



Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Teoria maszyn i podstawy automatyki
semestr zimowy 2019/2020

dr inż. Sebastian Korczak

Wykład 11

Analiza transmitancji – przykład.
Algebra schematów blokowych.
Regulator dwustanowy i proporcjonalny.

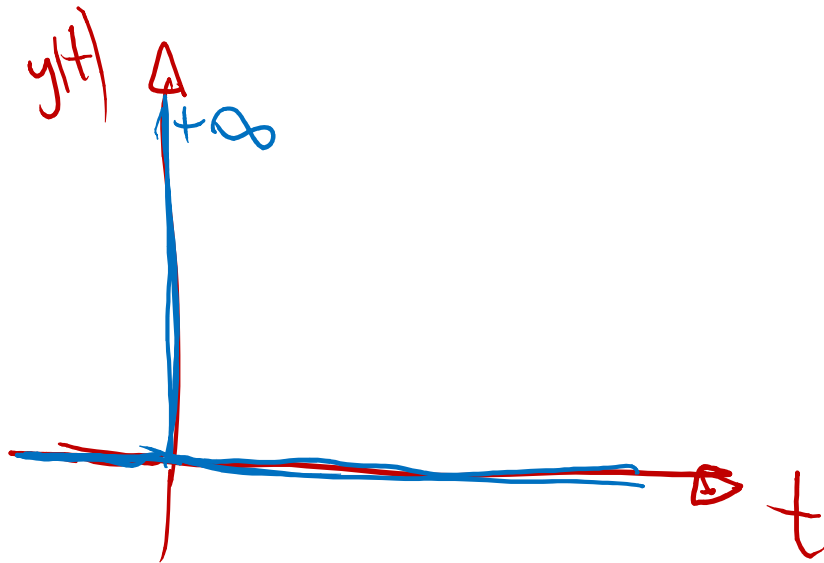
Przykład

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji $G(s) = 3s$.

$$\underline{1.} \quad u(t) = u_0 \mathbb{1}(t); \quad U(s) = u_0 \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = U(s) \cdot G(s) = u_0 \frac{1}{s} \cdot 3s = 3u_0 \mathbb{1}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = 3u_0 \delta(t)$$



Przykład

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji $G(s) = 3s$.

$$G(j\omega) = 3j\omega = P(\omega) + jQ(\omega)$$

$$P(\omega) = 0 ; \quad Q(\omega) = 3\omega$$

$$A(\omega) = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3|\omega|$$

$$\underline{L(\omega)} \text{ [dB]} = 20 \log A(\omega) = 20 \log |3\omega|$$

$$\underline{\varphi(\omega)} \text{ [rad]} = \arctan \frac{Q}{P} = \arctan \left(\frac{3\omega}{0} \right) = \arctan \infty = \frac{\pi}{2}$$

Przykład

$$20 \log \sqrt{2} = 3$$

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji $G(s) = 3s$.

$$L(\omega) = 20 \log |3\omega|$$

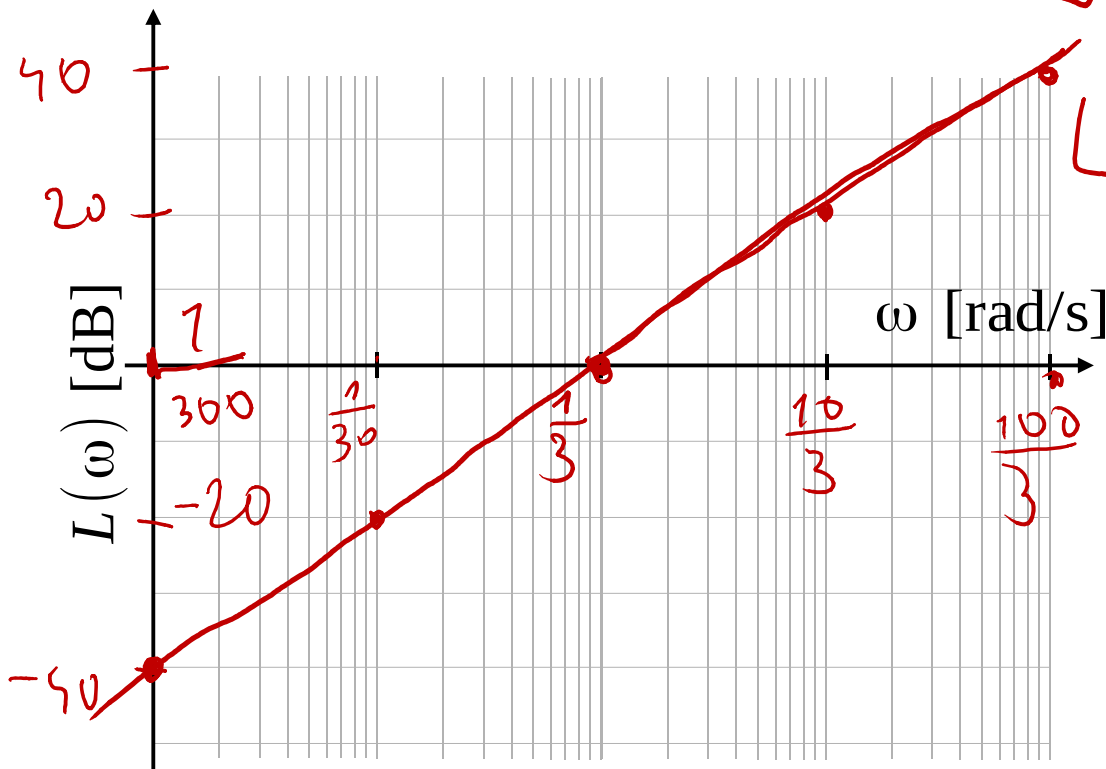
$$L(\omega = \frac{1}{3}) = 20 \log 1 = 0$$

$$L(\omega = \frac{10}{3}) = 20 \log 10 = 20$$

$$L(\omega = \frac{100}{3}) = 20 \log 100 = 40$$

$$L(\omega = \frac{1}{30}) = 20 \log \frac{1}{10} = -20$$

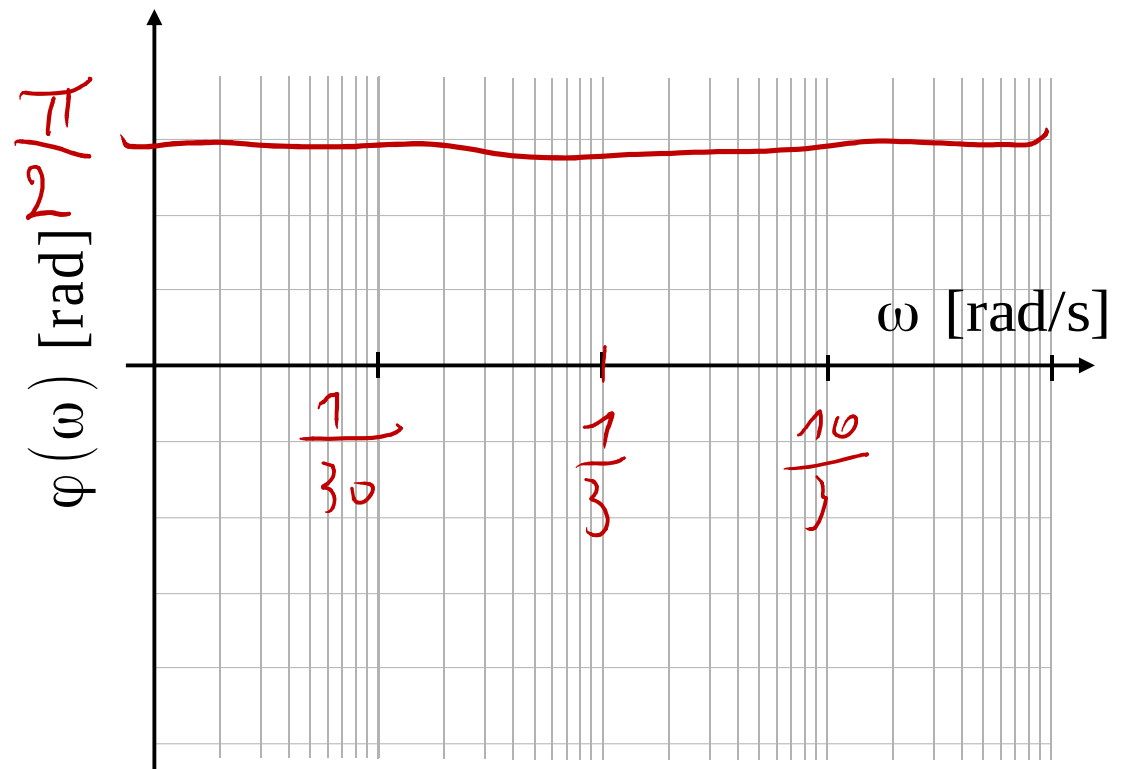
$$L(\omega = \frac{1}{300}) = 20 \log \frac{1}{100} = -40$$



Przykład

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji $G(s) = 3s$.

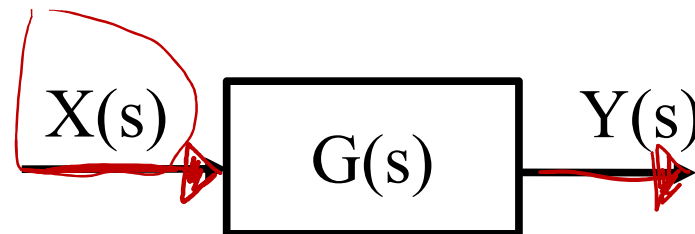
$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$$



Algebra schematów blokowych

Algebra schematów blokowych

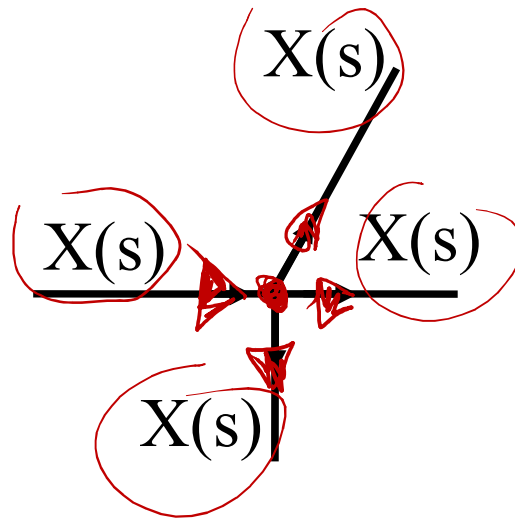
transmitancja



$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

Algebra schematów blokowych

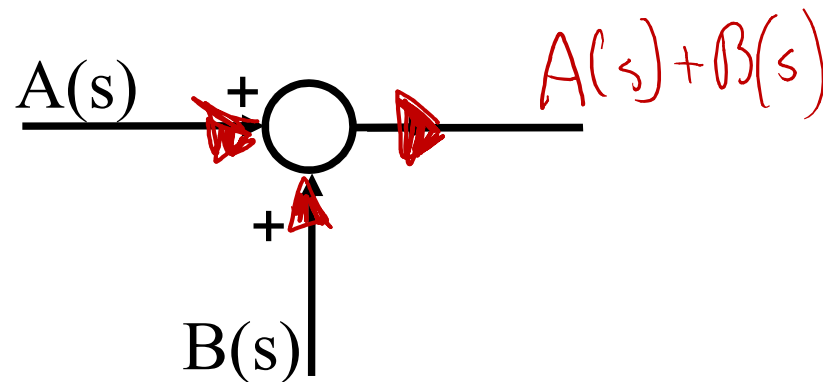
węzeł informacyjny



Jedno wejście,
wiele wyjść

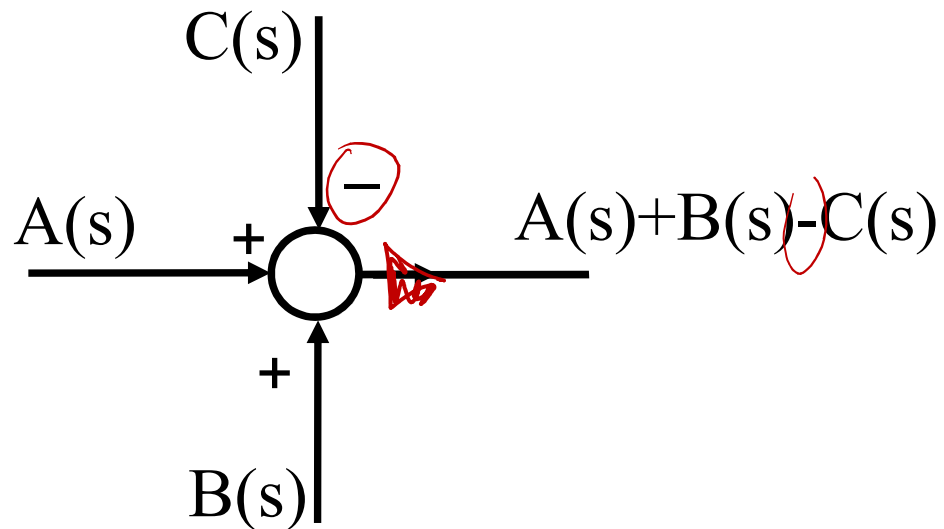
Algebra schematów blokowych

węzeł sumacyjny



Algebra schematów blokowych

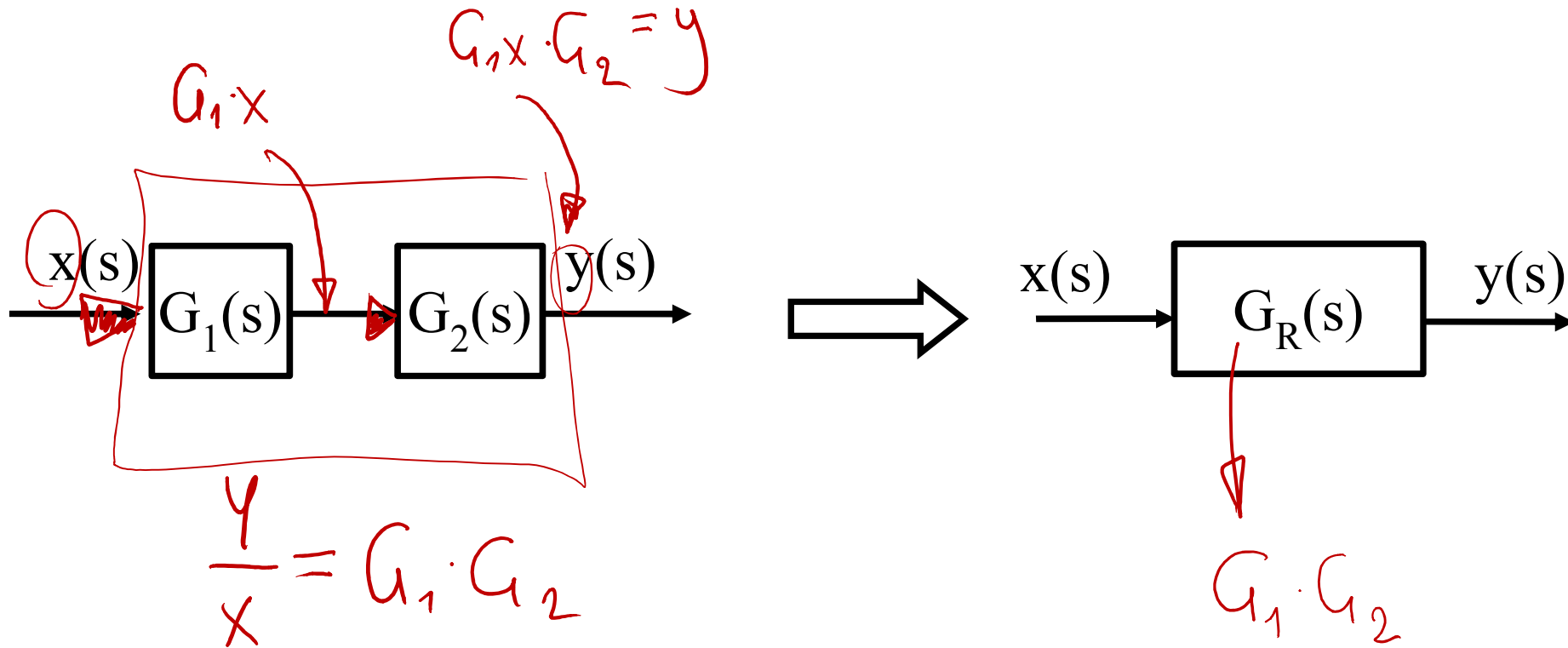
węzeł sumacyjny



Wiele wejść,
jedno wyjście

Algebra schematów blokowych

połączenie szeregowe



Algebra schematów blokowych

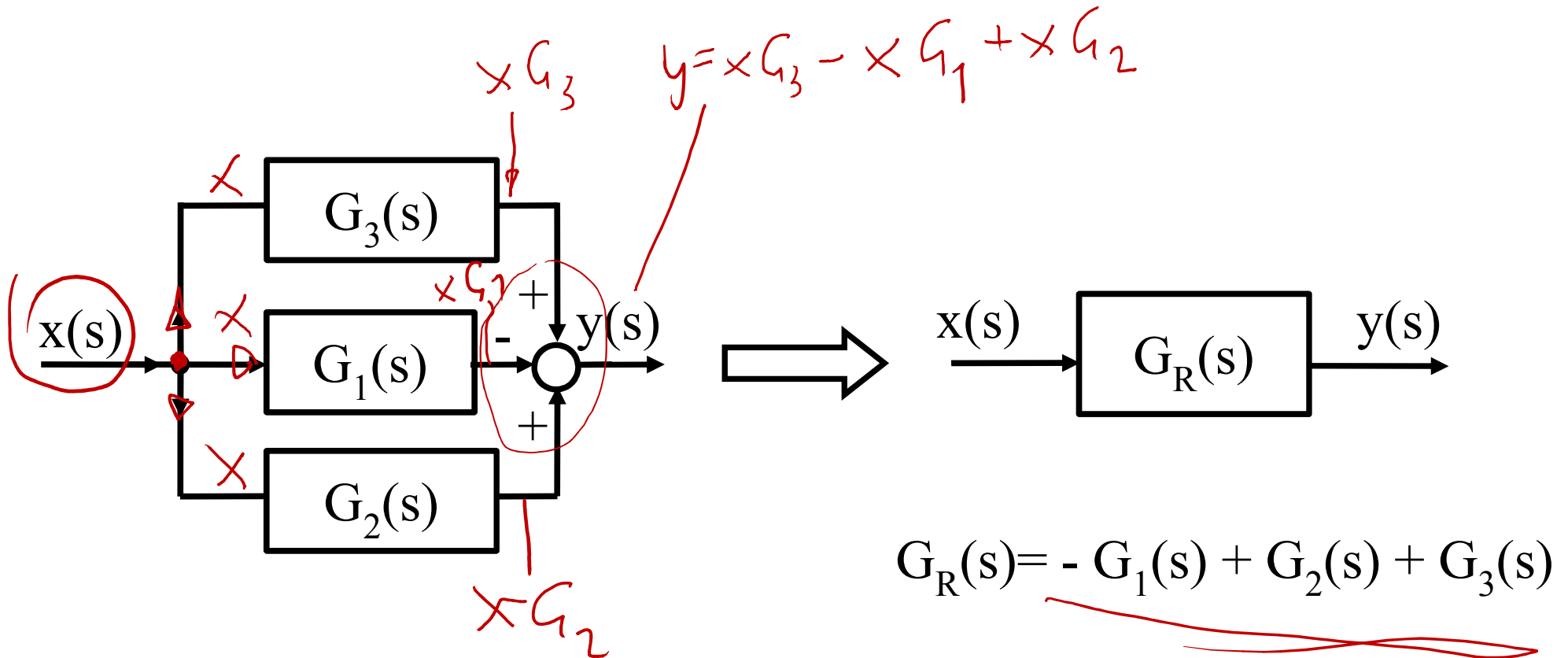
połączenie szeregowe



$$G_R(s) = G_1(s) G_2(s)$$

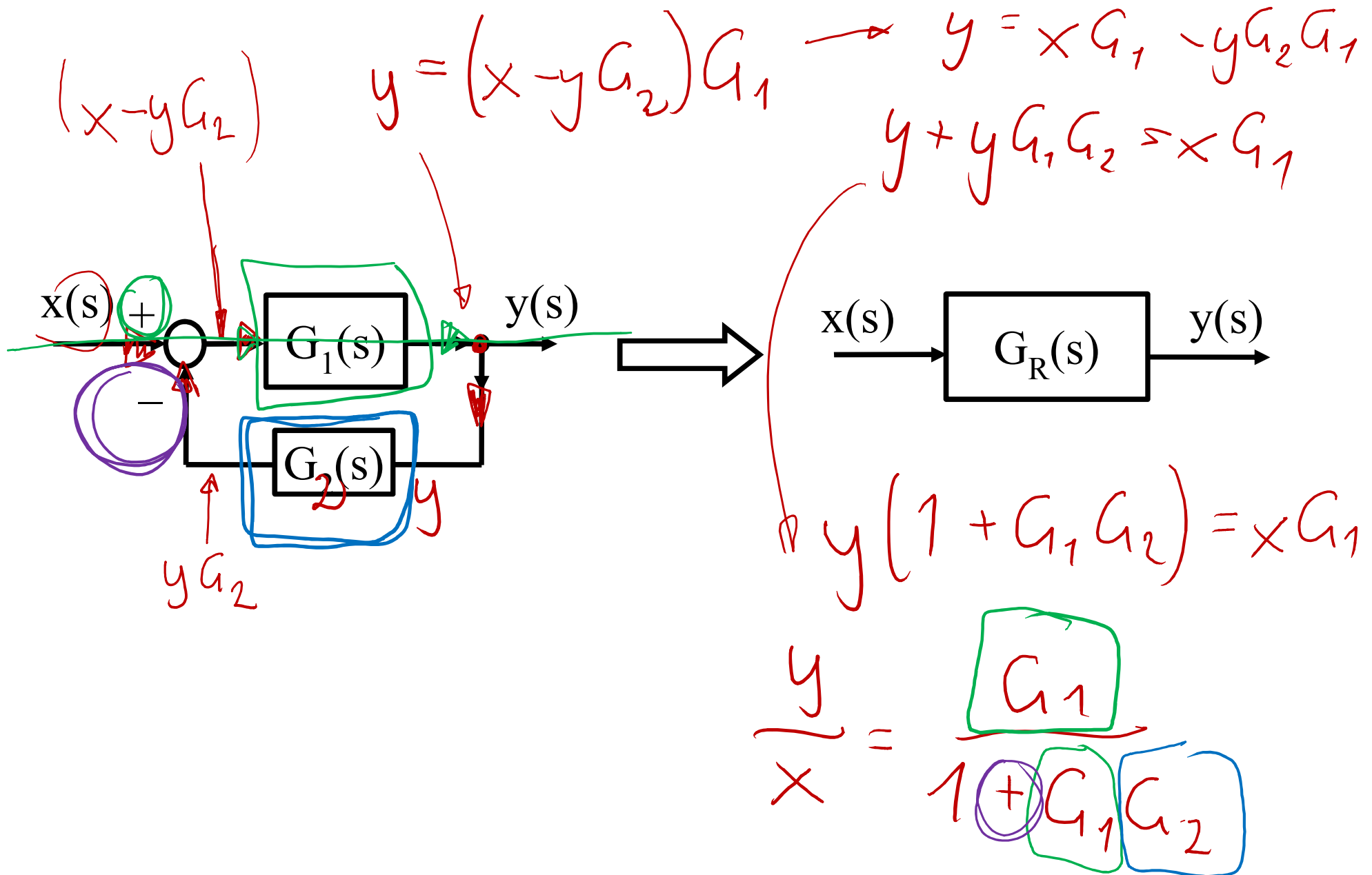
Algebra schematów blokowych

połączenie równoległe



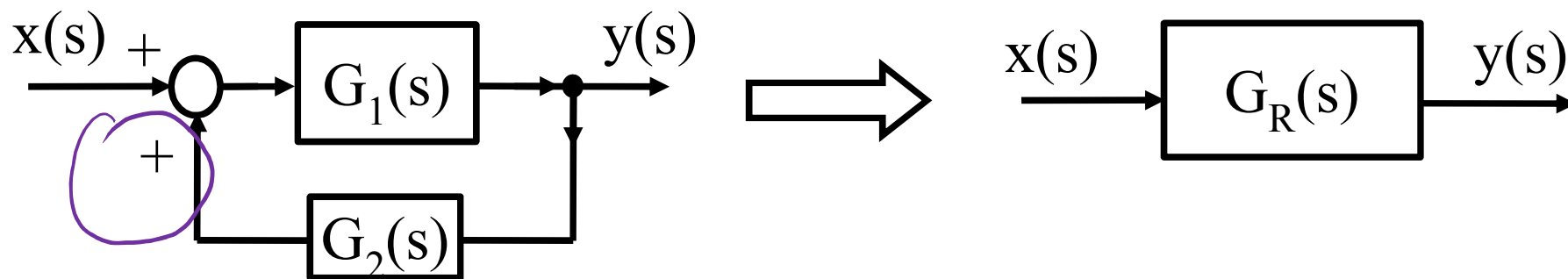
Algebra schematów blokowych

połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



Algebra schematów blokowych

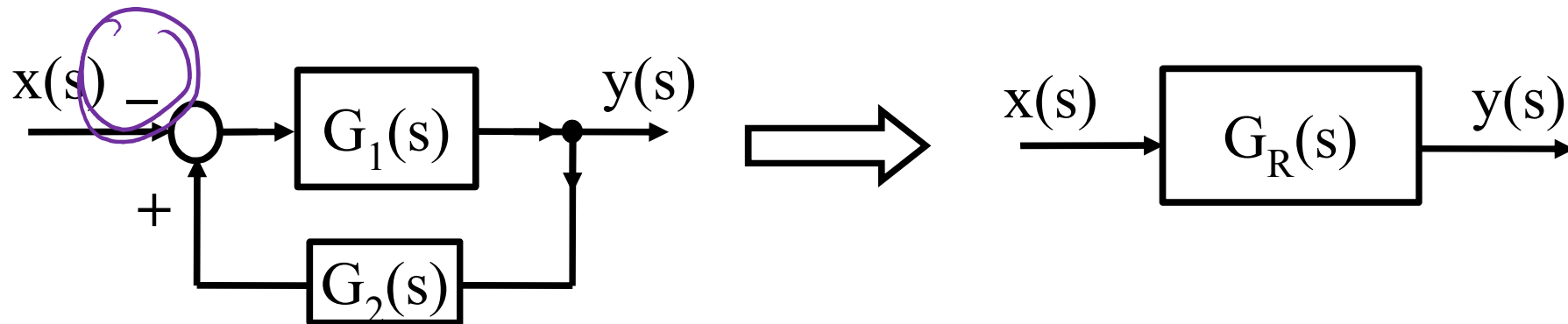
połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



