Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych
POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Teoria maszyn i podstawy automatyki

semestr zimowy 2019/2020

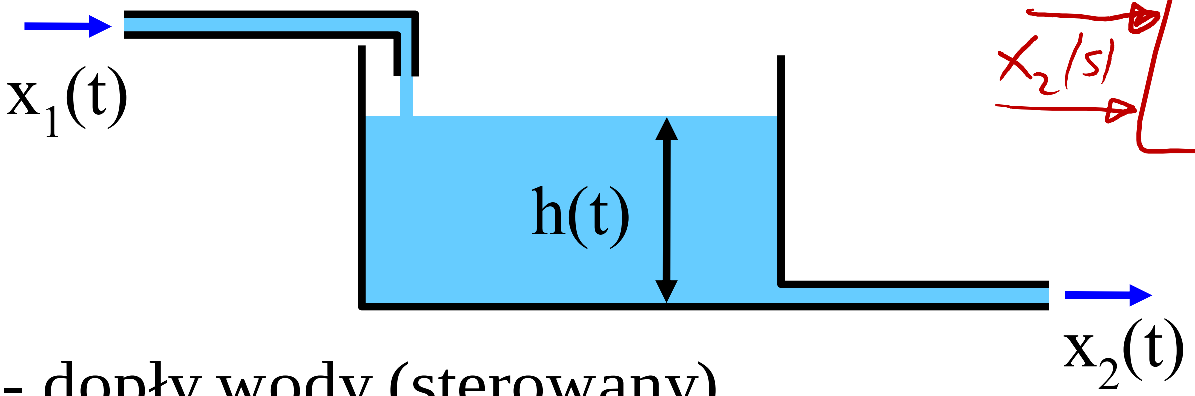
dr inż. Sebastian Korczak

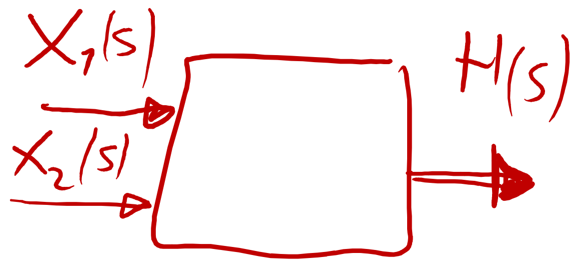
Wykład 12

Przykłady ze sterowania.
Regulator PID.
Metoda Zieglera-Nicholsa.
Stabilność.

Przykład

Sterowanie poziomem wody





$x_1(t)[m^3/s]$ - dopły wody (sterowany)

$x_2(t)[m^3/s]$ - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

$v(t)[m^3]$ - objętość wody w zbiorniku

$h(t)[m]$ - poziom wody w zbiorniku

$A[m^2]$ - pole powierzchni przekroju zbiornika prostopadłościennego

$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

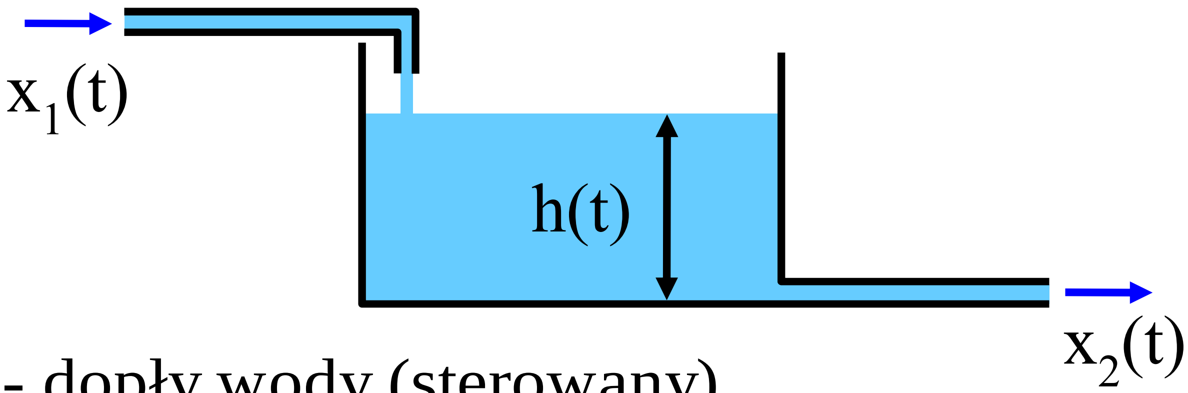
$$A\frac{dh(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

$$A s H(s) = X_1(s) - X_2(s)$$

$$G(s) = \frac{H(s)}{X_1(s) - X_2(s)}$$

Przykład

Sterowanie poziomem wody



$x_1(t)[m^3/s]$ - dopływ wody (sterowany)

$x_2(t)[m^3/s]$ - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

$v(t)[m^3]$ - objętość wody w zbiorniku

$h(t)[m]$ - poziom wody w zbiorniku

$A[m^2]$ - pole powierzchni przekroju zbiornika prostopadłościennego

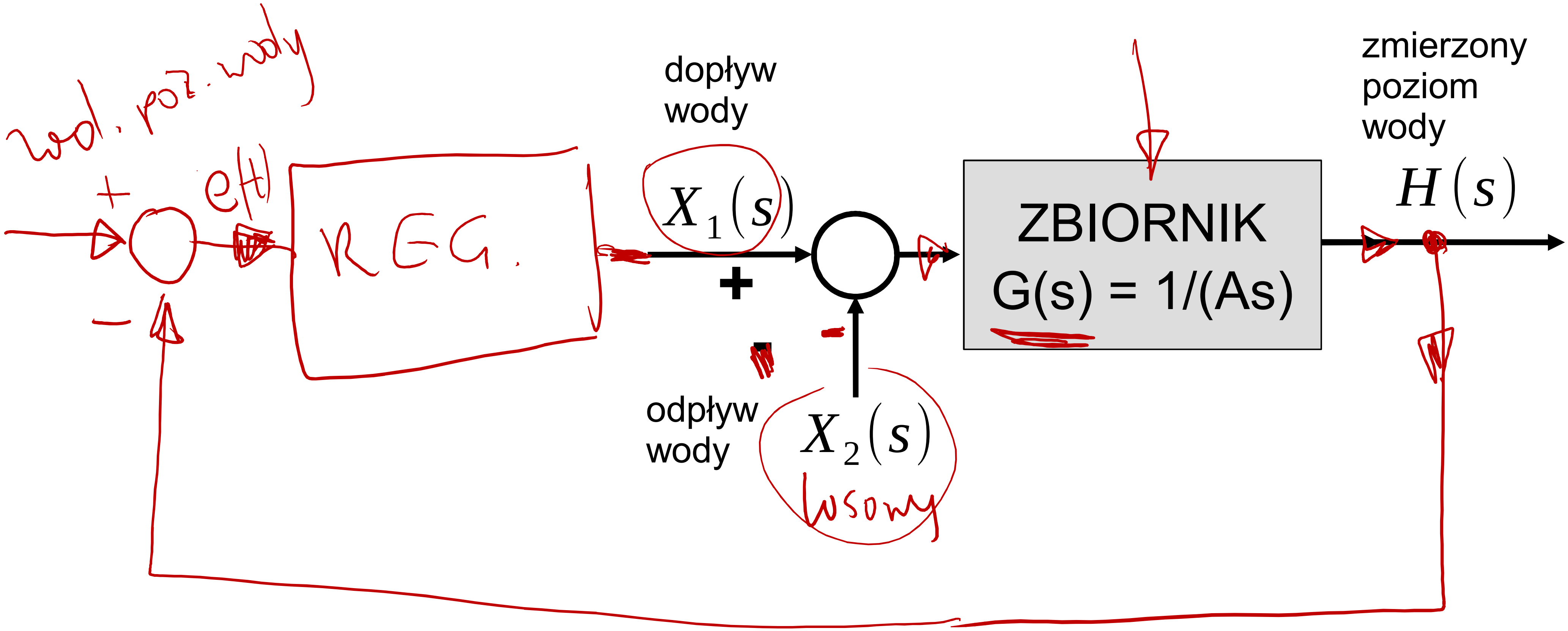
$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

$$G(s) = \frac{H(s)}{X_1(s) - X_2(s)} = \frac{1}{As}$$

$$A\frac{dh(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

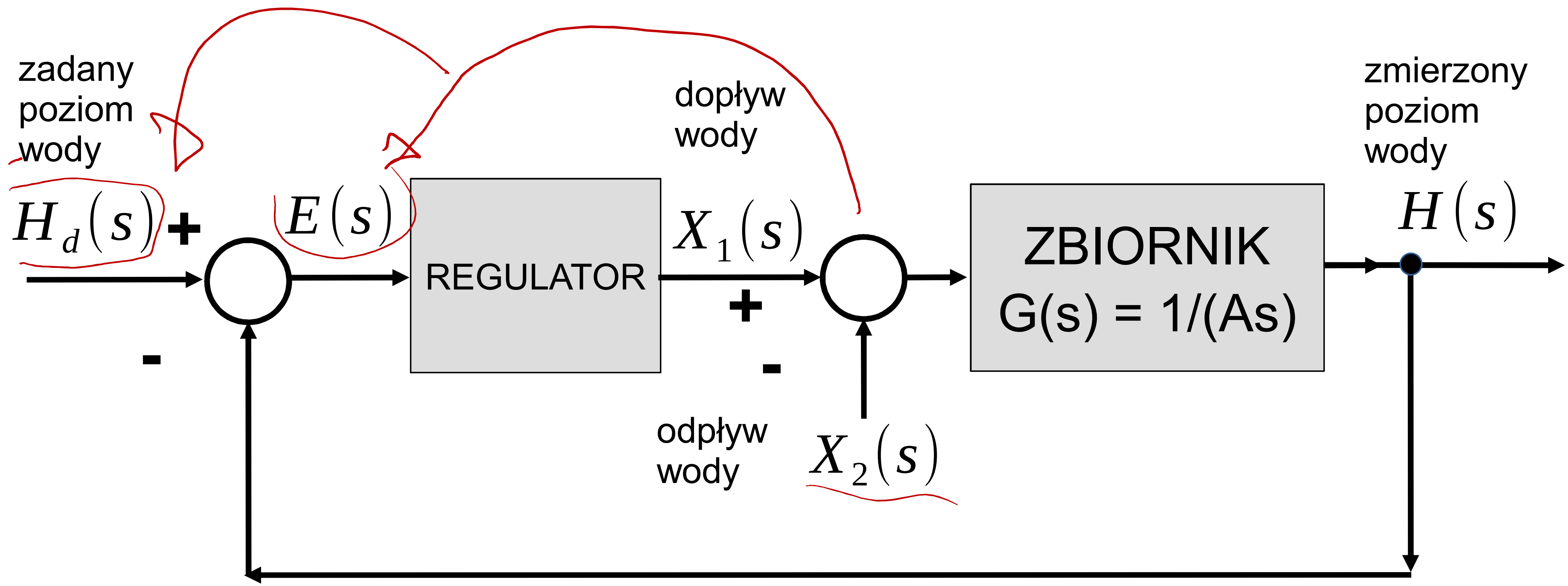
Przykład

Sterowanie poziomem wody



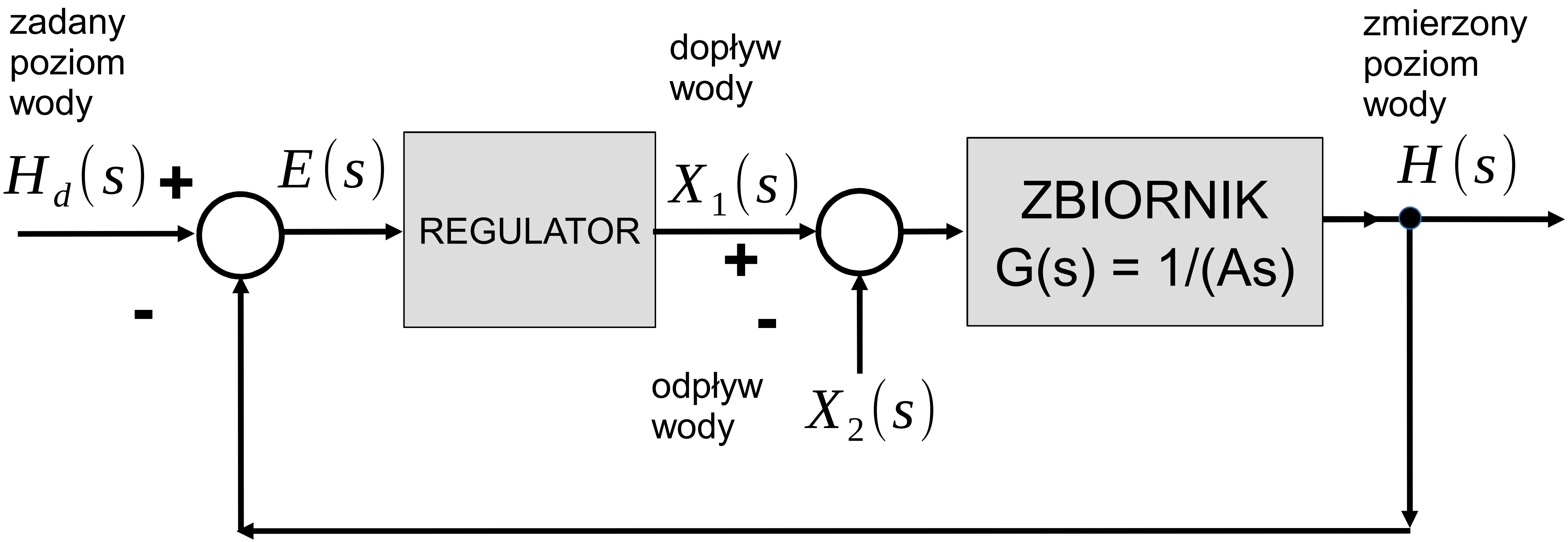
Przykład

Sterowanie poziomem wody



Przykład

Sterowanie poziomem wody



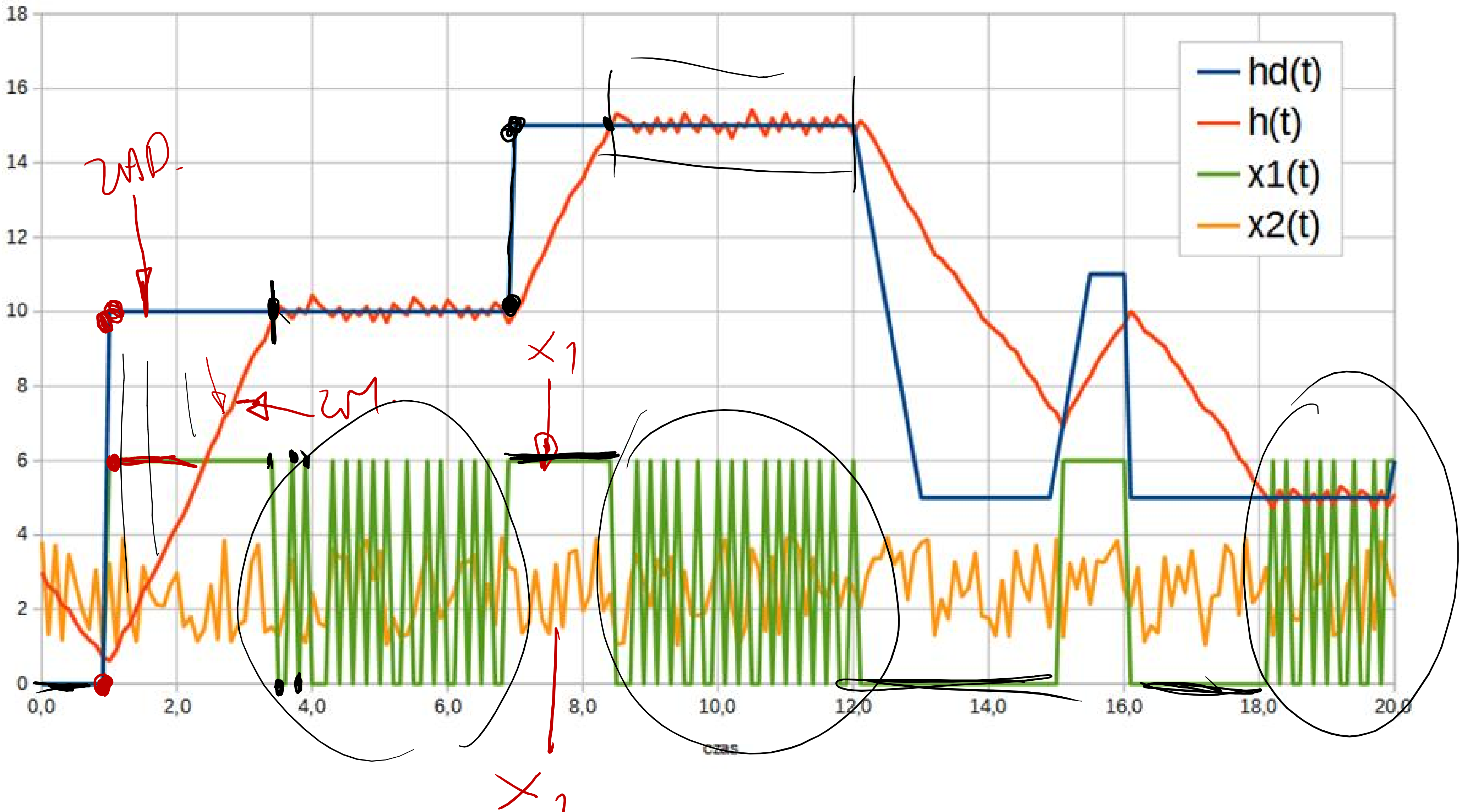
Proponowane regulatory:

- idealny dwustanowy
- dwustanowy z histerezą
- proporcjonalny

Przykład

Sterowanie poziomem wody

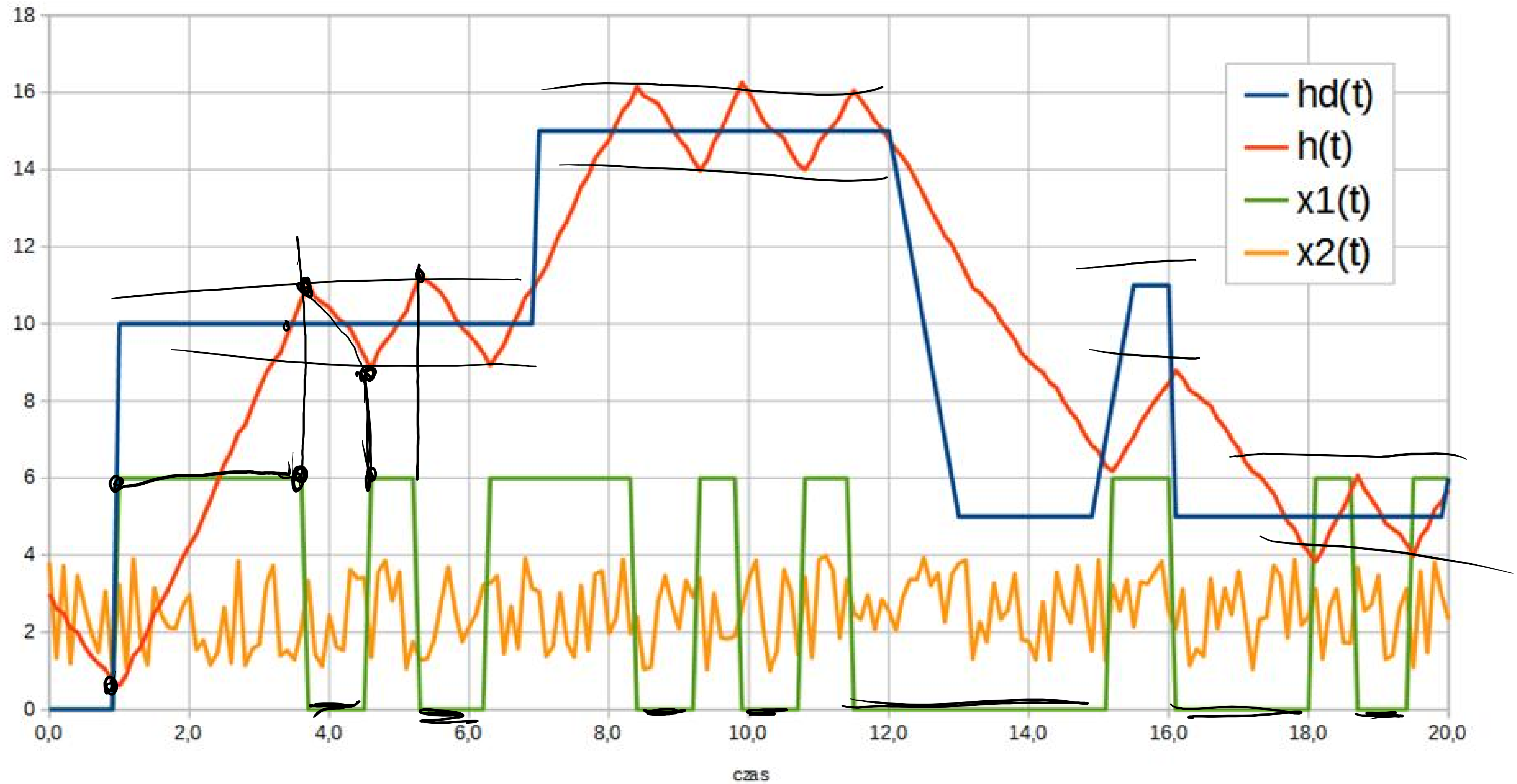
regulator idealny dwustanowy



Przykład

Sterowanie poziomem wody

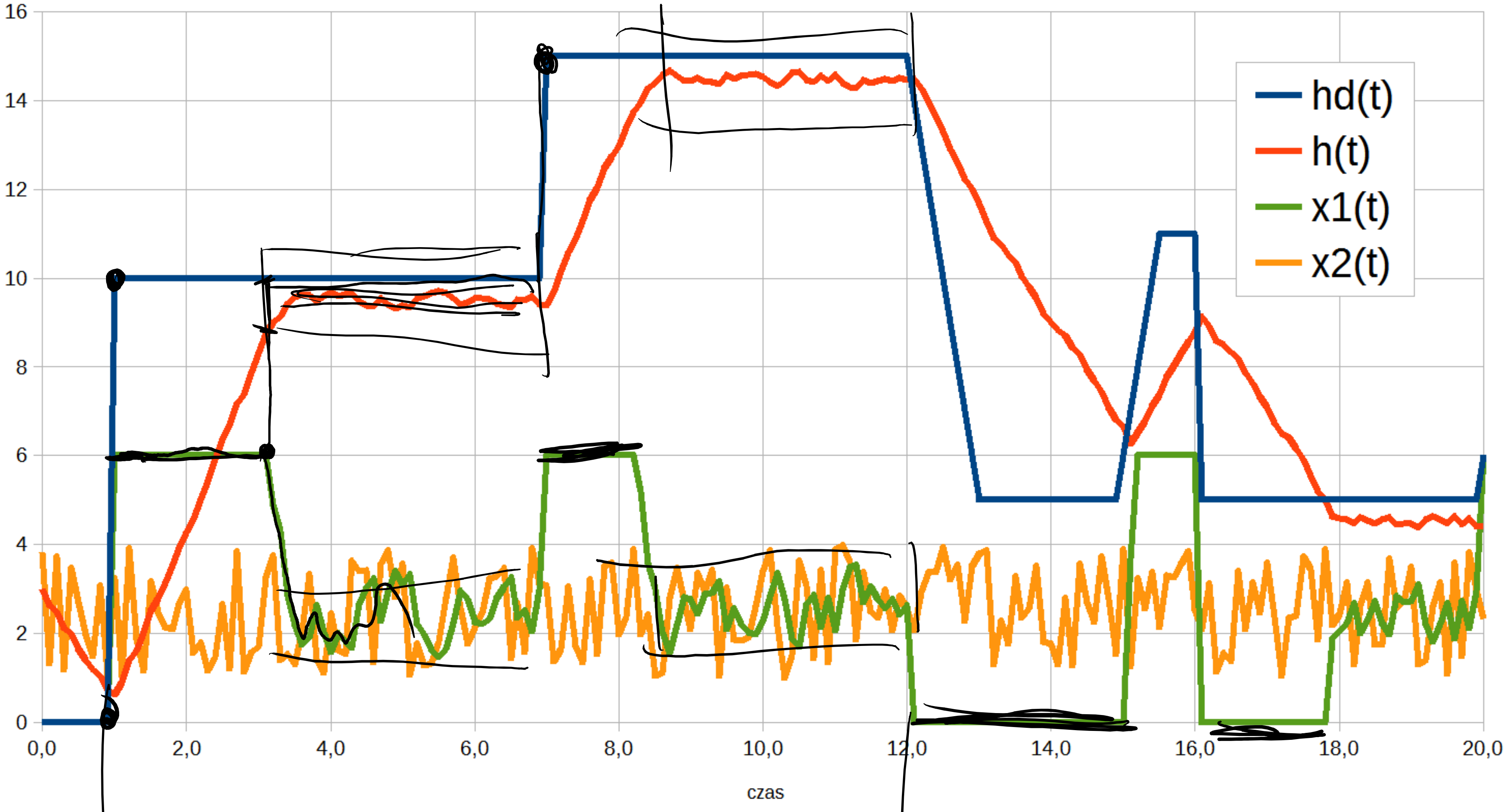
regulator dwustanowy z histerezą



Przykład

Sterowanie poziomem wody

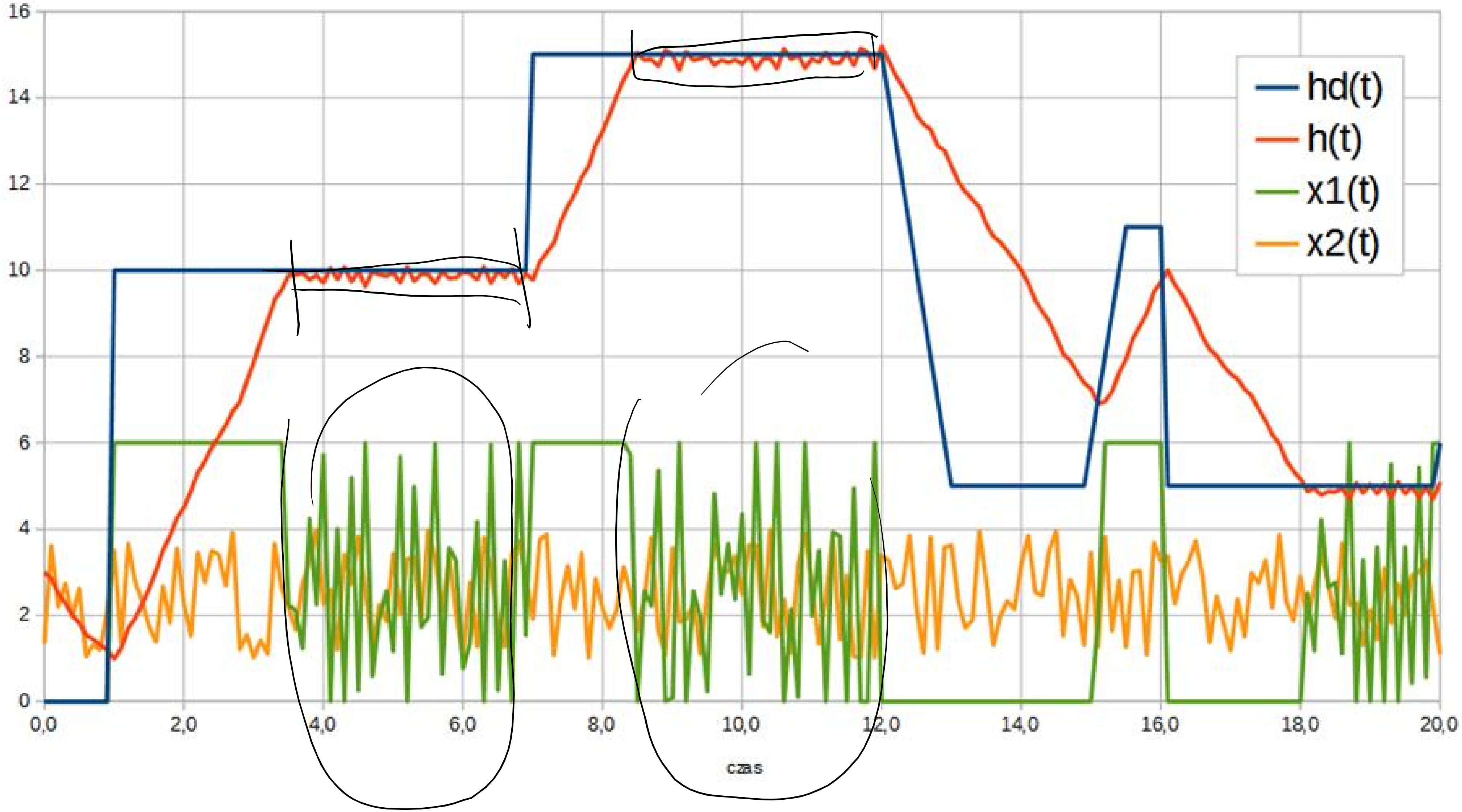
regulator proporcjonalny (małe wzmocnienie k_P)



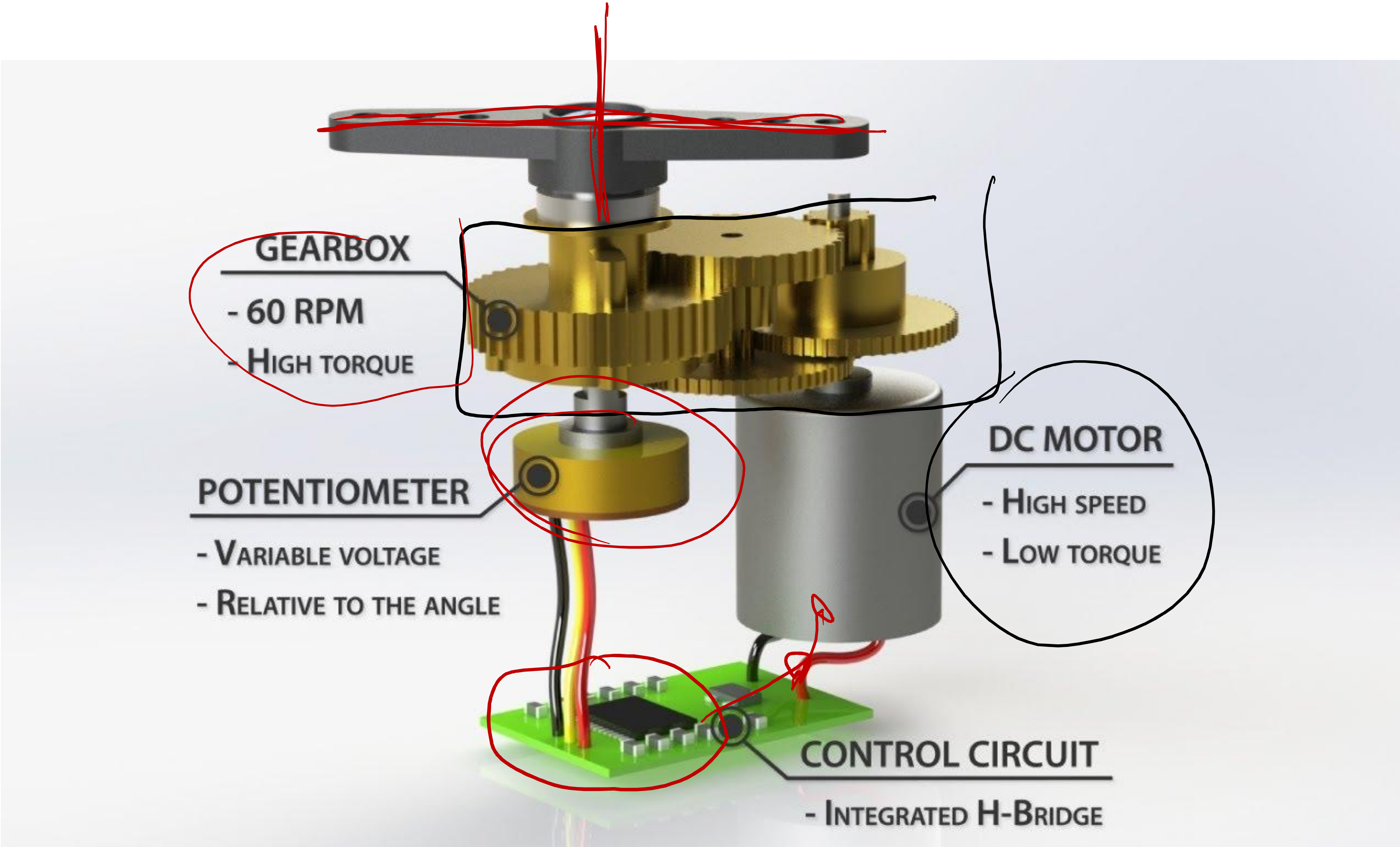
Przykład

Sterowanie poziomem wody

regulator proporcjonalny (duże wzmocnienie k_P)

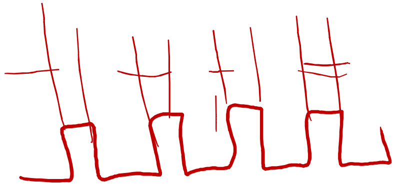


Sterowanie kątem obrotu (serwomotor)

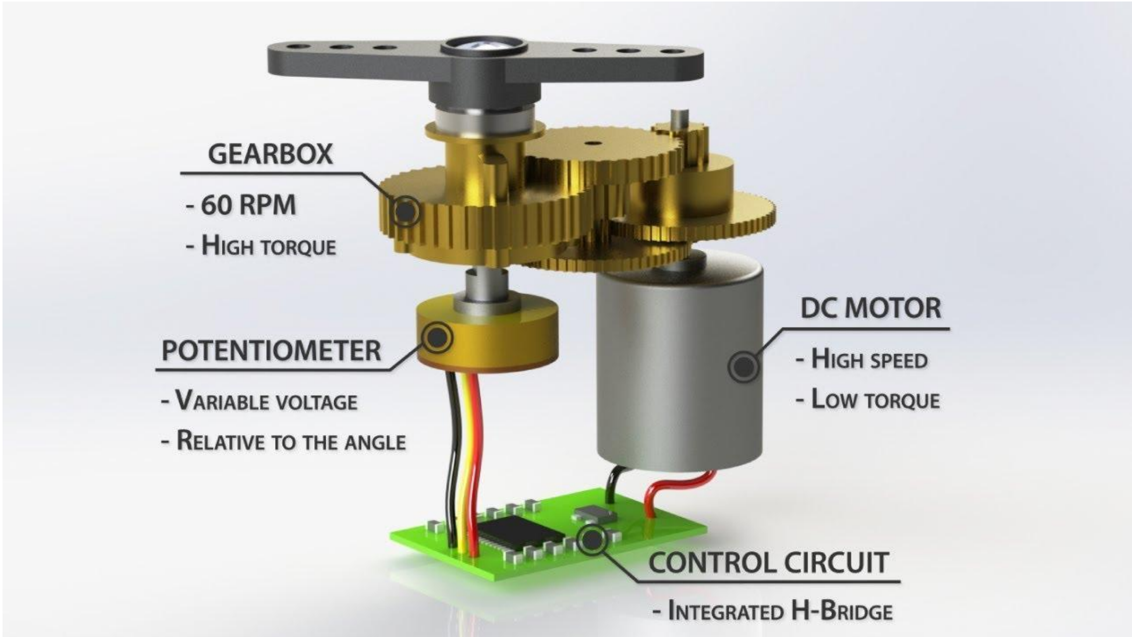


źródło: https://howtomechatronics.com/how-it-works/how-servo-motors-work-how-to-control-servos-using-arduino/

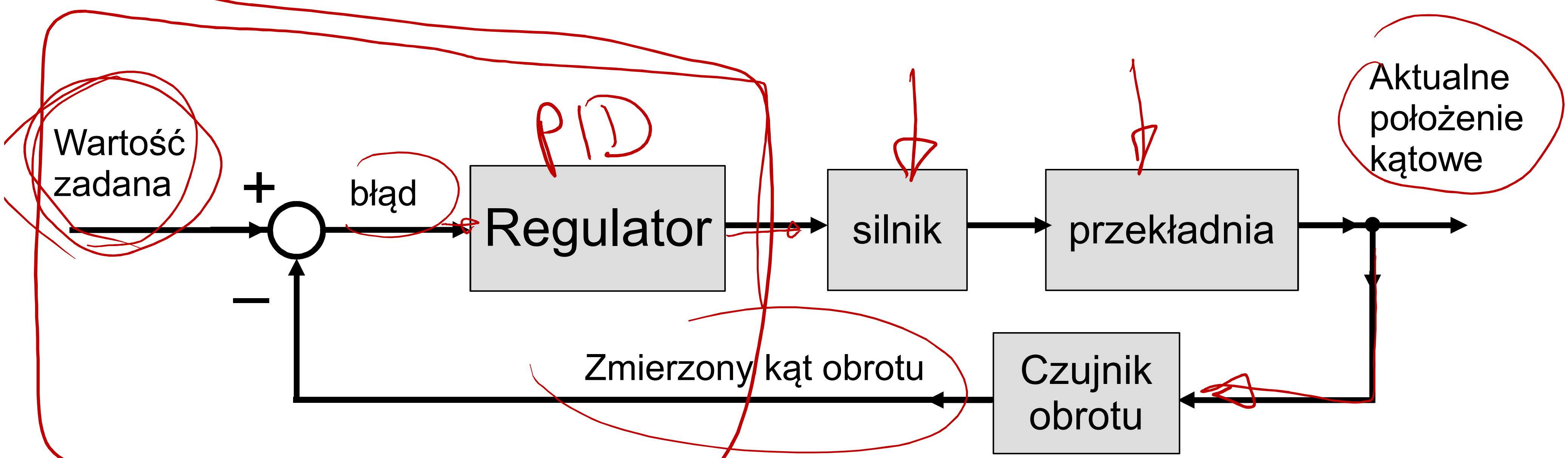
Sterowanie kątem obrotu (serwomotor)



