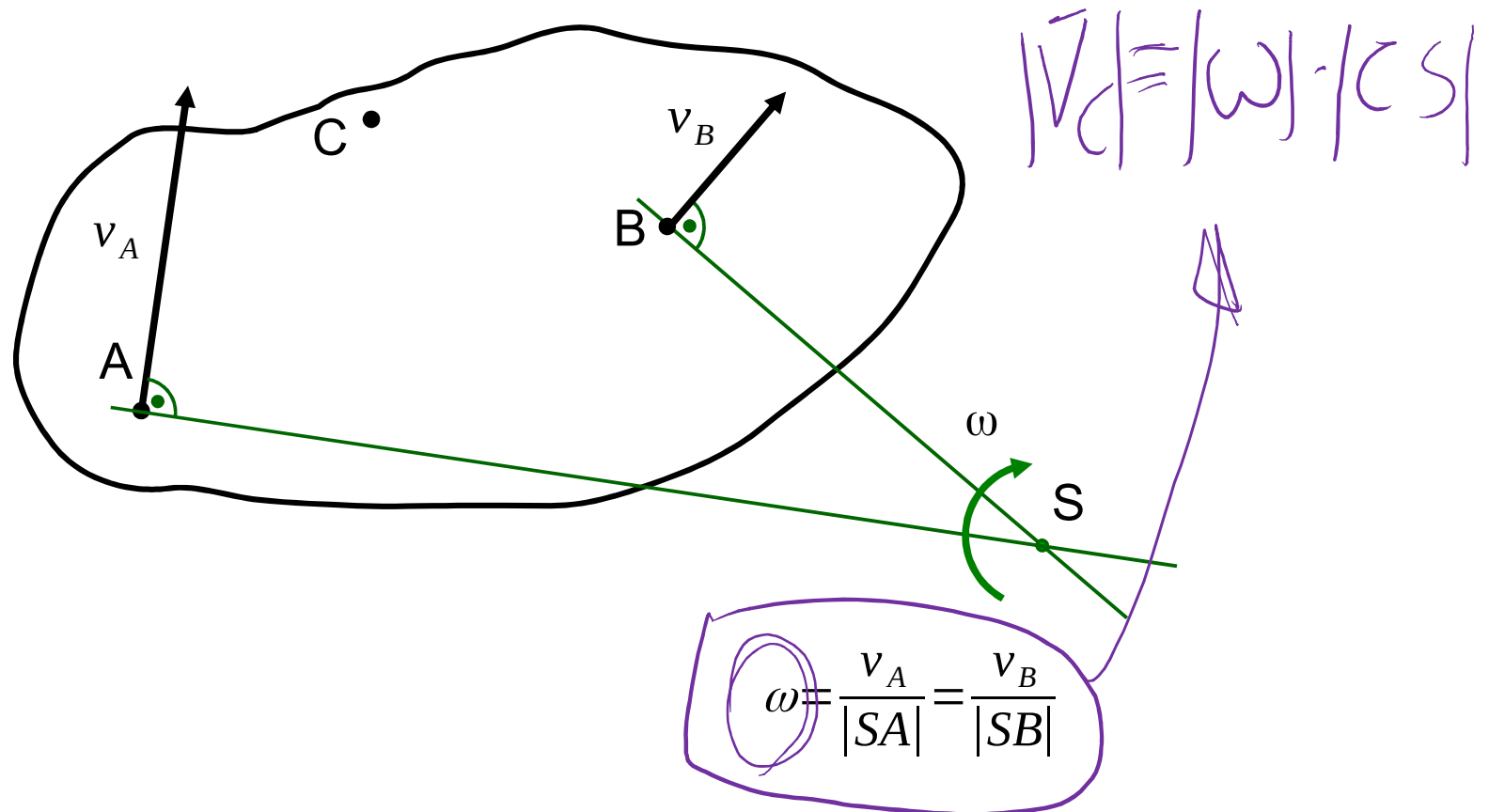


# Metoda chwilowego środka obrotu

Przykład zastosowania

Dane:  $v_A$  i  $v_B$