$$G_R = \frac{G_1}{1 - G_1 G_2}$$

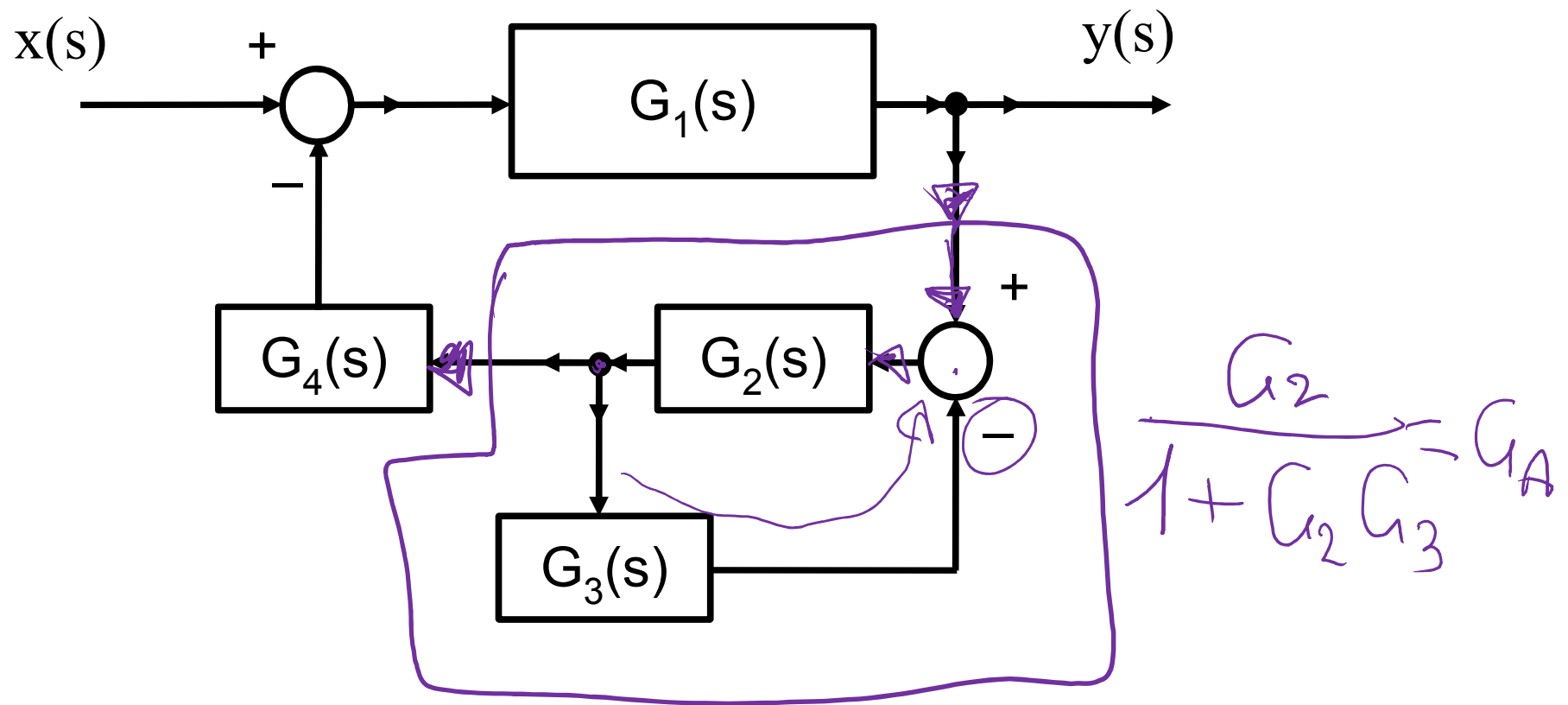
Algebra schematów blokowych

połączenie ze sprzężeniem zwrotnym

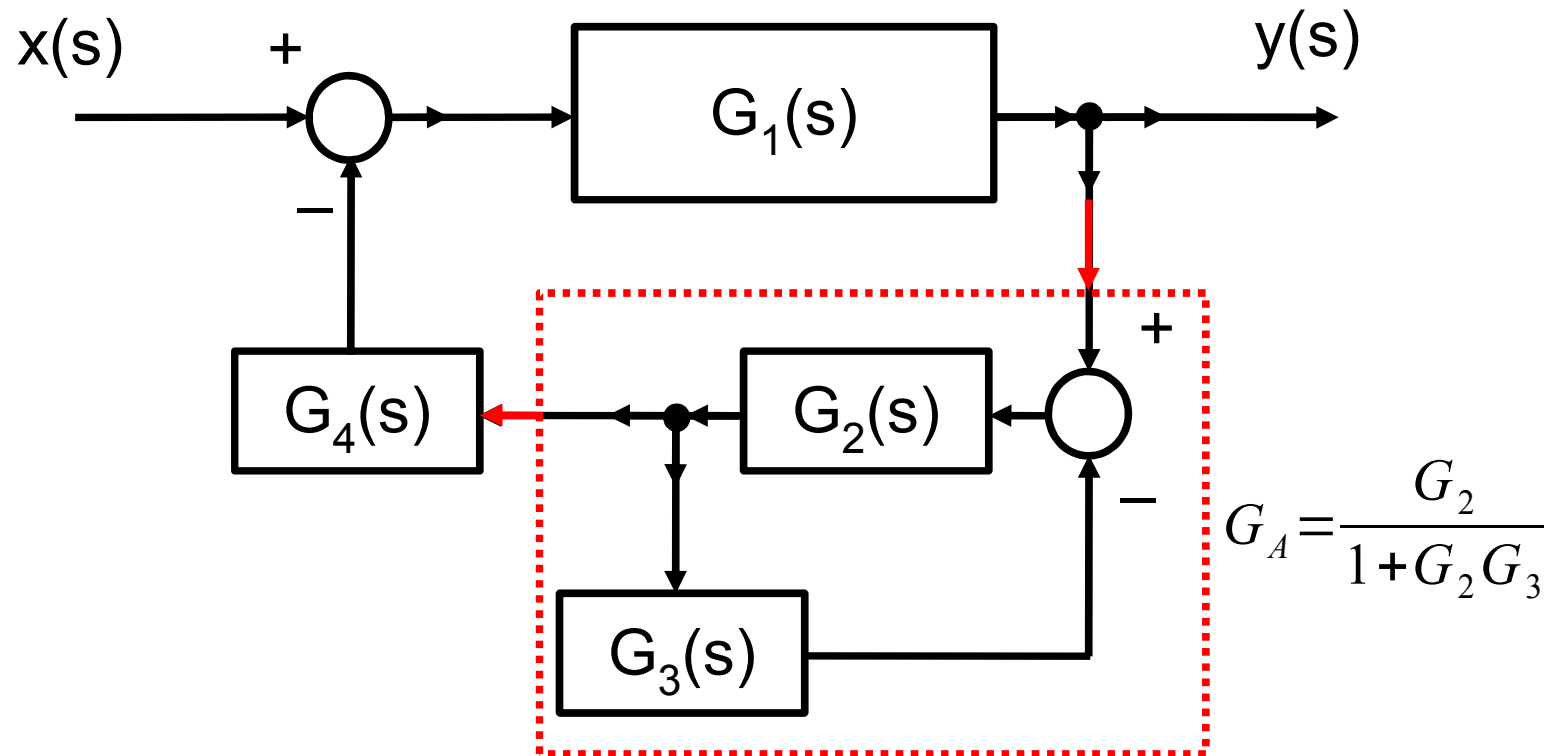


$$G_R = \frac{-G_1}{1 - G_1 G_2}$$

Przykład 1

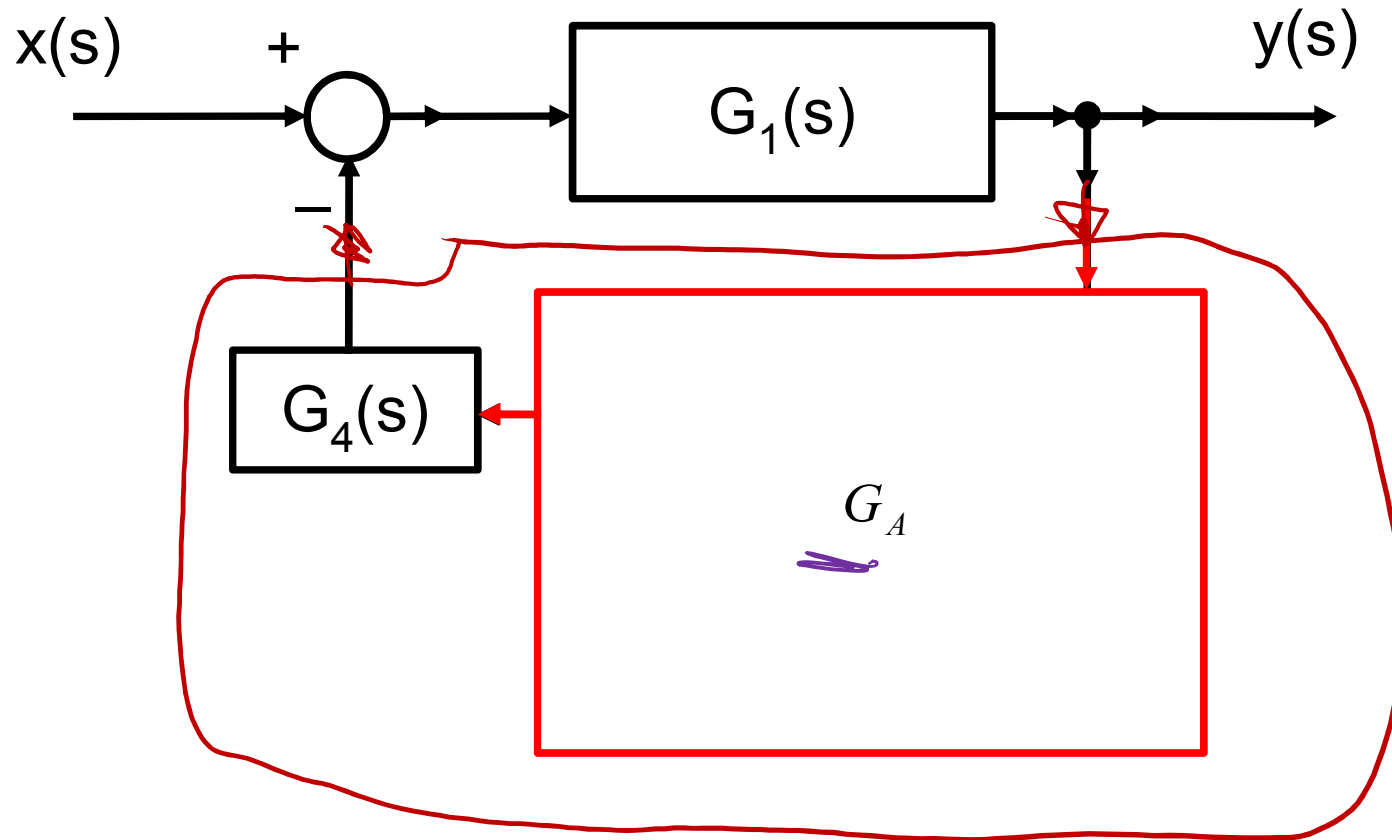


Przykład 1



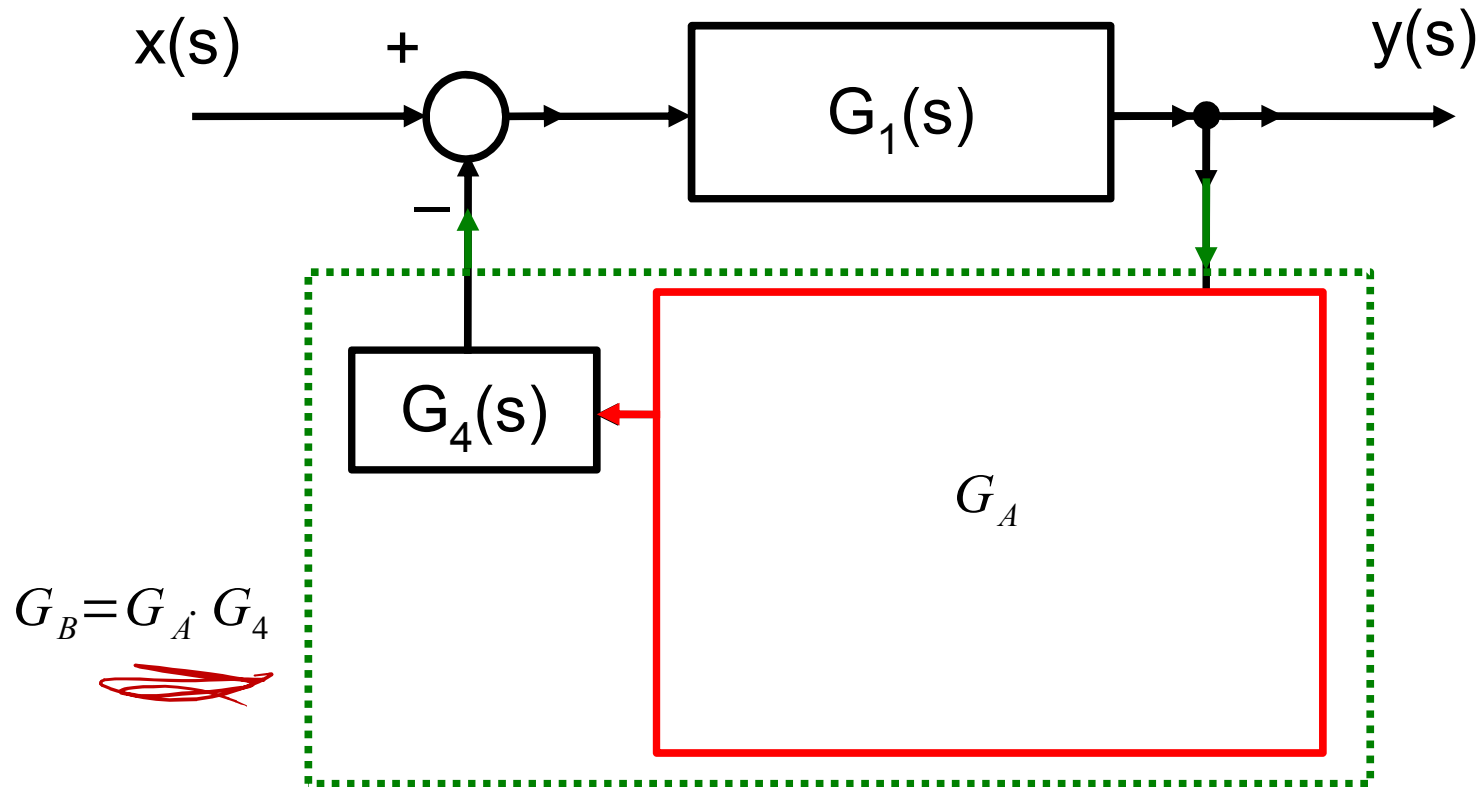
Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



Przykład 1

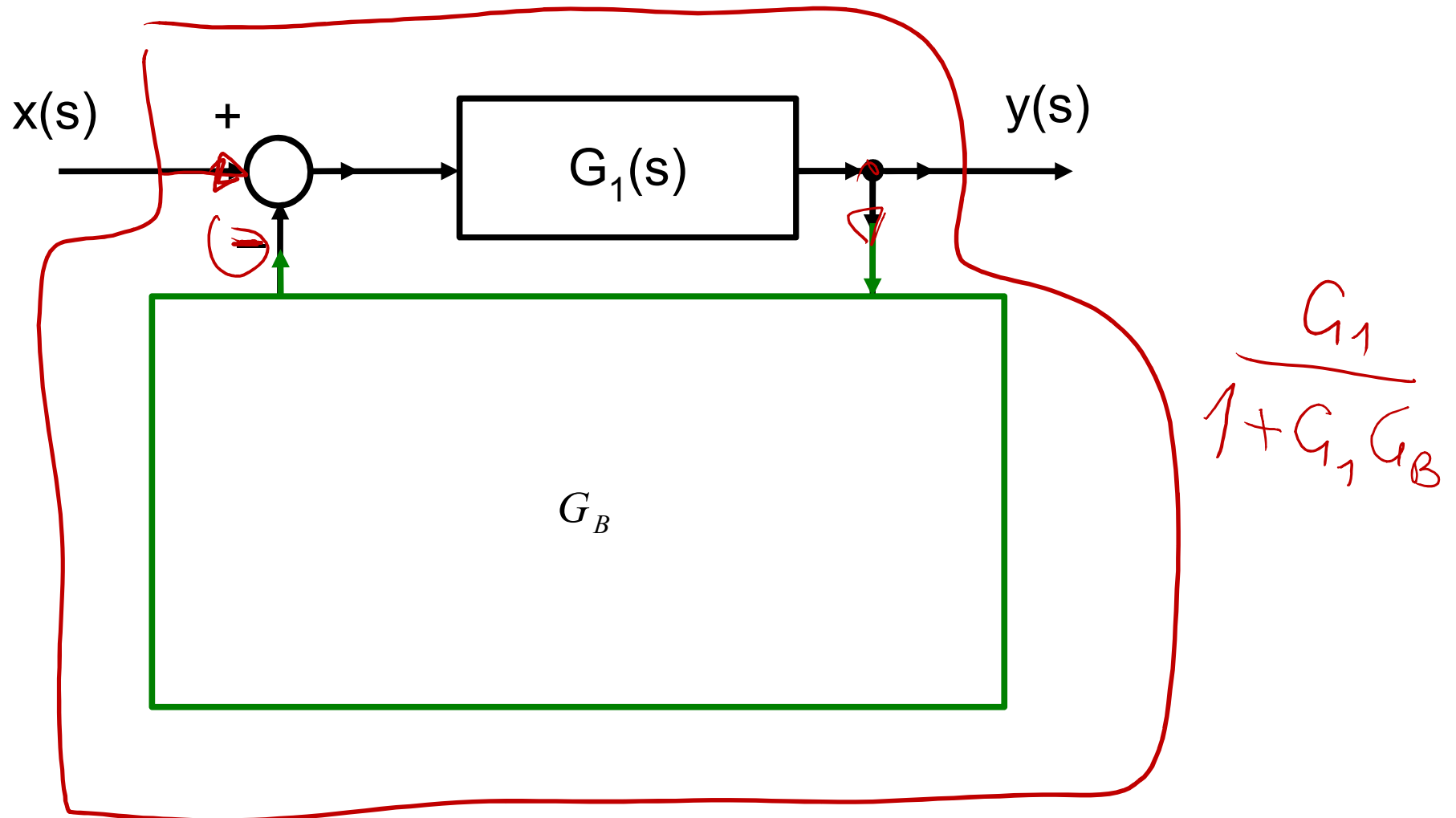
$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A G_4$$

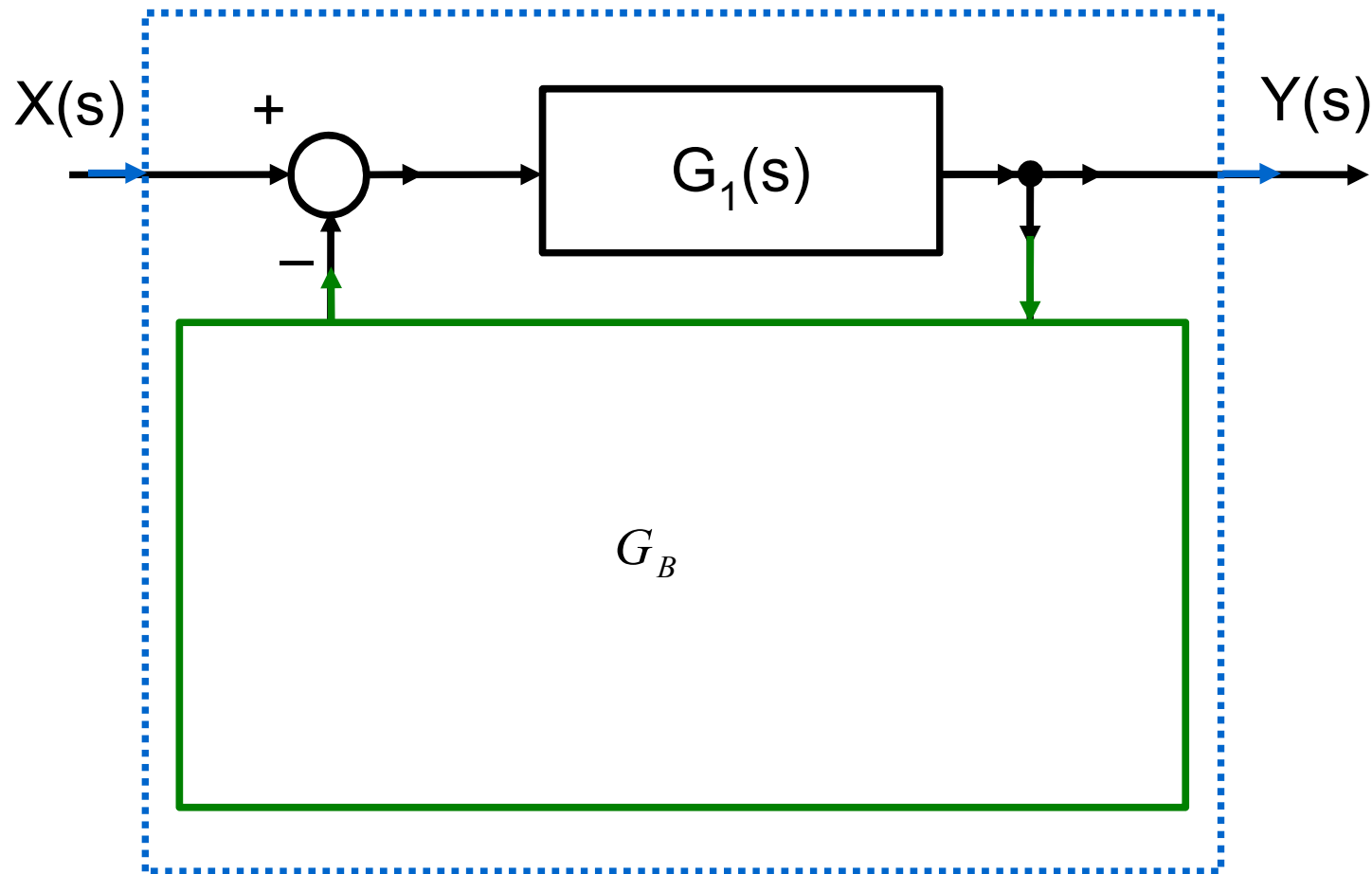


Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A G_4$$

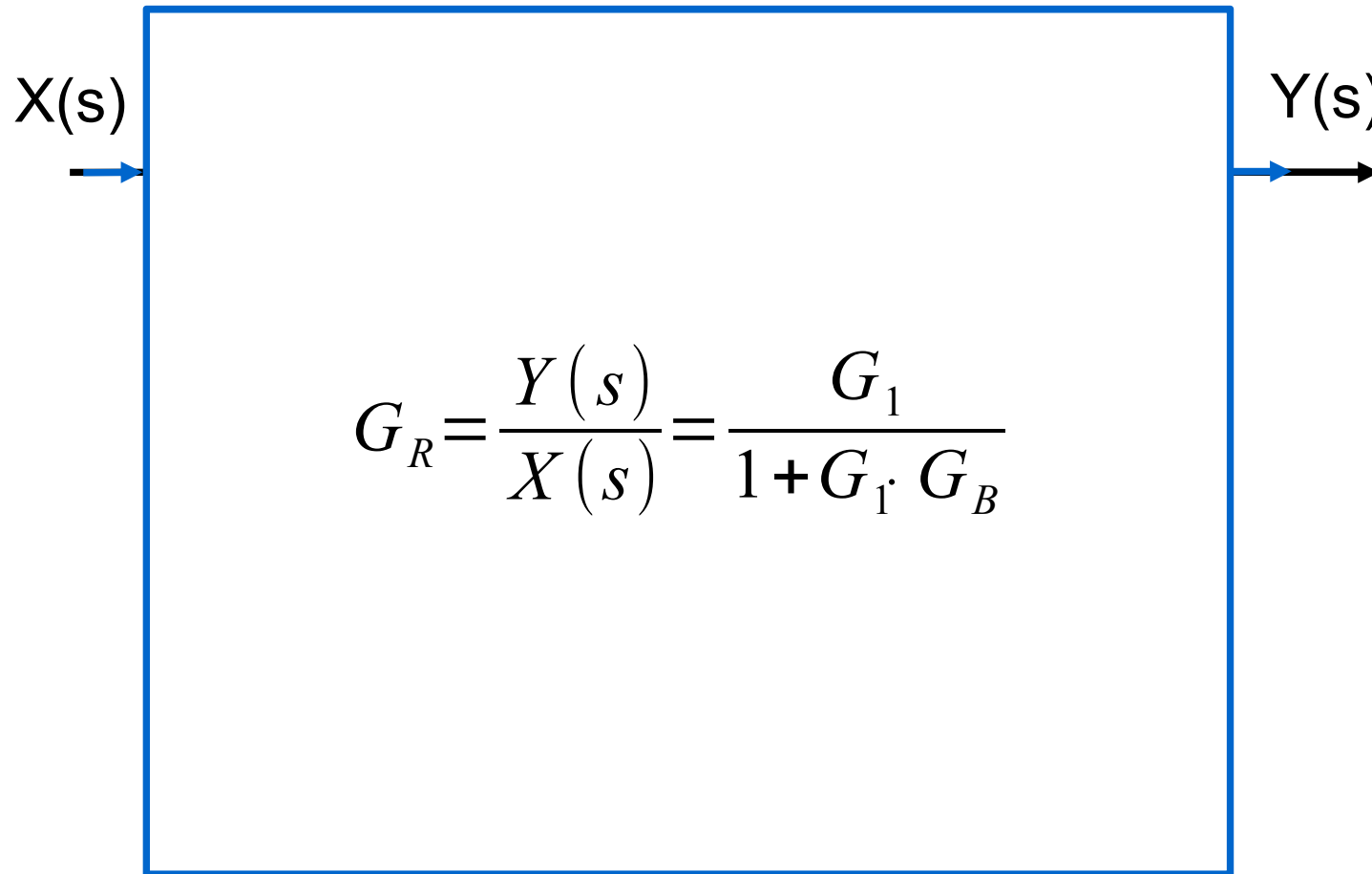
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G_1}{1 + G_1 G_B}$$



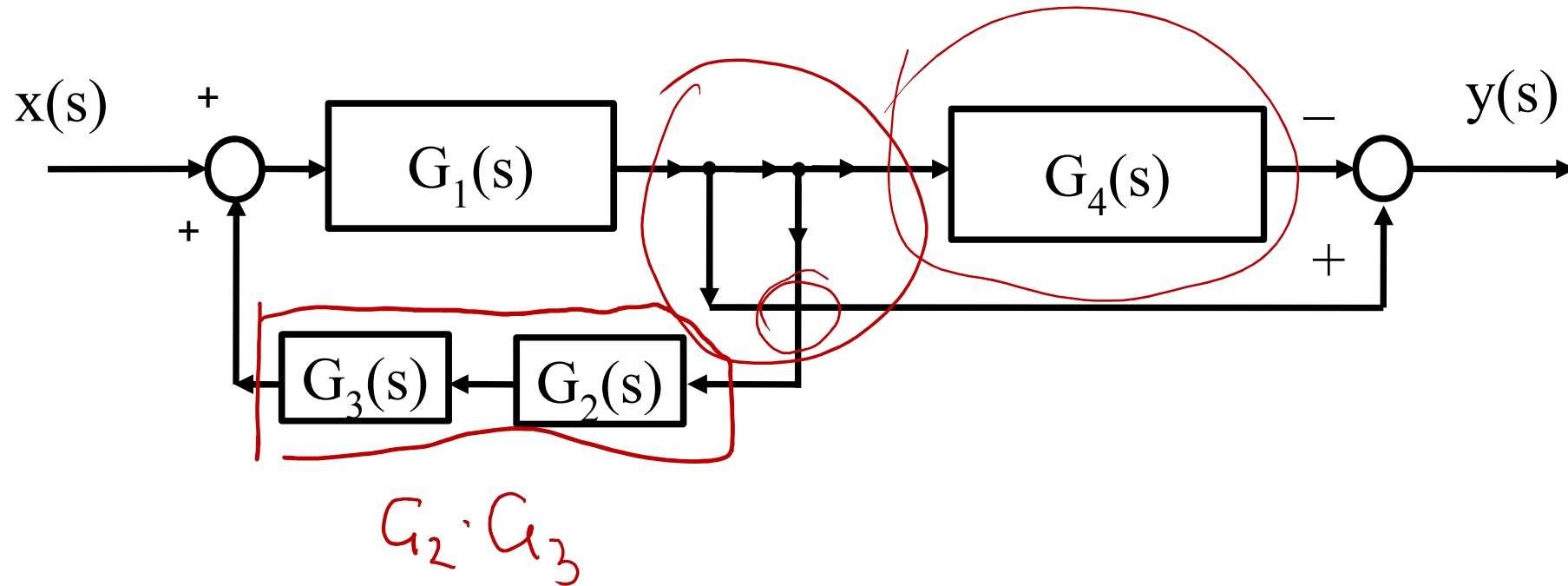
Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

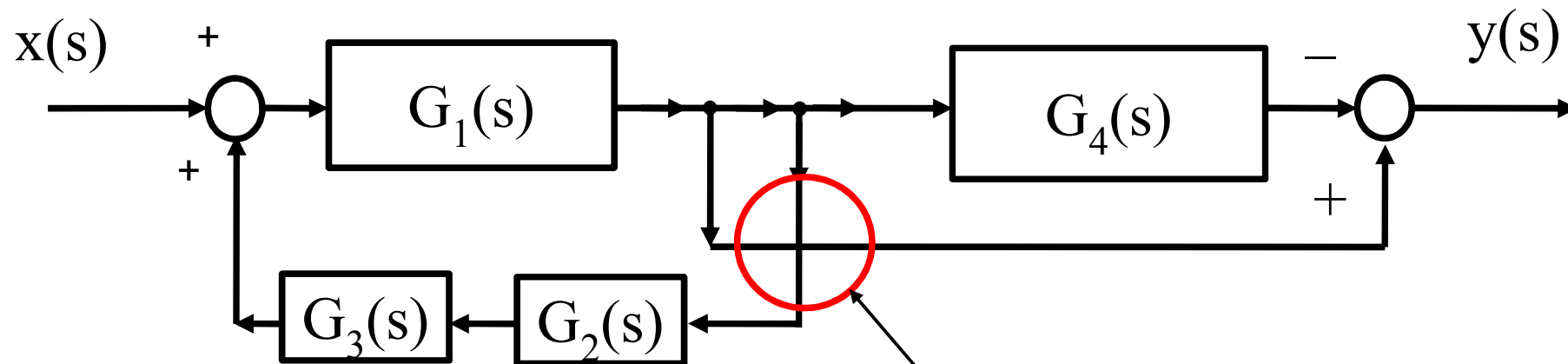
$$G_B = G_A \cdot G_4$$



Przykład 2

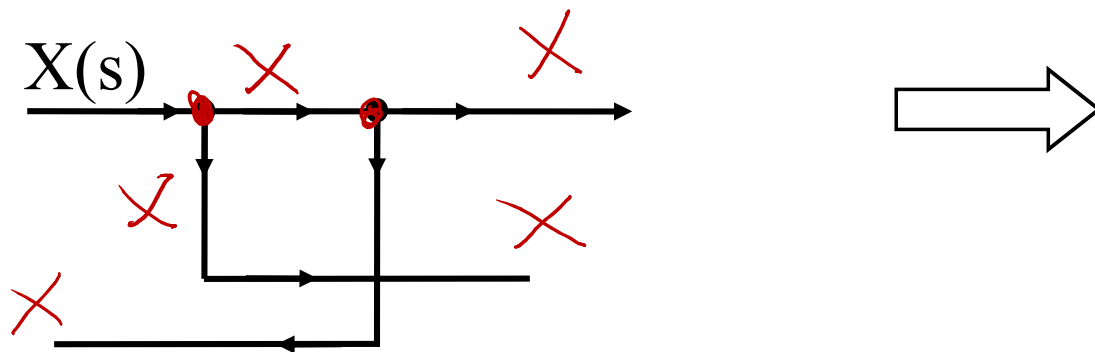


Przykład 2

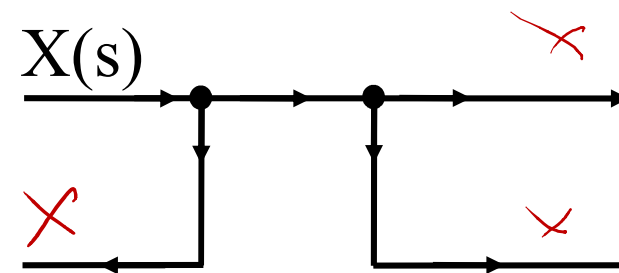
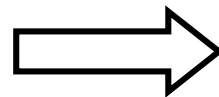
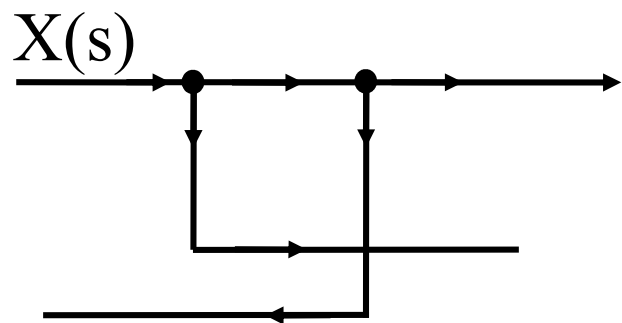


*problem krzyżujących się linii
(ale nie połączonych)*

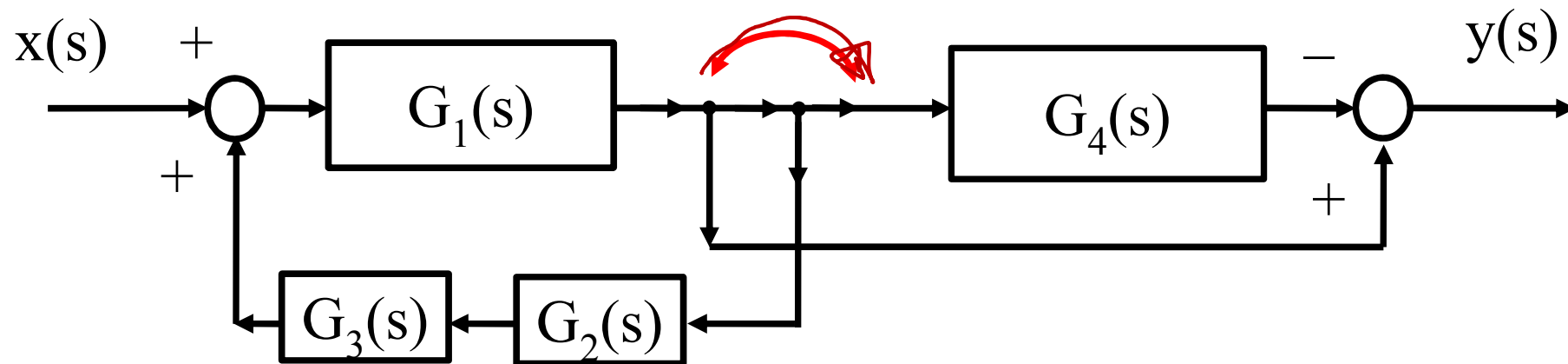
Algebra schematów blokowych zmiana kolejności węzłów informacyjnych