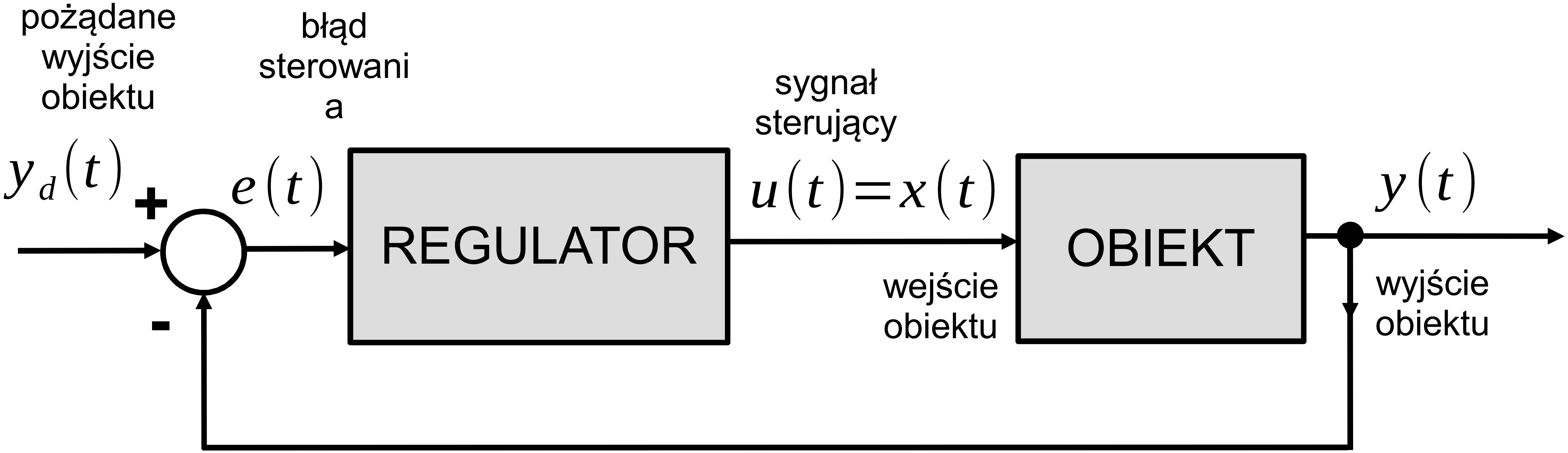
PWM



Źródło: https://howtomechatronics.com/how-it-works/how-servo-motors-work-how-to-control-servos-using-arduino/



Sterowanie w zamkniętej pętli



Transmitancje podstawowych regulatorów

Regulator	Transmitancja
Proporcjonalny (P)	$\boxed{k_P} \in \mathbb{R}_+$
Całkujący (I)	$\frac{1}{T_i s}$ $T_i \in \mathbb{R}_+ [s]$
Różniczkujący idealny (D)	$\boxed{T_d s}$ $T_d \in \mathbb{R}_+ [s]$
Różniczkujący rzeczywisty (D)	$\boxed{\frac{T_d s}{T s+1}}$ $T_d, T \in \mathbb{R}_+ [s]$

Transmitancje podstawowych regulatorów

Regulator	Transmitancja
Proporcjonalno-całkujący (PI)	$k_P\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$
Proporcjonalno-różniczkujący (PD) z różniczkowaniem idealnym	$k_P\left(1+T_d s\right)$

Transmitancje podstawowych regulatorów

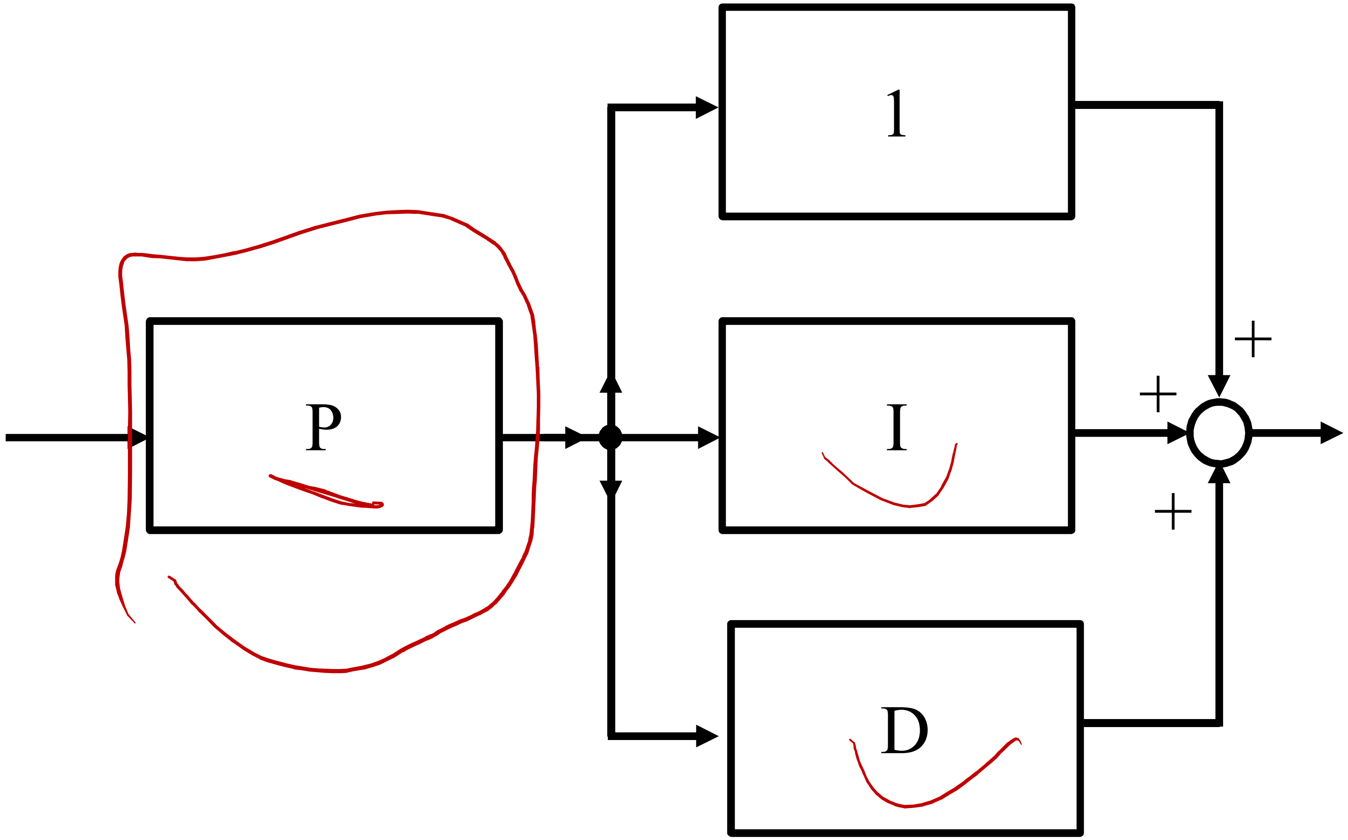
1911 / 1922

Regulator	Transmitancja
Proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID) w postaci standardowej z różniczkowaniem idealnym	$k_P\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right)$
Proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID) w postaci równoległej z różniczkowaniem idealnym	$k_P+k_i\frac{1}{s}+k_d s$

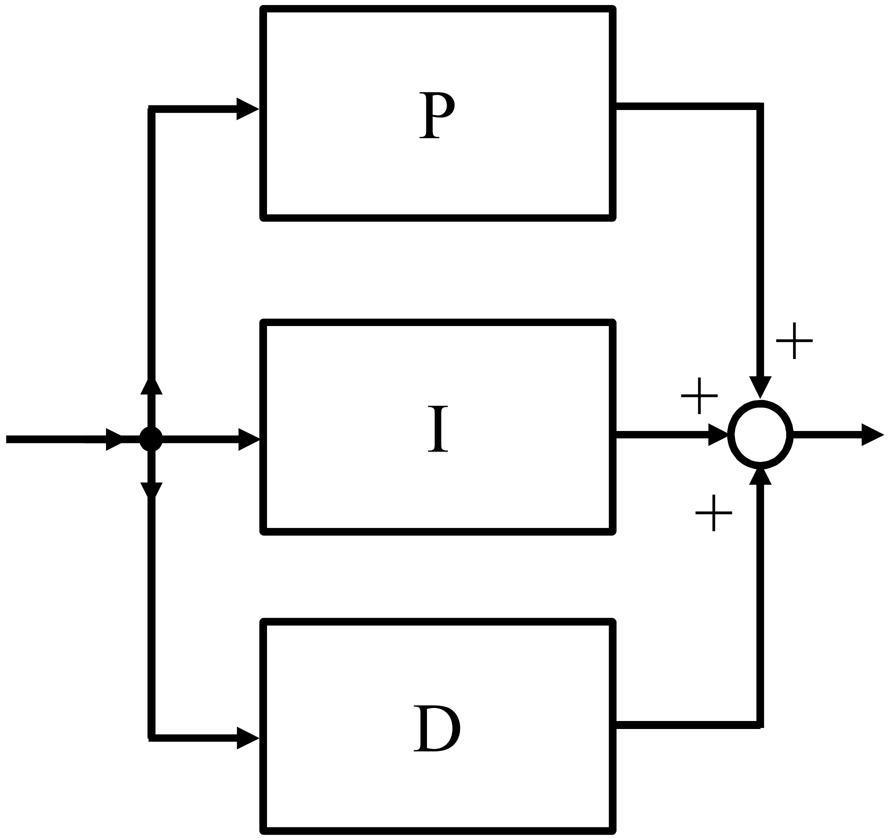
Transmitancje podstawowych regulatorów

Regulator	Transmitancja
Proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID) <u>w postaci standardowej</u> z różniczkowaniem rzeczywistym	$k_P\left(1+\frac{1}{T_i s}+\frac{T_d s}{Ts+1}\right)$
Proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID) <u>w postaci równoległej</u> z różniczkowaniem rzeczywistym	$k_P+k_i\frac{1}{s}+k_d\frac{s}{Ts+1}$

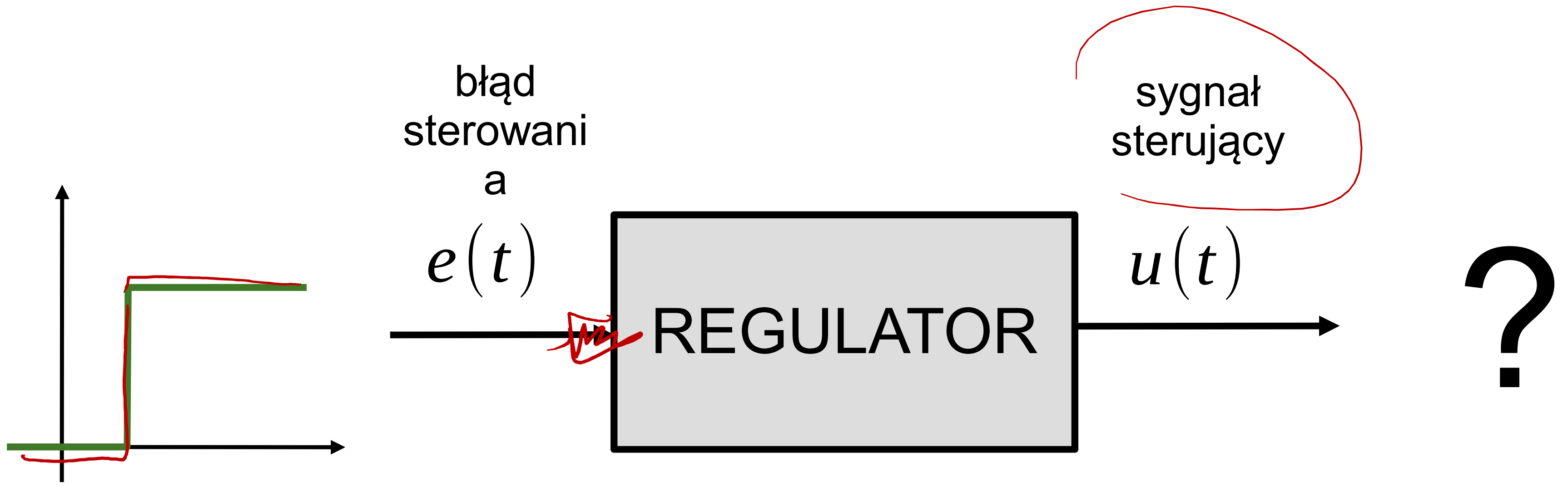
Regulator PID
postać standardowa



Regulator PID
postać równoległa

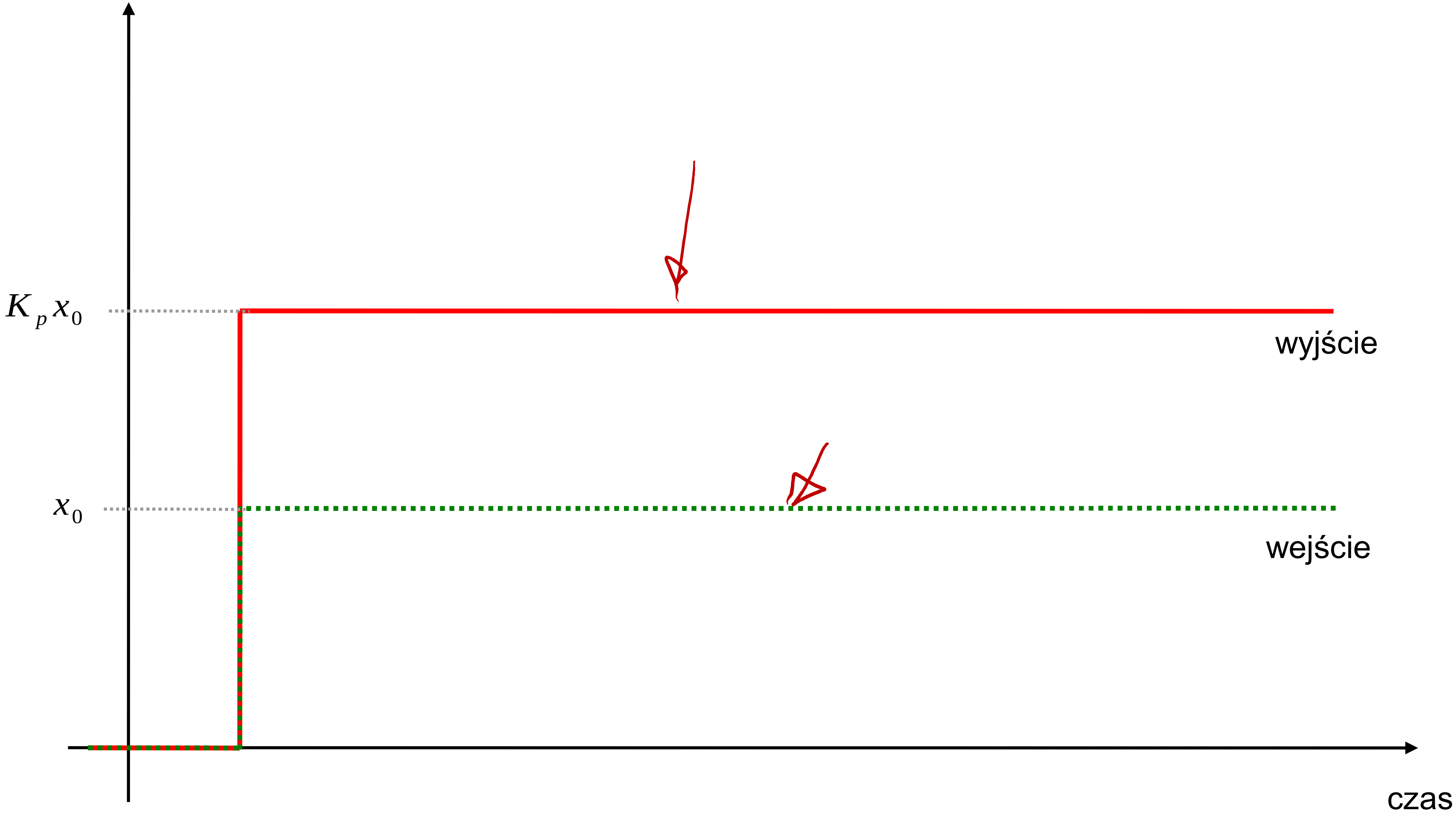


Regulatory - odpowiedzi na wymuszenia skokowe



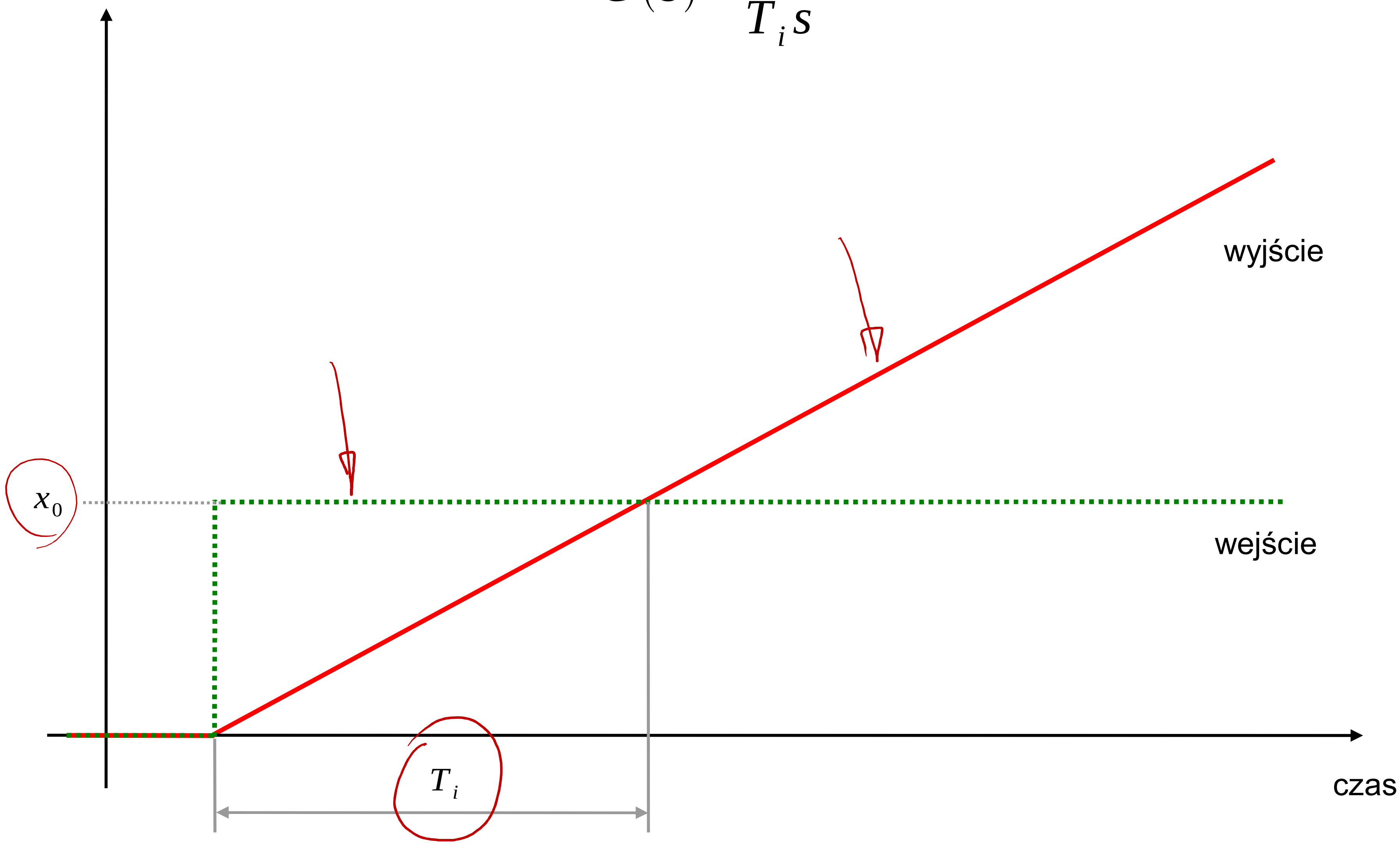
Regulator proporcjonalny (P)

