



Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Teoria maszyn i podstawy automatyki
semestr zimowy 2019/2020

dr inż. Sebastian Korczak

Wykład 11

Analiza transmitancji – przykład.
Algebra schematów blokowych.
Regulator dwustanowy i proporcjonalny.

Przykład

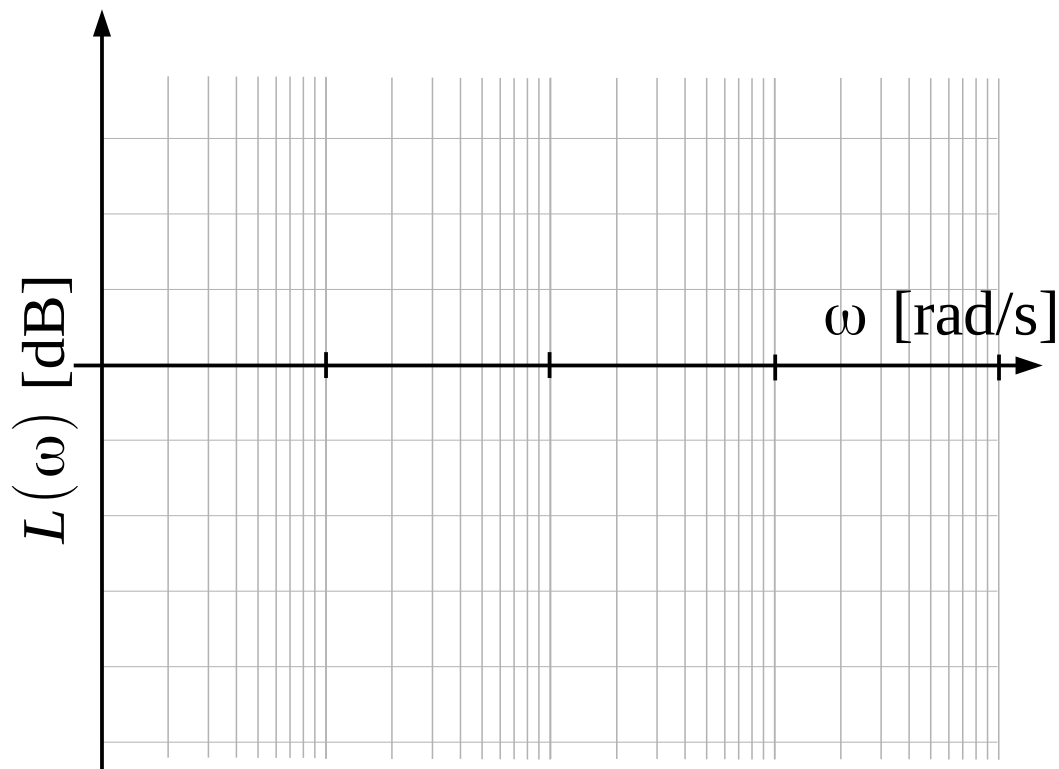
Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji $G(s) = 3s$.

Przykład

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji $G(s) = 3s$.