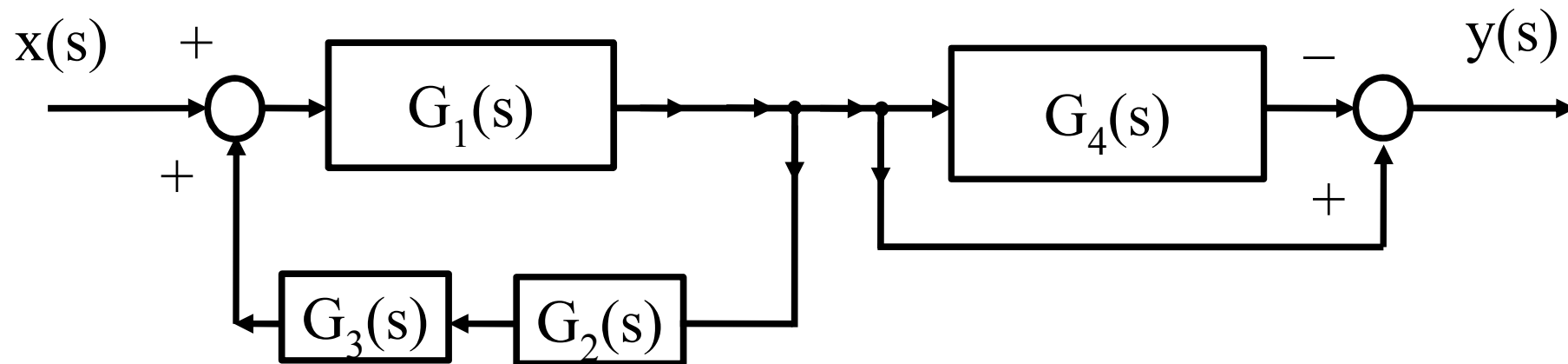
Algebra schematów blokowych zmiana kolejności węzłów informacyjnych



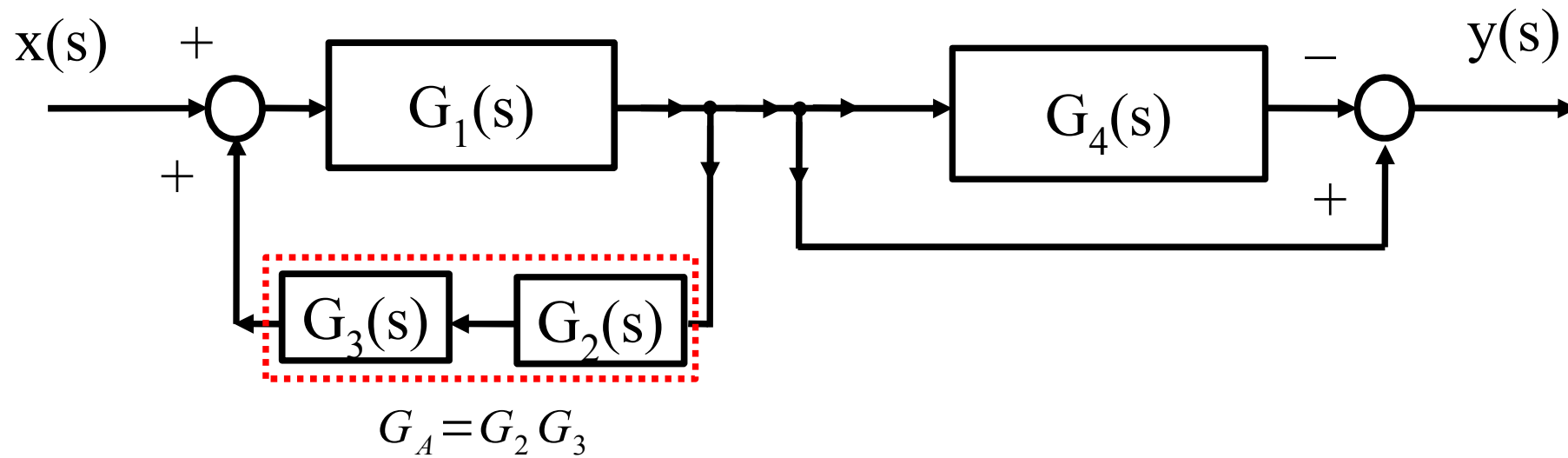
Przykład 2



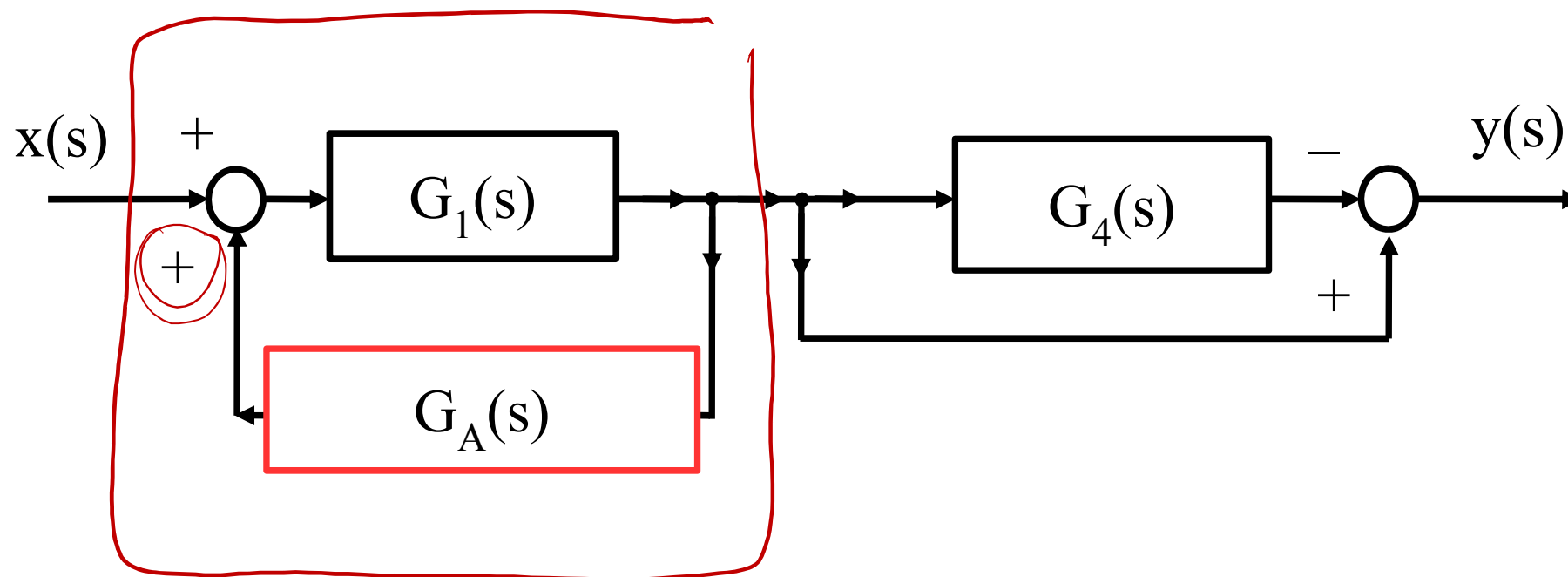
Przykład 2



Przykład 2

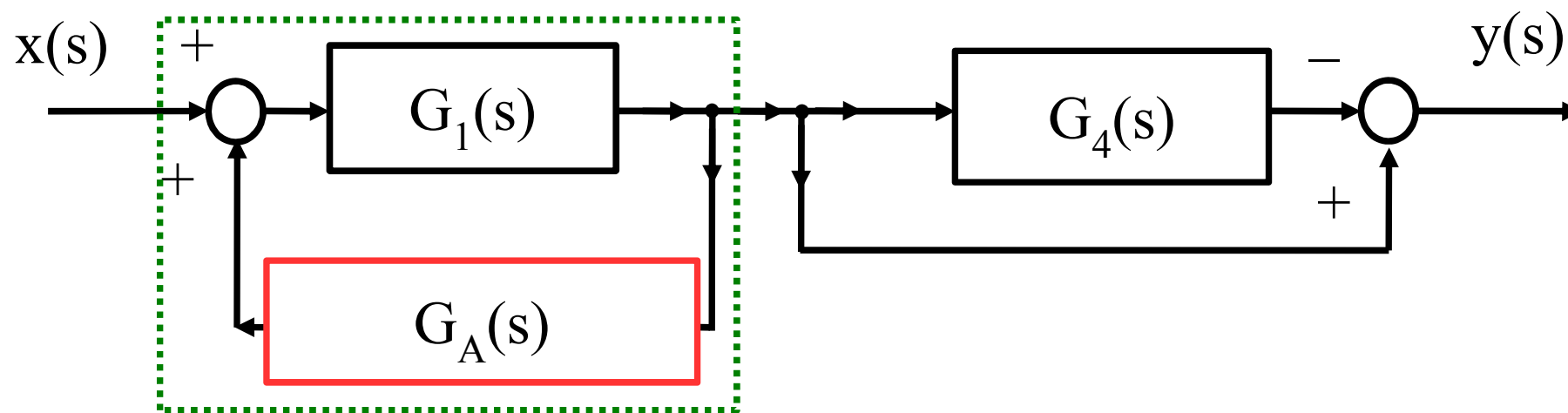


Przykład 2



$$\frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

Przykład 2

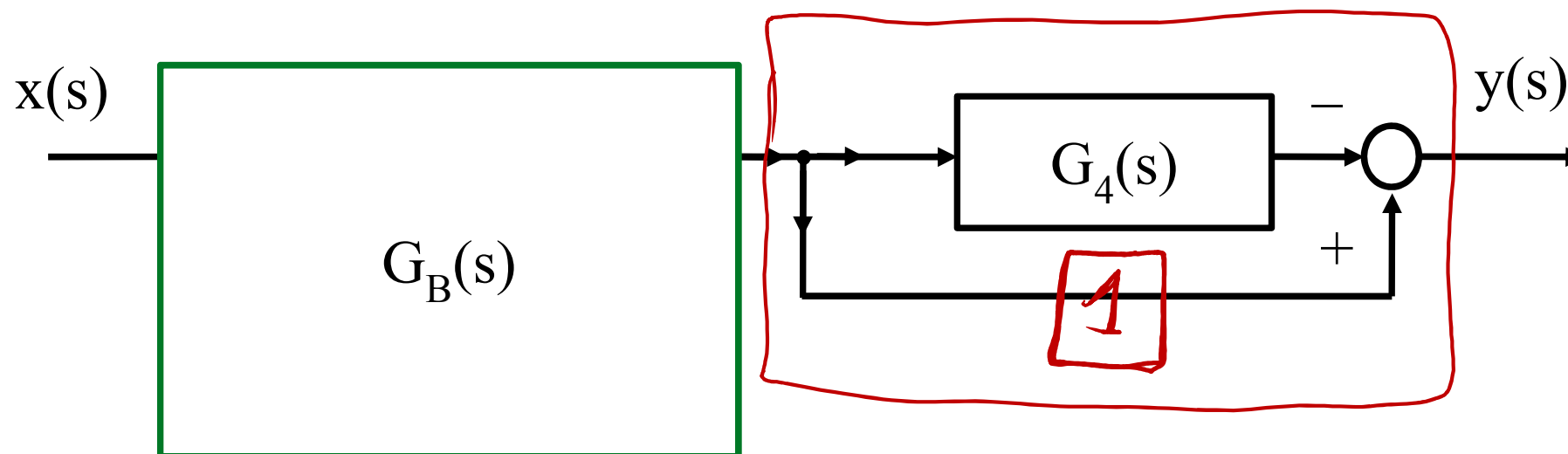


$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

Przykład 2

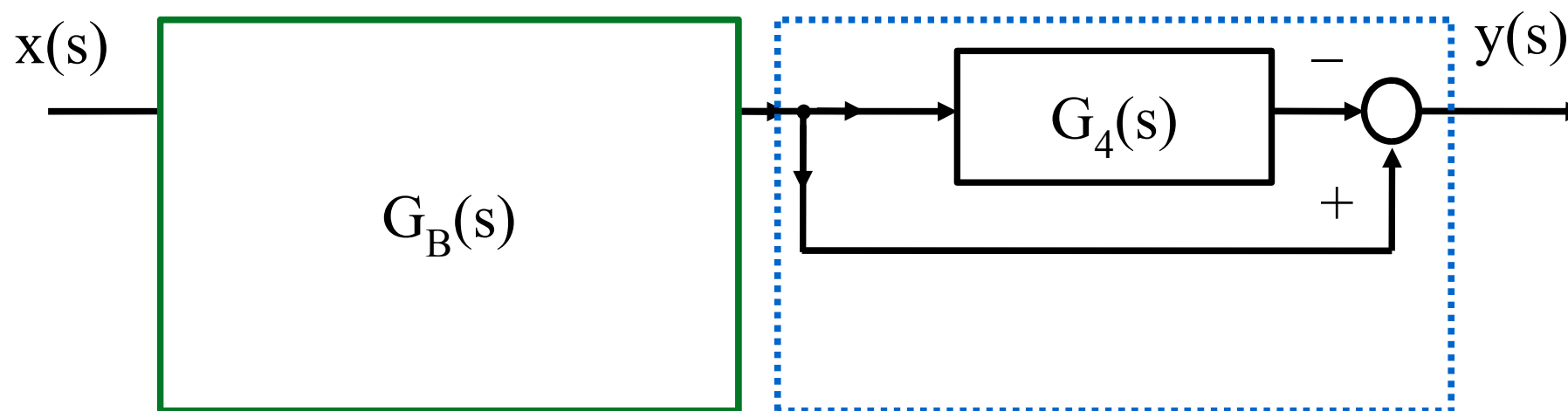


$$+1 - G_4$$

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

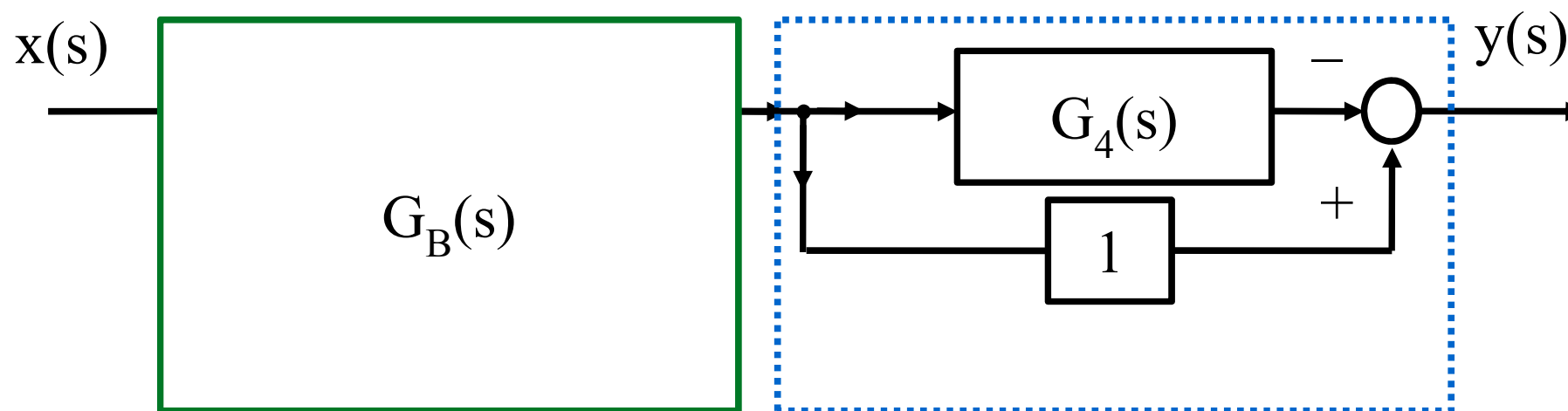
Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

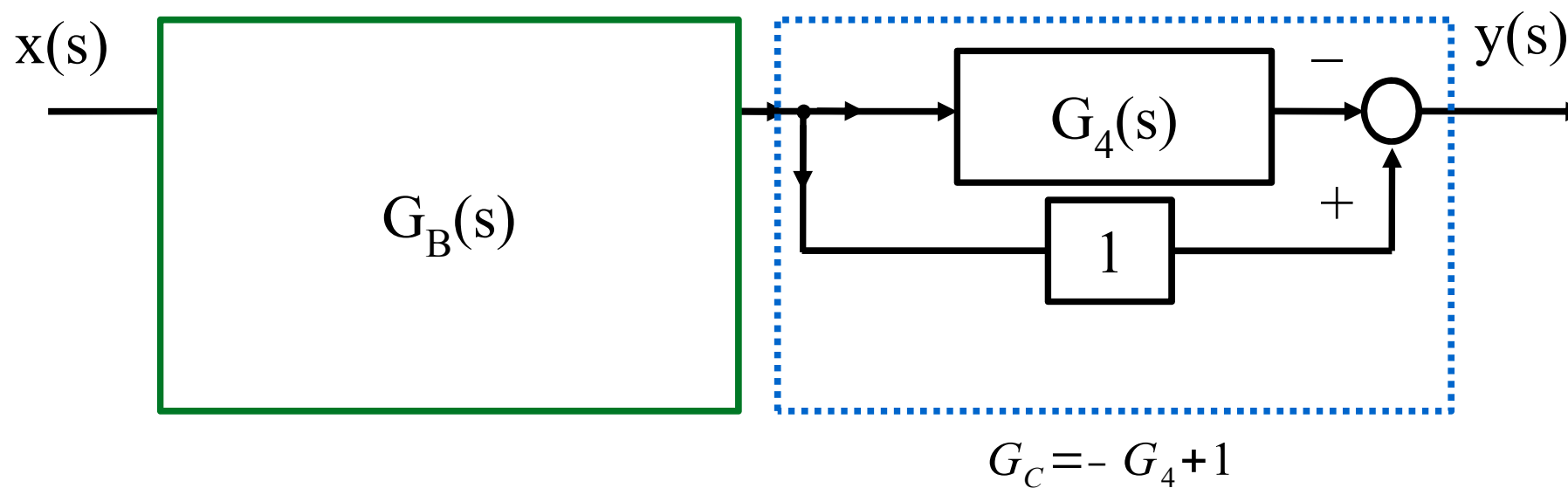
Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

Przykład 2

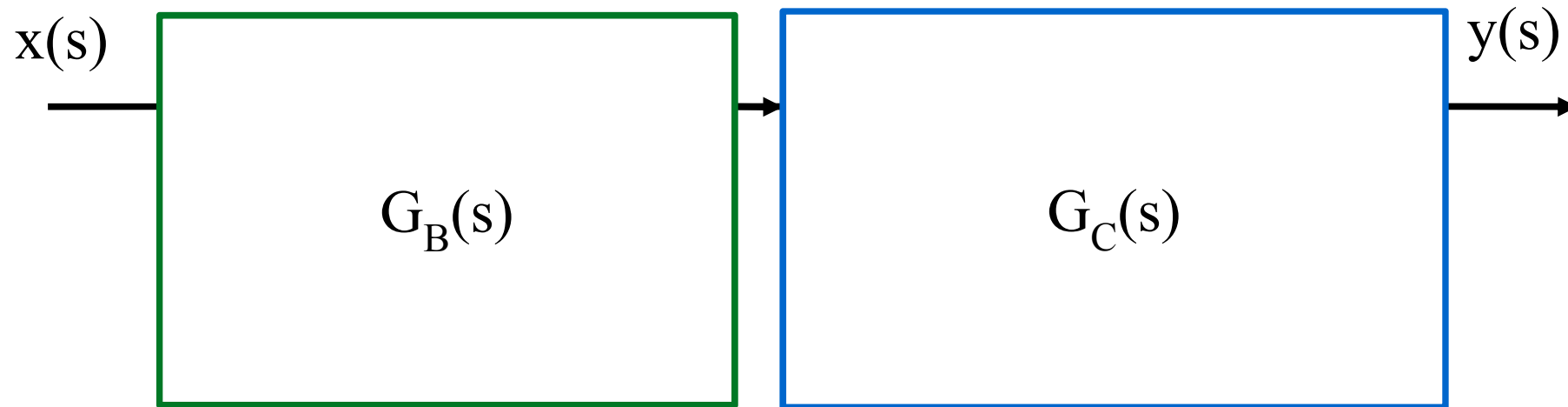


Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$

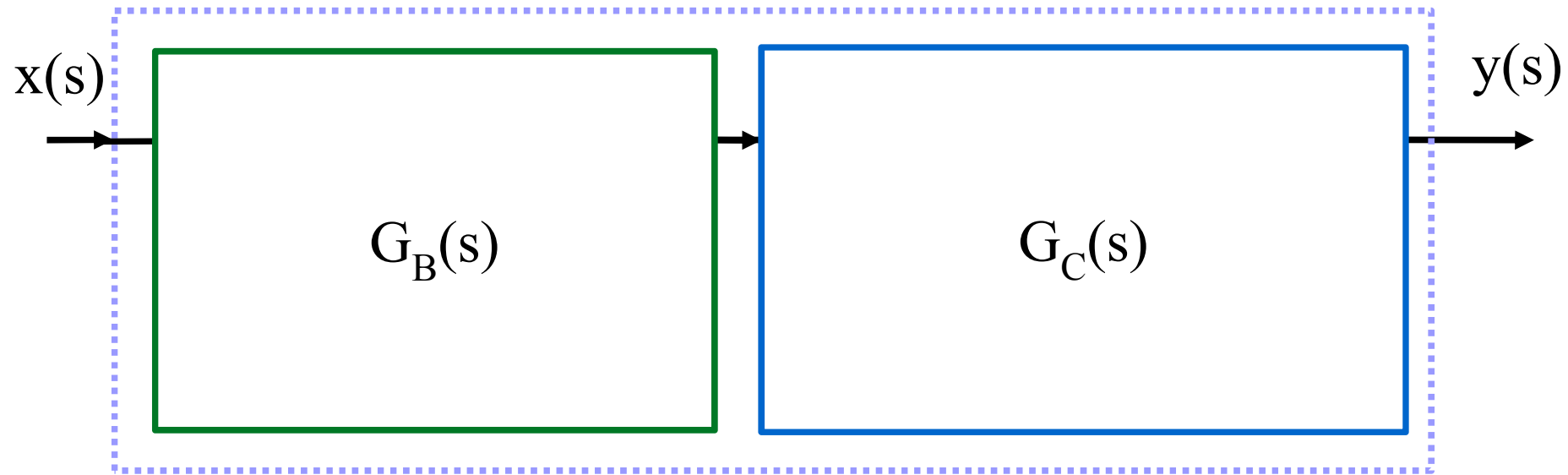


Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$



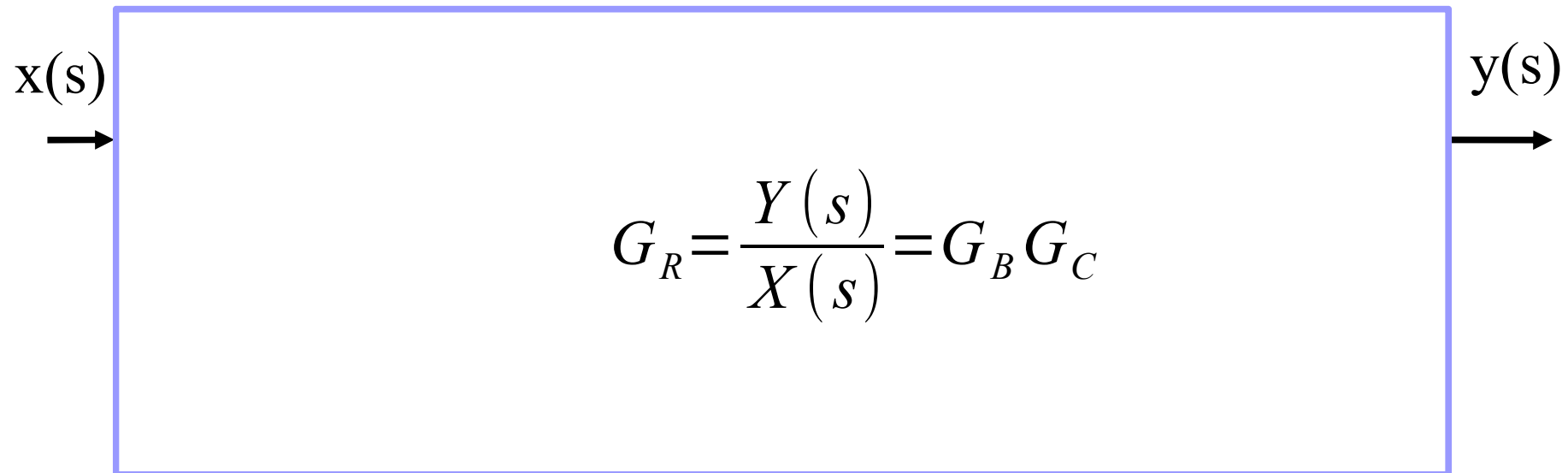
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = G_B G_C$$

Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

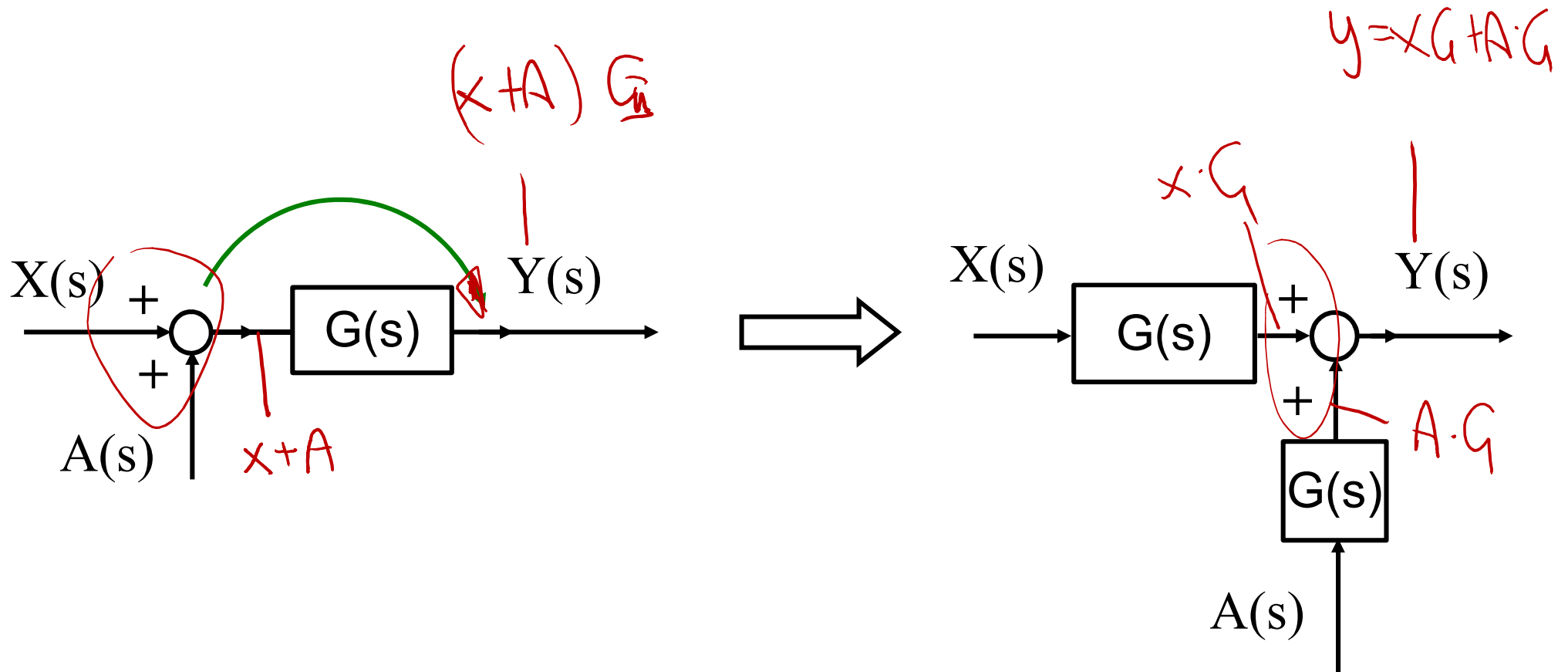
$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$



Algebra schematów blokowych

przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji

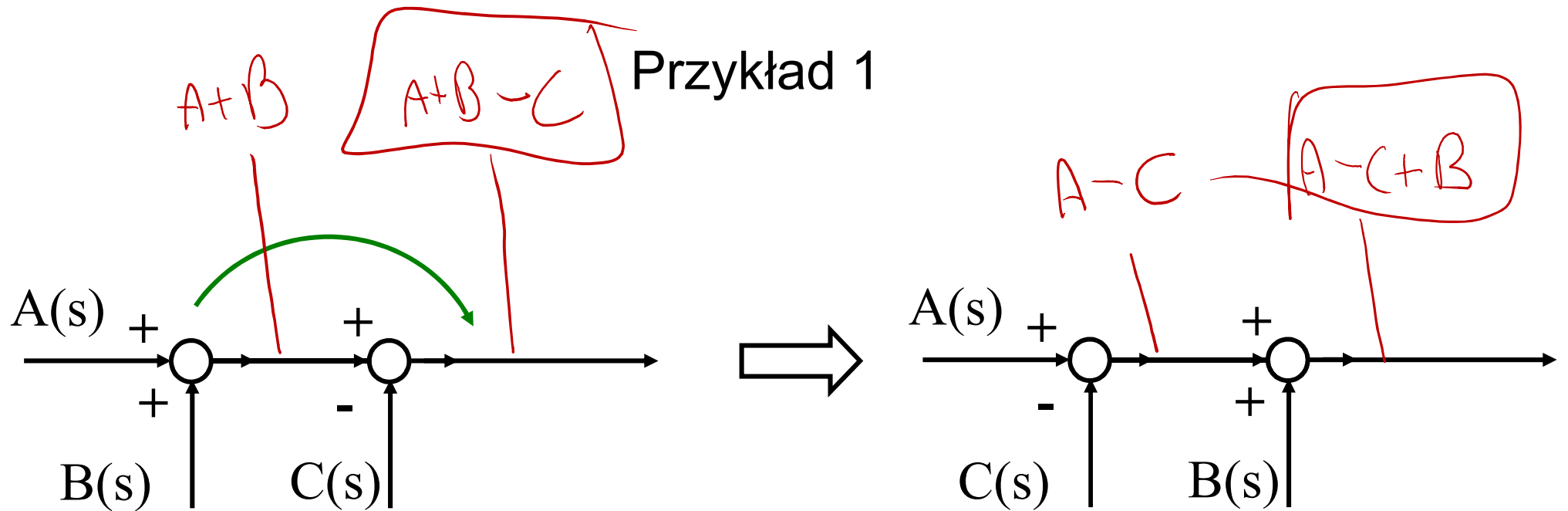


$$Y = (X + A)G$$

$$Y = XG + AG$$

Algebra schematów blokowych

zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

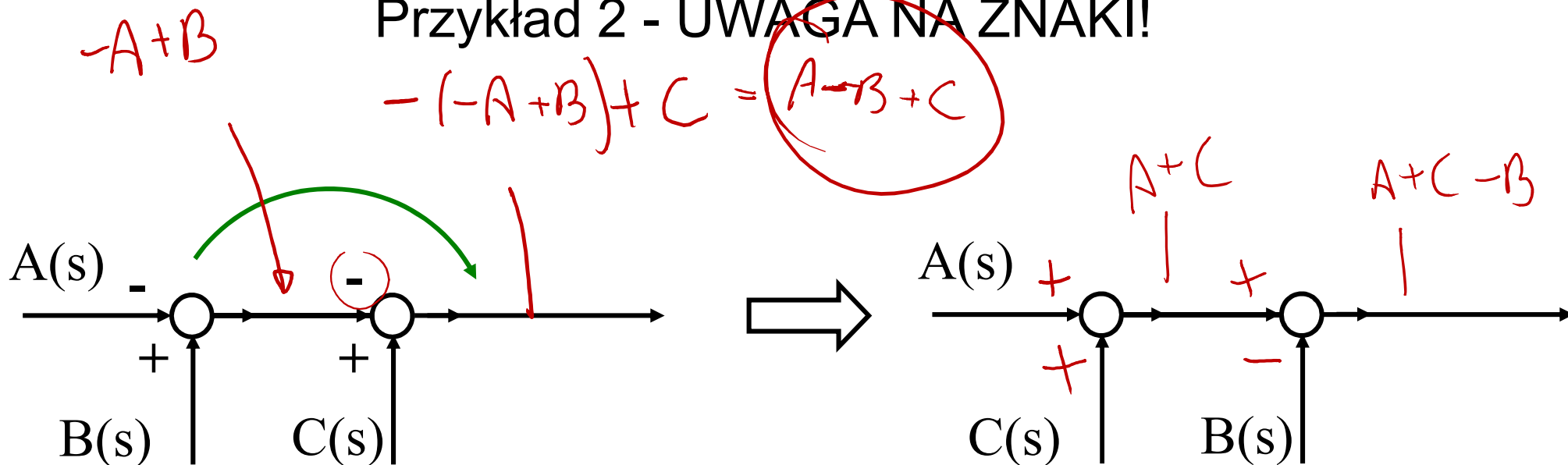


Algebra schematów blokowych

zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

Przykład 2 - UWAGA NA ZNAKI!