$$G(s) = K_p$$



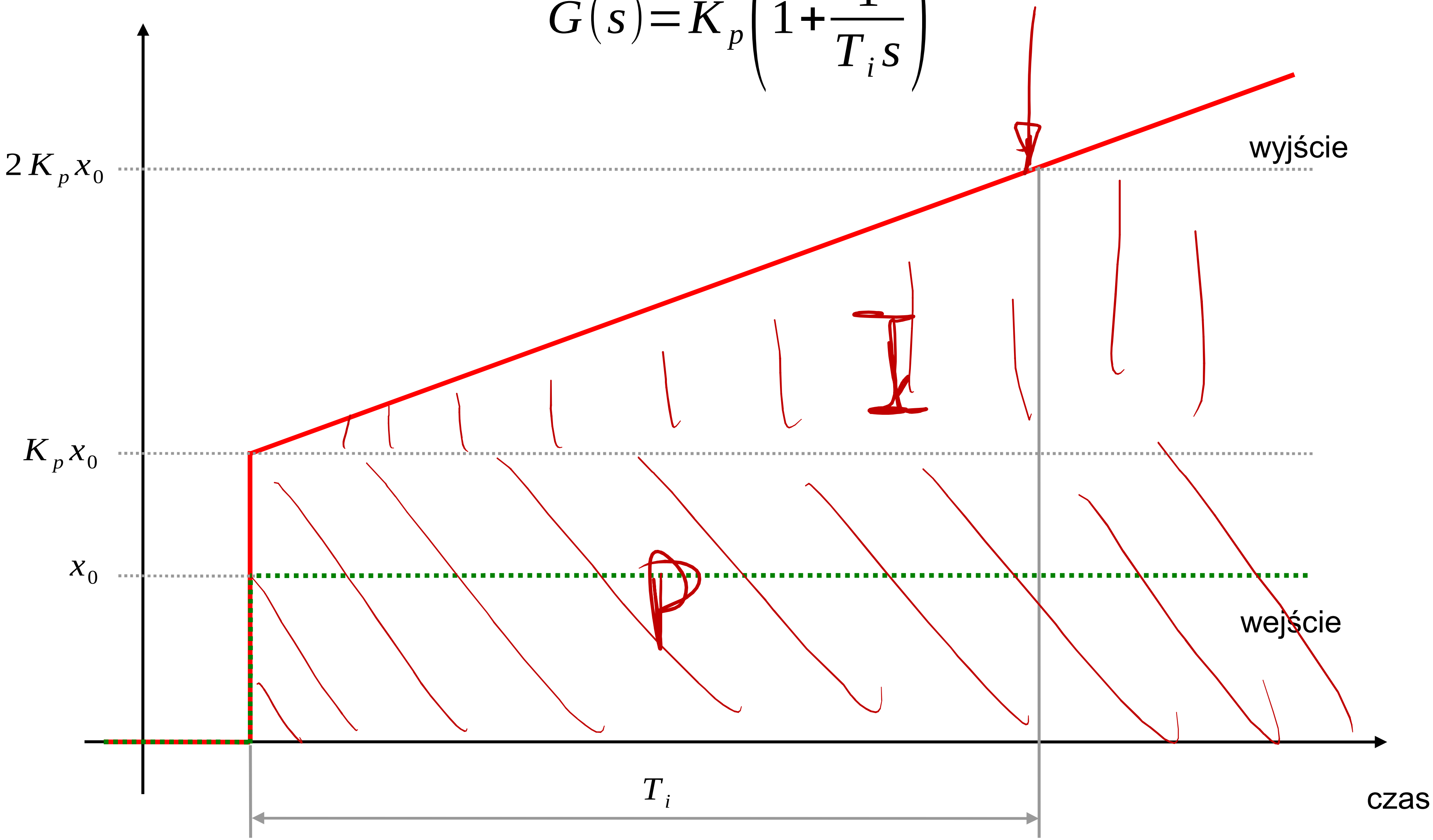
Regulator całkujący (I)

$$G(s)=\frac{1}{T_i s}$$



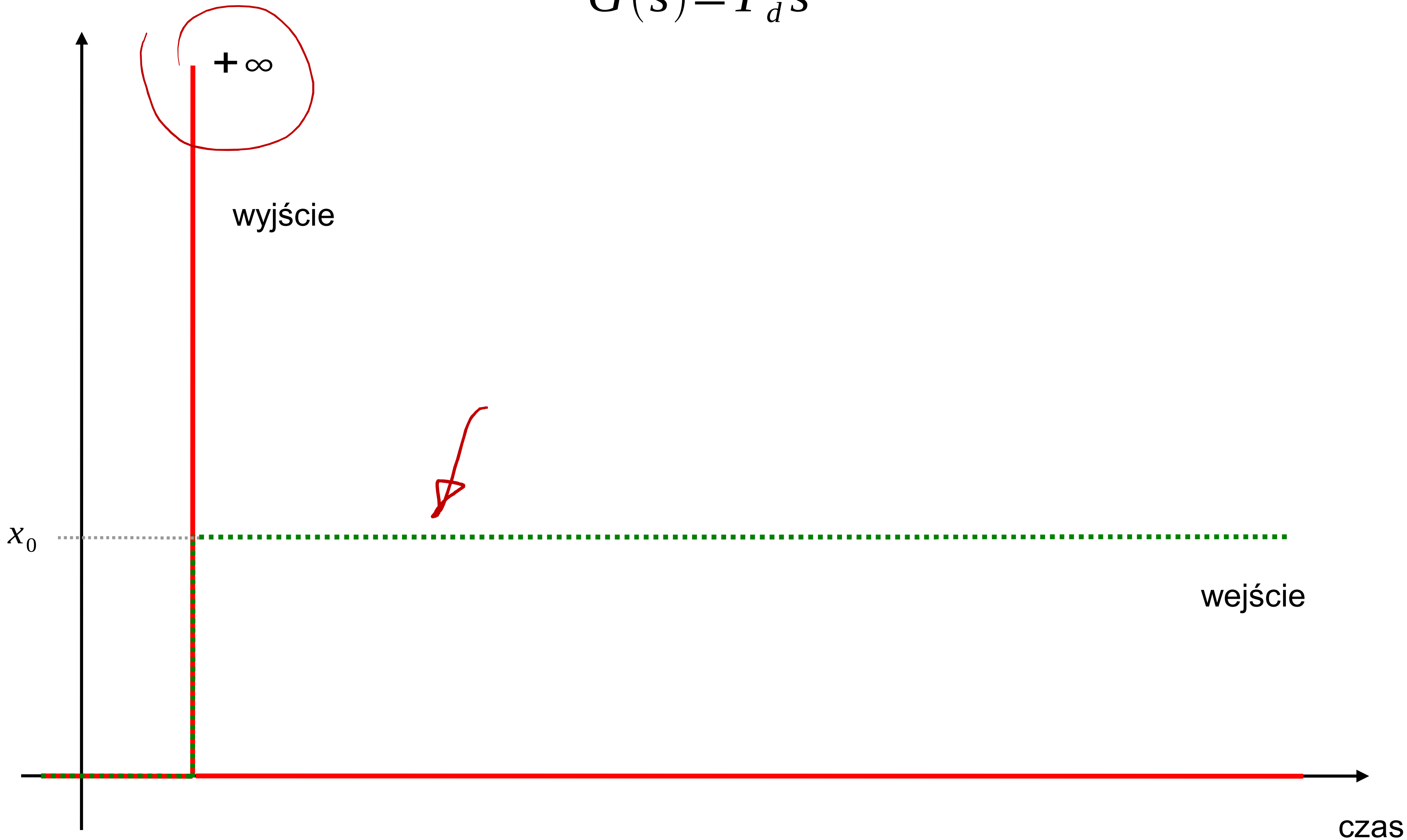
Regulator proporcjonalno-całkujący (PI)

$$G(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$



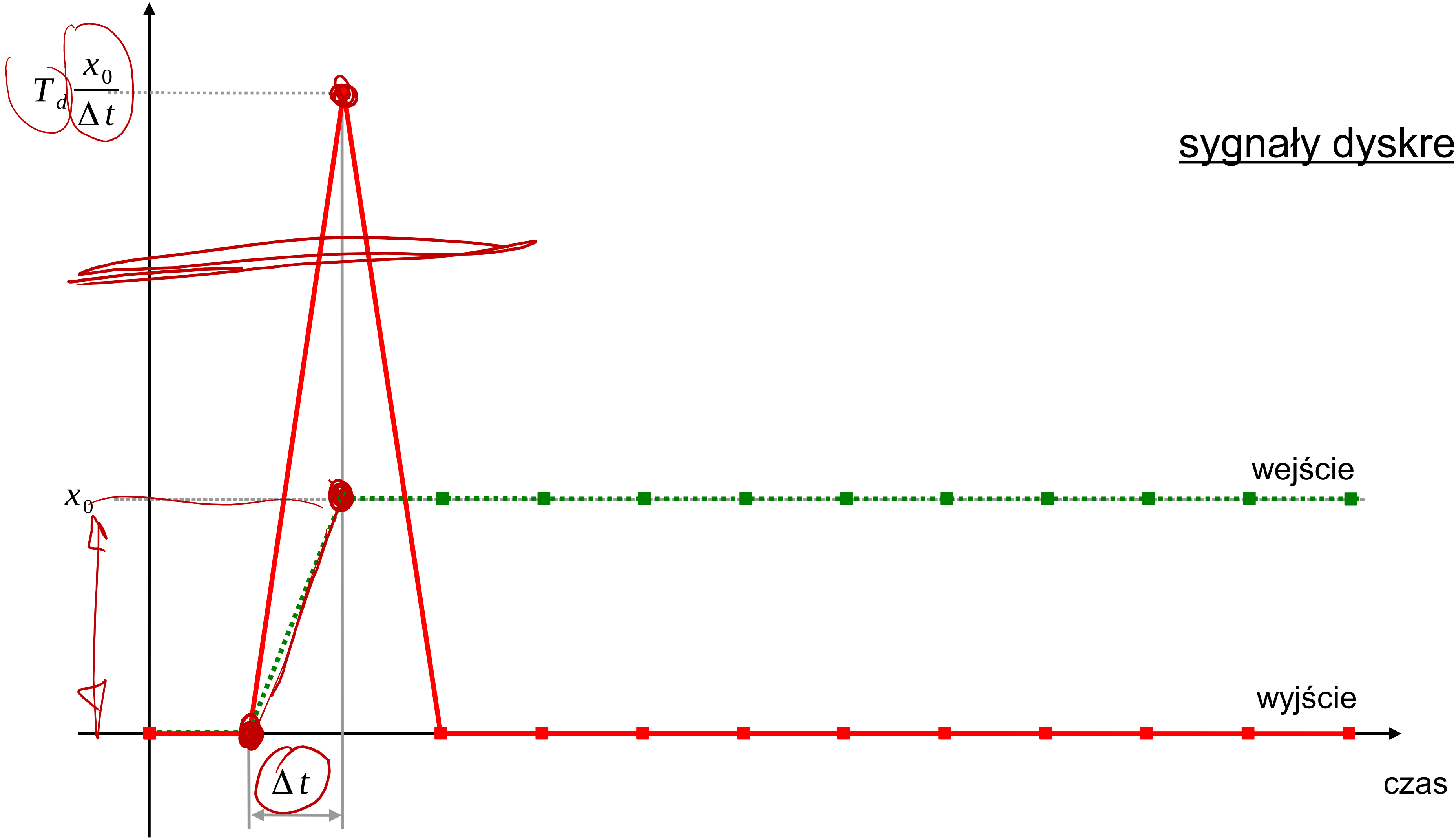
Regulator różniczkujący idealny (D)

$$G(s) = T_d s$$



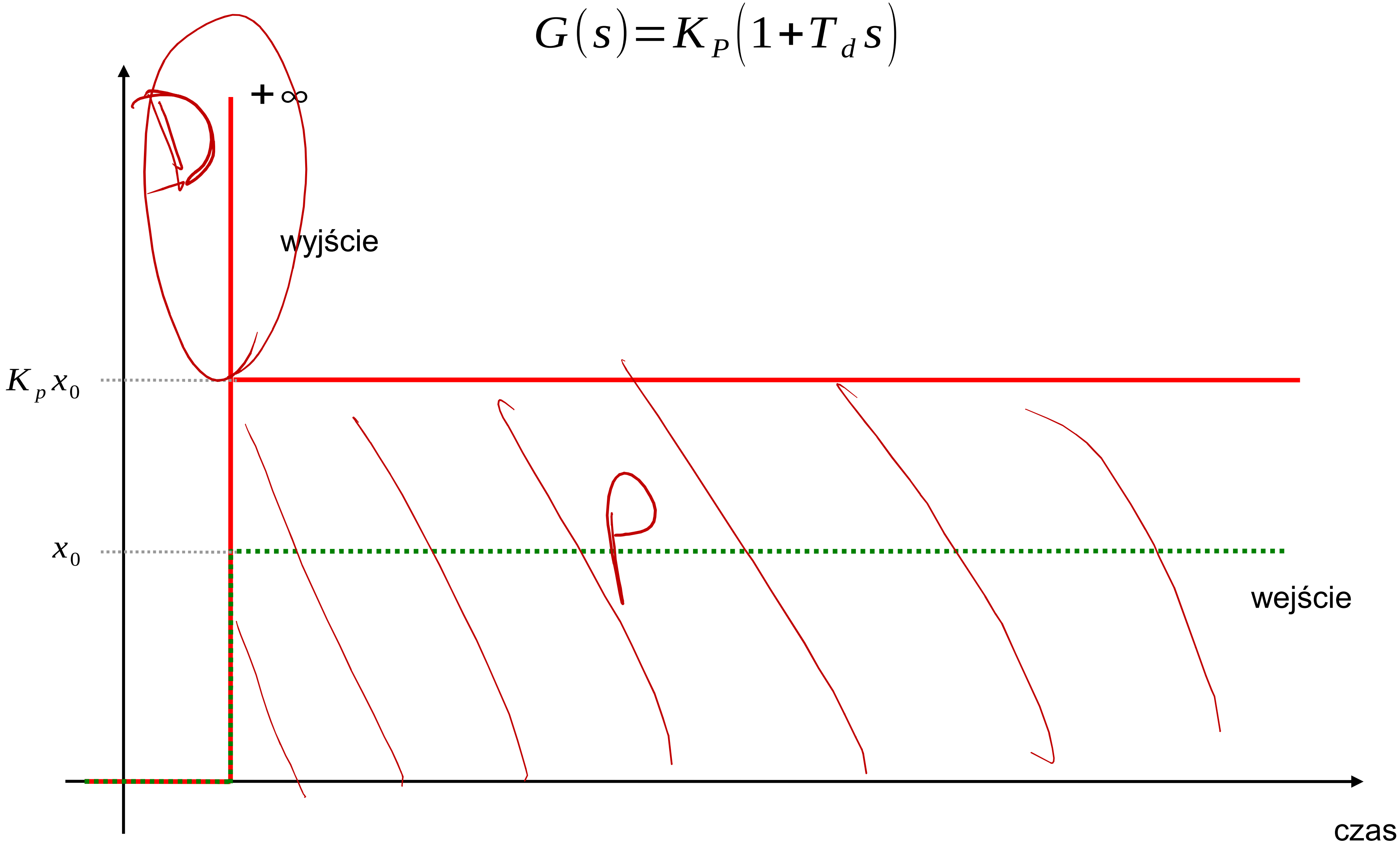
Regulator różniczkujący idealny (D)