Szukane:  $v_C$

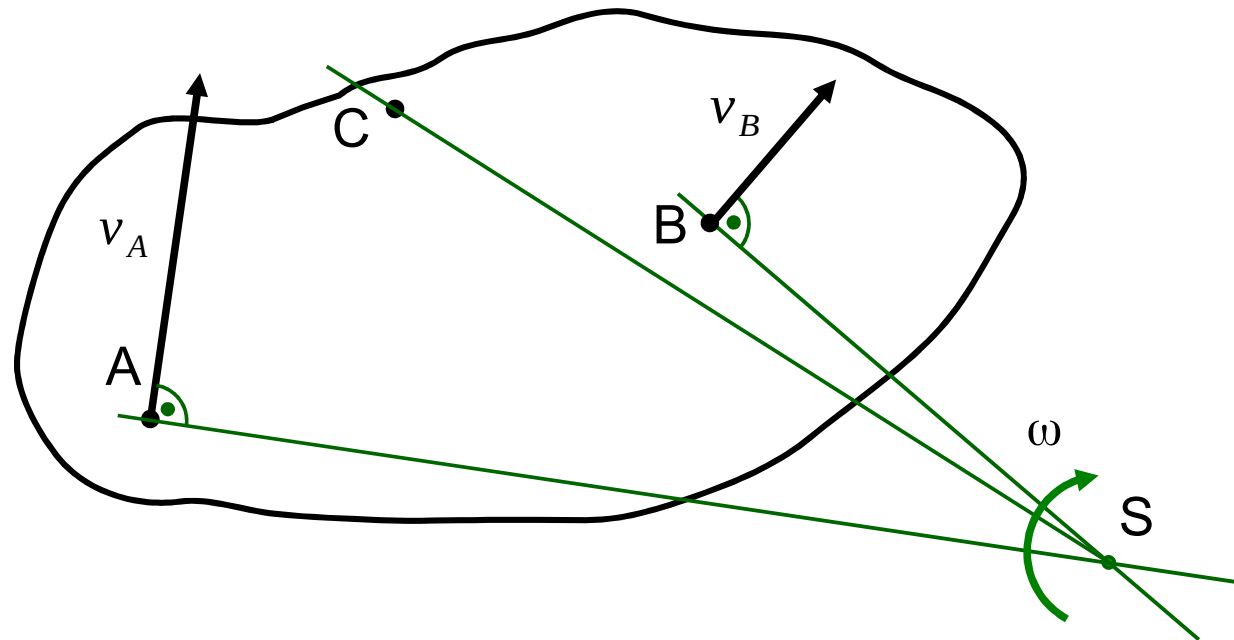


# Metoda chwilowego środka obrotu

Przykład zastosowania