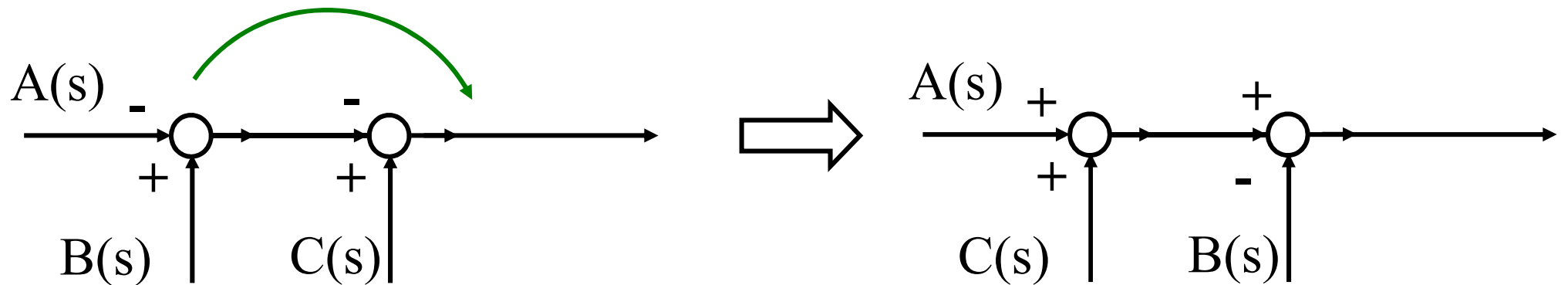
$$-(-A+B)+C = A-B+C$$



Algebra schematów blokowych

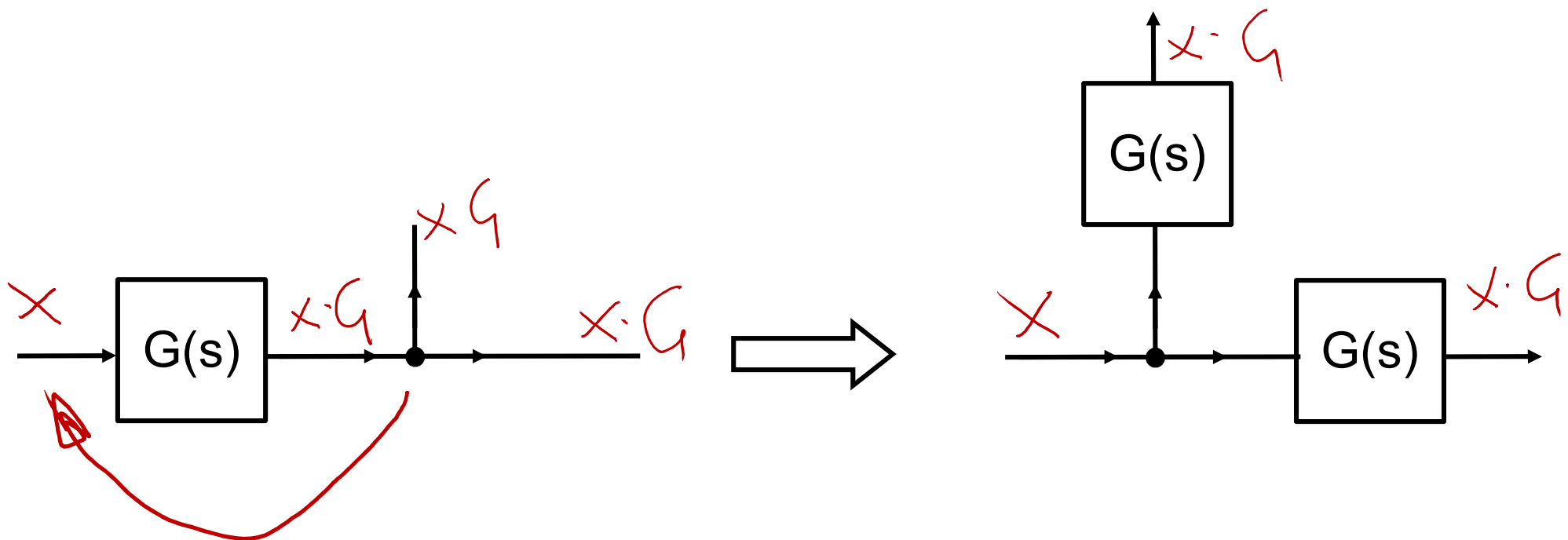
zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

Przykład 2 - UWAGA NA ZNAKI!

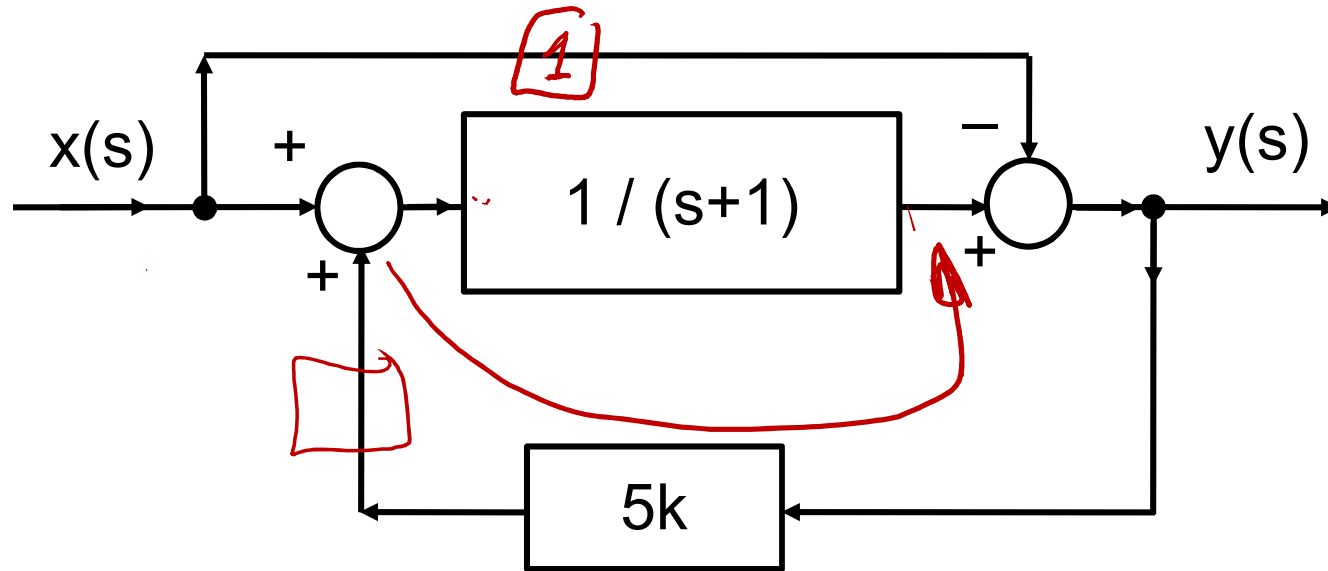


Algebra schematów blokowych

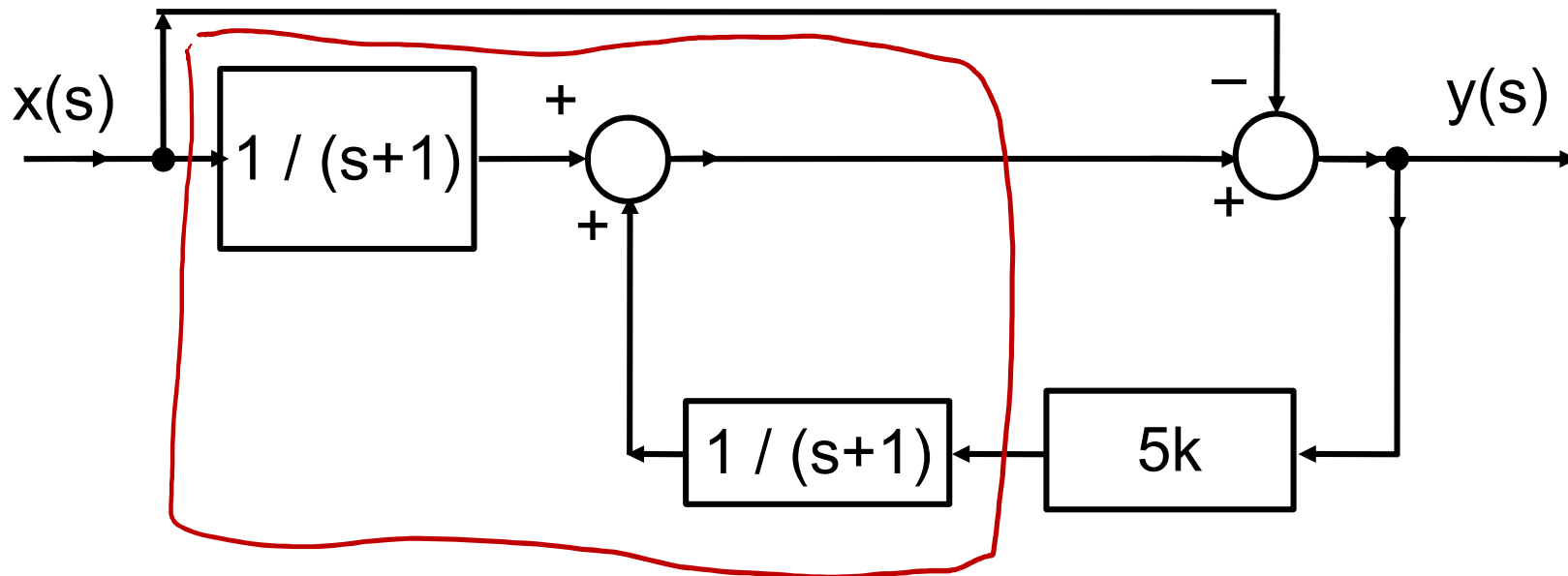
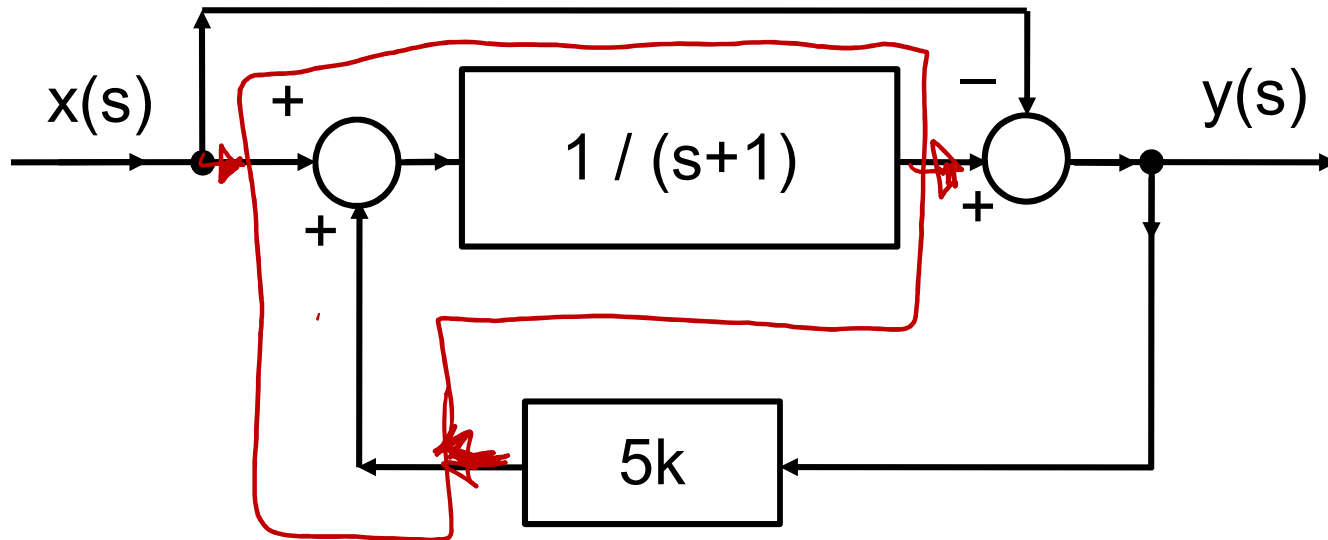
zmiana kolejności bloku transmitancji i węzła informacyjnego