$$G(s)=T_d s$$



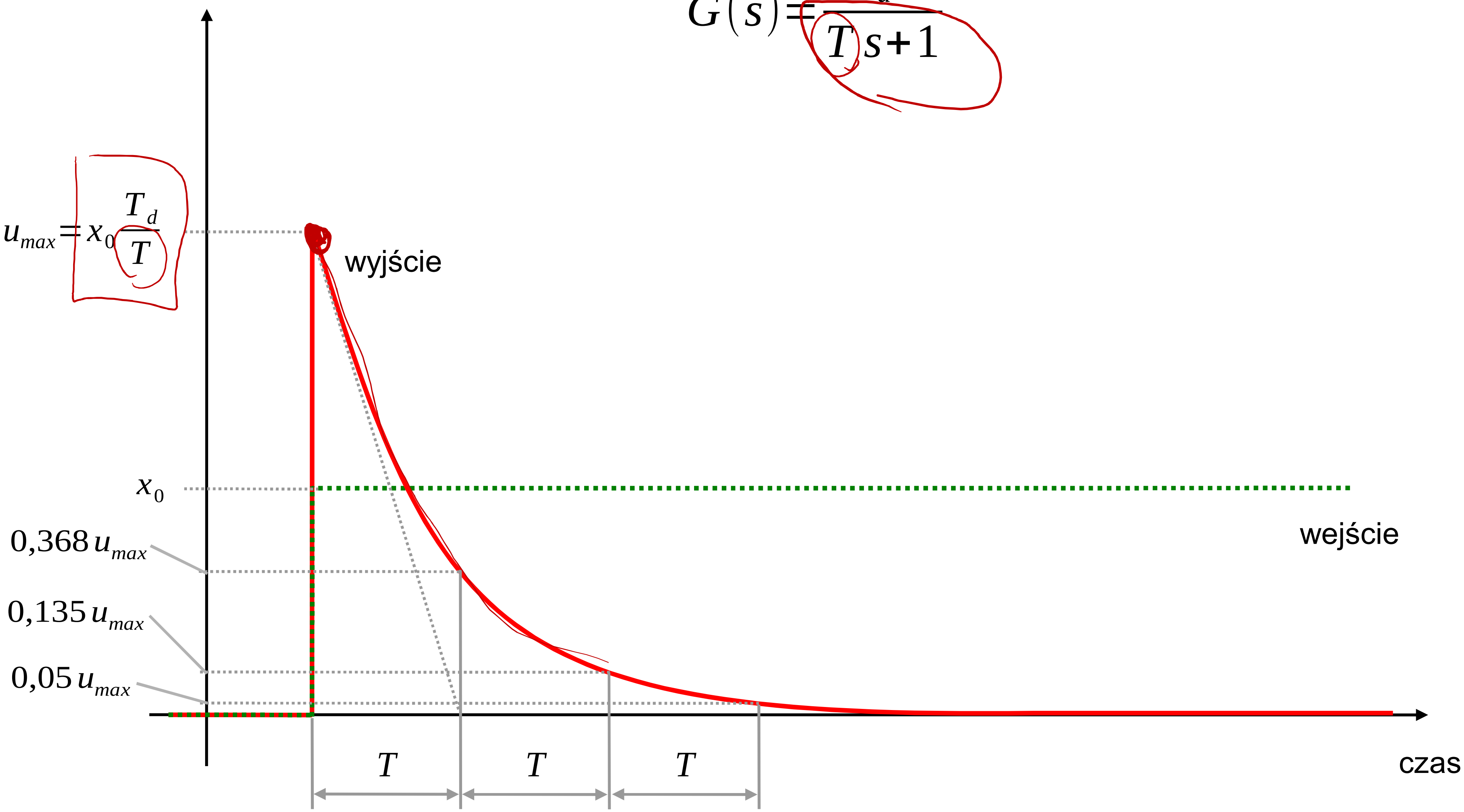
Regulator proporcjonalno-różniczkujący (PD)

$$G(s) = K_P(1 + T_d s)$$



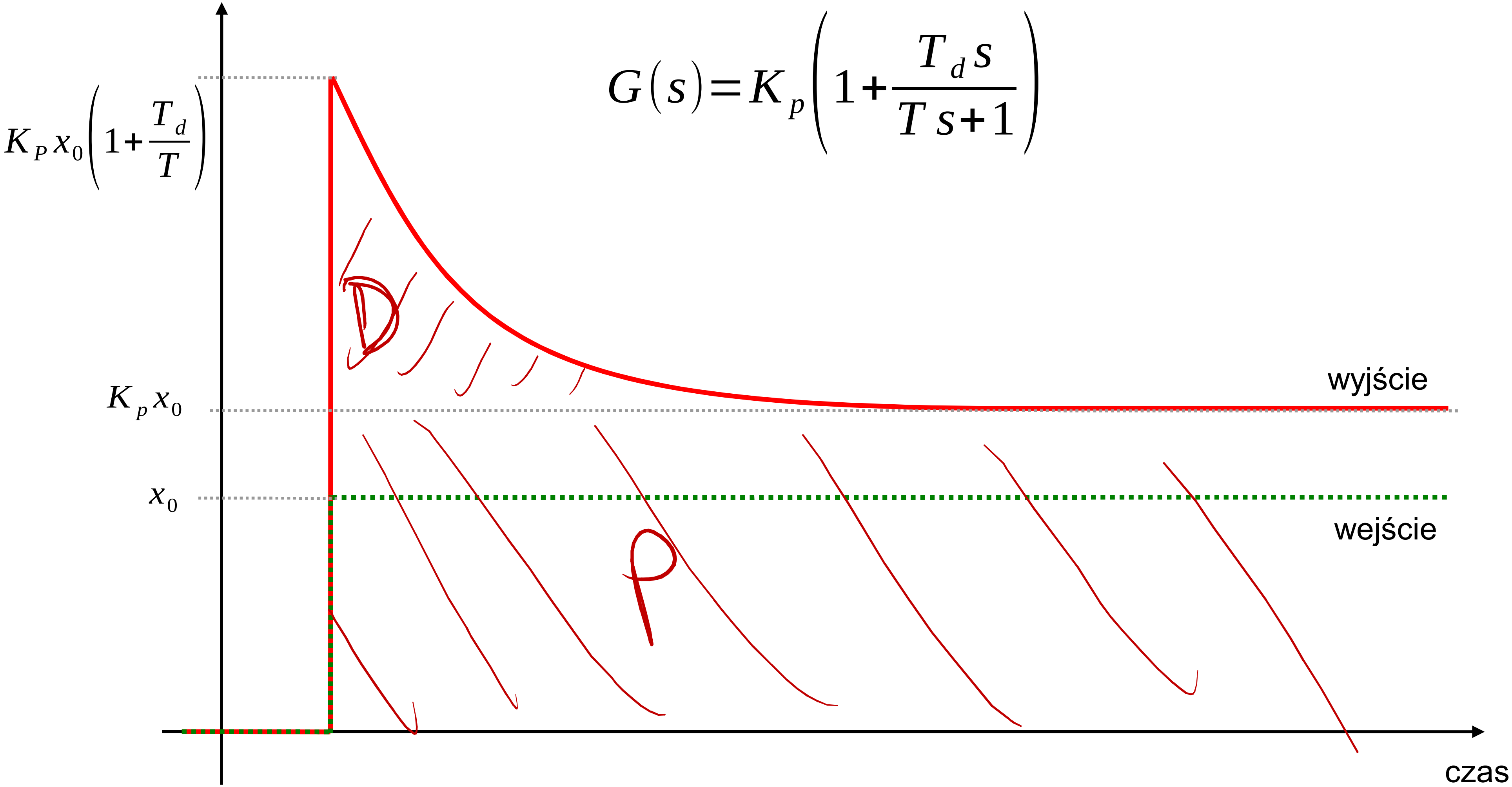
Regulator różniczkujący rzeczywisty (D)

$$G(s) = \frac{T_d s}{T s + 1}$$



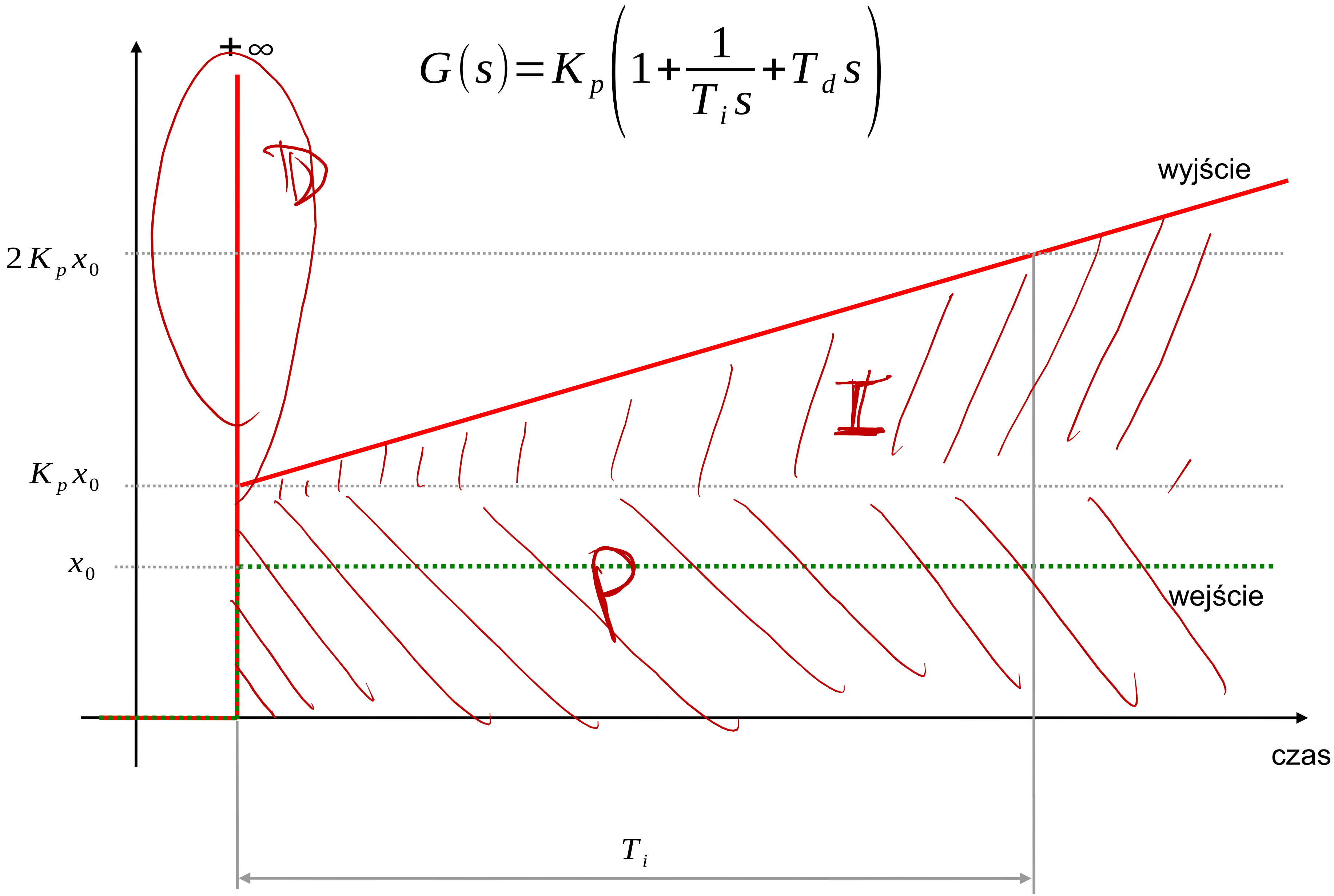
Regulator proporcjonalno-różniczkujący rzeczywisty (PD)

$$G(s) = K_p\left(1 + \frac{T_d s}{T s + 1}\right)$$



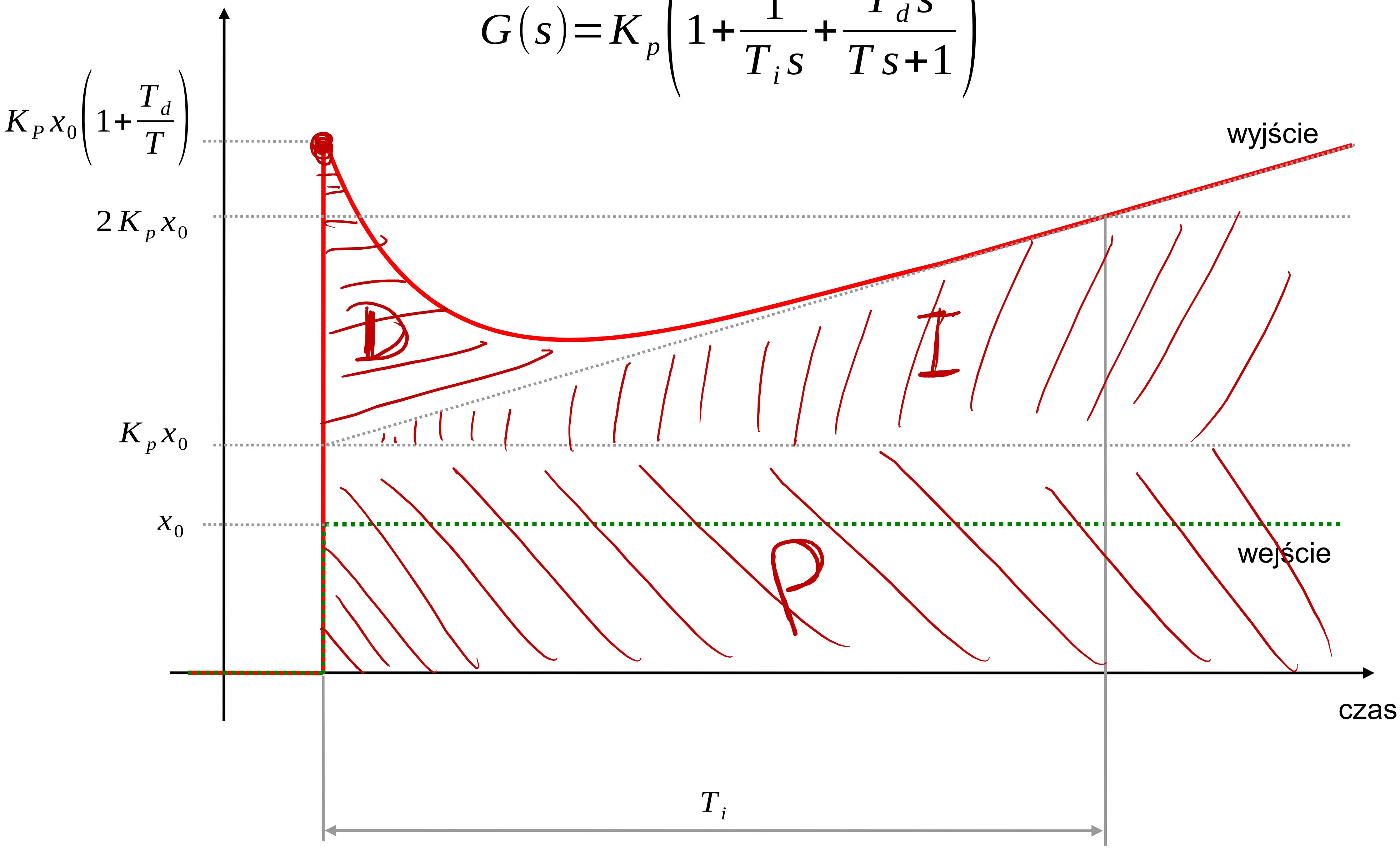
Regulator PID w postaci standardowej z różniczkowaniem idealnym

$$G(s)=K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right)$$



Regulator PID w postaci standardowej z różniczkowaniem rzeczywistym

$$G(s)=K_p\left(1+\frac{1}{T_i s}+\frac{T_d s}{T s+1}\right)$$



regulator PID

charakterystyka działania

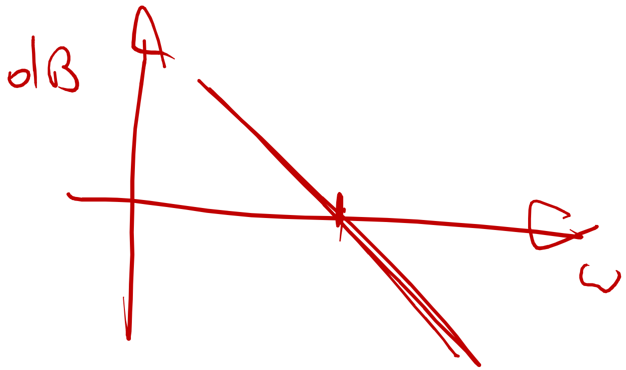
Czynnik proporcjonalny – zazwyczaj niezbędny do działania regulatora, gdyż powoduje generowanie sygnału sterującego zbliżającego wyjście układu do wartości zadanej; zwiększanie jego wartości zazwyczaj zmniejsza błędy sterowania; sygnał sterujący jest uzależniony tylko od aktualnej wartości błędu;

regulator PID

charakterystyka działania

Czynnik proporcjonalny – zazwyczaj niezbędny do działania regulatora, gdyż powoduje generowanie sygnału sterującego zbliżającego wyjście układu do wartości zadanej; zwiększanie jego wartości zazwyczaj zmniejsza błędy sterowania; sygnał sterujący jest uzależniony tylko od aktualnej wartości błędu;

Czynnik całkujący – akumuluje błędy; niezerowy błąd powoduje ciągłą zmianę sygnału sterującego, co zazwyczaj pomaga osiągnąć wartość zadaną; sygnał sterujący jest uzależniony od wcześniejszego przebiegu błędów; występuje problem nasycenia całkowania; wygładza zakłócenia;



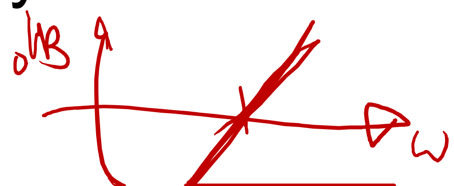
regulator PID

charakterystyka działania

Czynnik proporcjonalny – zazwyczaj niezbędny do działania regulatora, gdyż powoduje generowanie sygnału sterującego zbliżającego wyjście układu do wartości zadanej; zwiększanie jego wartości zazwyczaj zmniejsza błędy sterowania; sygnał sterujący jest uzależniony tylko od aktualnej wartości błędu;

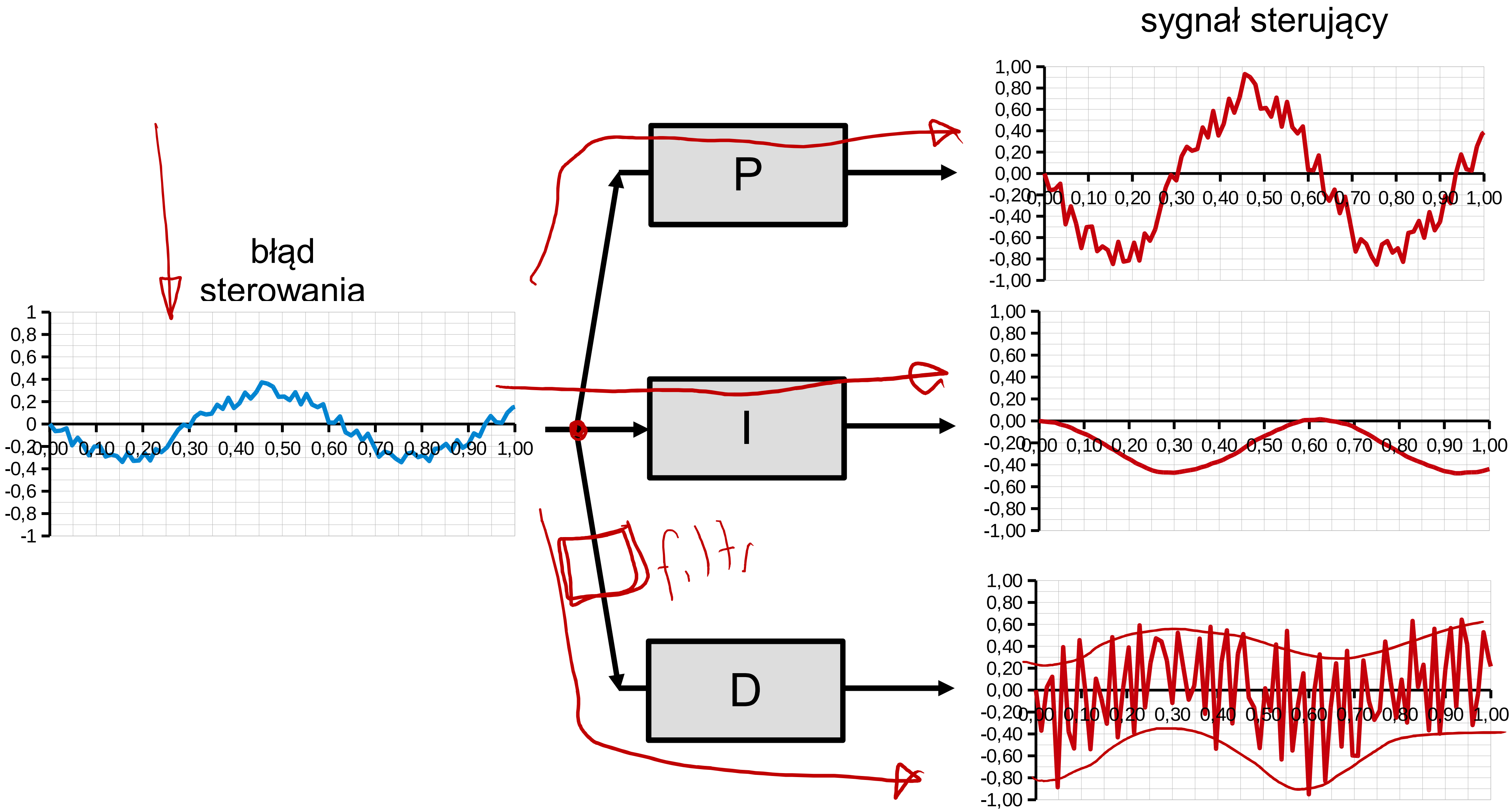
Czynnik całkujący – akumuluje błędy; niezerowy błąd powoduje ciągłą zmianę sygnału sterującego, co zazwyczaj pomaga osiągnąć wartość zadaną; sygnał sterujący jest uzależniony od wcześniejszego przebiegu błędów; występuje problem nasycenia całkowania; wygładza zakłócenia;