Dane:  $v_A$  i  $v_B$

Szukane:  $v_C$



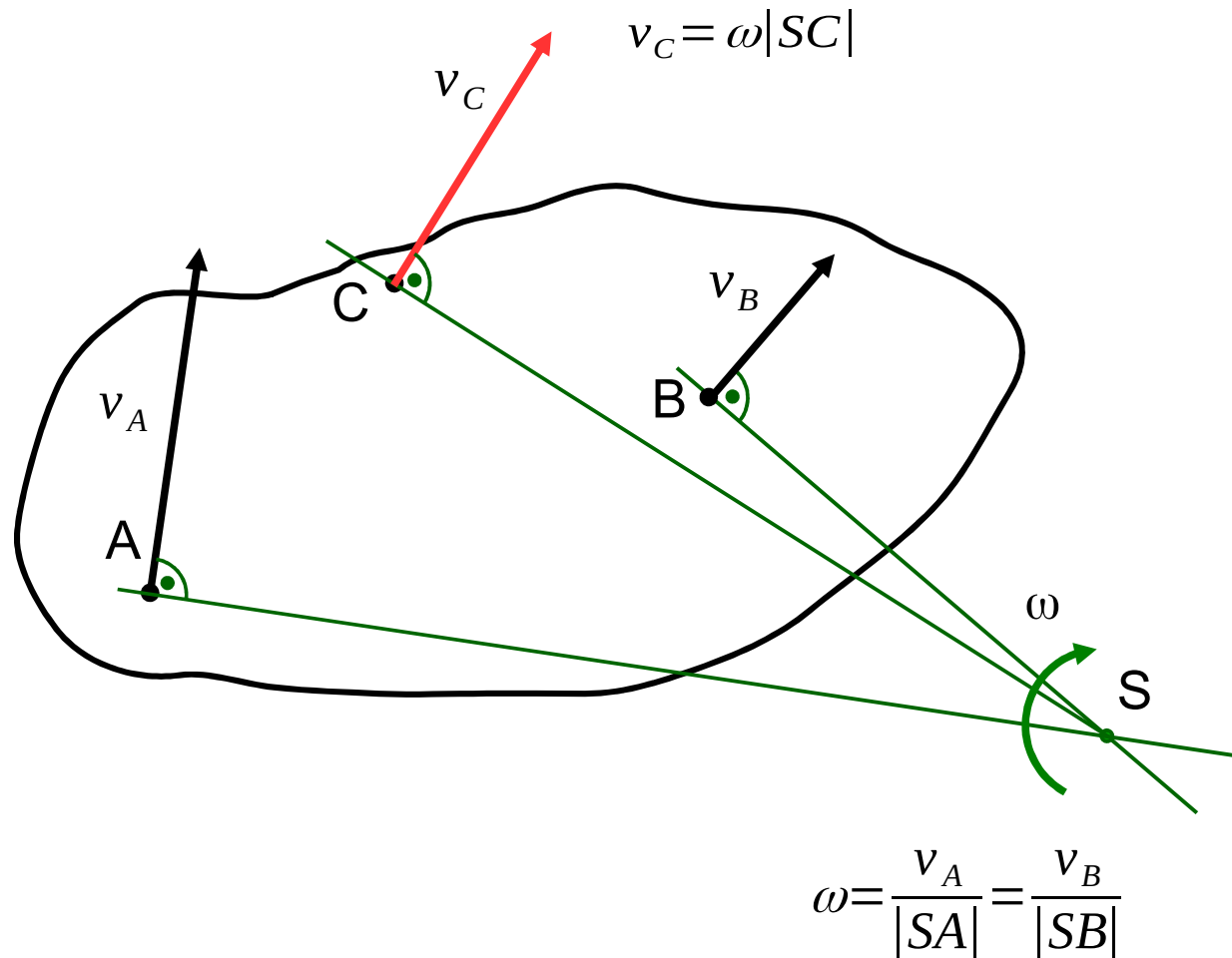
$$\omega = \frac{v_A}{|SA|} = \frac{v_B}{|SB|}$$