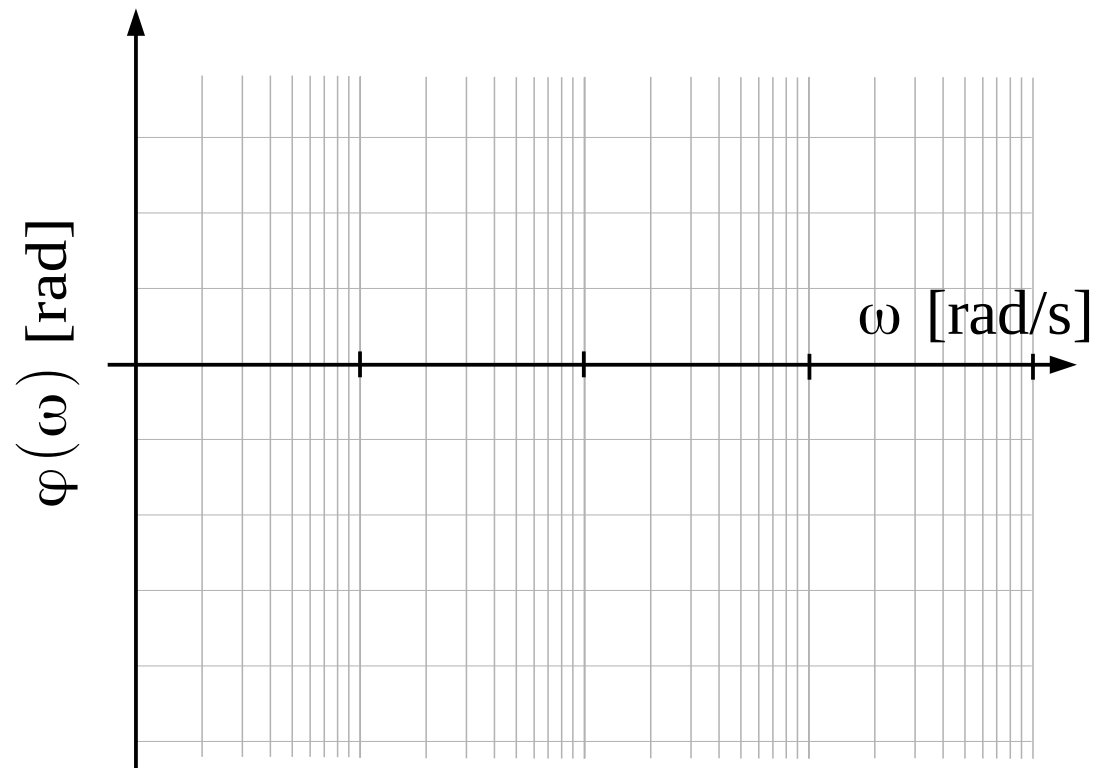
Przykład

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji $G(s) = 3s$.



Przykład

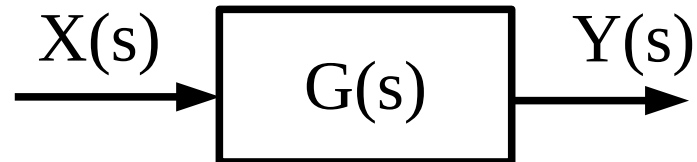
Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji $G(s) = 3s$.