Czynnik różniczkujący – reaguje na zmiany wartości błędu; przy stałym błędzie generuje zerowy sygnał sterujący; sygnał sterujący wynika z trendu przyszłego błędu; czynnik bardzo podatny na zakłócenia;



regulator PID

Wpływ zakłóceń i błędów pomiaru na sygnał sterujący



regulator PID

problem nasycenia całkowania (*integral windup*)

Po dużej zmianie wartości zadanej czynnik całkujący może wygenerować bardzo duży sygnał sterujący na skutek długiego akumulowania błędu. Sygnał ten może wręcz osiągnąć maksymalną dopuszczalną wartość. Sygnał sterujący będzie tak duży dopóki wartość zakumulowanego błędu nie zacznie spadać, a to ma miejsce dopiero po osiągnięciu przeciwnego znaku błędu. Działanie układu sterowania jest zatem przez długi czas zablokowane, co niekorzystnie wpływa na zachowanie układu.

regulator PID

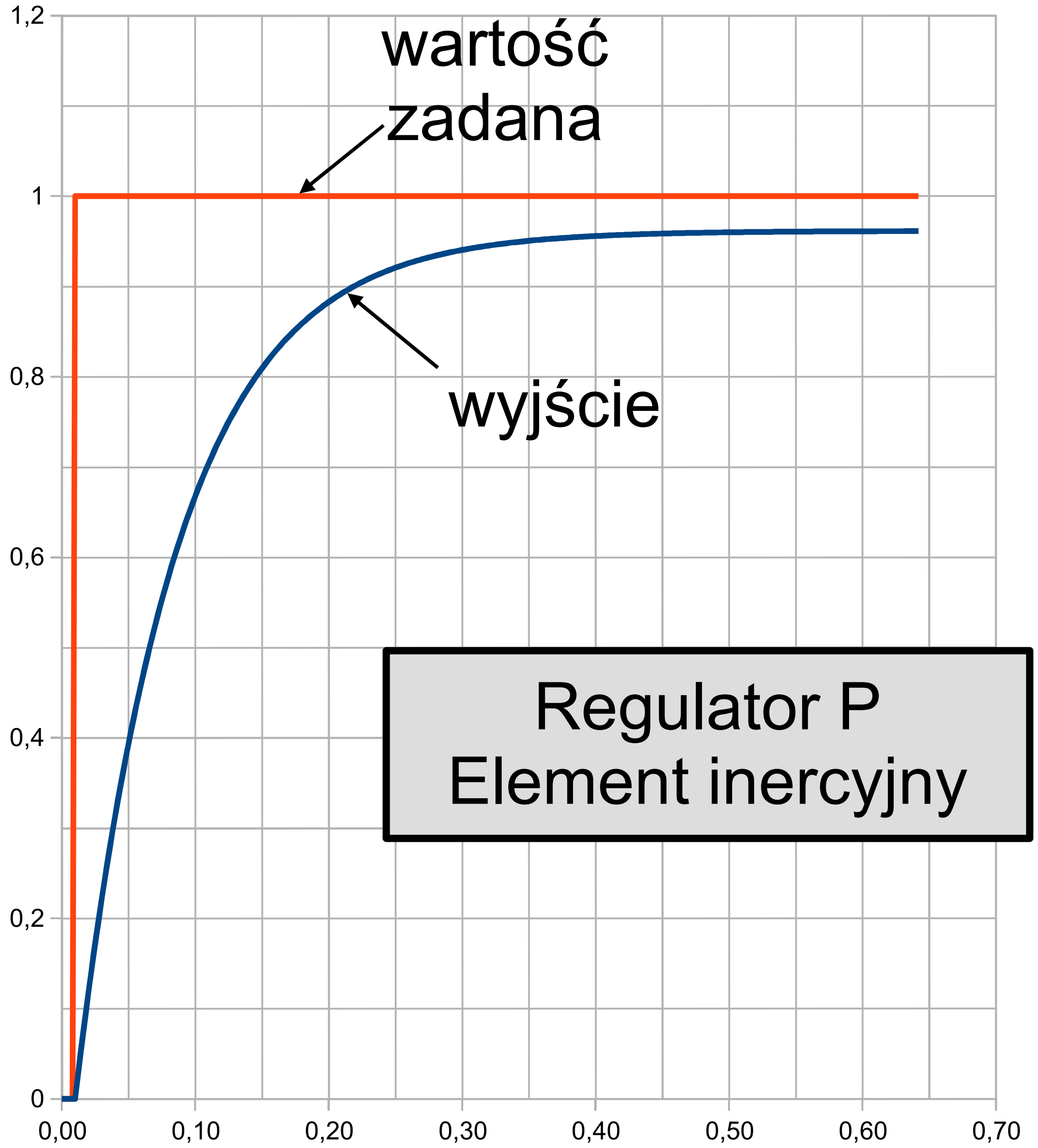
problem nasycenia całkowania (*integral windup*)

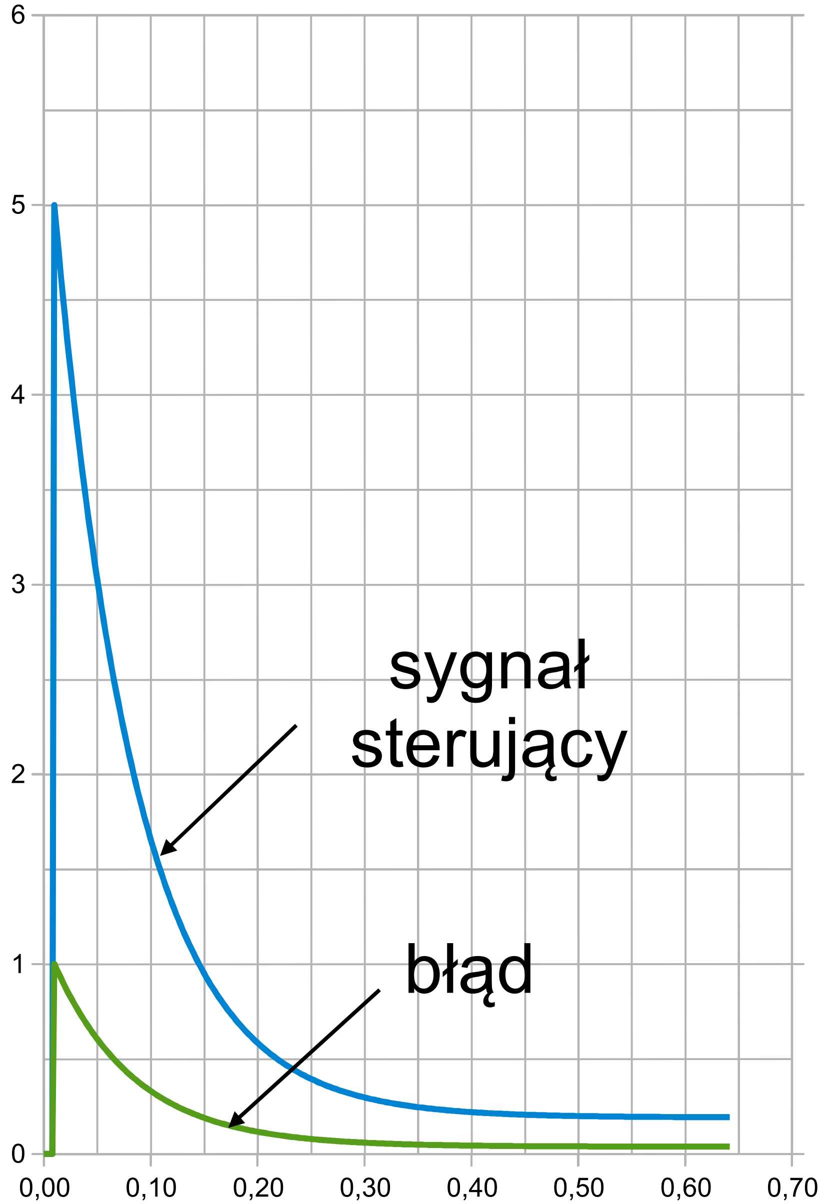
Po dużej zmianie wartości zadanej czynnik całkujący może wygenerować bardzo duży sygnał sterujący na skutek długiego akumulowania błędu. Sygnał ten może wręcz osiągnąć maksymalną dopuszczalną wartość. Sygnał sterujący będzie tak duży dopóki wartość zakumulowanego błędu nie zacznie spadać, a to ma miejsce dopiero po osiągnięciu przeciwnego znaku błędu. Działanie układu sterowania jest zatem przez długi czas zablokowane, co niekorzystnie wpływa na zachowanie układu.

Możliwe rozwiązanie problemu: wyłączanie i zerowanie zakumulowanego błędu, jeśli wartość błędu jest poza pewnym małym obszarem wokół zera.

regulator PID

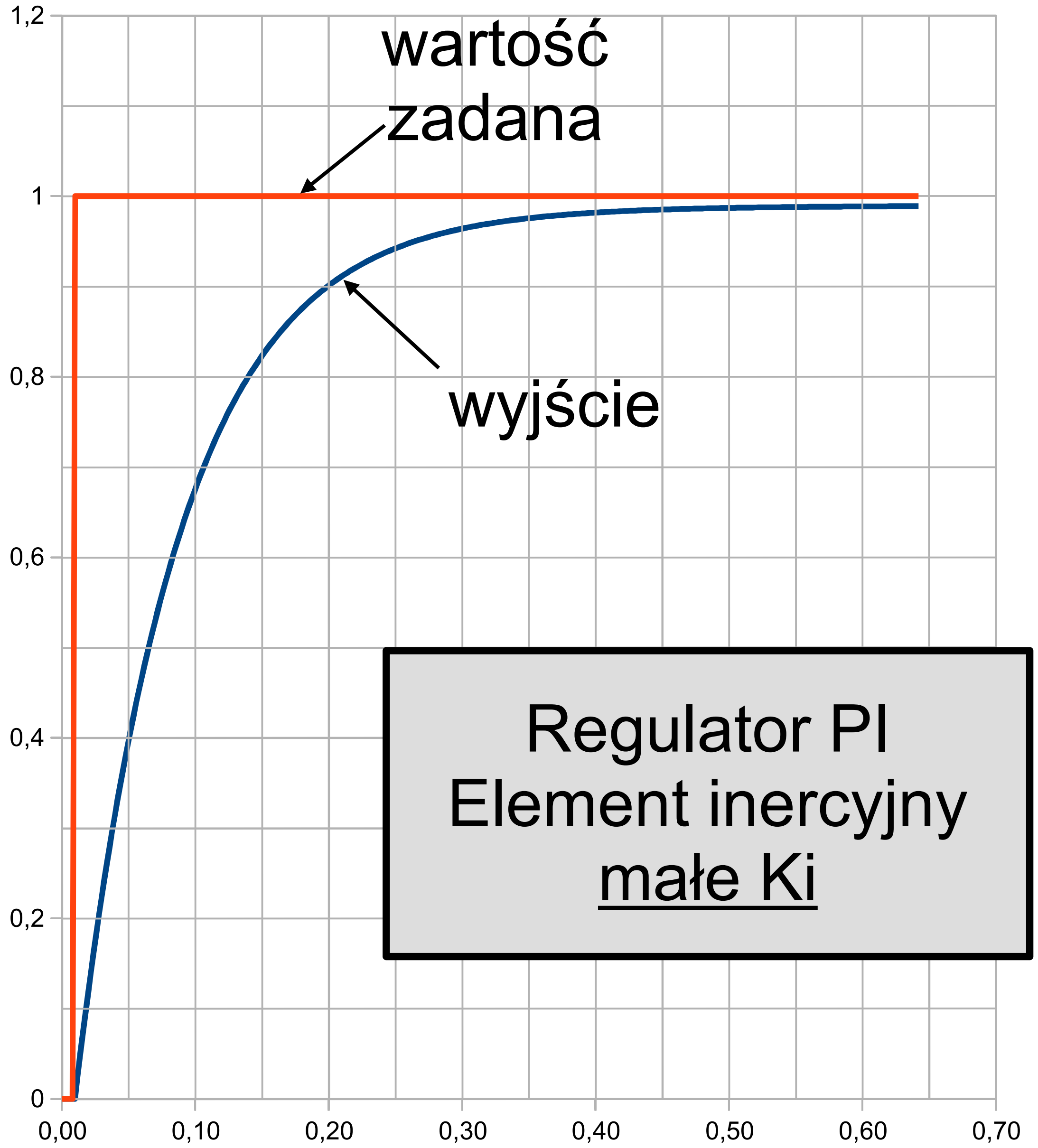
problem nasycenia całkowania (*integral windup*)

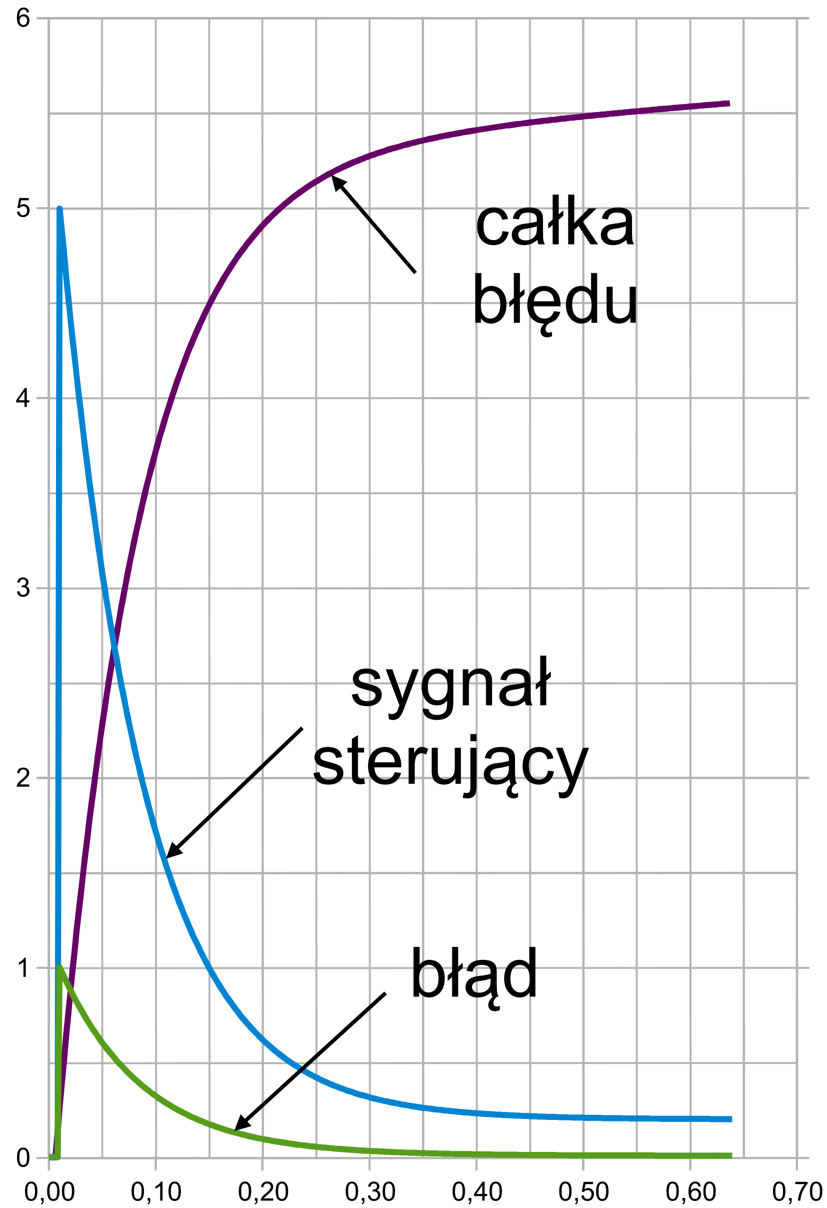




regulator PID

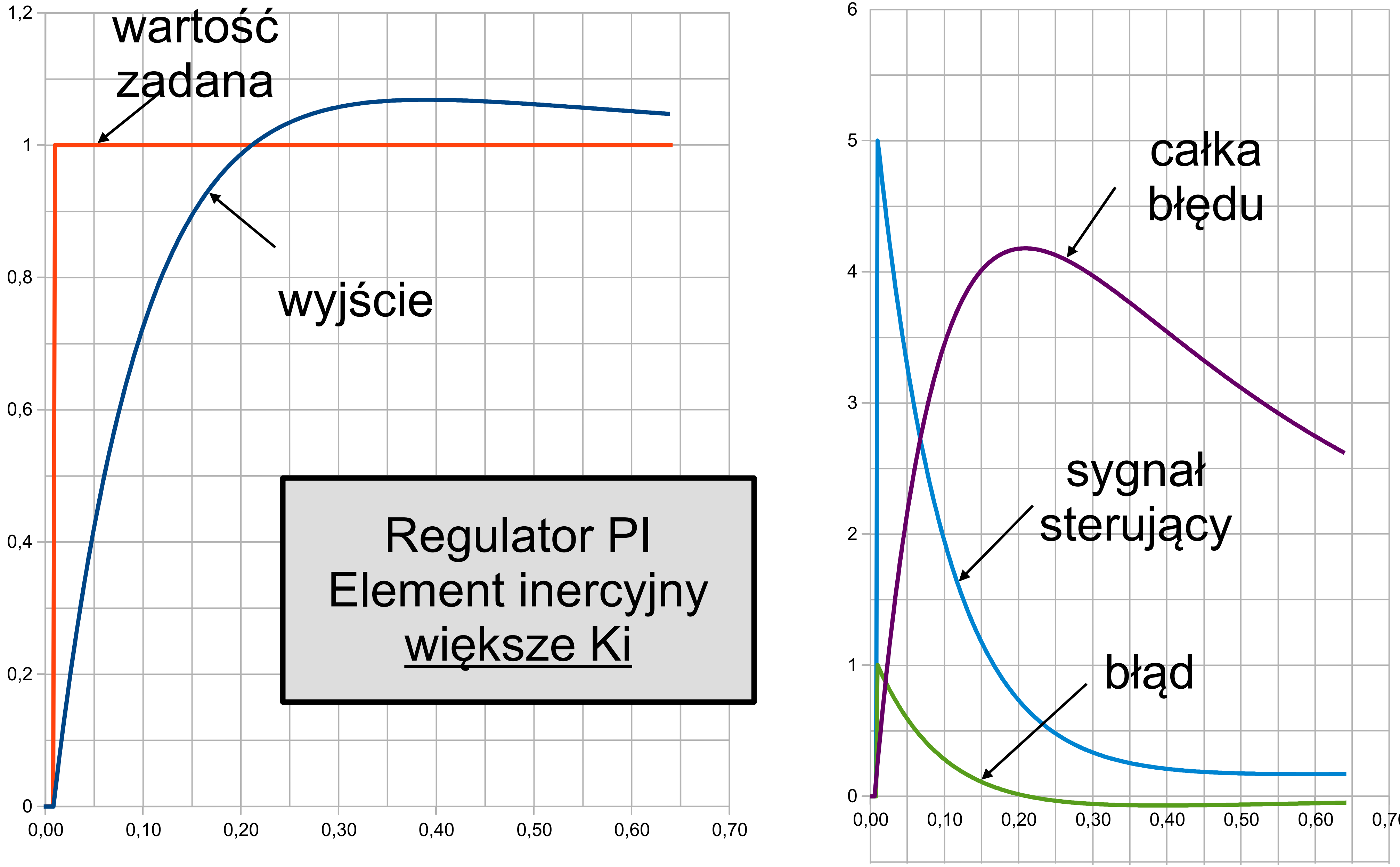
<u>problem nasycenia całkowania (*integral windup*)</u>