# Metoda chwilowego środka obrotu

## Przykład zastosowania

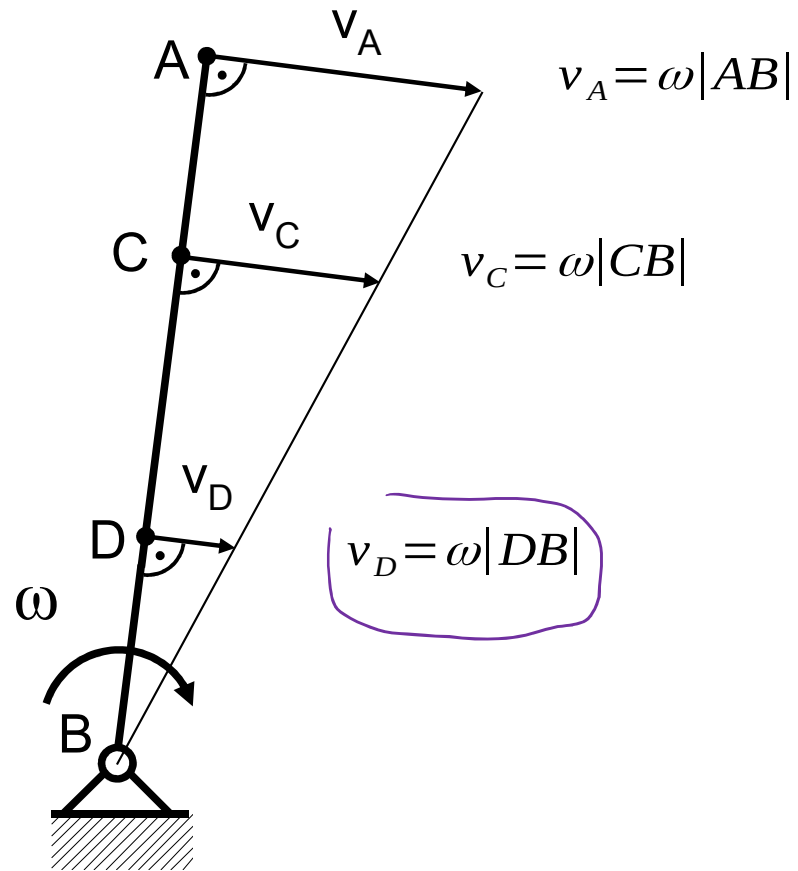
Dane:  $v_A$  i  $v_B$

Szukane:  $v_C$



# Metoda chwilowego środka obrotu

## Przykład zastosowania 2



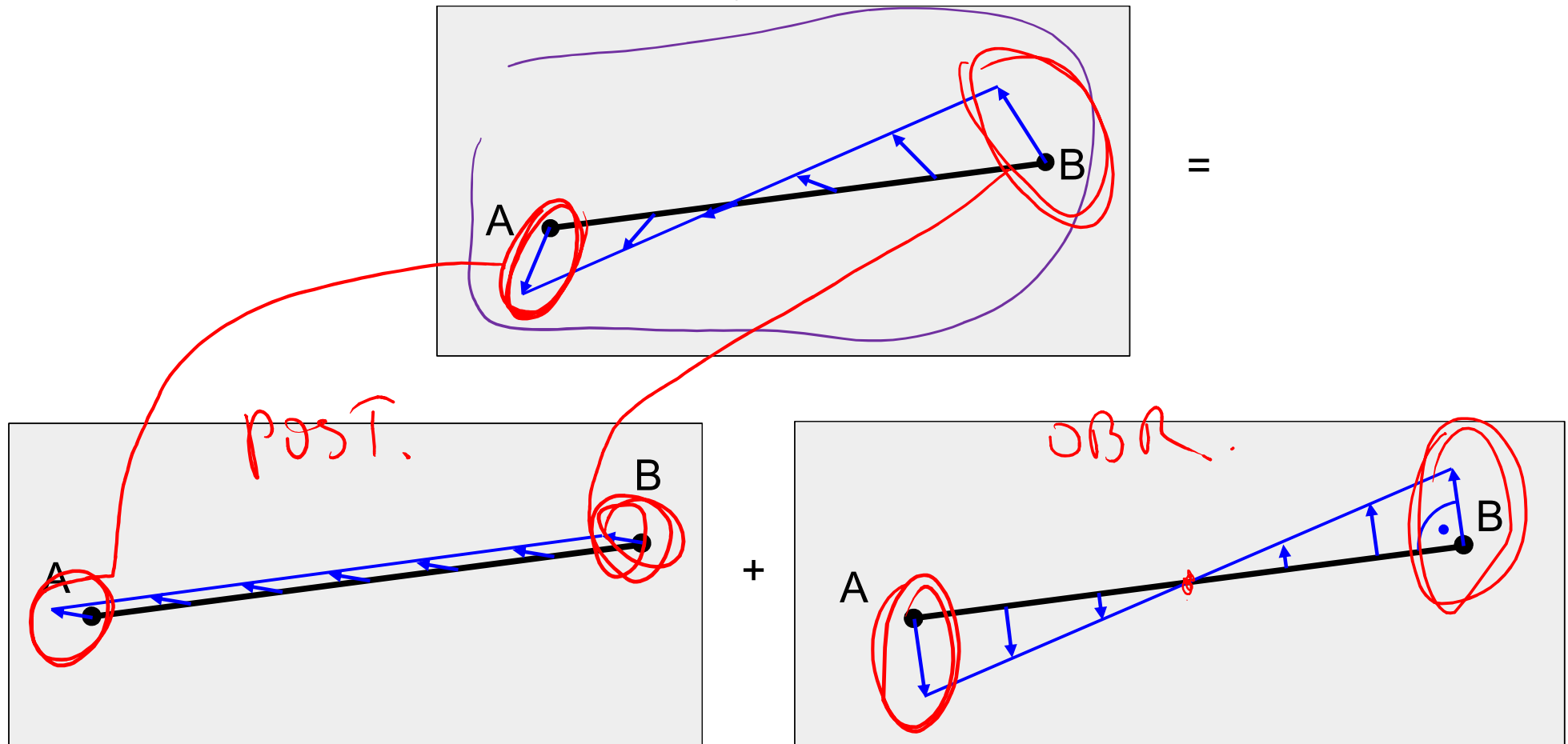
# Metoda rozkładu prędkości

*Dowolny ruch płaski bryły sztywnej możemy przedstawić za pomocą sumy ruchu postępowego i obrotowego.*