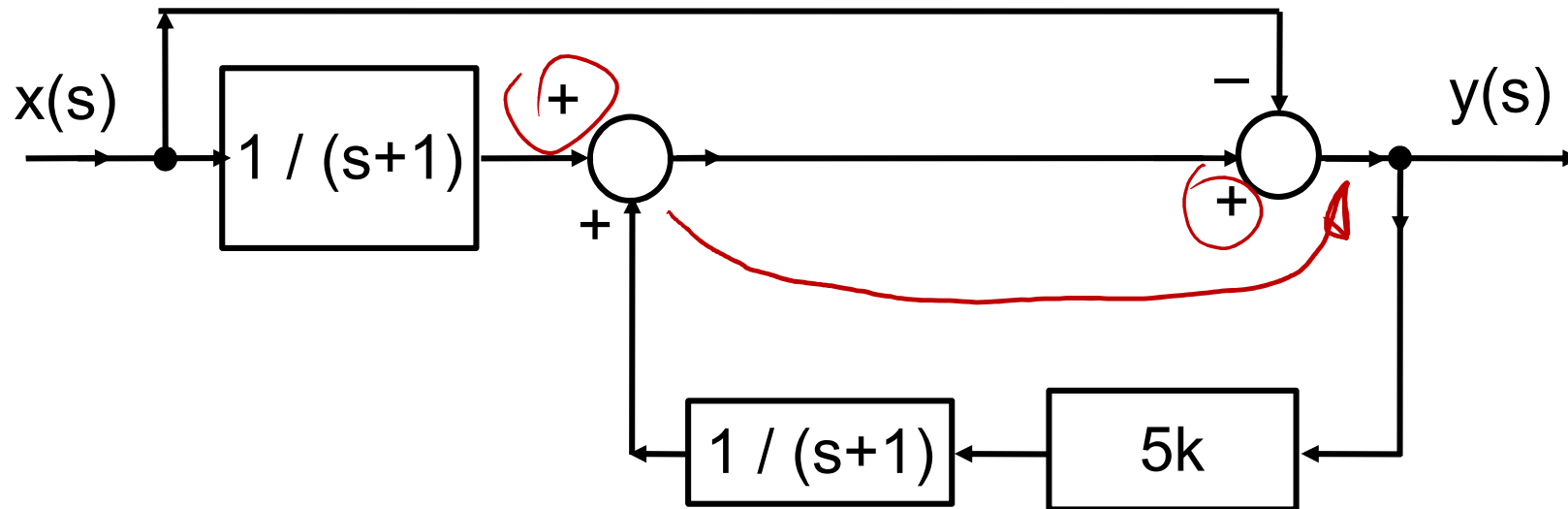
Przykład 3



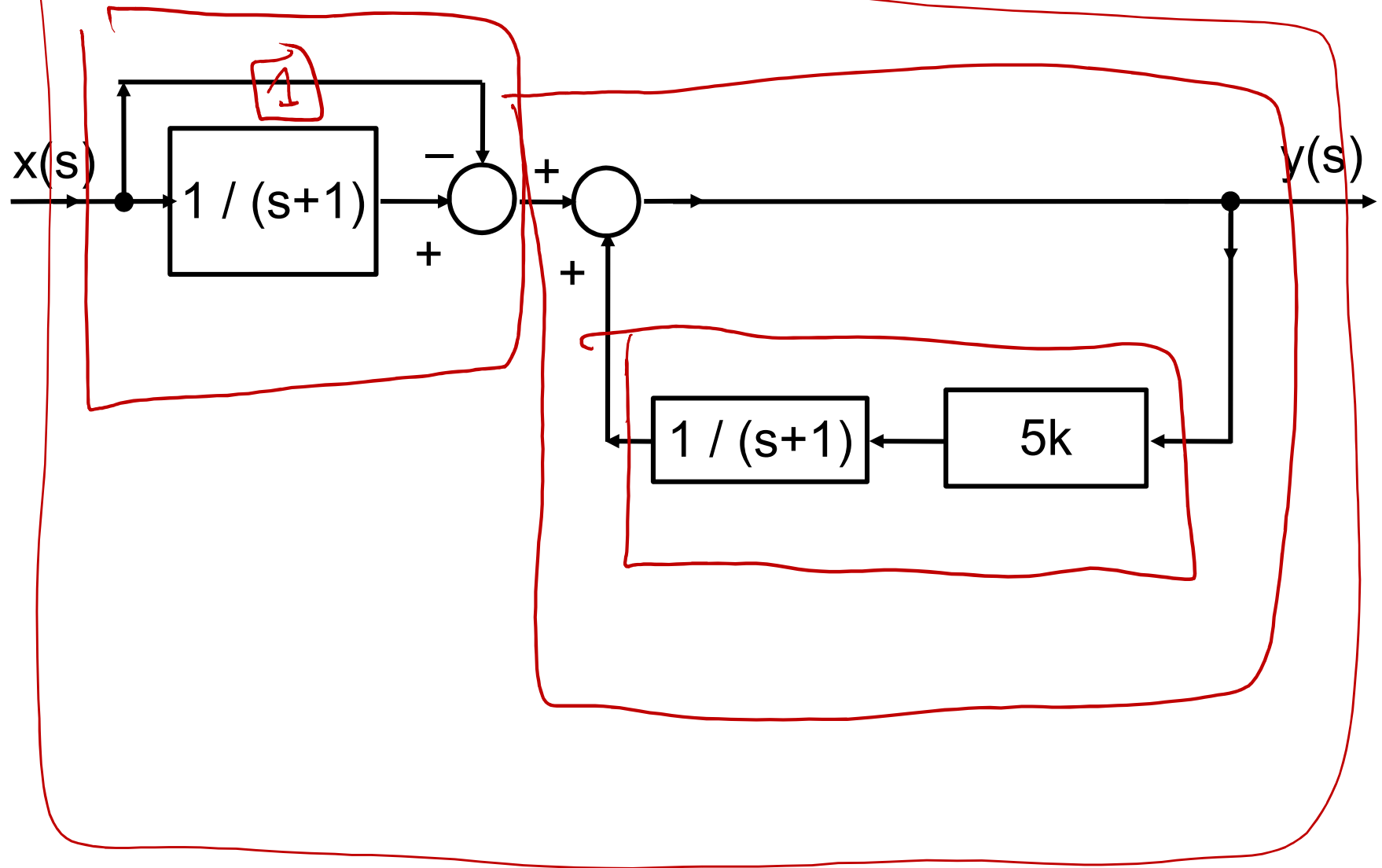
Przykład 3



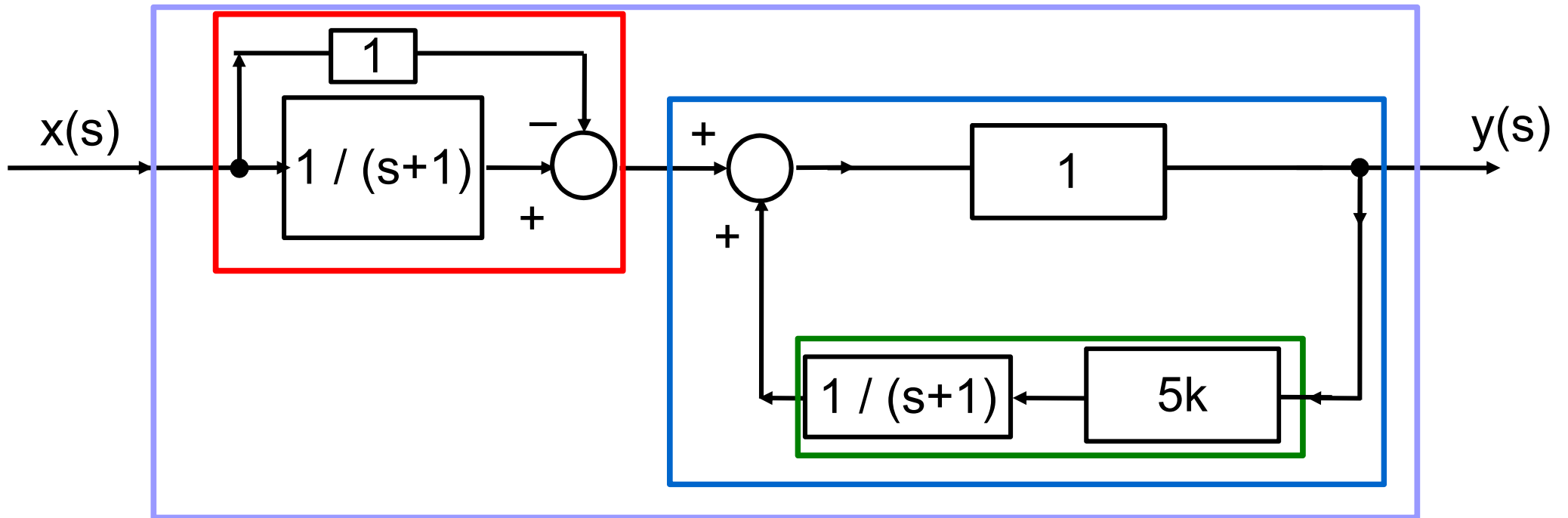
Przykład 3



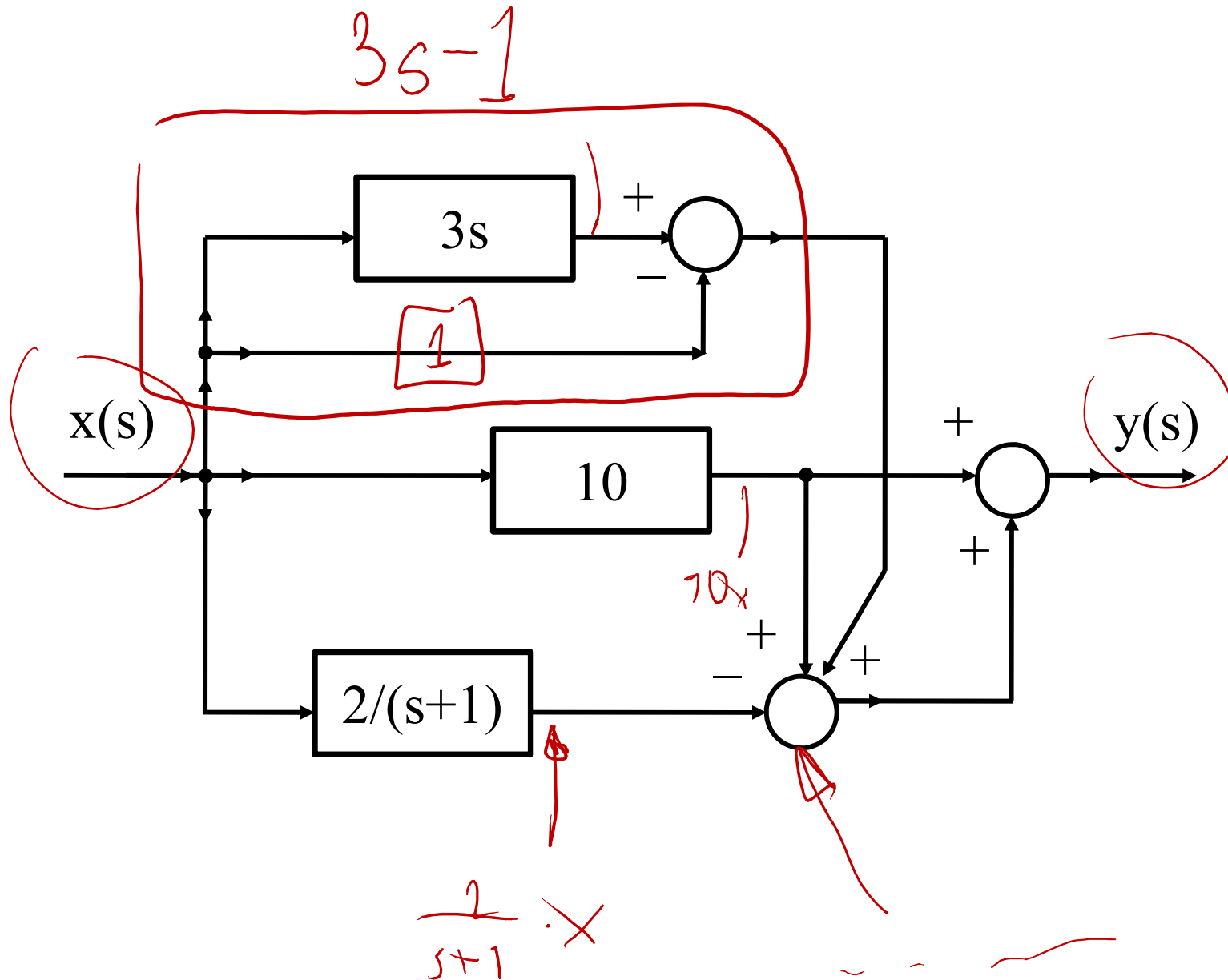
Przykład 3



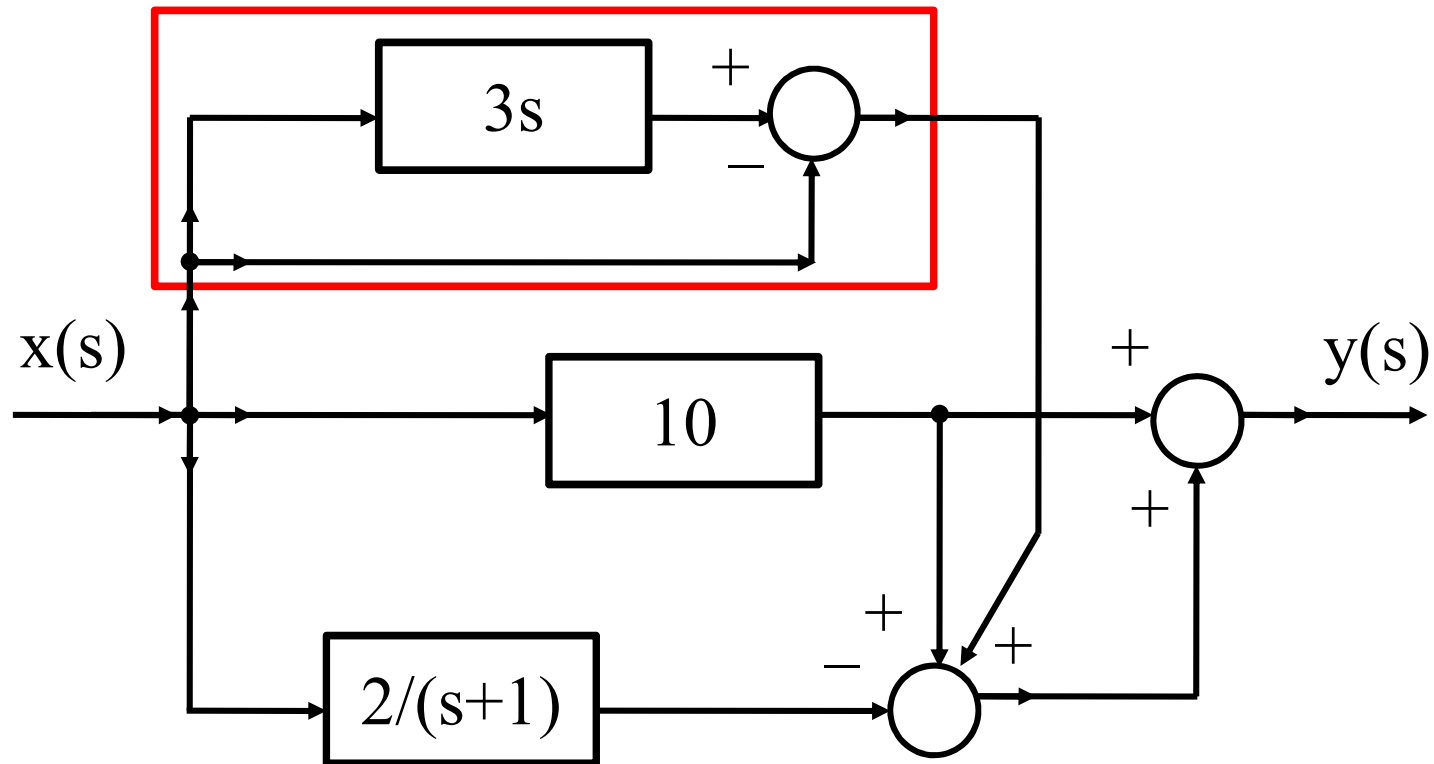
Przykład 3



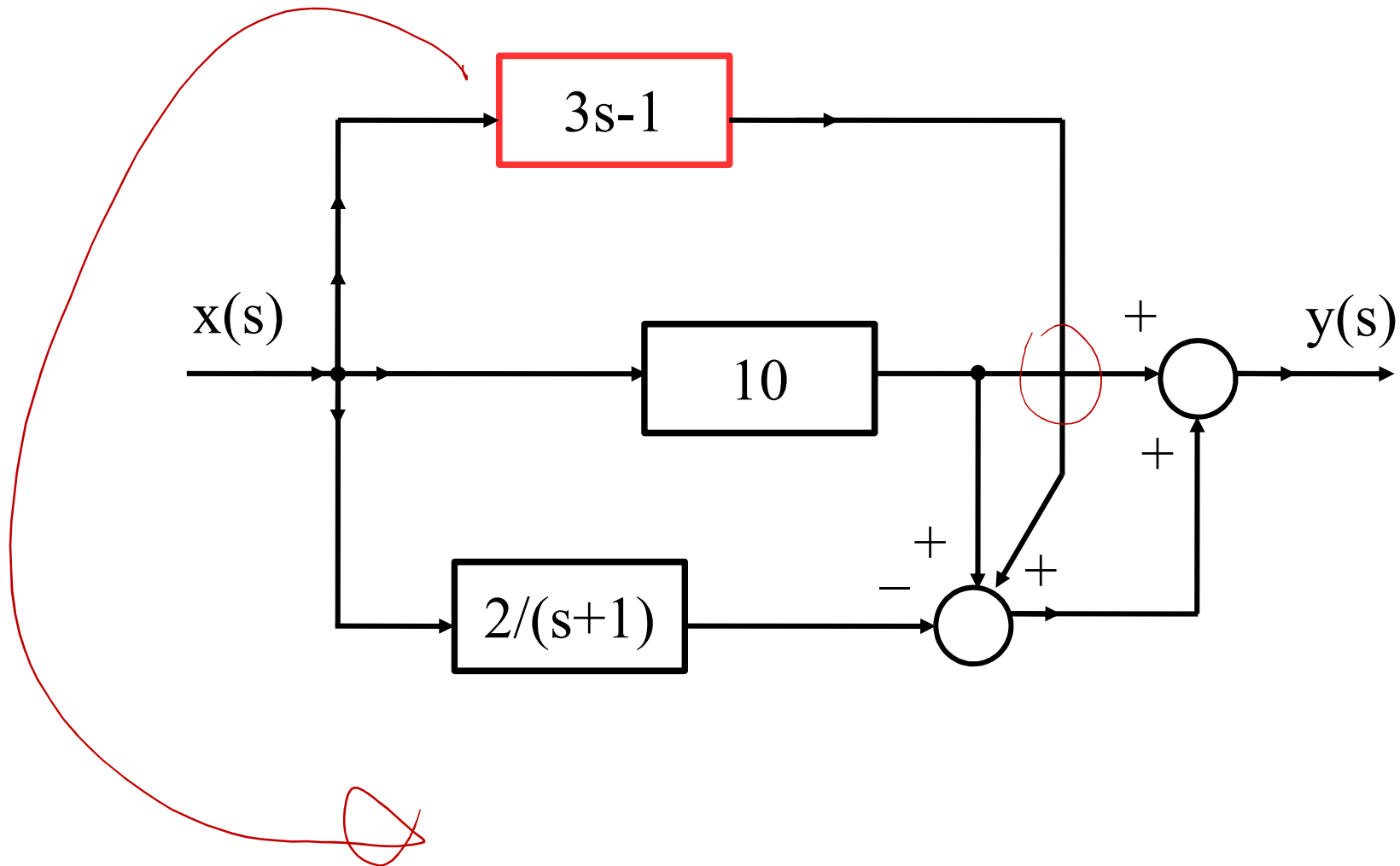
Przykład 4



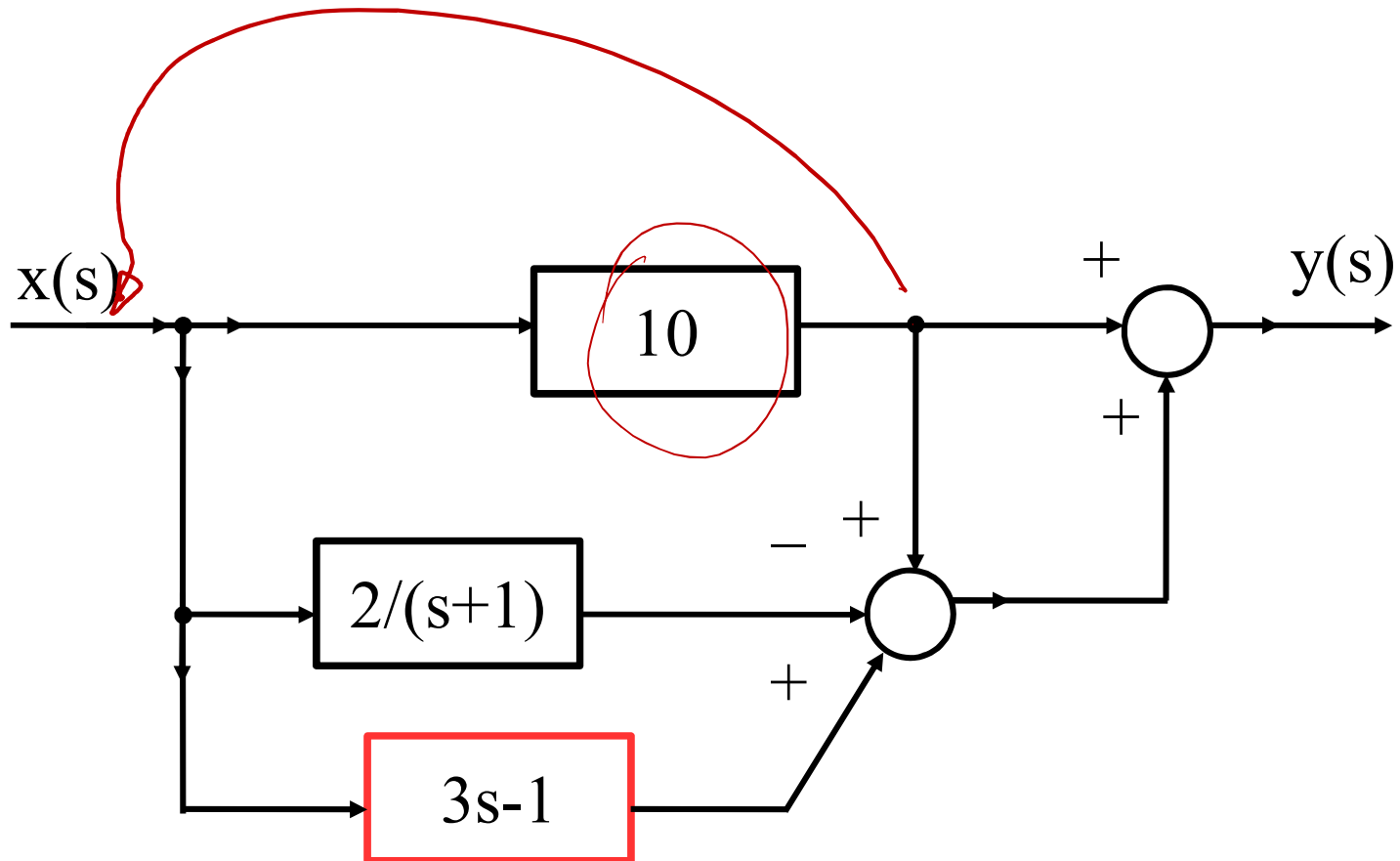
Przykład 4



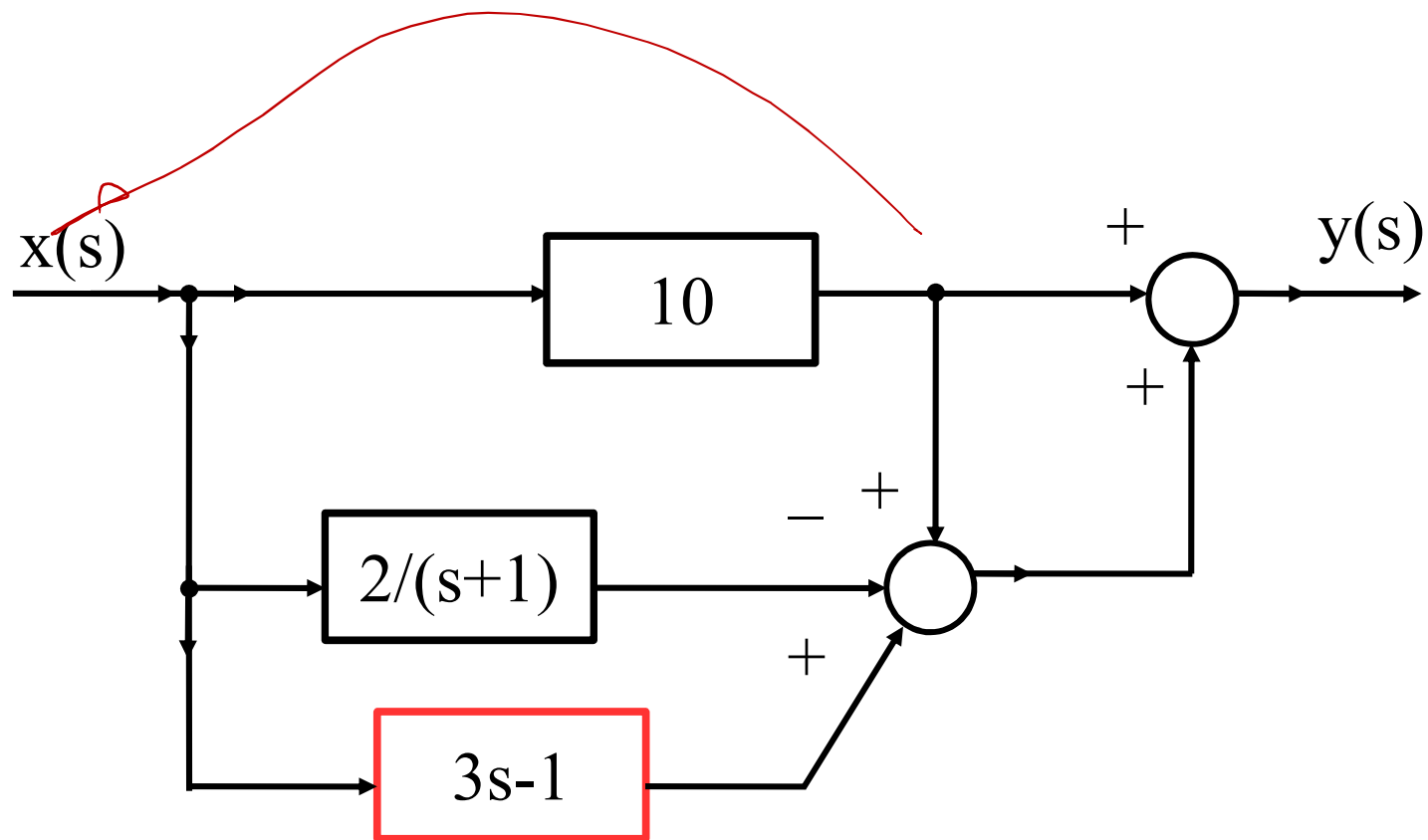
Przykład 4



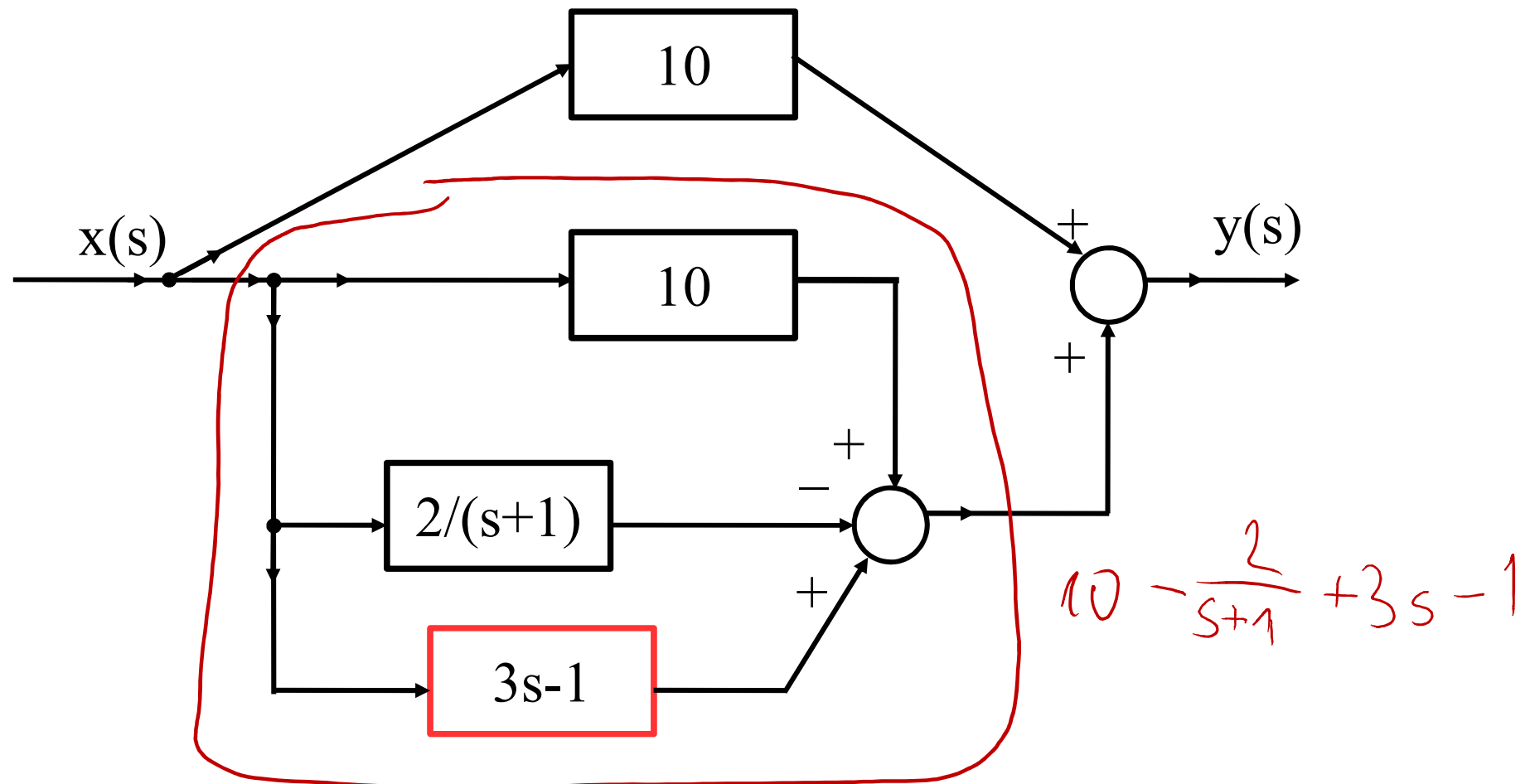
Przykład 4



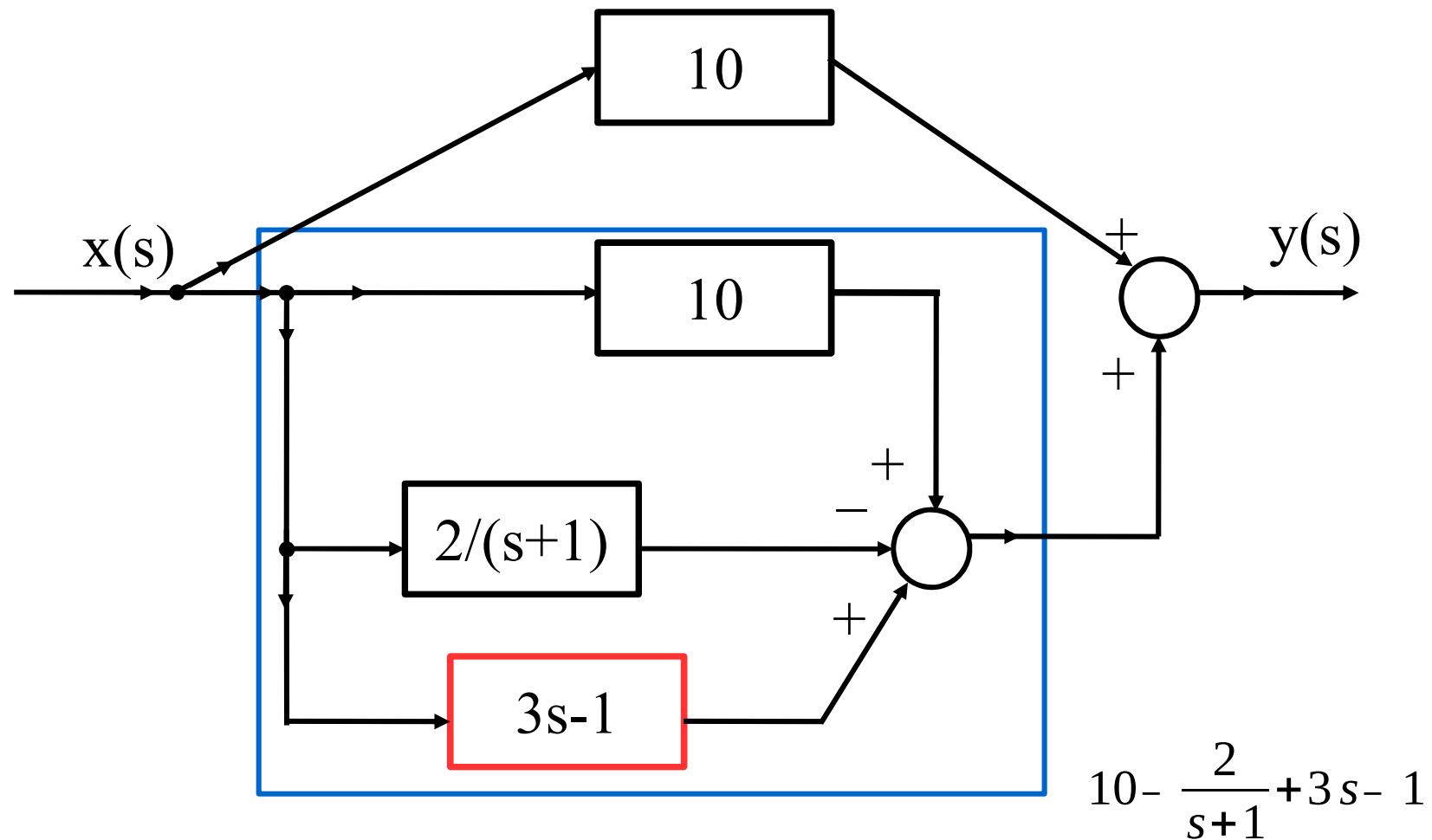
Przykład 4



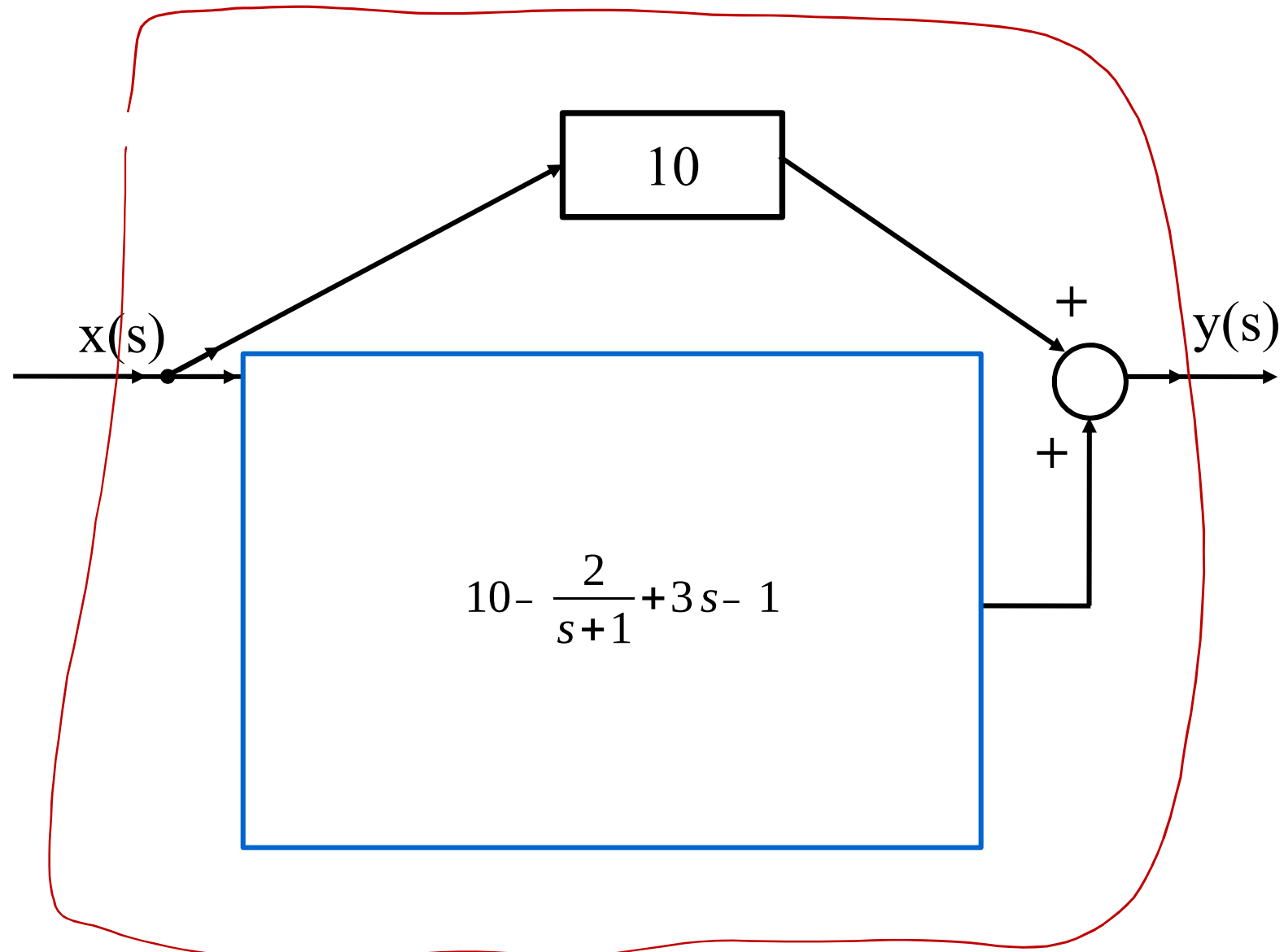
Przykład 4



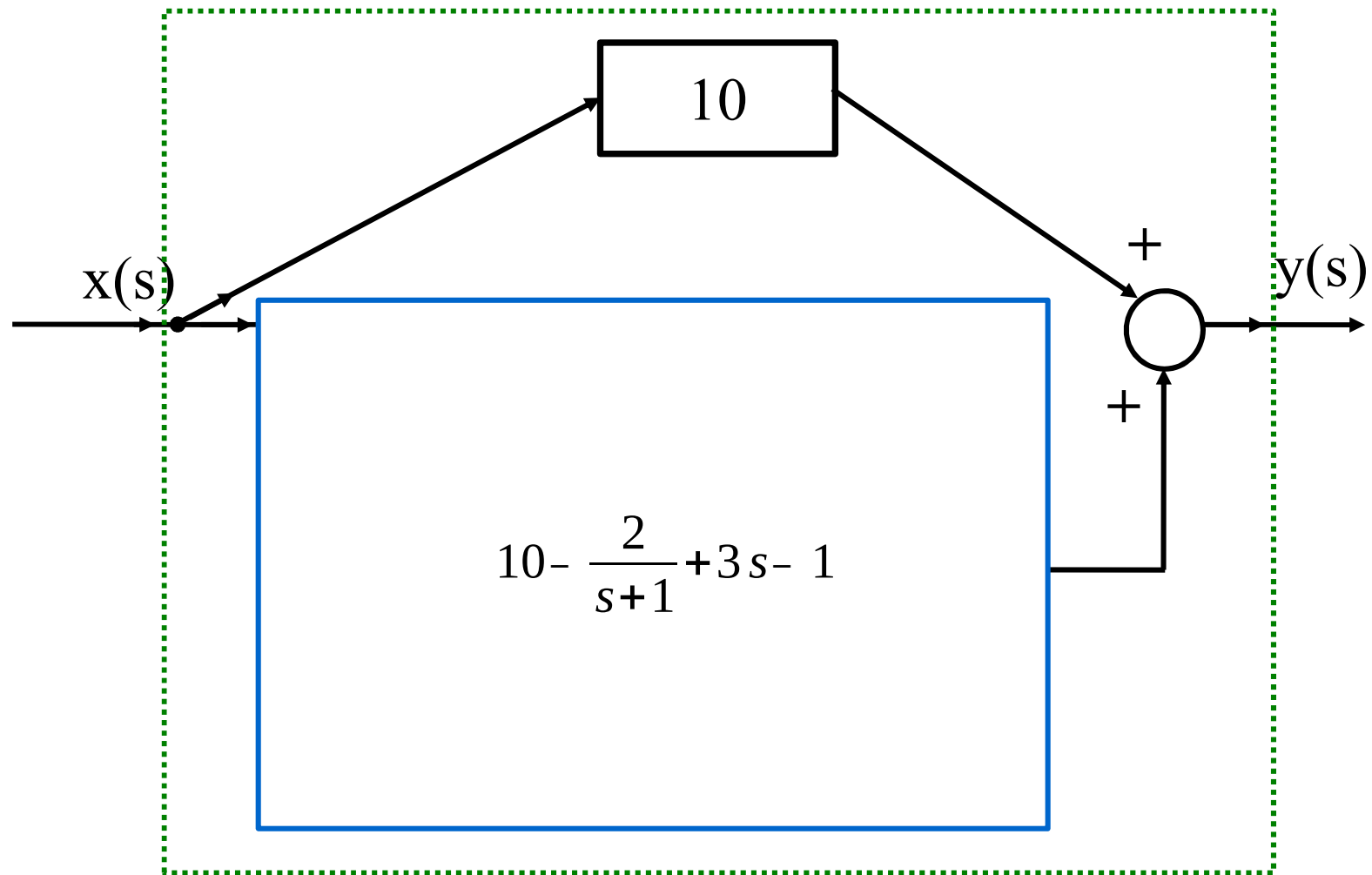
Przykład 4



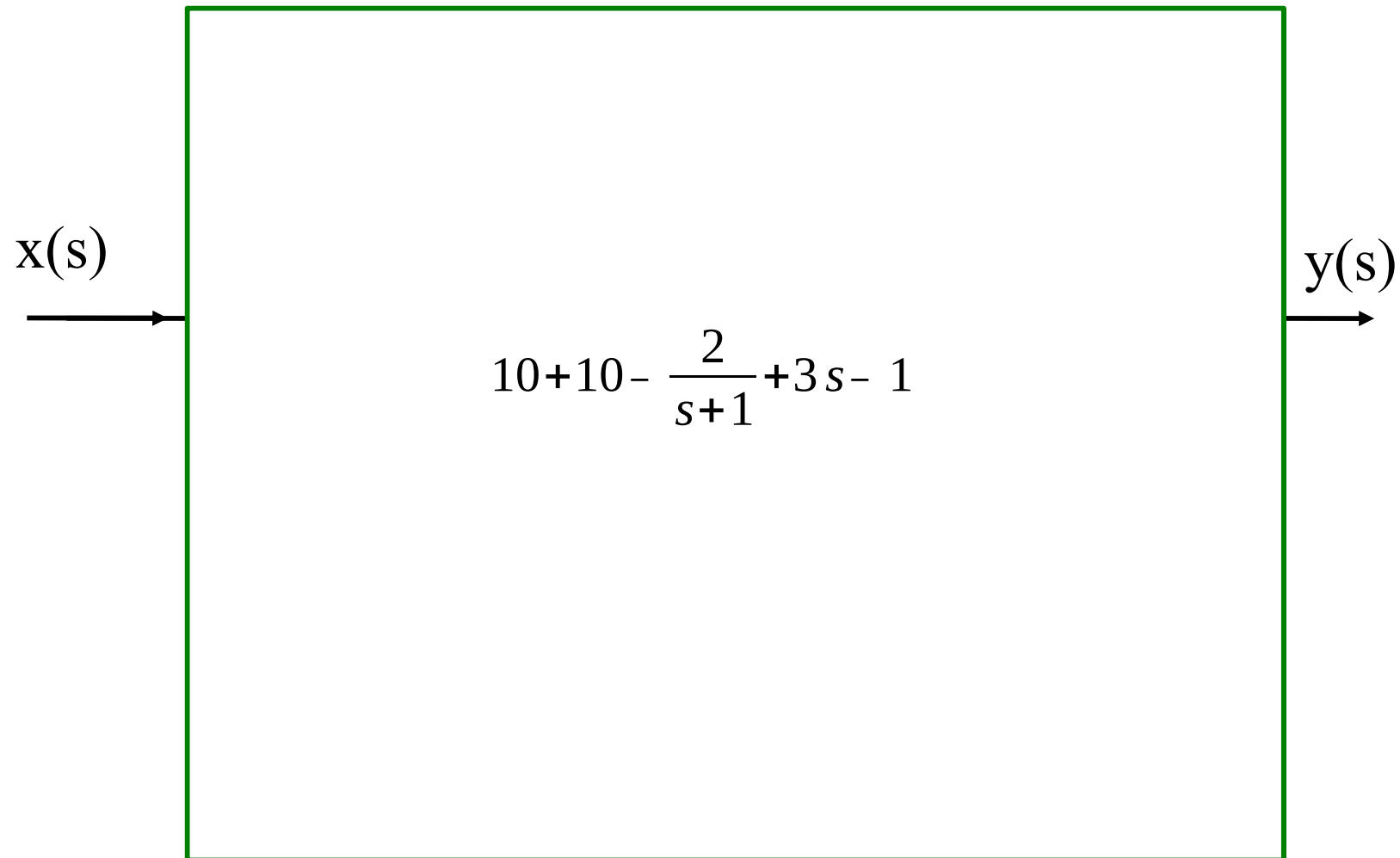
Przykład 4



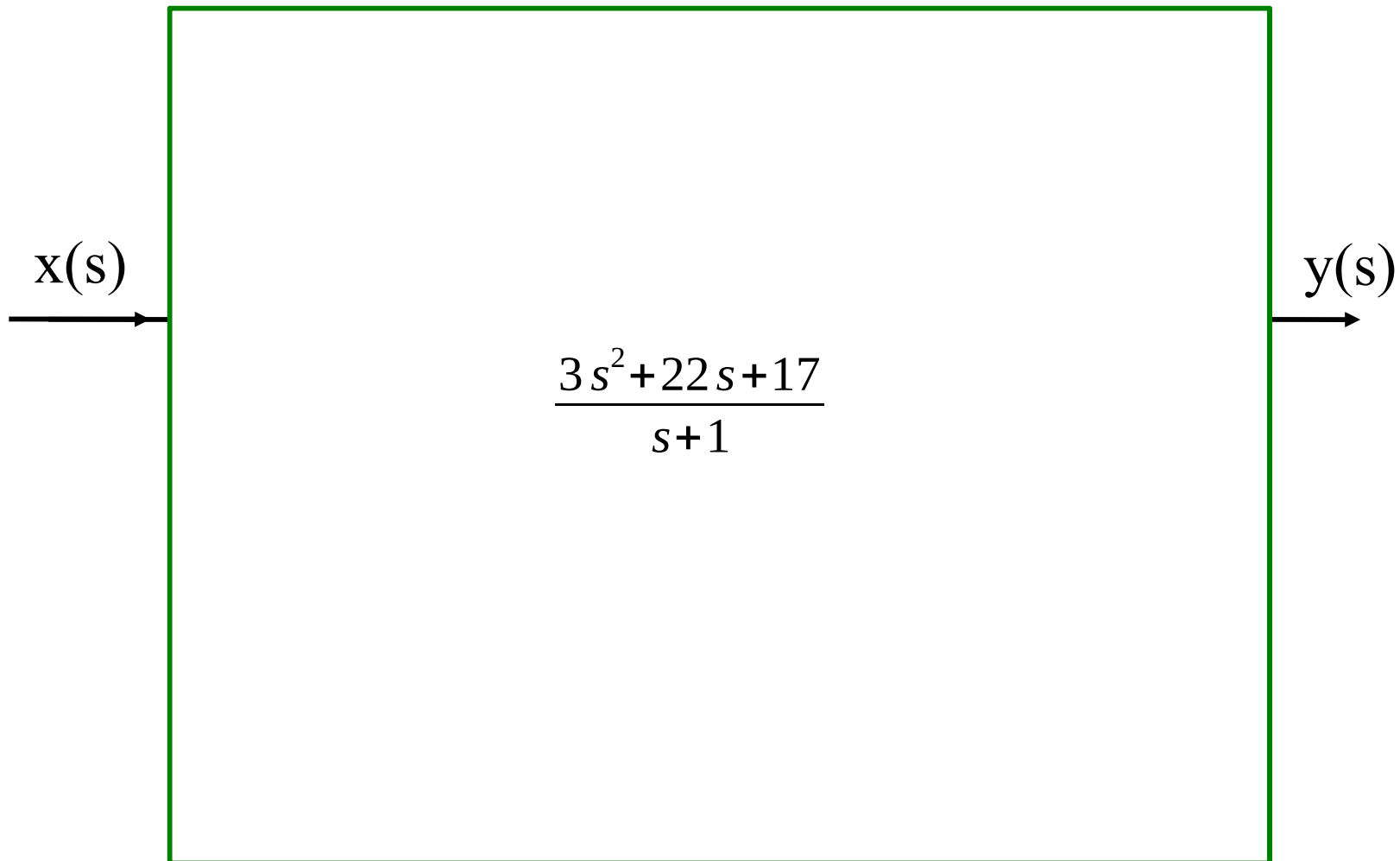
Przykład 4



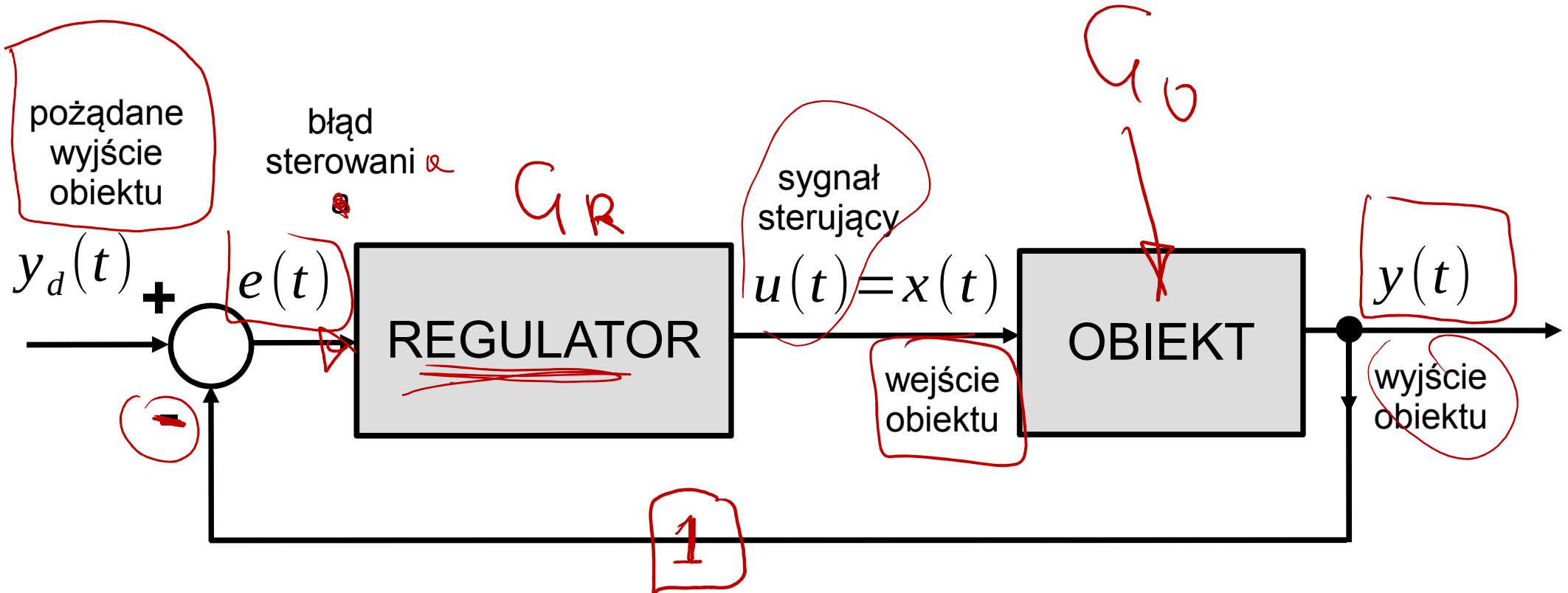
Przykład 4



Przykład 4



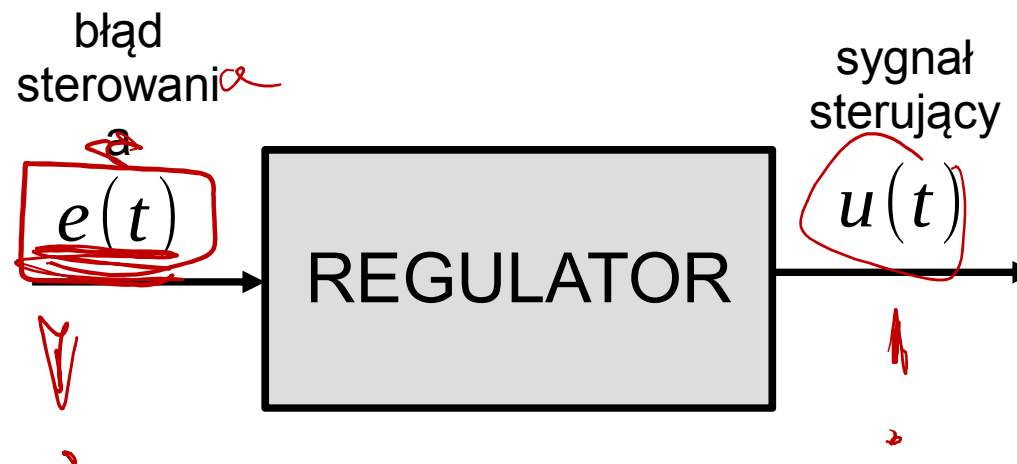
Sterowanie w zamkniętej pętli



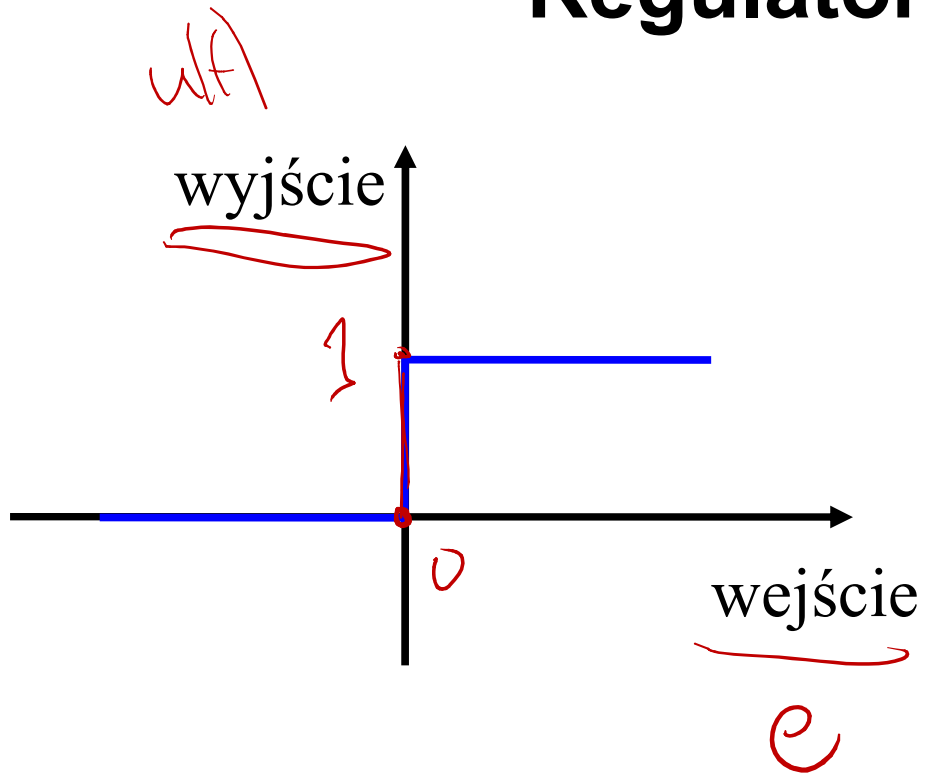
$$G_T(s) = \frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{G_R \cdot G_O}{1 + G_R G_O \cdot 1}$$

Podstawowe regulatory

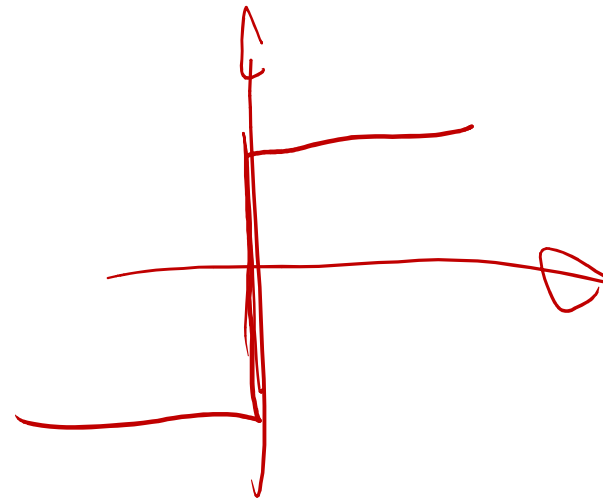
- dwustanowy
- trójstanowy
- Proporcjonalny (P)
 - Całkujący (I)
 - Różniczkujący (D)
- Proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID)



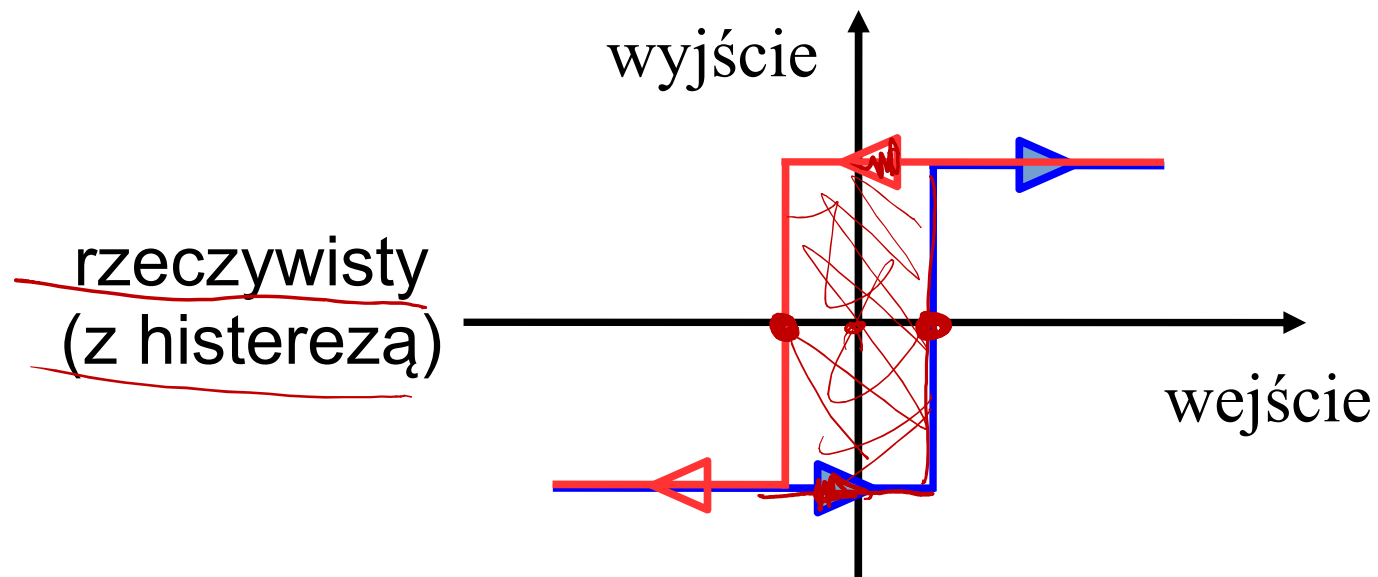
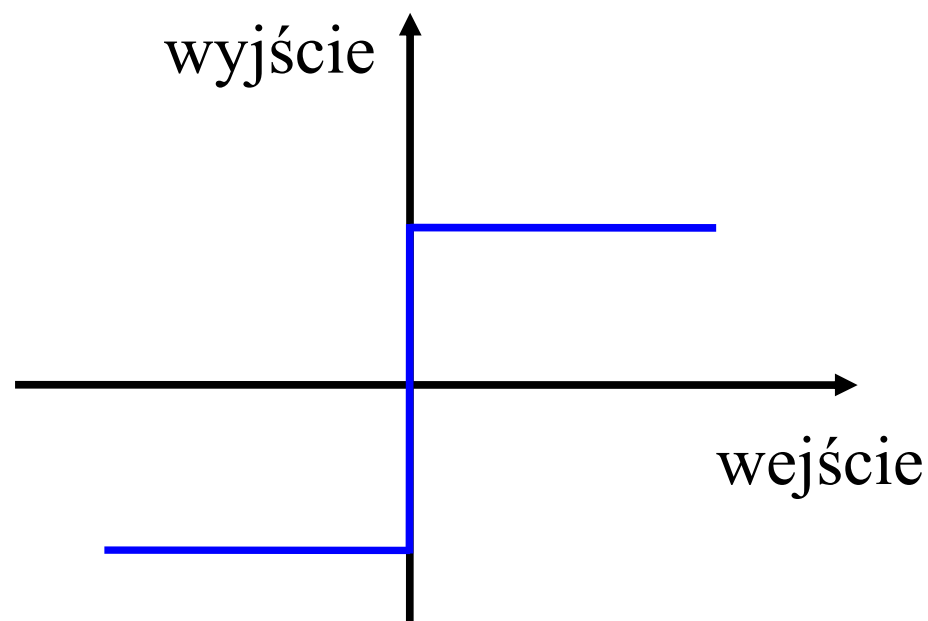
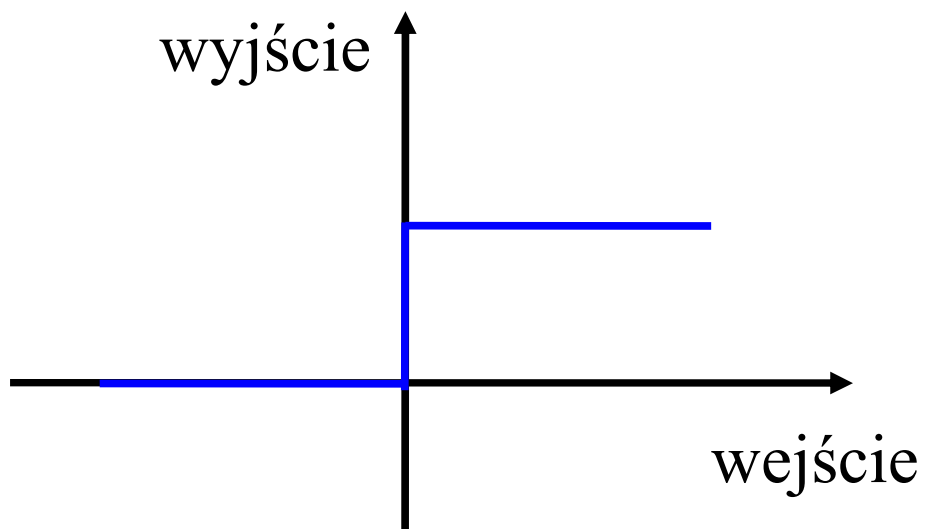
Regulator dwustanowy



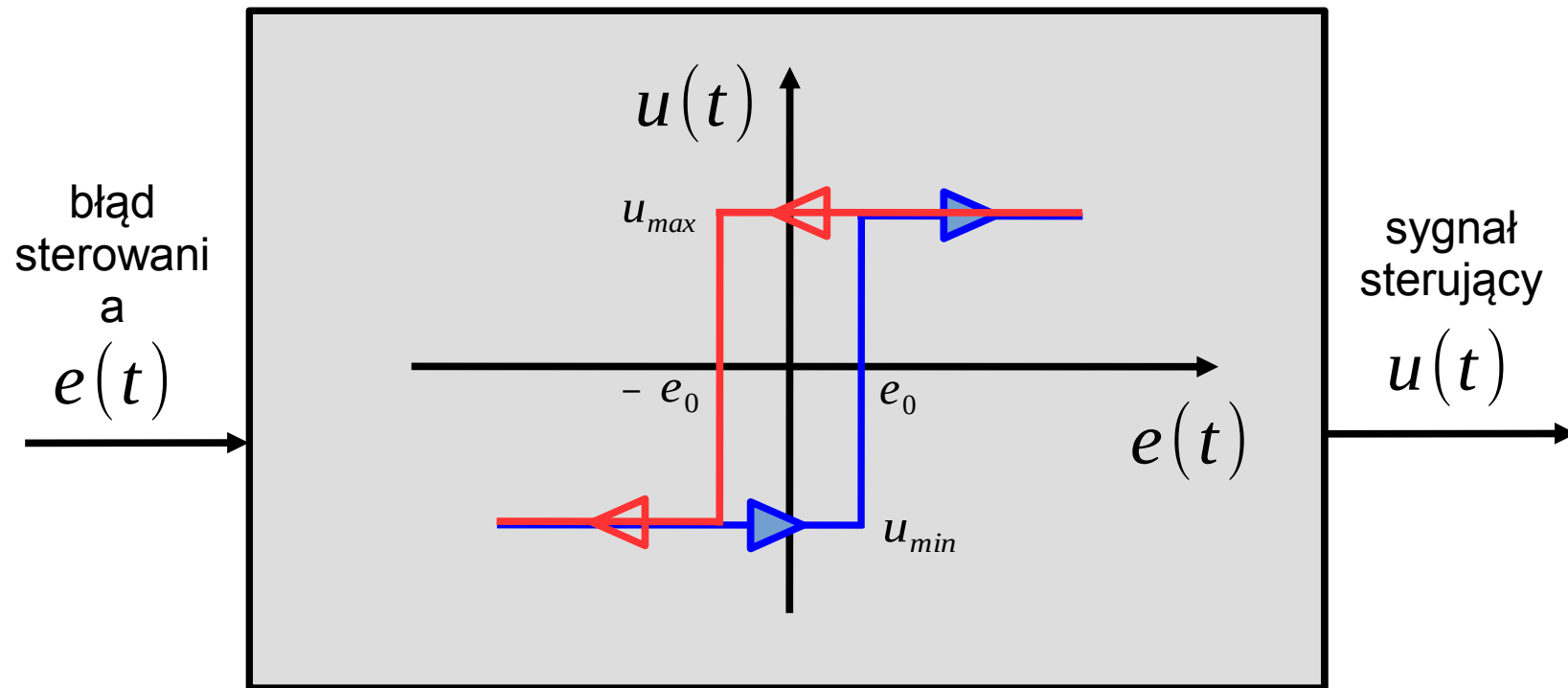
$$u(t) = \begin{cases} 1 & e > 0 \\ 0 & e < 0 \end{cases}$$



Regulator dwustanowy



Regulator dwustanowy

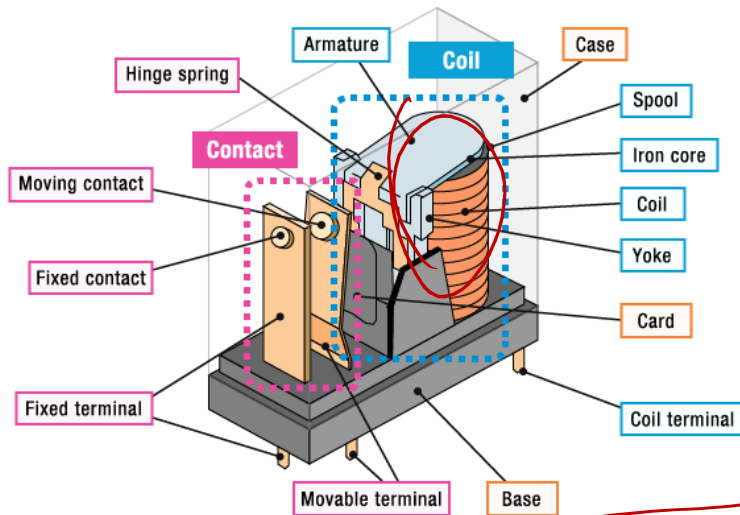


$$u(t) = \left\{ \begin{array}{l} u_{max}, \text{ jeżeli } e > e_0 \\ u_{min}, \text{ jeżeli } e < -e_0 \\ \text{bez zmian, w pozostałych przypadkach} \end{array} \right.$$

e_0 - histereza konstrukcyjna lub programowalna

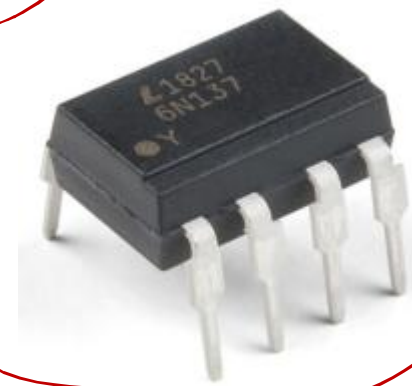
Regulator dwustanowy

Przełącznik mechaniczny

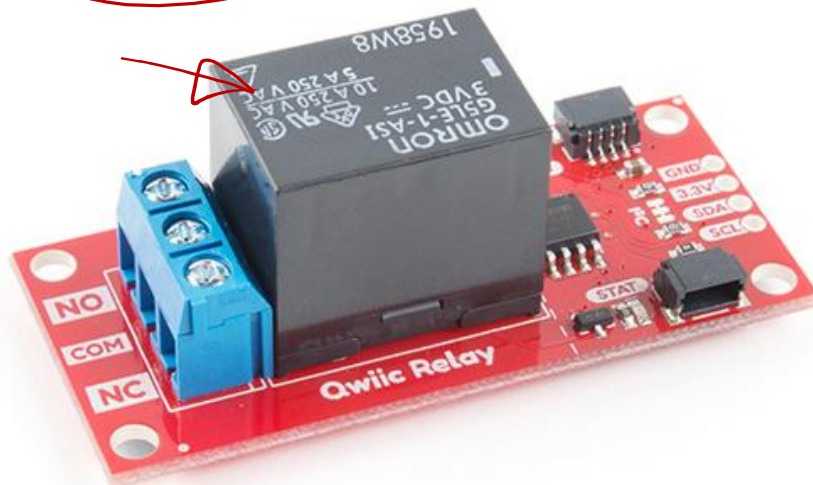


źródło: <https://www.components.omron.com/relay-basics/basic>

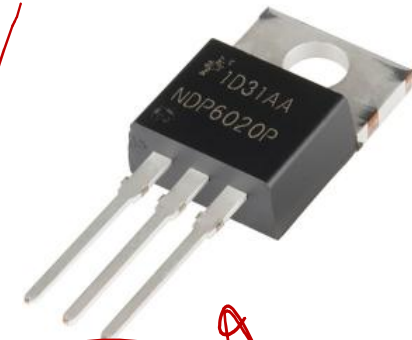
Element elektroniczny (optoizolator, MOSFET)



źródło: <https://www.sparkfun.com/products/15105>

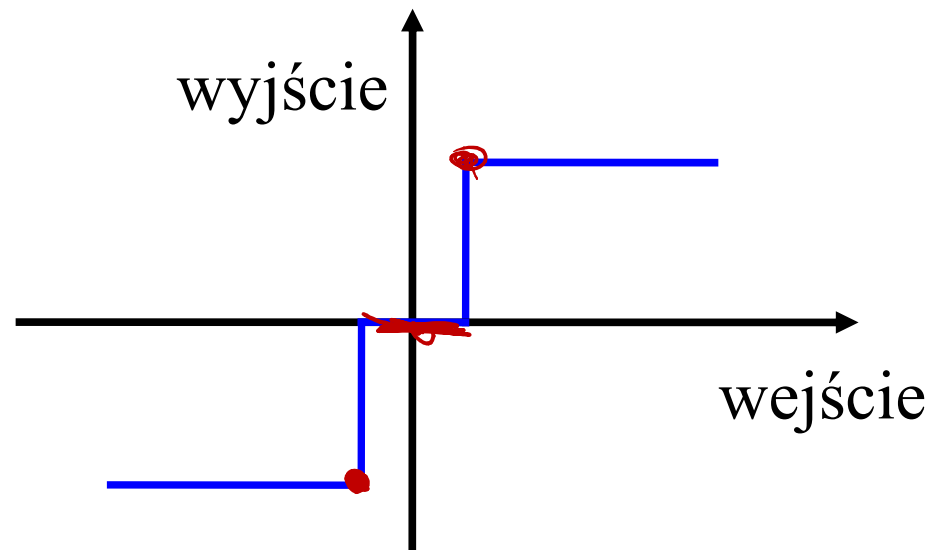


źródło: <https://www.sparkfun.com/products/15093>



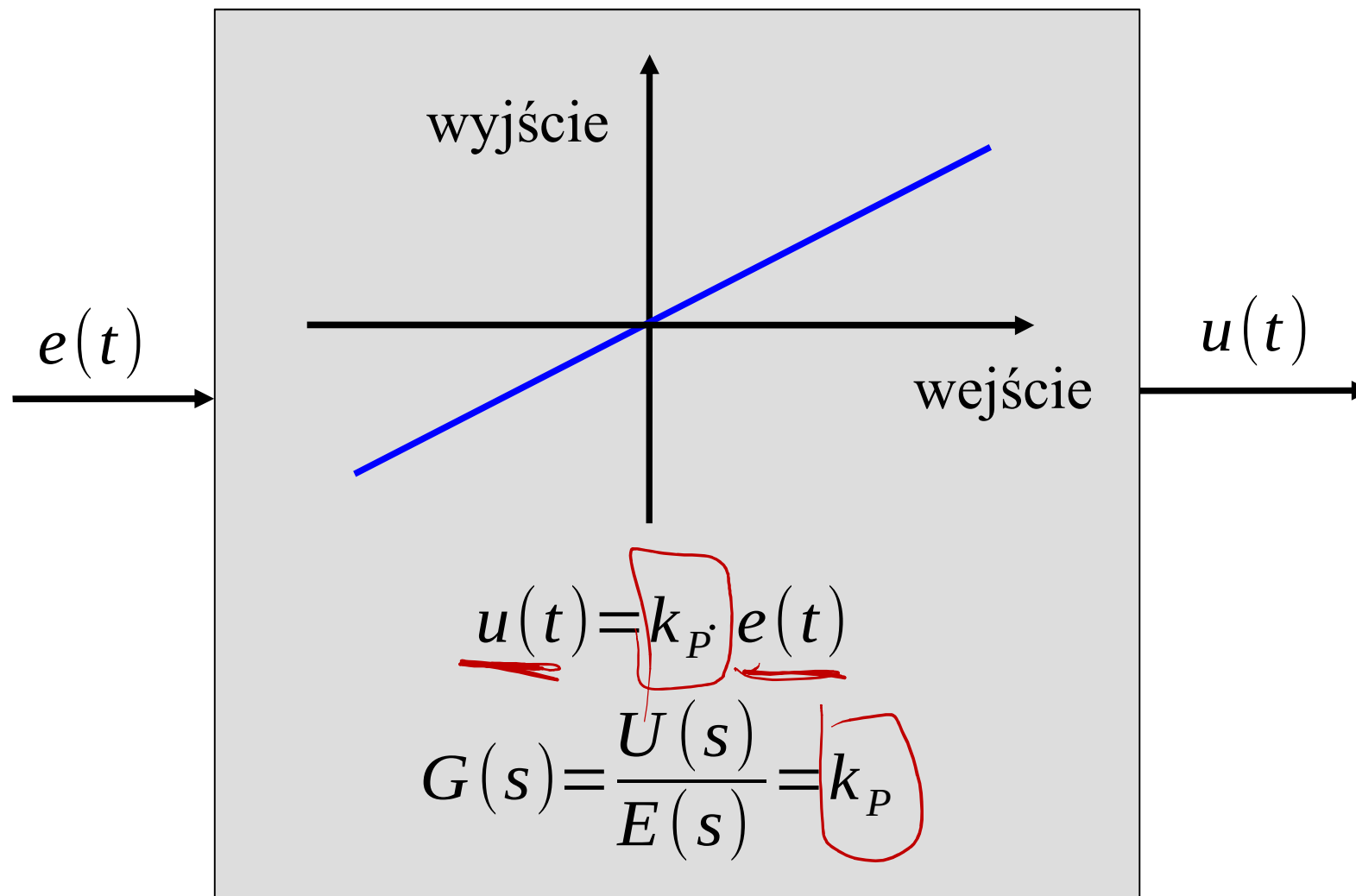
źródło: <https://www.sparkfun.com/products/12901>

Regulator trójstanowy

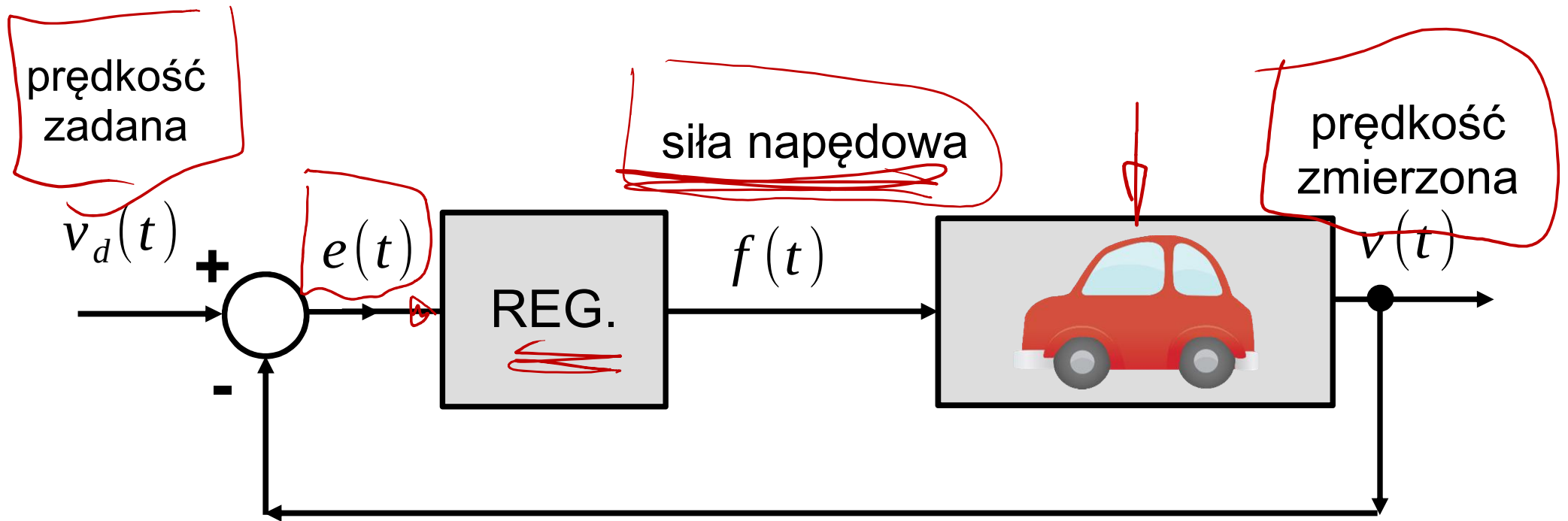


Regulator proporcjonalny (P)