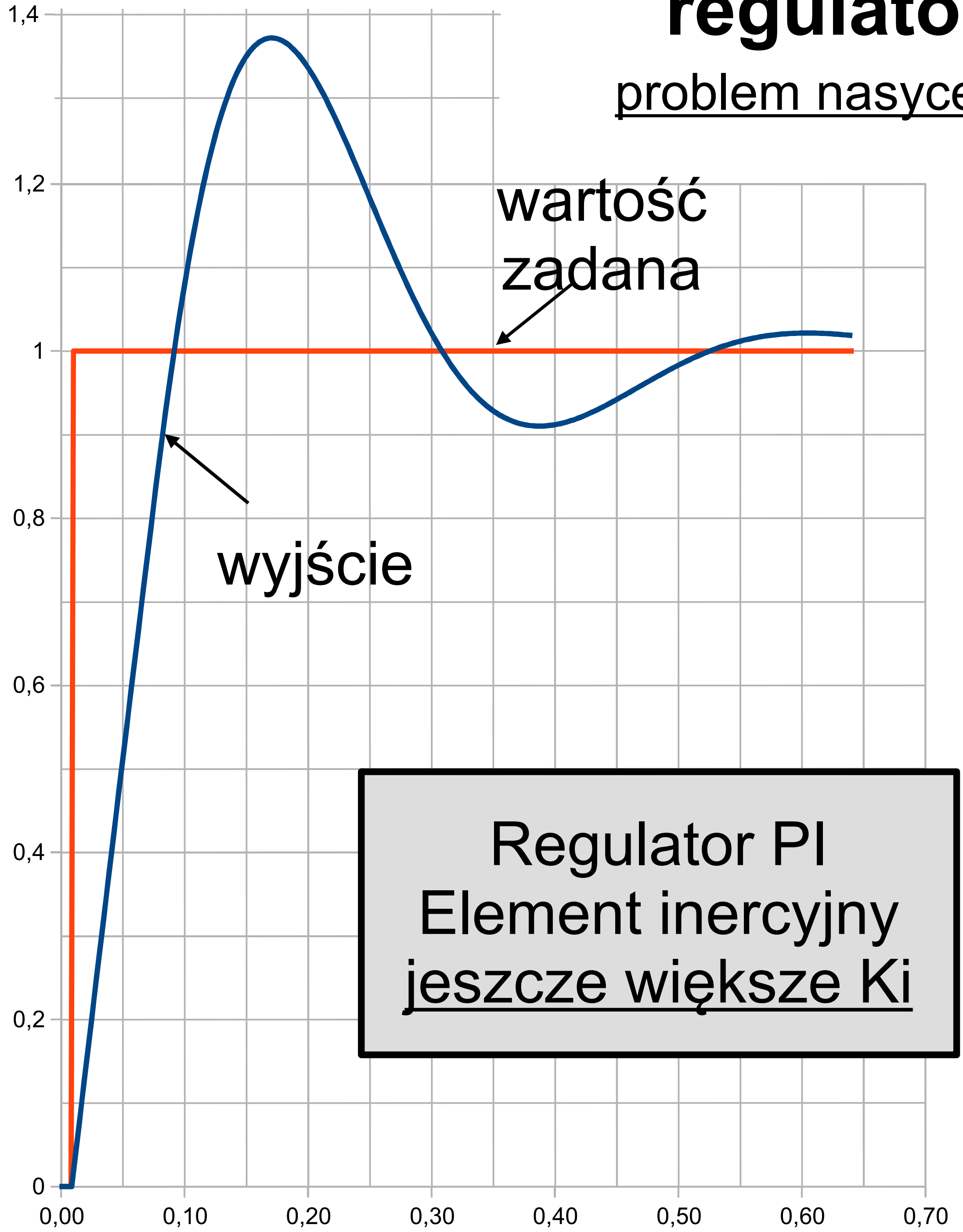
regulator PID

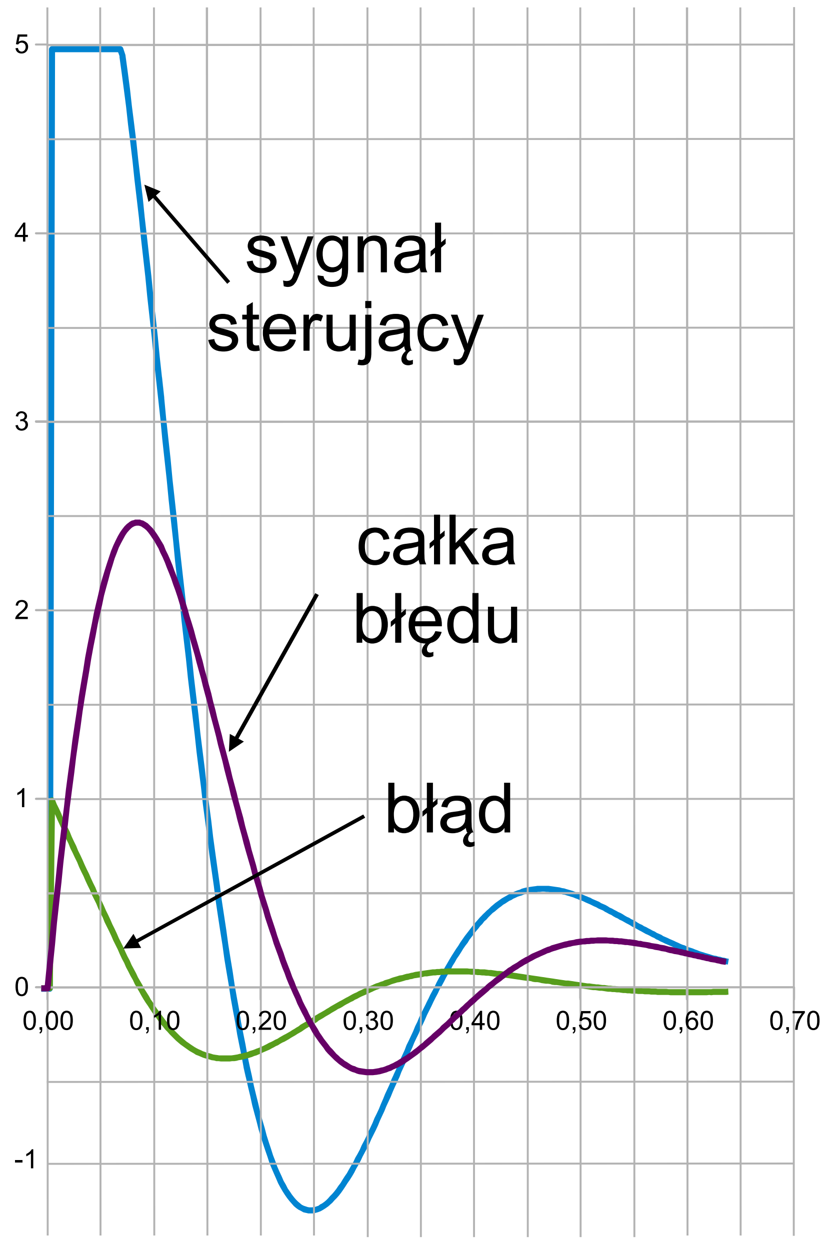
problem nasycenia całkowania (*integral windup*)



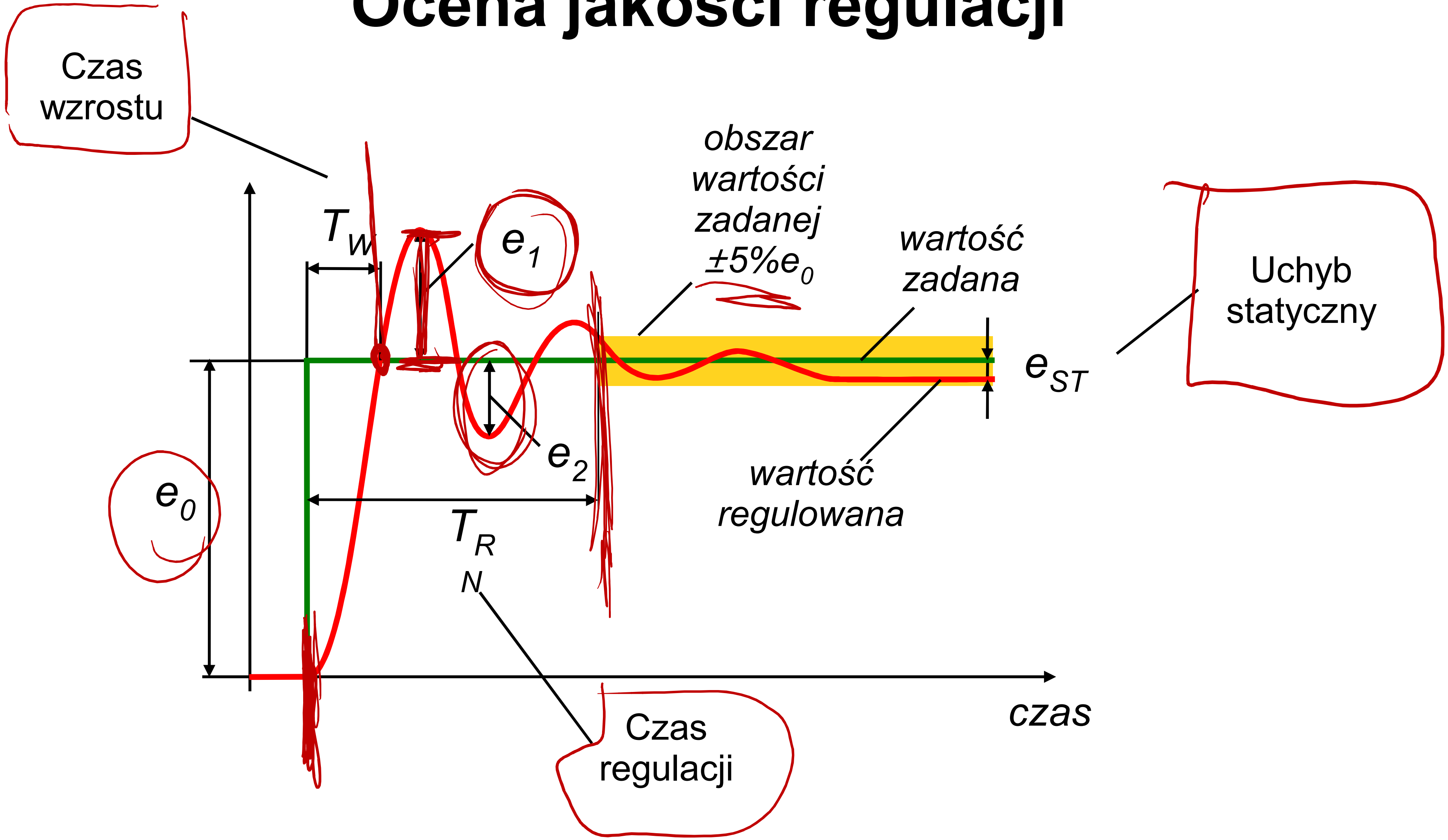
regulator PID

problem nasycenia całkowania (*integral windup*)





Ocena jakości regulacji



Wskaźnik przeregulowania $w = \frac{e_1}{e_0} 100\,\%$

Wskaźnik tłumienia $d = \frac{e_2}{e_1} 100\,\%$

regulator PID

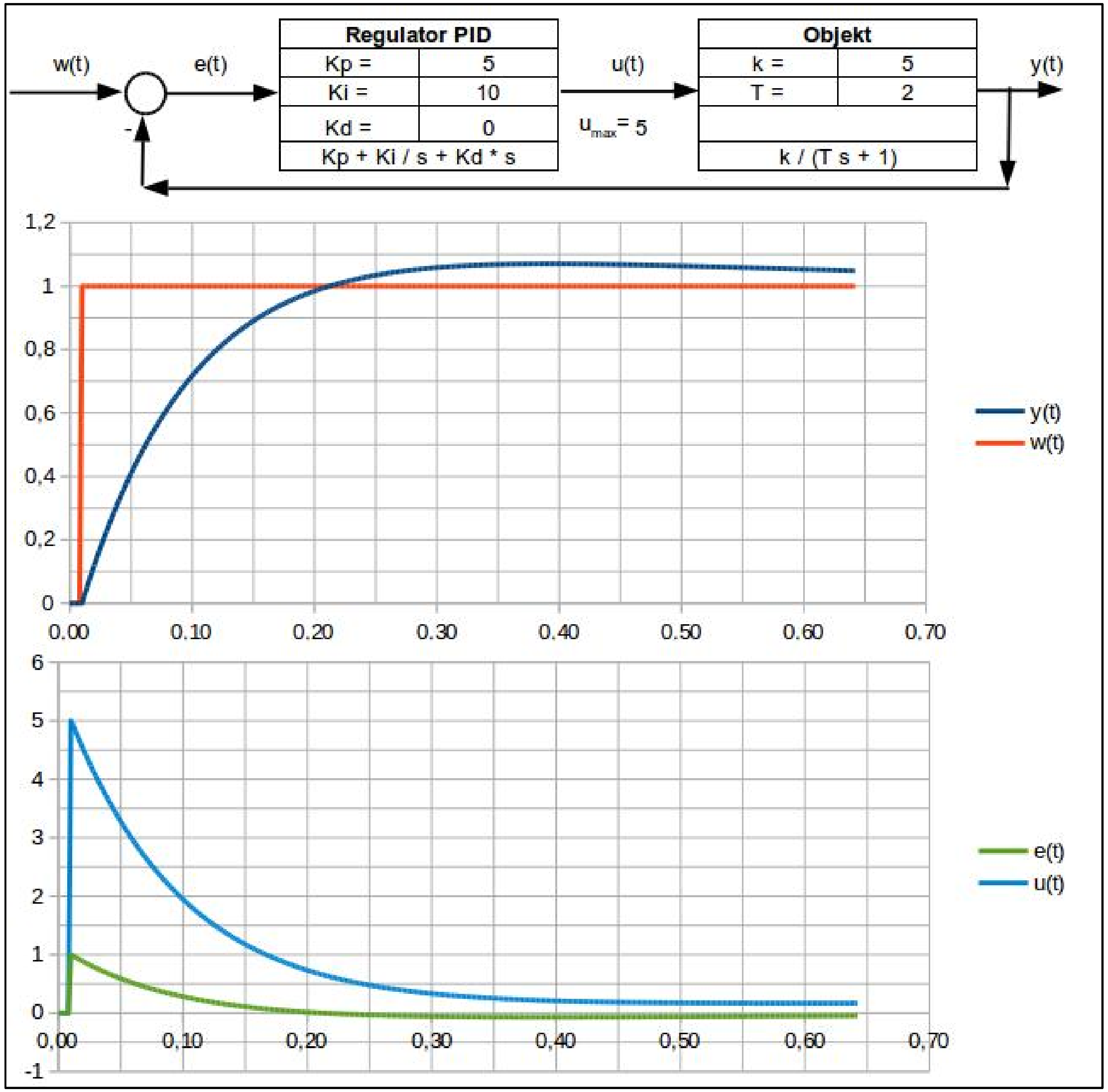
metody doboru nastawów regulatora

Analityczna	Symulacyjna	Eksperymentalna
1: wyznaczyć transmitancję zredukowaną układu sterowania 2: wyznaczyć odpowiedź na wymuszenie skokowe 3: dobrać parametry Kp, Ki i Kd do uzyskania zadowalającego kształtu odpowiedzi skokowej (można badać również odpowiedzi na dowolne wymuszenia lub charakterystyki Bodego)	1: wyznaczyć transmitancję zredukowaną układu sterowania 2: dokonać symulacji działania układu dla dowolnego interesującego nas wymuszenia 3: dobrać parametry Kp, Ki i Kd do uzyskania zadowalającego kształtu (powtarzając symulację)	Strojenie ręczne lub metody: → Zieglera-Nicholsa → Pessena → Cohen'a-Coon'a → Åström'a–Hägglund'a