# Metoda rozkładu prędkości

*Dowolny ruch płaski bryły sztywnej możemy przedstawić za pomocą sumy ruchu postępowego i obrotowego.*

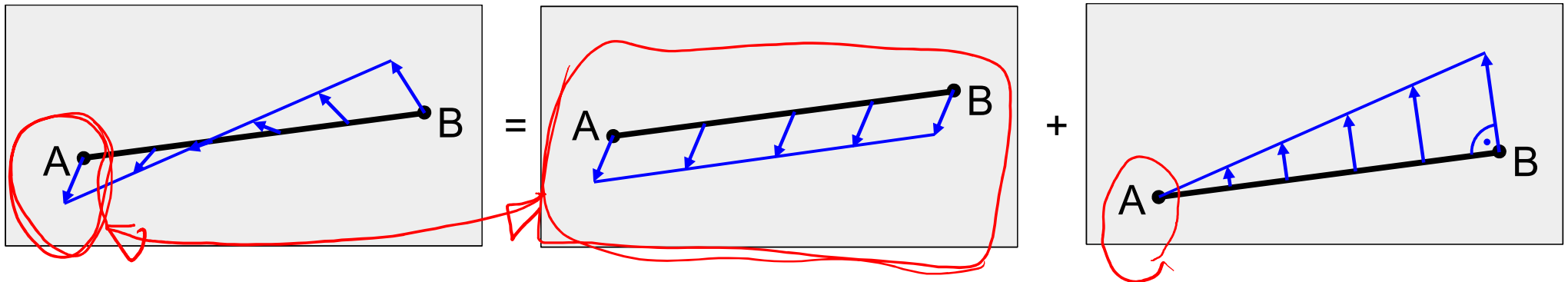
Przykład 1



# Metoda rozkładu prędkości

*Dowolny ruch płaski bryły sztywnej możemy przedstawić za pomocą sumy ruchu postępowego i obrotowego.*