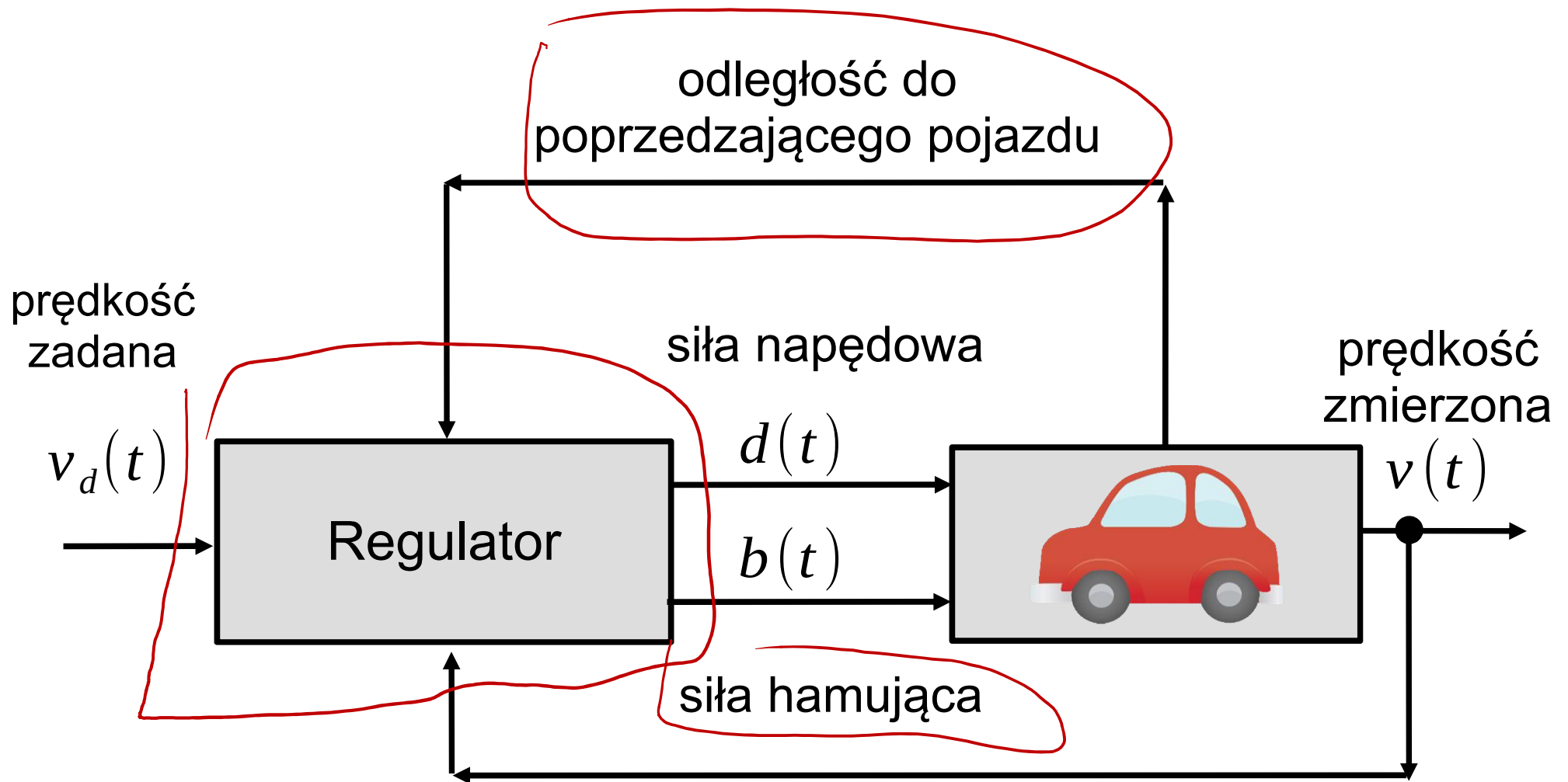
k_P



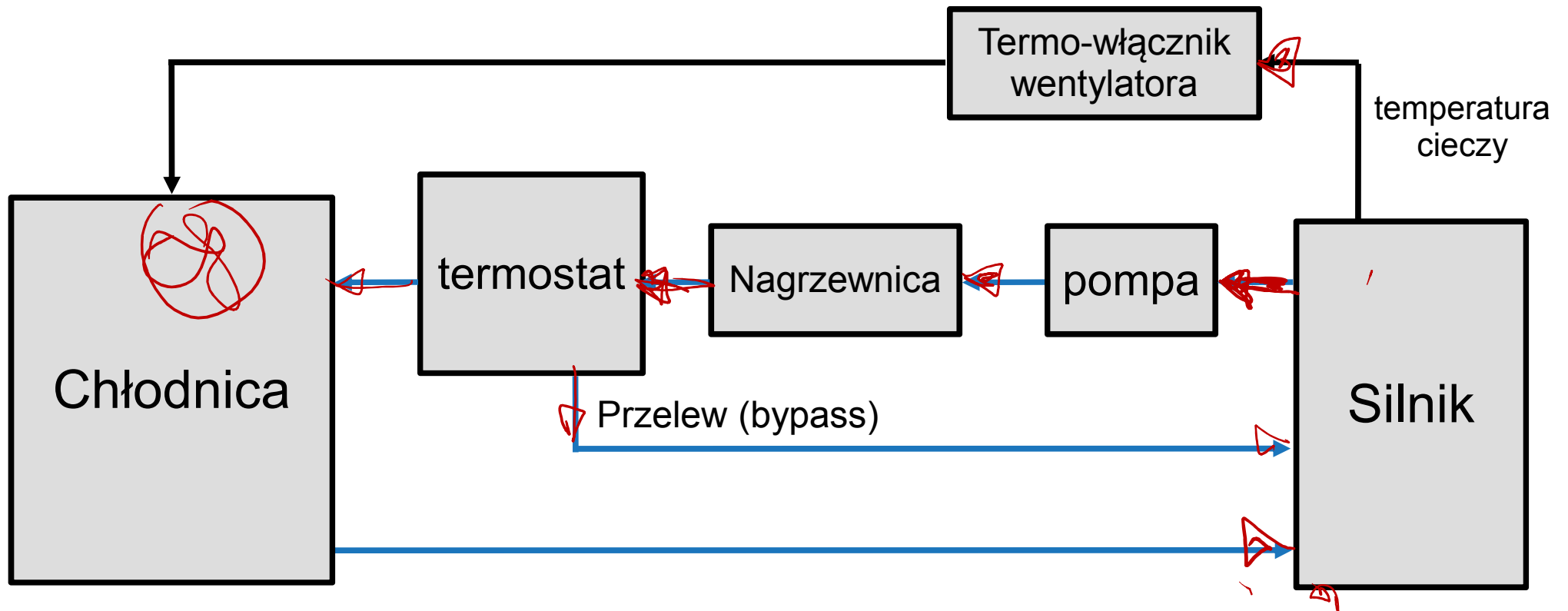
Sterowanie prędkością (cruise control, autocruise, tempomat)



Adaptacyjne sterowanie prędkością (adaptive cruise control)



Sterowanie temperaturą silnika



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

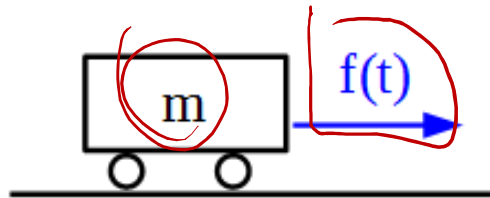
pojazd na płaskim podłożu

m – masa pojazdu,

$f(t)$ – siła napędowa,

$d(t) = c \cdot v(t)$ – opór powietrza,

$v(t)$ – prędkość pojazdu



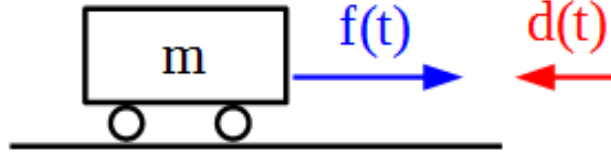
$$m \frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + c}$$

Przykład 1

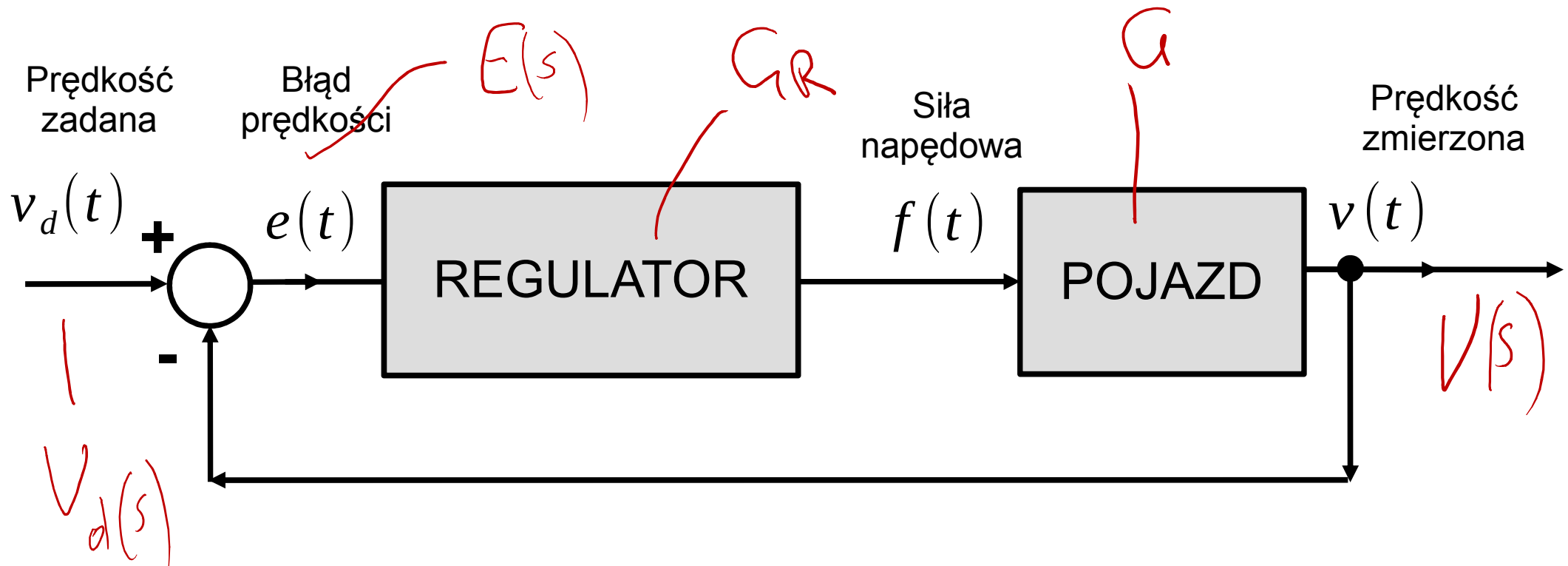
Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu
 m – masa pojazdu,
 $f(t)$ – siła napędowa,
 $d(t) = c \cdot v(t)$ – opór powietrza,
 $v(t)$ – prędkość pojazdu



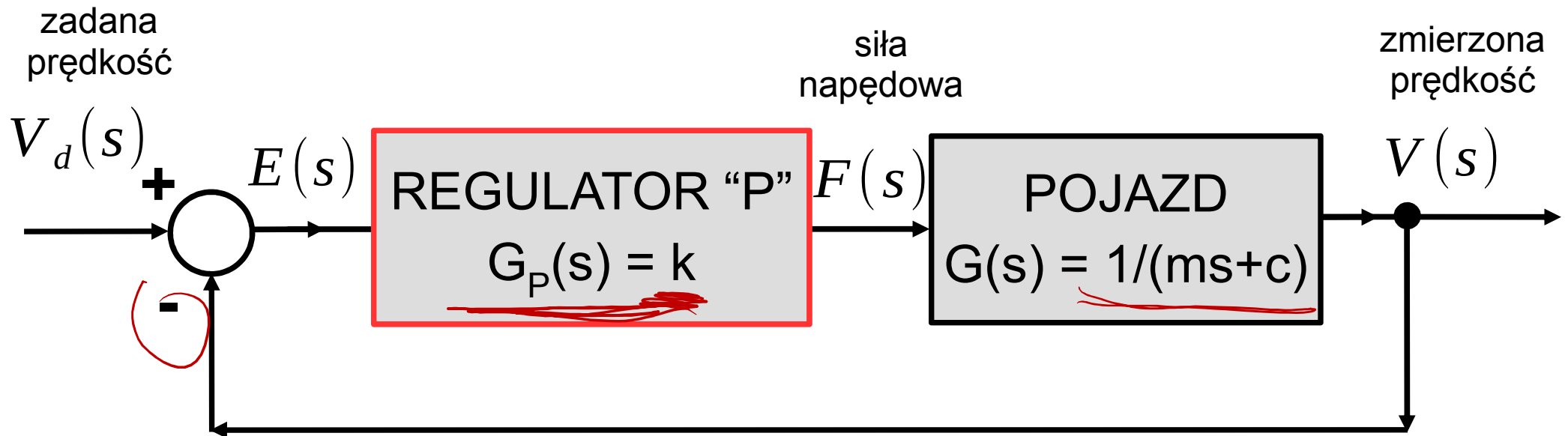
$$m \frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + c}$$



Przykład 1

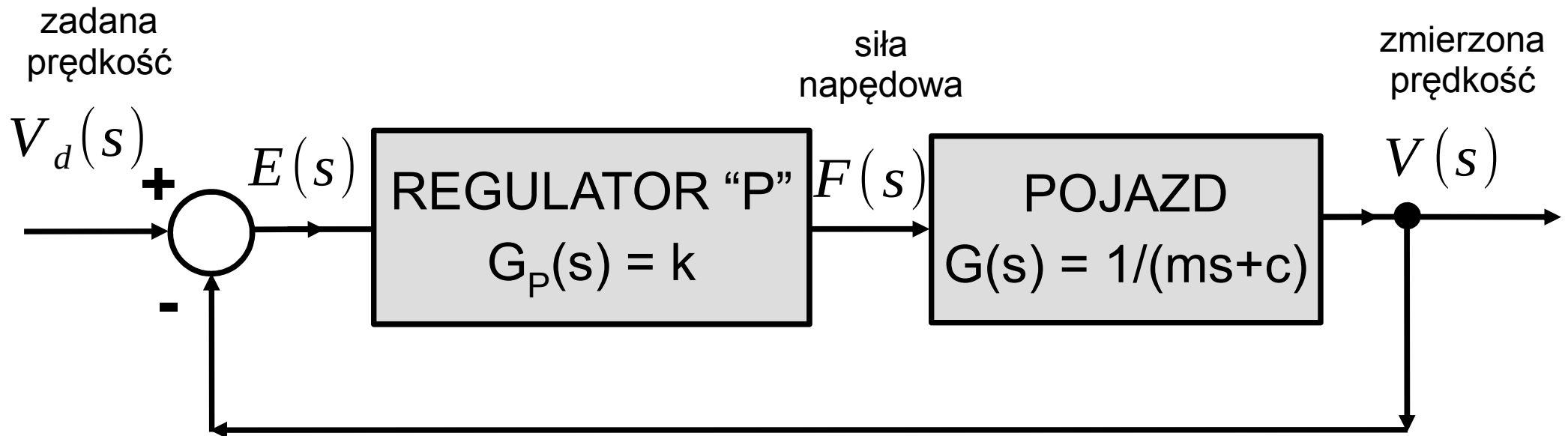
Sterowanie prędkością (tempomat)



$$G_{\text{RED}}(s) = \frac{G_p \cdot G}{1 + G_p \cdot G} = \frac{k \cdot \frac{1}{ms+c}}{1 + k \frac{1}{ms+c}} = \frac{k}{ms+c+k}$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

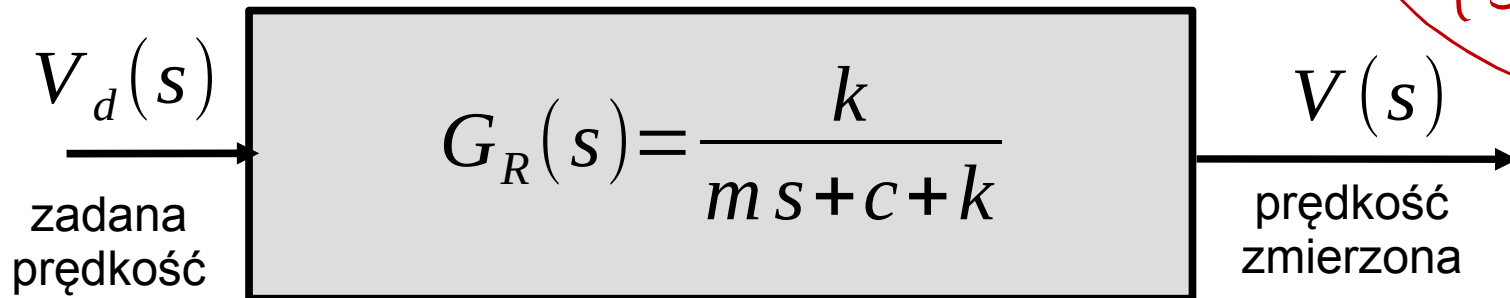


$$G_Z(s) = \frac{G_P(s)G(s)}{1 + G_P(s)G(s)}$$

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms+c+k}$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



wejście: $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$

Transformata wejścia: $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

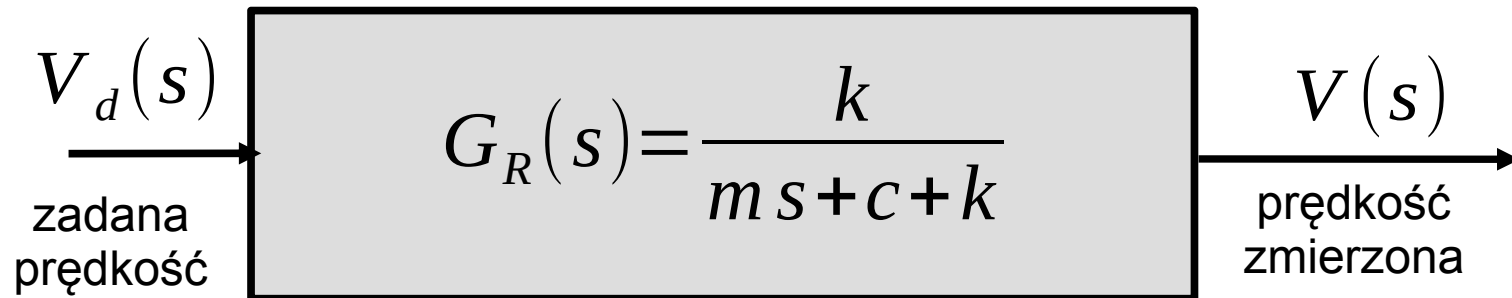
$$V(s) = V_d(s) \cdot G_R(s) = v_0 \frac{1}{s} \cdot \frac{k}{ms + c + k} =$$
$$= v_0 k \frac{1}{s(ms + c + k)} = v_0 k \frac{\frac{1}{m}}{s\left(s + \frac{c+k}{m}\right)}$$

$$= \frac{v_0 k}{c+k} \frac{\frac{c+k}{m}}{s\left(s + \frac{c+k}{m}\right)}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{V(s)\} = \frac{v_0 k}{c+k} \left(1 - e^{-\frac{c+k}{m}t}\right)$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



wejście: $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$ Transformata wejścia: $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

wyjście:

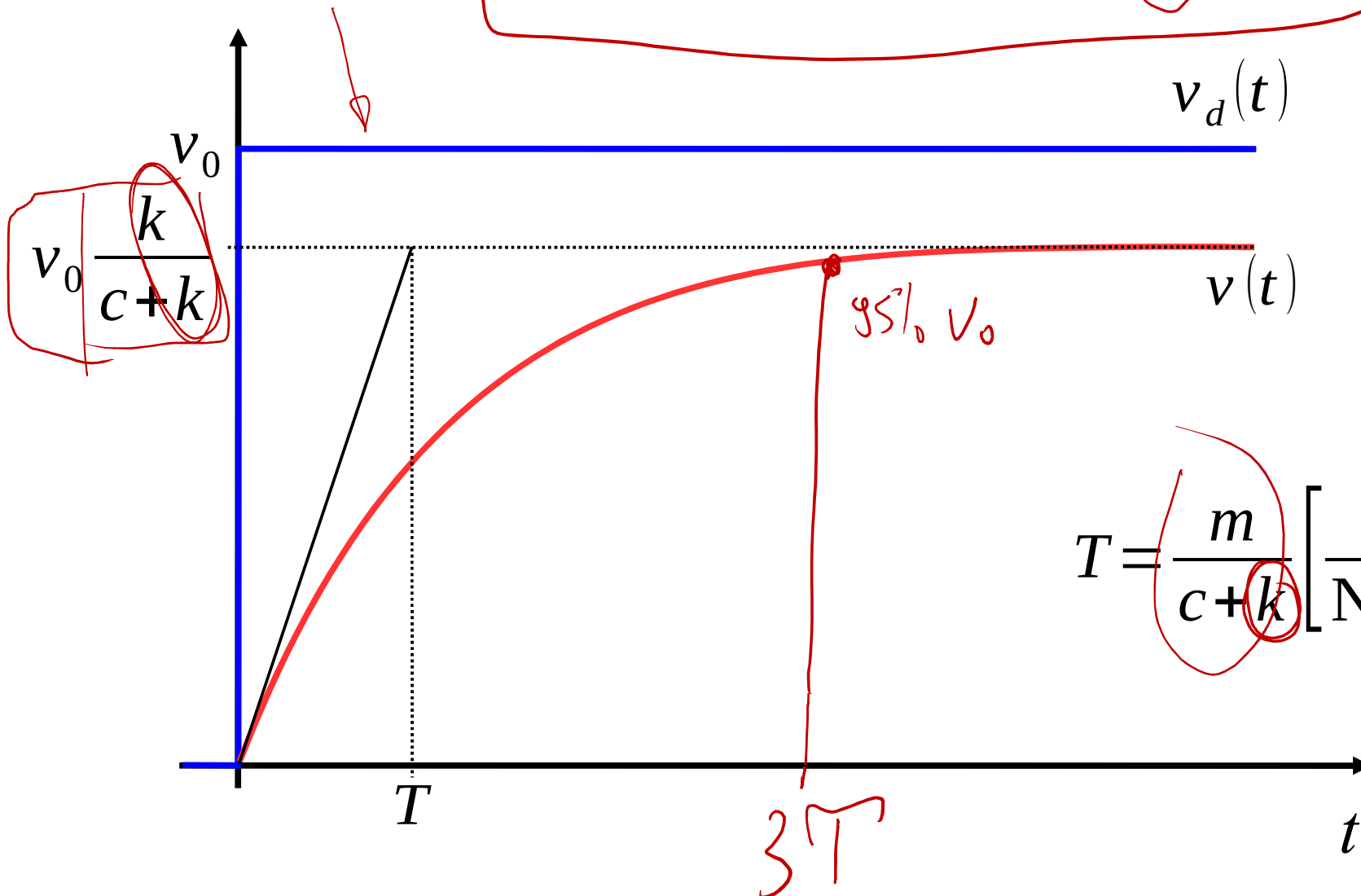
$$V(s) = V_d(s) G_Z(s) = \frac{v_0 k}{s(m s + c + k)} = \frac{v_0 k}{c + k} \frac{\frac{c + k}{m}}{s \left(s + \frac{c + k}{m} \right)}$$

$$v(t) = \frac{v_0 k}{c + k} \left(1 - \exp \left(- \frac{c + k}{m} t \right) \right)$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right) \right)$$

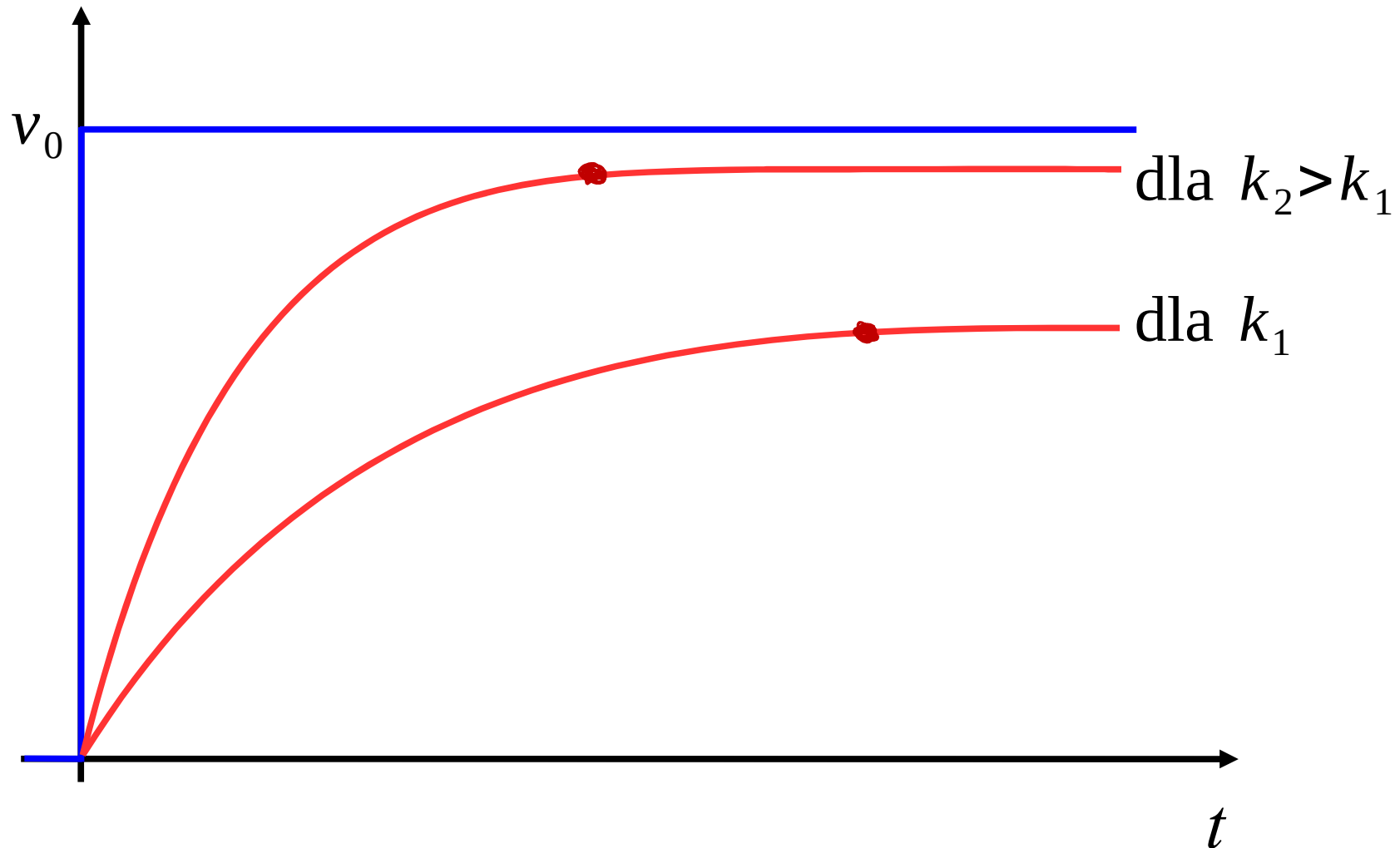


$$T = \frac{m}{c+k} \left[\frac{\text{kg}}{\text{Ns/m}} = \text{s} \right]$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

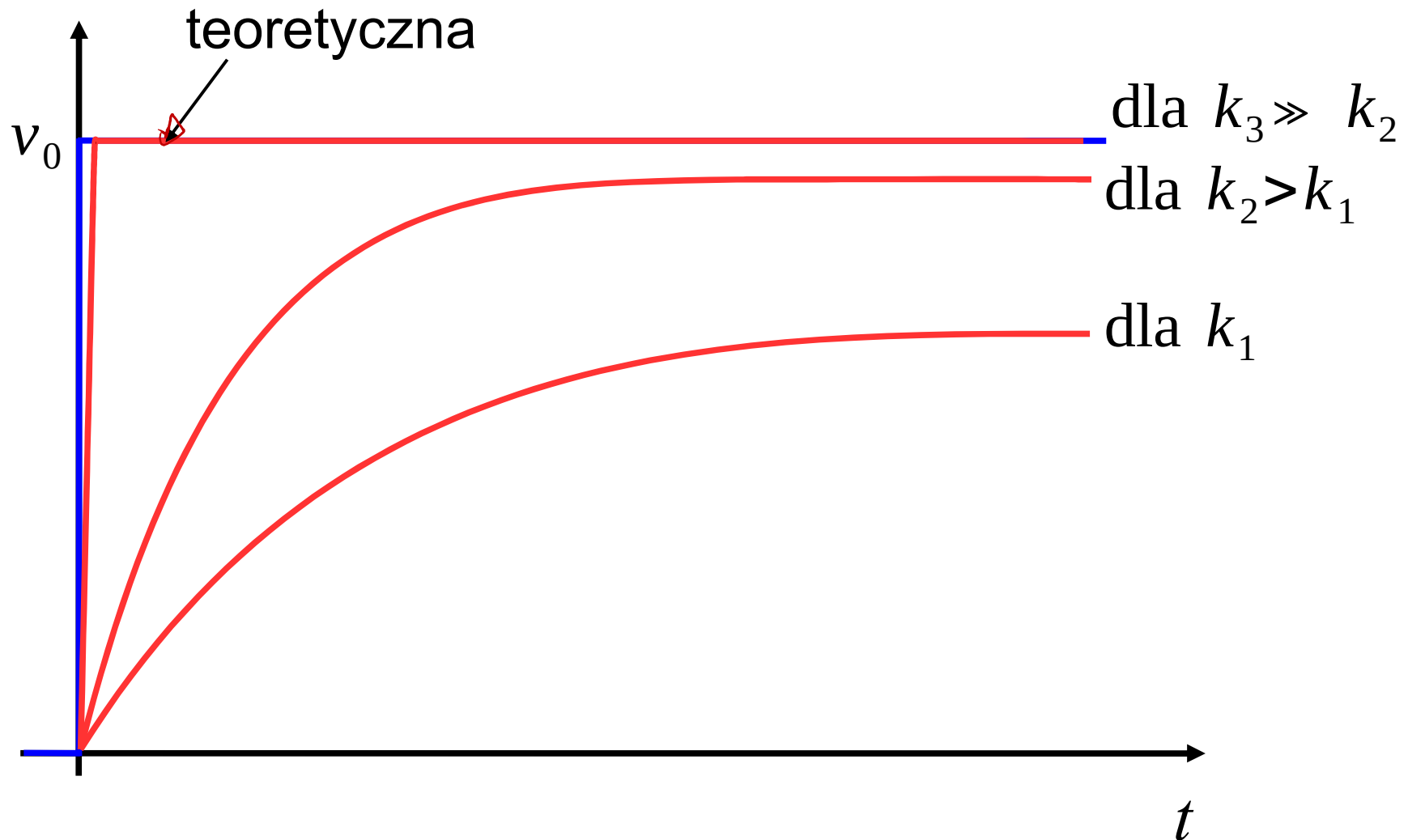
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right) \right)$$



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

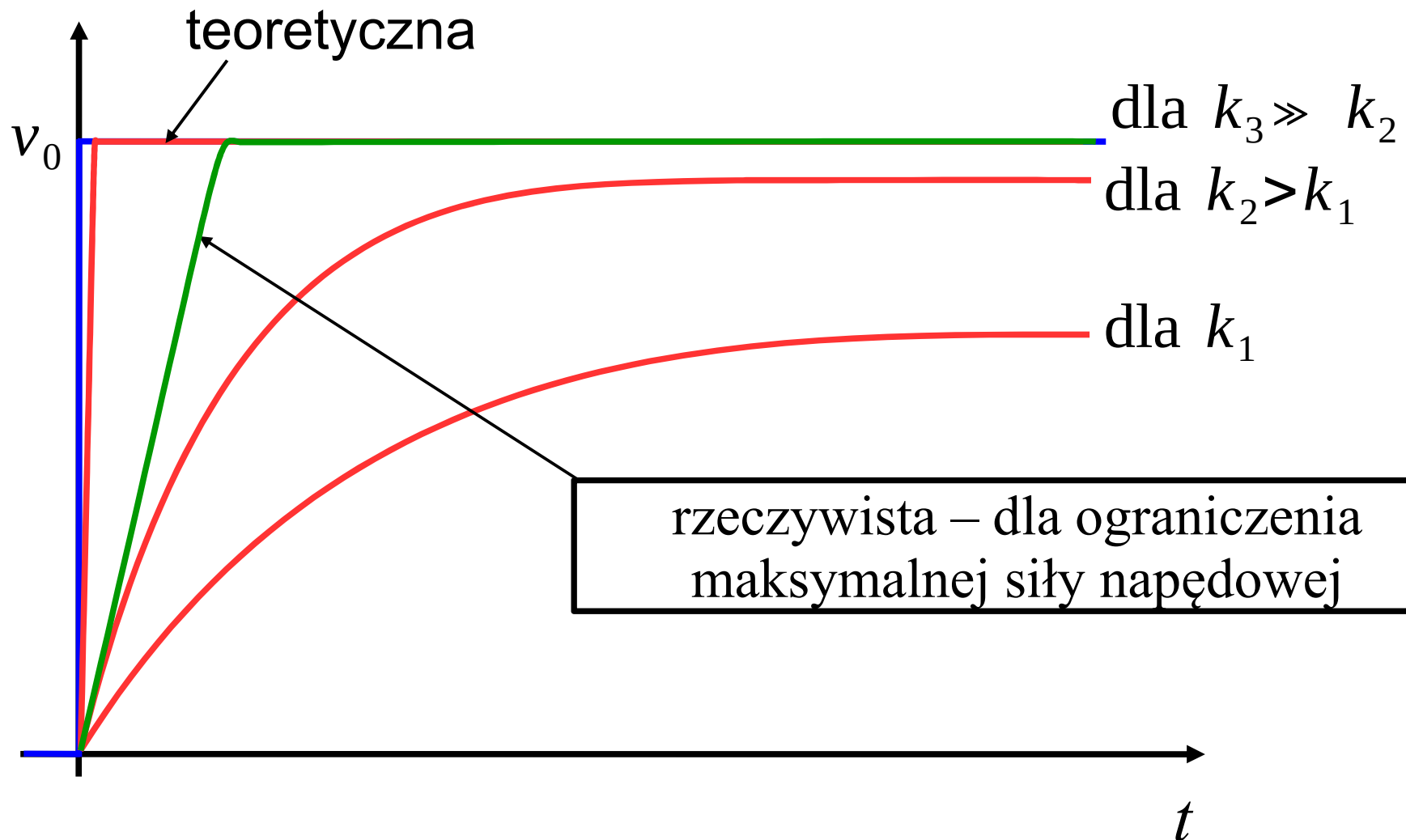
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right) \right)$$