regulator PID

Symulacja i strojenie

arkusz kalkulacyjny do pobrania na stronie



regulator PID

II <u>metoda Zieglera-Nicholsa (PID w formie standardowej)</u>

1. Ustawić regulator na działanie proporcjonalne o minimalnej wartości wzmocnienia.

$$\boxed{k_P\left(1+\frac{1}{T_i s}+T_d s\right)}$$

$T_d = 0$

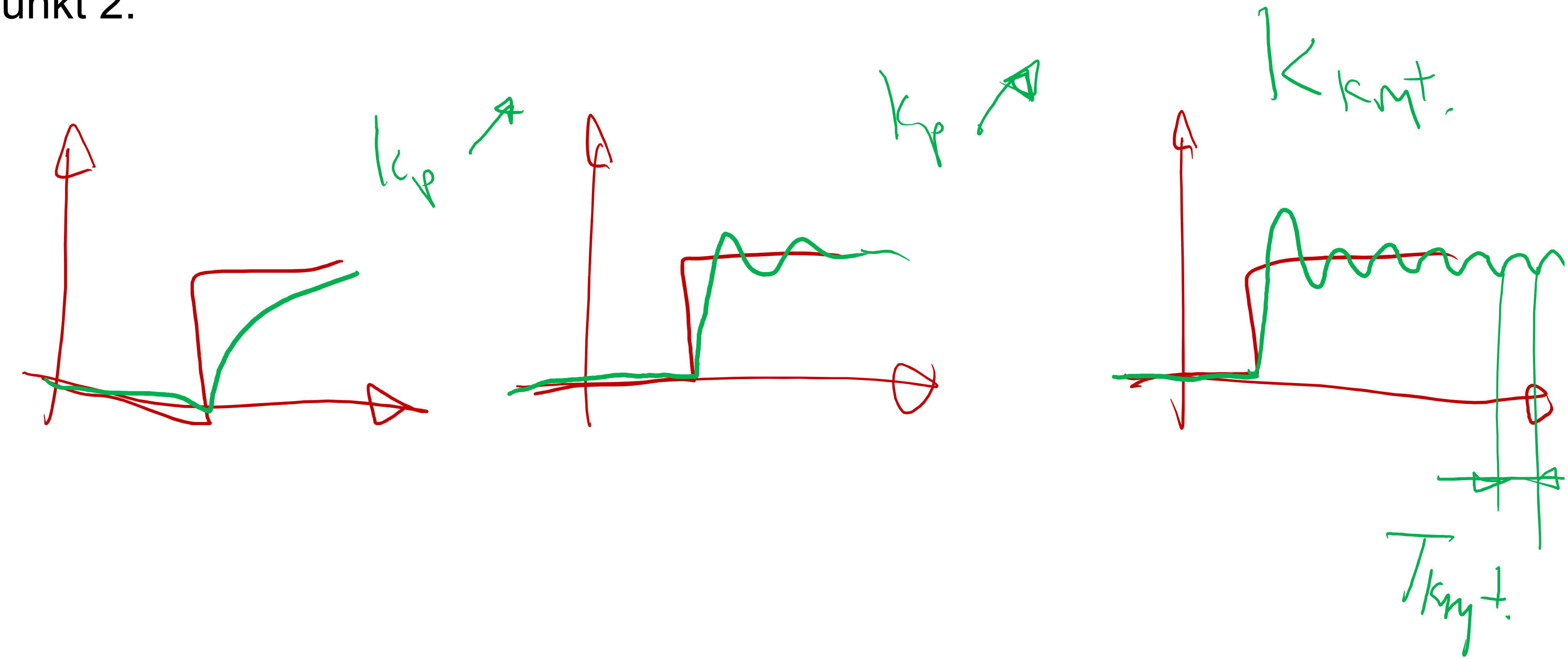
$T_i = \infty$

regulator PID

1940

metoda Zieglera-Nicholsa (PID w formie standardowej)

1. Ustawić regulator na działanie proporcjonalne o minimalnej wartości wzmocnienia.
2. Obserwować odpowiedzi skokowe układu. Przejść do punktu 3 jeśli zaobserwuje się niegasnące oscylacje wyjścia układu. Jeśli brak oscylacji lub zanikają, to należy podnieść współczynnik wzmocnienia i powtórzyć punkt 2.



regulator PID

metoda Zieglera-Nicholsa (PID w formie standardowej)

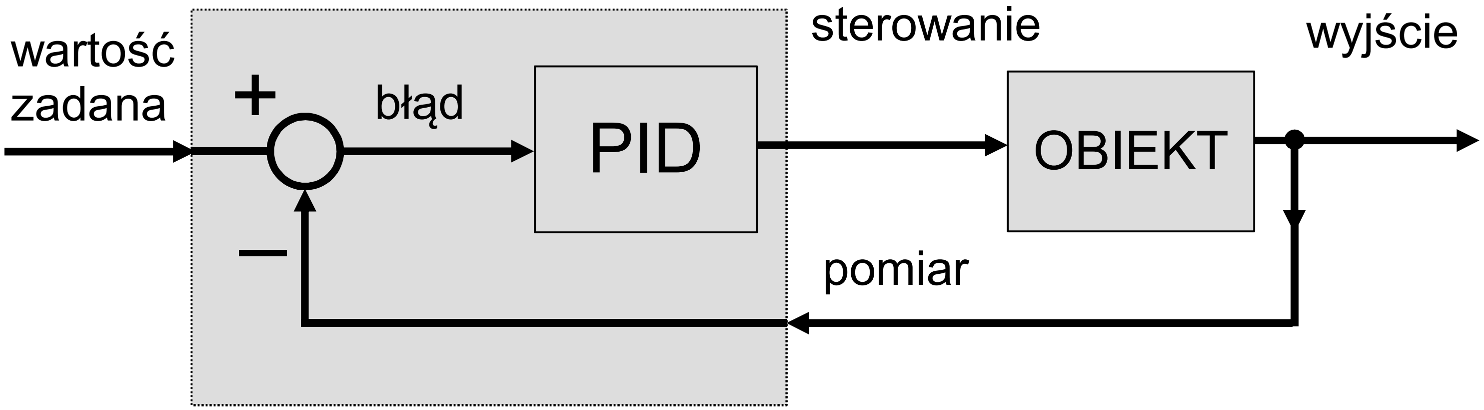
1. Ustawić regulator na działanie proporcjonalne o minimalnej wartości wzmocnienia.
2. Obserwować odpowiedzi skokowe układu. Przejść do punktu 3 jeśli zaobserwuje się niegasnące oscylacje wyjścia układu. Jeśli brak oscylacji lub zanikają, to należy podnieść nieznacznie współczynnik wzmocnienia i powtórzyć punkt 2.
3. Dla uzyskanego w punkcie 2 wzmocnienia krytycznego K_{kryt} i zmierzonego okresu oscylacji T_{kryt} wyznaczyć nastawy według tabeli:

	k_p	T_i	T_d
Klasyczna reguła Zieglera-Nicholsa	$0{,}6\ K_{kryt}$	$0{,}5\ T_{kryt}$	$0{,}125\ T_{kryt}$
Wersja Pessen	$0{,}7\ K_{kryt}$	$0{,}4\ T_{kryt}$	$0{,}15\ T_{kryt}$
Bez przeregulowania	$0{,}2\ K_{kryt}$	$0{,}5\ T_{kryt}$	$0{,}333\ T_{kryt}$

regulator PID (równoległy)

programowanie (pseudokod)

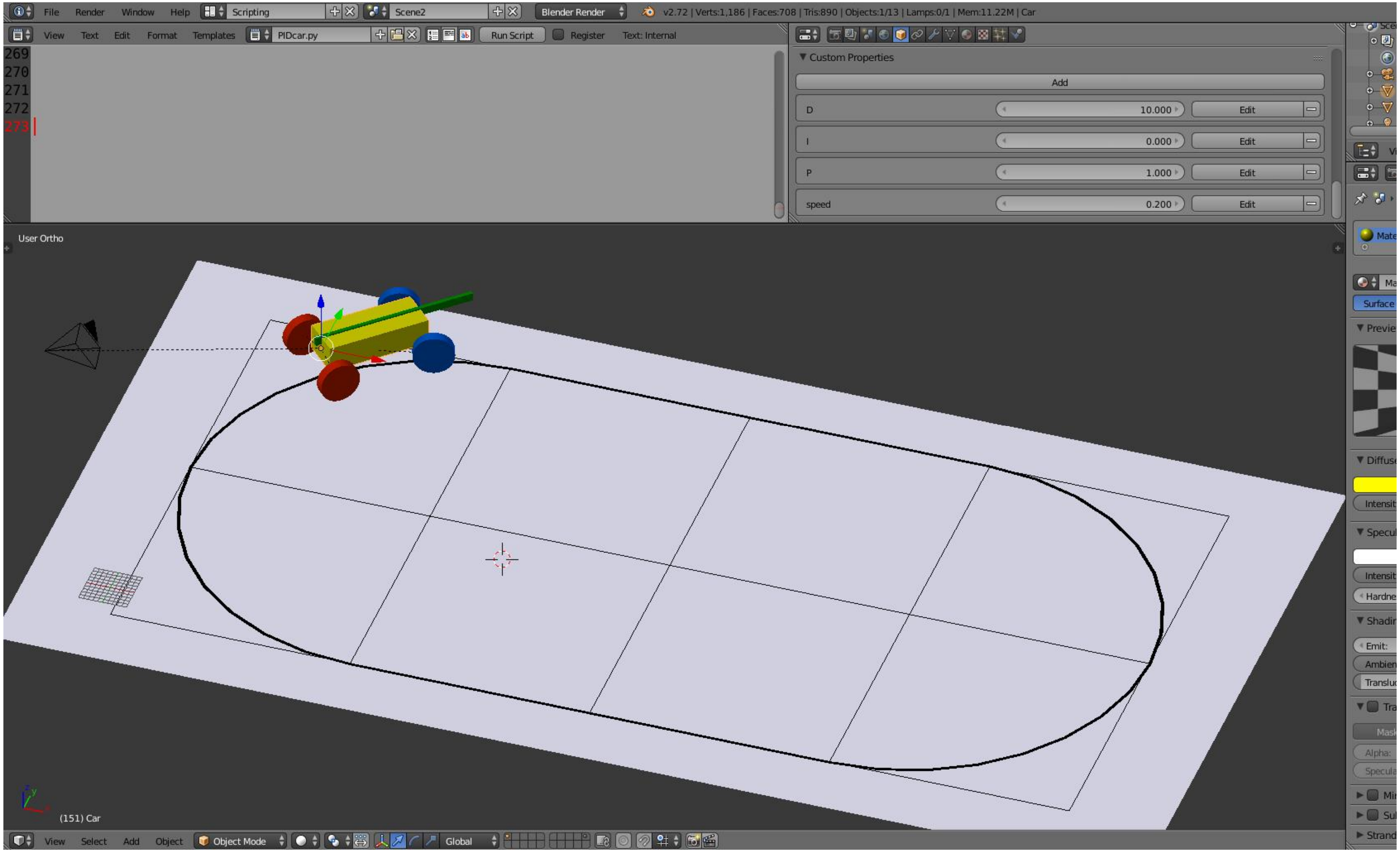
```
dt = 0.5
p_błąd = 0.
suma = 0.
Kp = 1.
Ki = 1.
Kd = 1.
start:
   wartość_zadana = …
   wartość_zmierzona = …
   błąd = wartość_zadana - wartość_zmierzona
   suma = suma + błąd * dt
   pochodna = (błąd - p_błąd) / dt
   wyjście = Kp* błąd + Ki*suma + Kd*pochodna
   p_błąd = błąd
   wait(dt)
   goto start
```



regulator PID

<u>symulacja</u>

regulator PID w sterowaniu ruchem samochodu



STABILNOŚĆ UKŁADÓW AUTOMATYKI

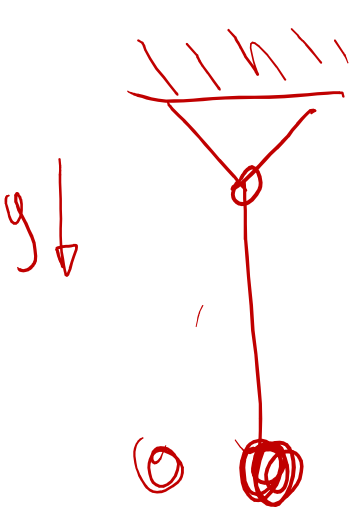
Stabilność

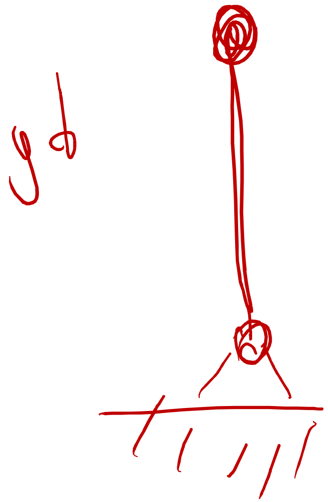
W matematyce:

- teoria stabilności
- stabilność metod numerycznych
- stabilność w geometrii teoretycznej

W naukach inżynierskich:

- stabilność wejście-wyjście
- stabilność lotu
- stabilność statków





Stabilność

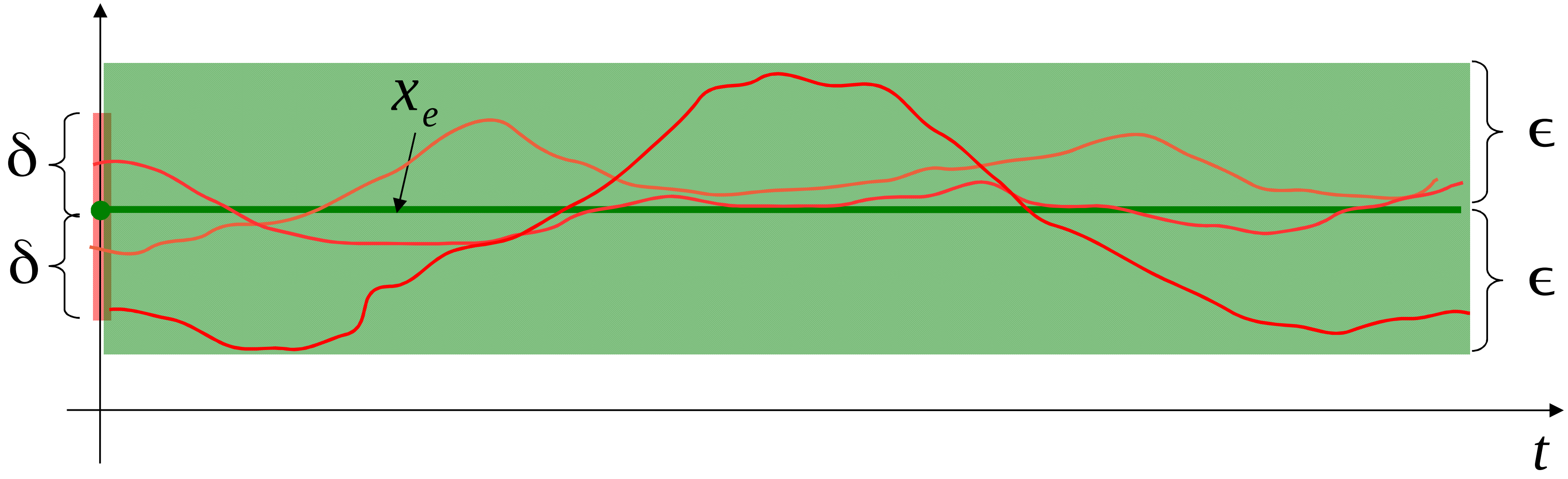
Teoria stabilności (matematyka) – badanie stabilności rozwiązań równań różniczkowych, czyli ich zachowania przy małych zaburzeniach warunków początkowych

Rodzaje stabilności:

- Lapunowa
- asymptotyczna
- orbitalna
- strukturalna

Stabilność w sensie Lapunowa

$\dot{x}(t) = f(x(t))$ $\quad\quad$ $f(x_e) = 0,\ x_e$ - położenie równowagi

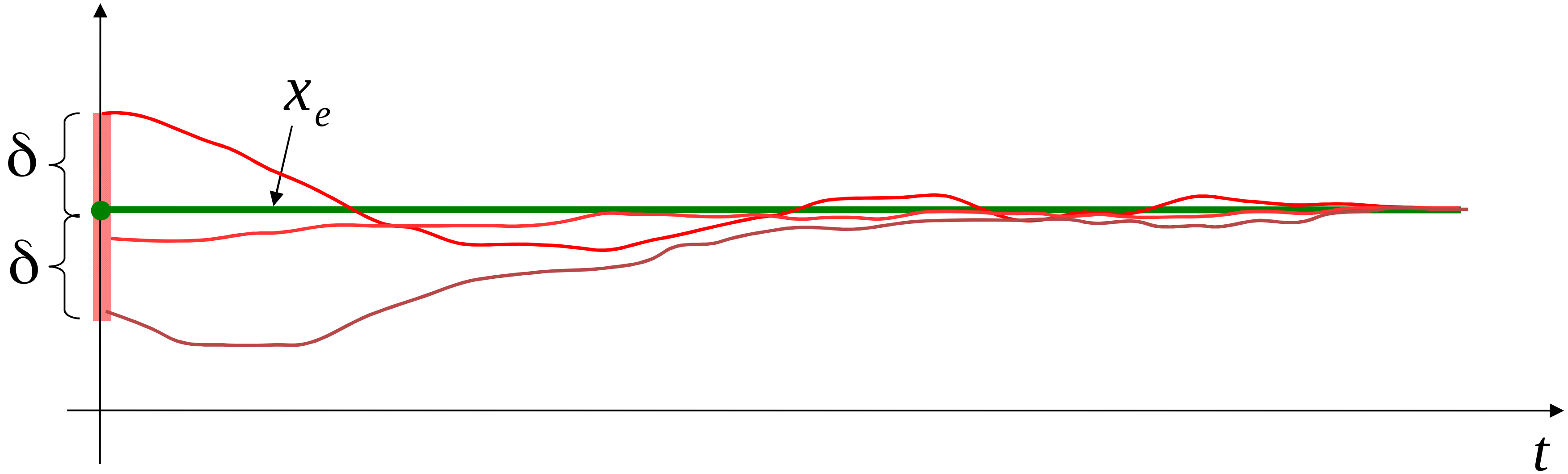


$$\underset{t \geqslant 0}{\forall} \quad \underset{\epsilon > 0}{\forall} \quad \underset{\delta > 0}{\exists} \quad \text{jeżeli } \| x(0) - x_e \| < \delta, \text{ to } \| x(t) - x_e \| < \epsilon$$

Stabilność asymptotyczna

$$\dot{x}(t) = f(x(t))$$

$f(x_e) = 0,\ x_e$ - położenie równowagi



$$\underset{t \geq 0}{\forall}\ \underset{\epsilon > 0}{\forall}\ \underset{\delta > 0}{\exists}\quad \text{jeżeli } \| x(0) - x_e \| < \delta, \text{ to } \lim_{t \to \infty} \| x(t) - x_e \| = 0$$

Stabilność BIBO

Bounded Input, Bounded Output stability (w teorii sterowania)

Układ liniowy jest BIBO stabilny jeśli jego wyjście pozostaje ograniczone przy ograniczonym wejściu.

$x(t)$ - wejście

$y(t)$ - wyjście

$$\underset{0<A<\infty}{\exists} \quad \underset{0<B<\infty}{\exists} \quad \underset{t \geqslant 0}{\forall} \qquad \text{jeżeli } |x(t)| \leqslant A \text{, to } |y(t)| \leqslant B$$

Kryteria stabilności

Ogólny warunek stabilności

Kryterium Hurwitz

Kryterium Nyquista