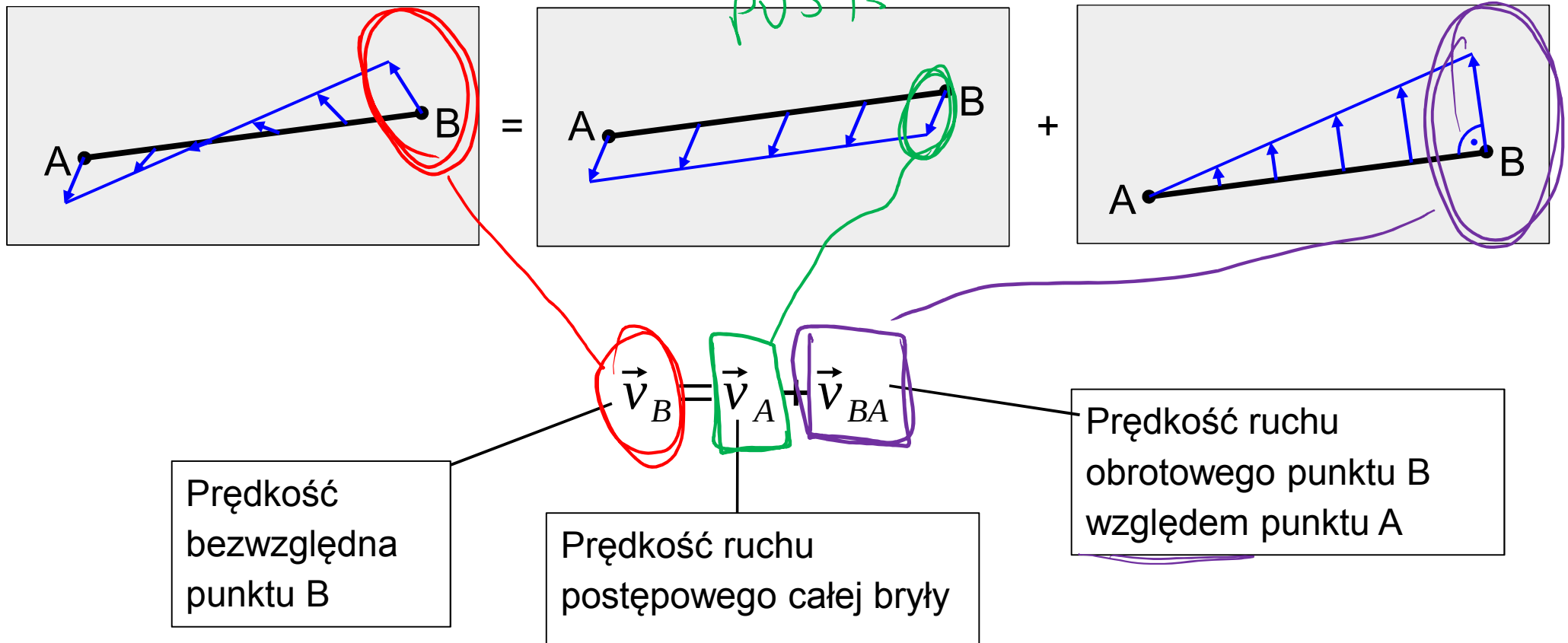
## Przykład 2



# Metoda rozkładu prędkości

*Dowolny ruch płaski bryły sztywnej możemy przedstawić za pomocą sumy ruchu postępowego i obrotowego.*

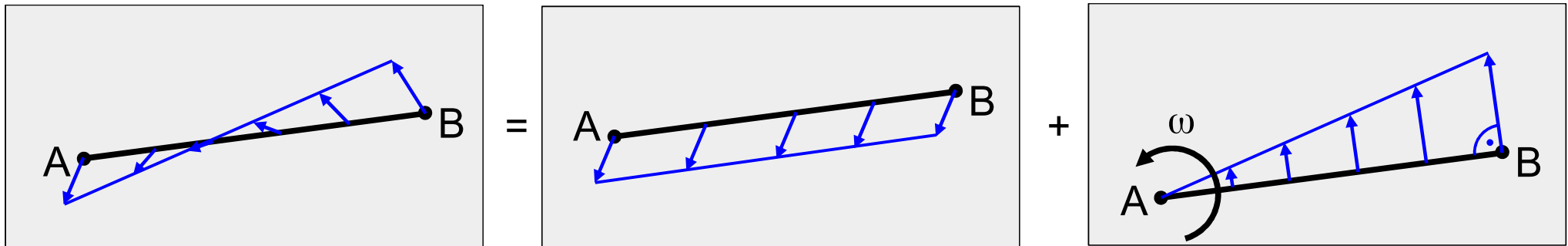
## Przykład 2



# Metoda rozkładu prędkości

*Dowolny ruch płaski bryły sztywnej możemy przedstawić za pomocą sumy ruchu postępowego i obrotowego.*

## Przykład 2



Prędkość  
bezwzględna  
punktu B

Prędkość ruchu  
postępowego całej bryły

Prędkość ruchu  
obrotowego punktu B  
względem punktu A

$$\vec{v}_{BA} = \vec{\omega} \times \vec{AB}$$