Algebra schematów blokowych

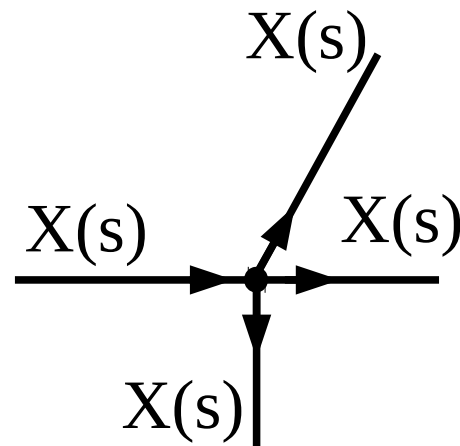
Algebra schematów blokowych

transmitancja



Algebra schematów blokowych

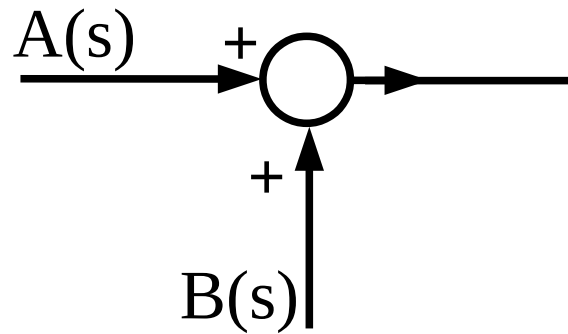
węzeł informacyjny



Jedno wejście,
wiele wyjść

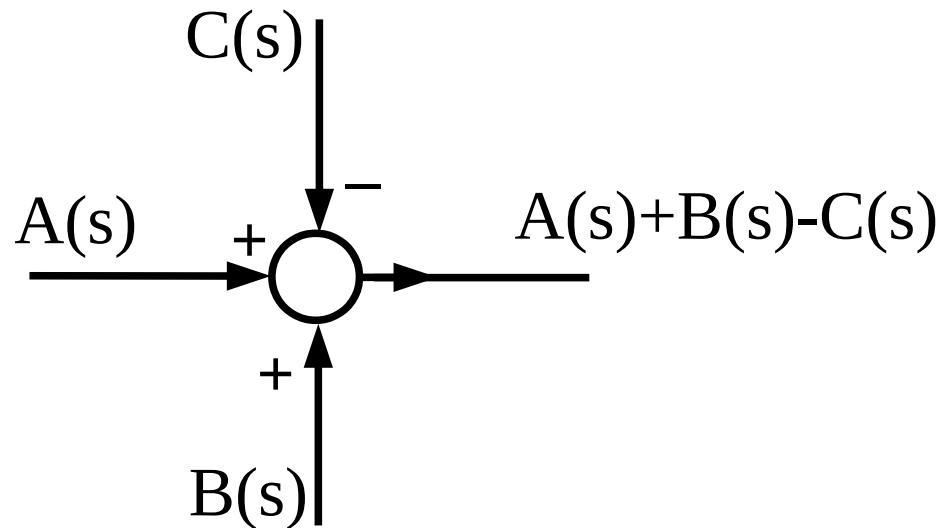
Algebra schematów blokowych

węzeł sumacyjny



Algebra schematów blokowych

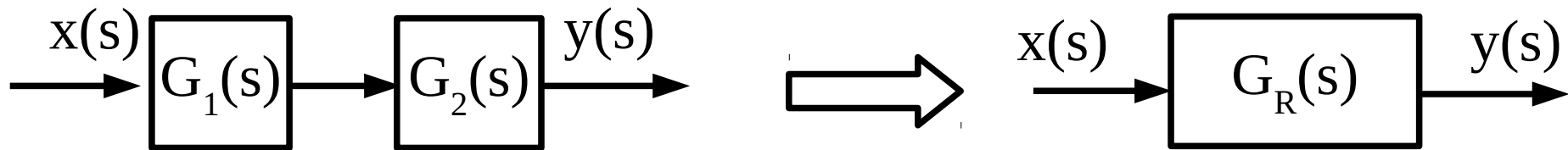
węzeł sumacyjny



Wiele wejść,
jedno wyjście

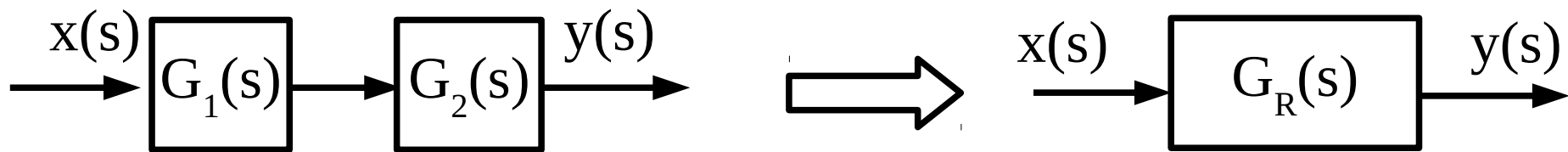
Algebra schematów blokowych

połączenie szeregowe



Algebra schematów blokowych

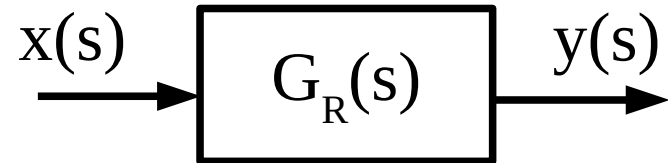
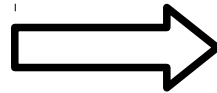
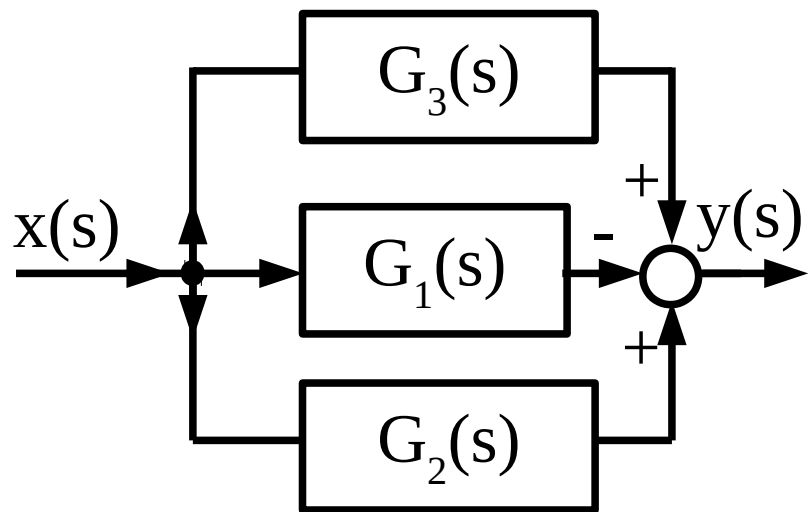
połączenie szeregowe