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

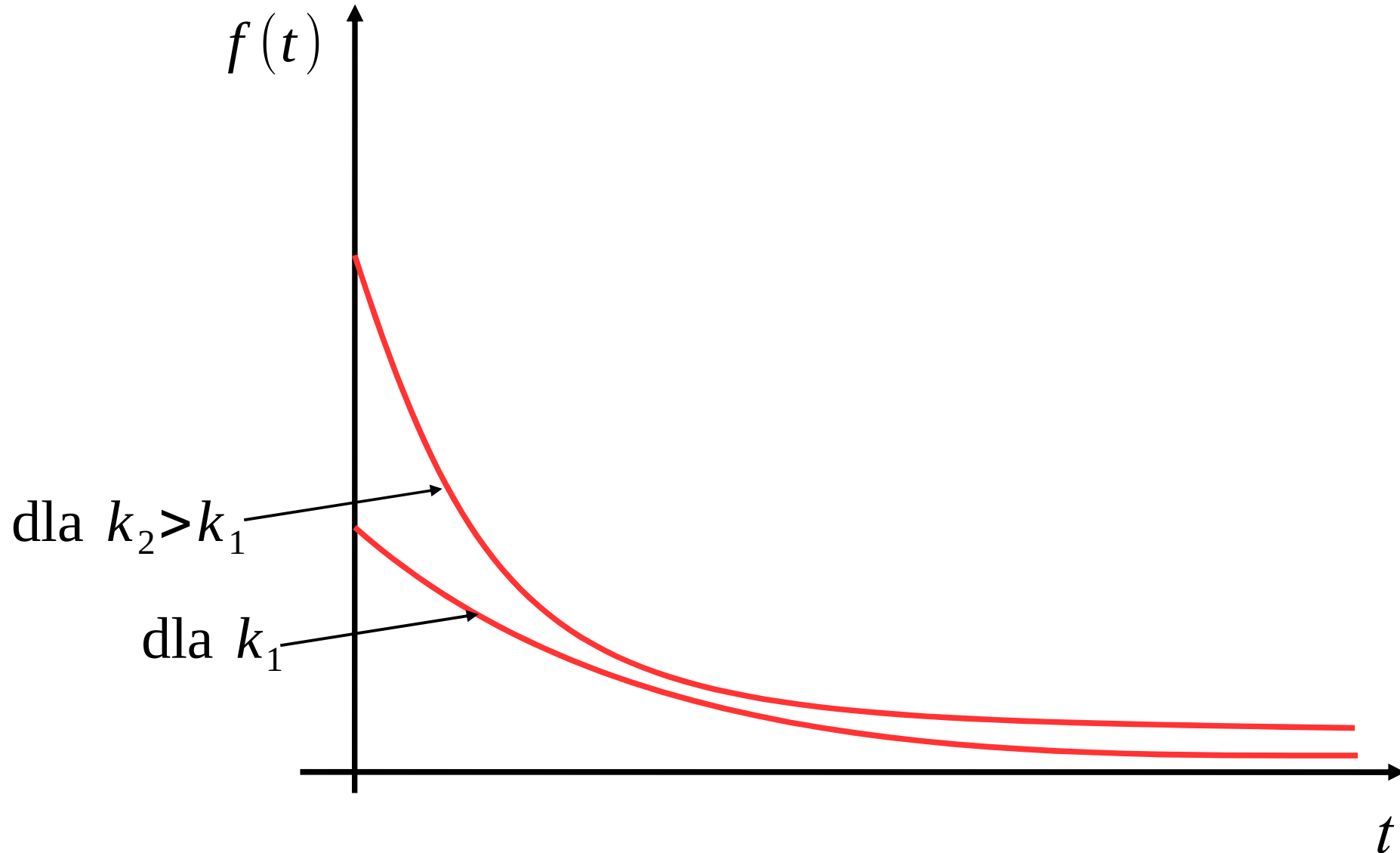
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

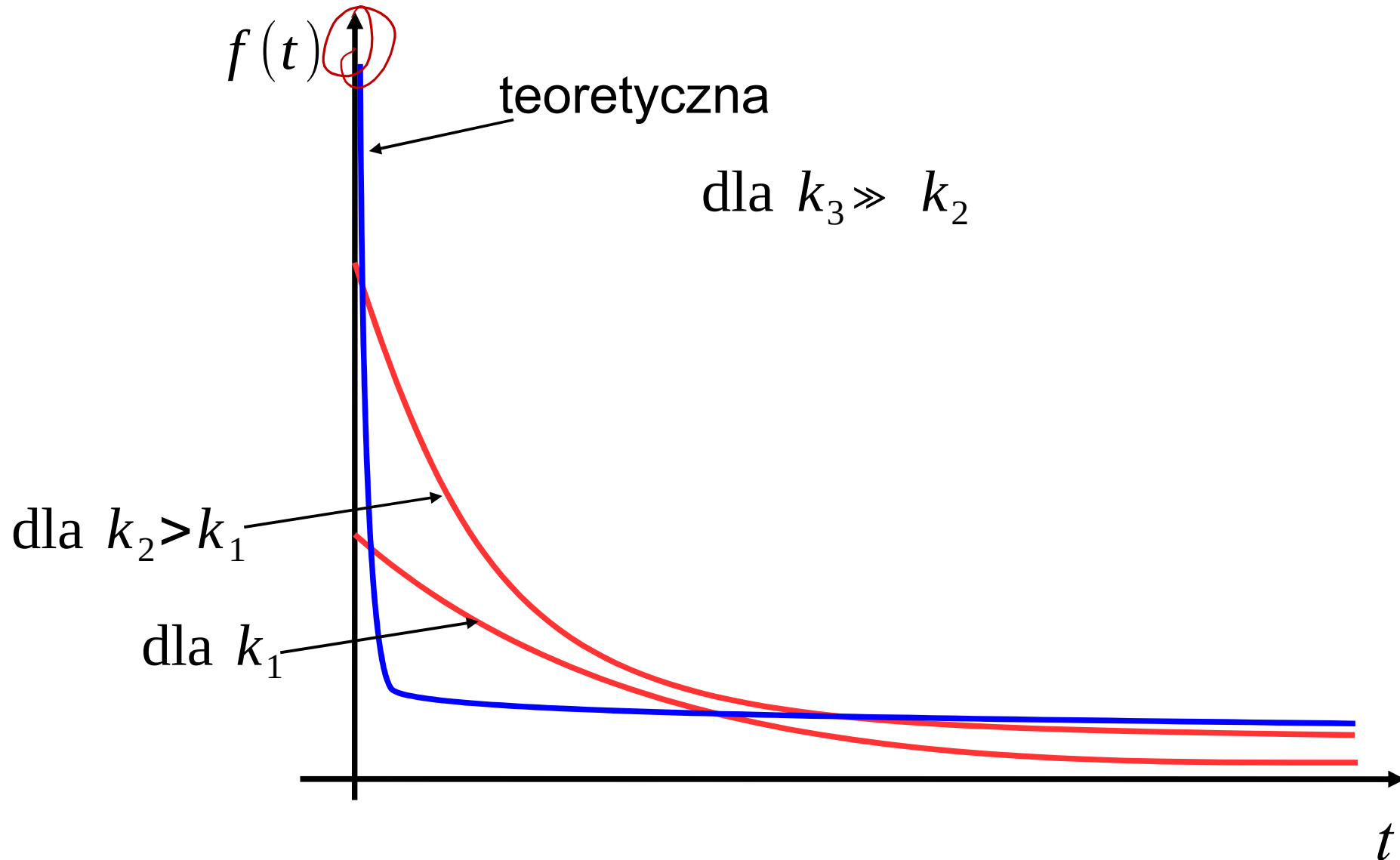
siła
napędowa



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

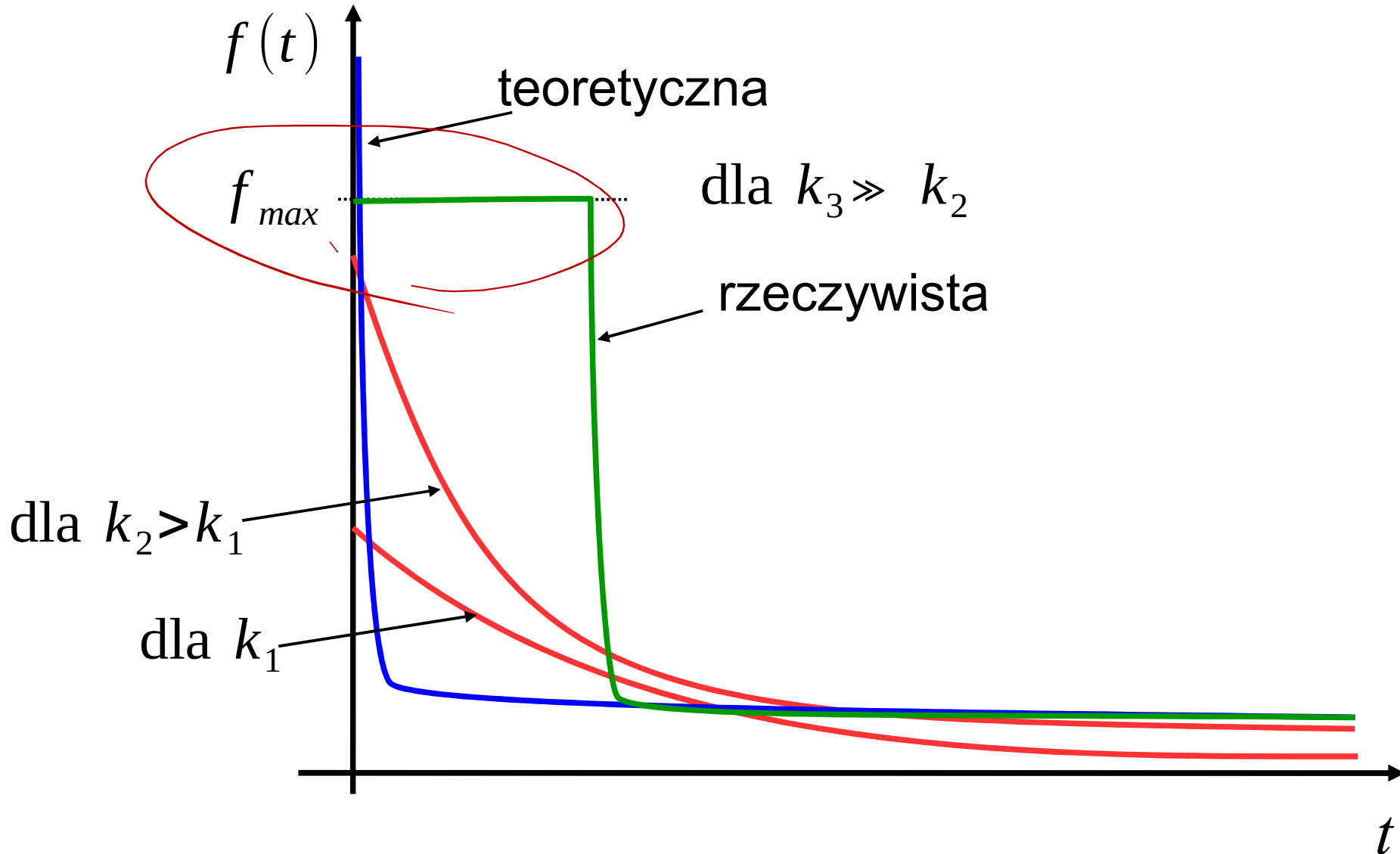
siła
napędowa



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

siła
napędowa



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

UWAGA!

ograniczenia wartości sygnałów

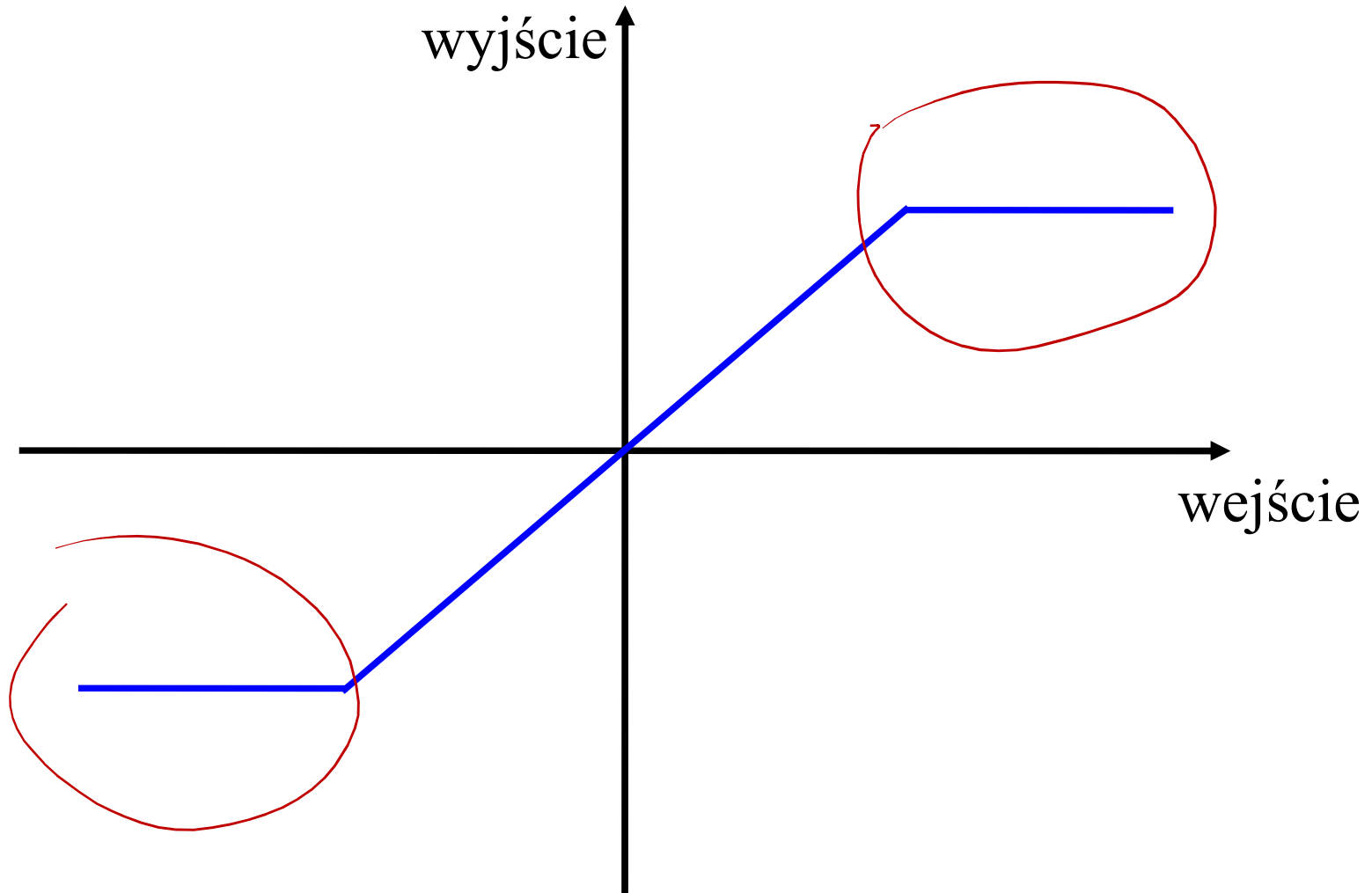
=

układ nieliniowy

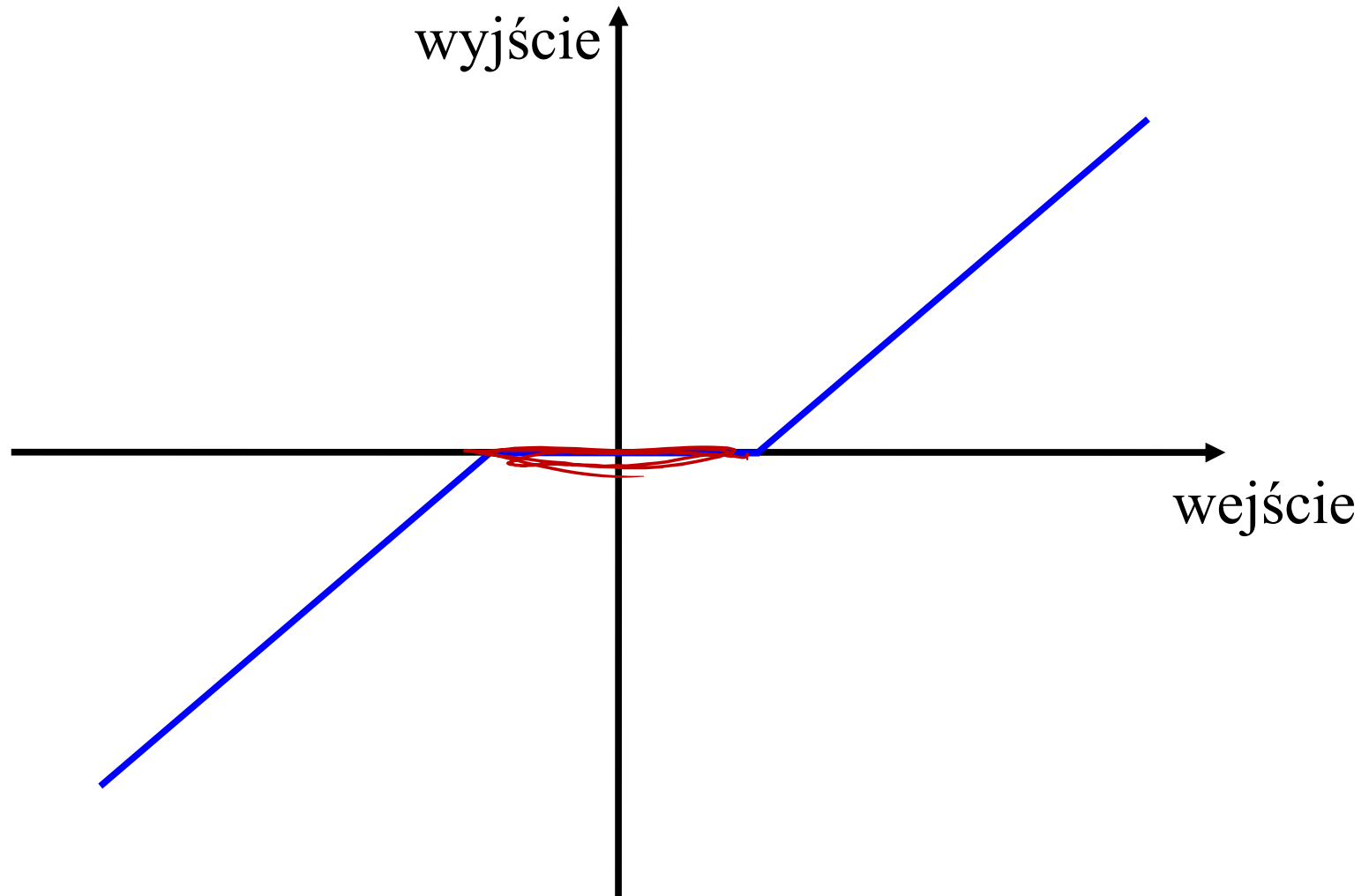
=

model liniowy (opis z użyciem transmitancji) nie jest prawdziwy, ale można go stosować z ograniczeniami

Ograniczenie wartości sygnałów (saturacja)



Strefa nieczułości



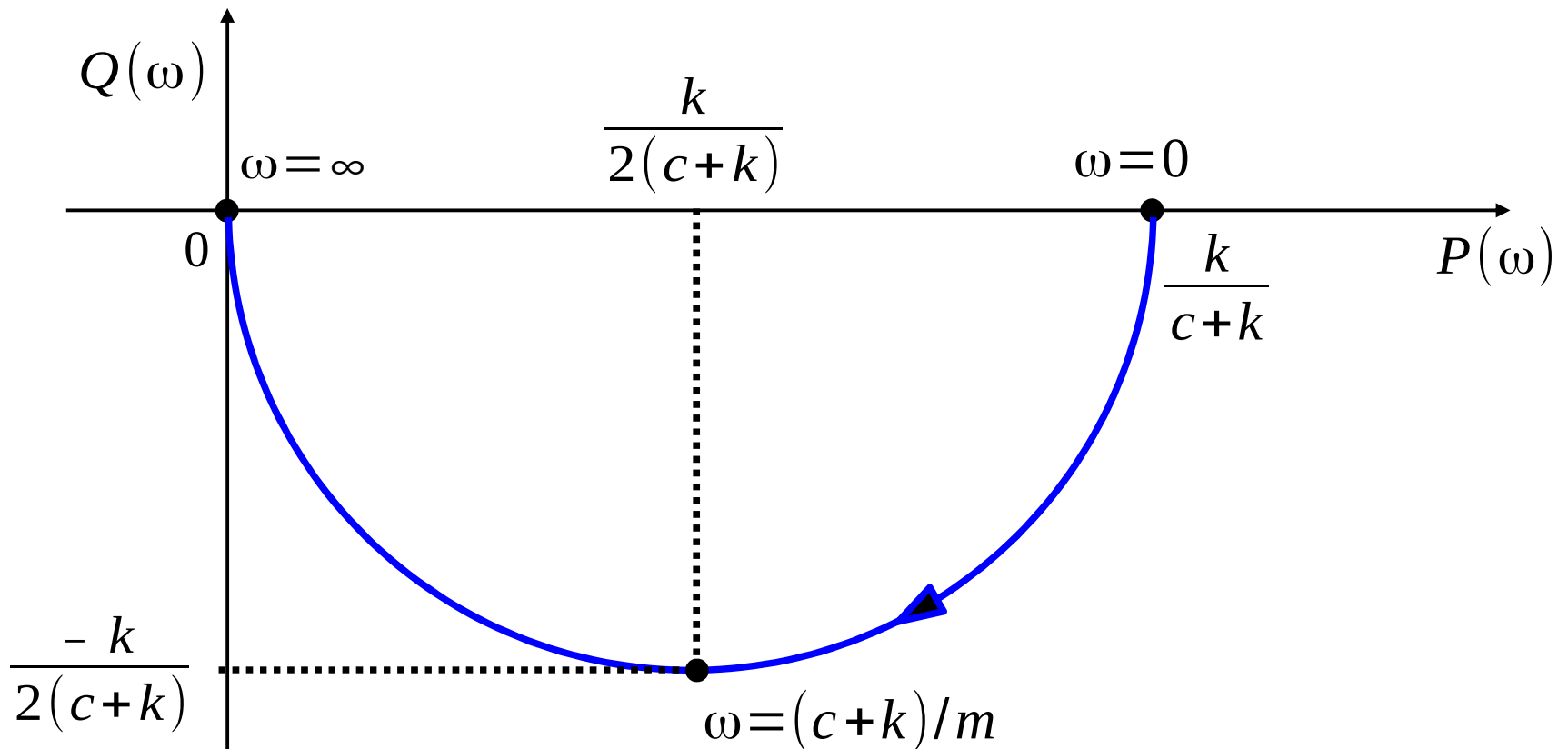
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms + c + k}, \quad G_Z(j\omega) = \frac{k}{mj\omega + c + k}$$

$$P(\omega) = \frac{k(c+k)}{m^2\omega^2 + (c+k)^2}, \quad Q(\omega) = \frac{-km\omega}{m^2\omega^2 + (c+k)^2}$$

dla $k > 0$



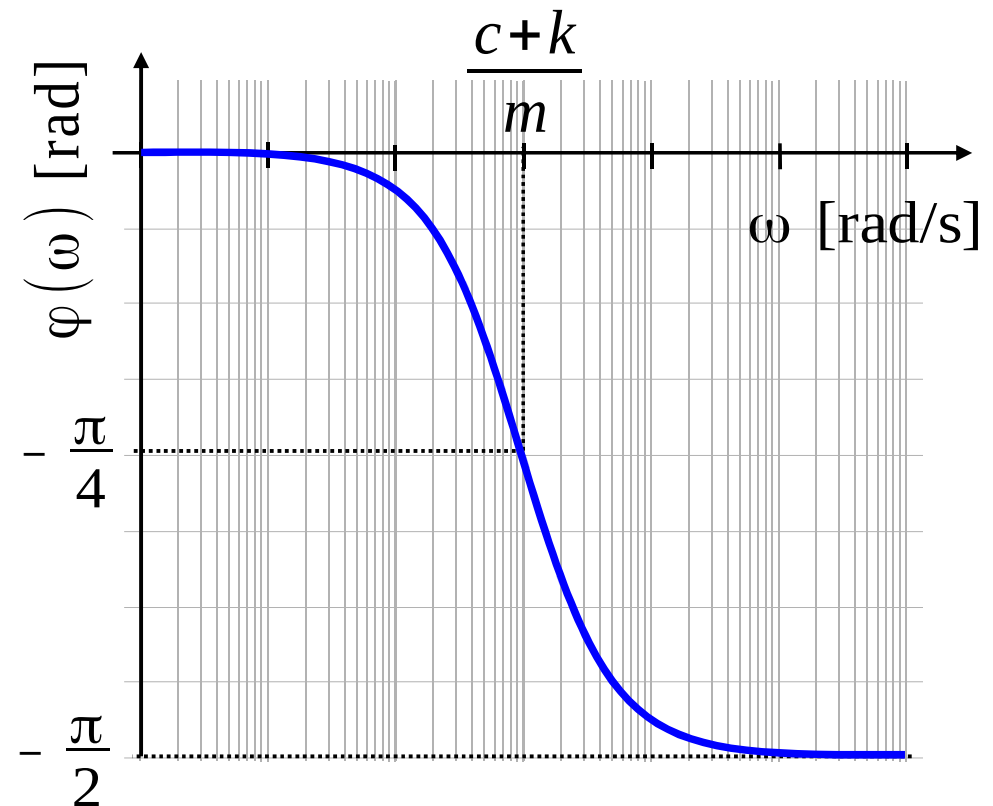
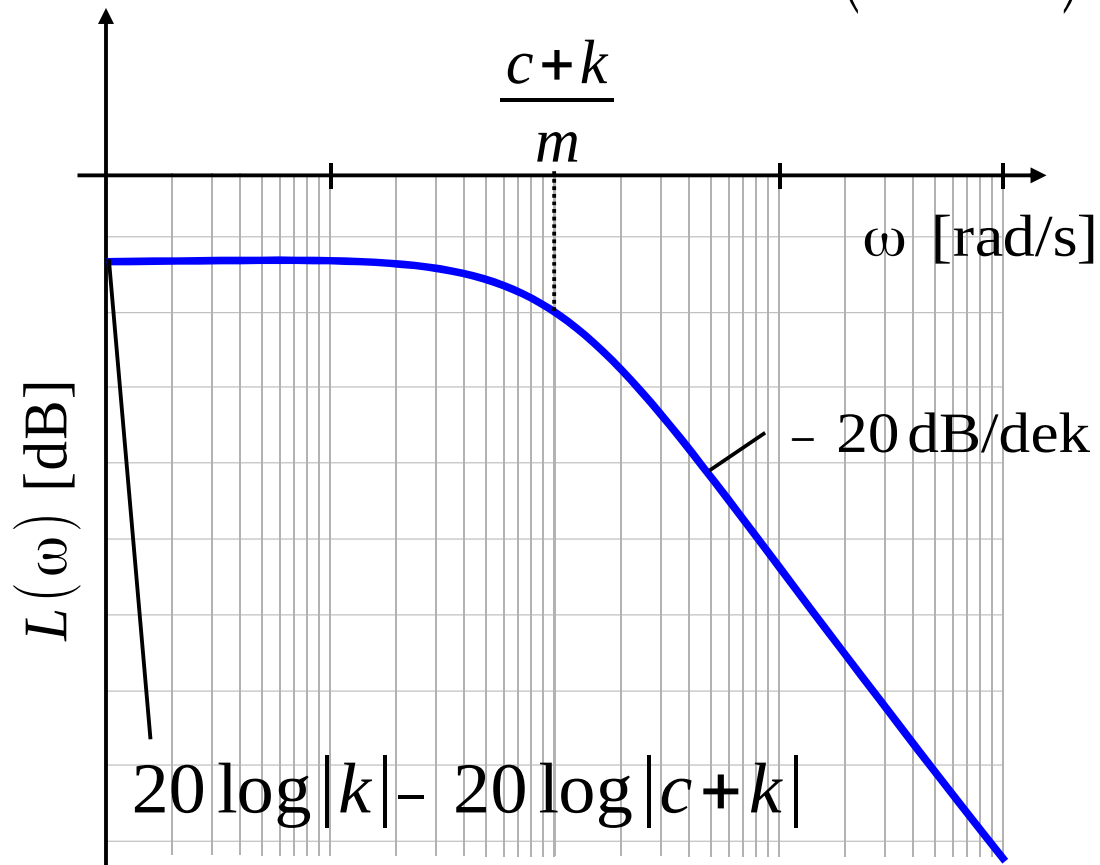
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$A(\omega) = \sqrt{P^2 + Q^2} = |k| / \sqrt{m^2 \omega^2 + c + k}$$

$$L(\omega) = 20 \log A(\omega) = 20 \log |k| - 20 \log \sqrt{m^2 \omega^2 + (c+k)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{Q}{P} = \arctan \left(- \frac{m \omega}{c+k} \right)$$



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

PODSUMOWANIE

regulator proporcjonalny + element inercyjny I rzędu

- stały błąd w stanie ustalonym
- zwiększenie wzmocnienia regulatora = spadek błędu stanu ustalonego i spadek czasu narastania
- ograniczenie maksymalnej wartości sygnału sterującego = ograniczenie minimalnego czasu narastania
- ograniczenia sygnałów = układ jest nieliniowy

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

PODSUMOWANIE

regulator proporcjonalny + element inercyjny I rzędu

- stały błąd w stanie ustalonym
- zwiększenie wzmocnienia regulatora = spadek błędu stanu ustalonego i spadek czasu narastania
- ograniczenie maksymalnej wartości sygnału sterującego = ograniczenie minimalnego czasu narastania
- ograniczenia sygnałów = układ jest nieliniowy

układy nieliniowe – stosujemy opis równaniami stanu (wykład 14)
i symulacje numeryczne