$$G_R(s) = G_1(s) G_2(s)$$

Algebra schematów blokowych

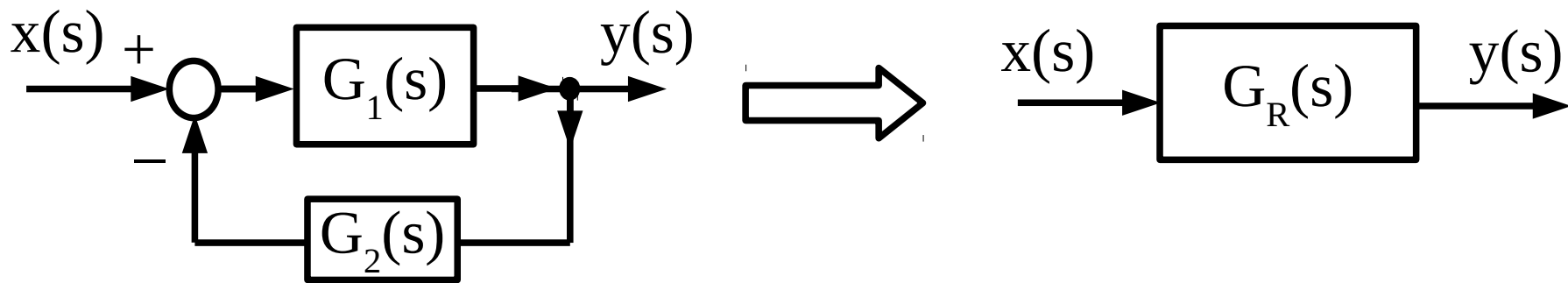
połączenie równoległe



$$G_R(s) = -G_1(s) + G_2(s) + G_3(s)$$

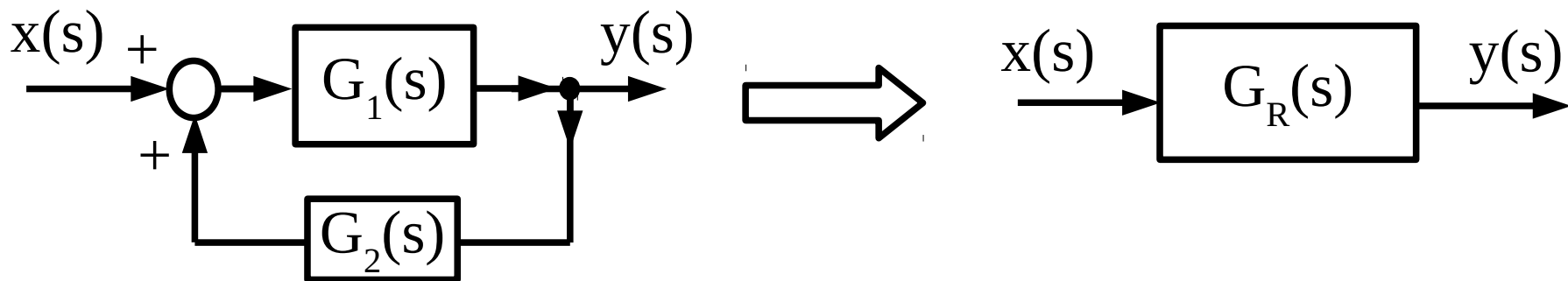
Algebra schematów blokowych

połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



Algebra schematów blokowych

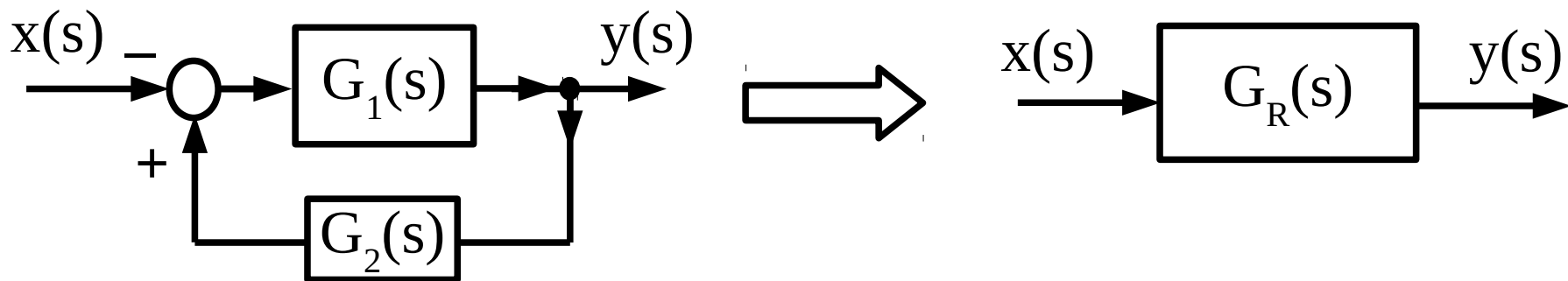
połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



$$G_R = \frac{G_1}{1 - G_1 G_2}$$

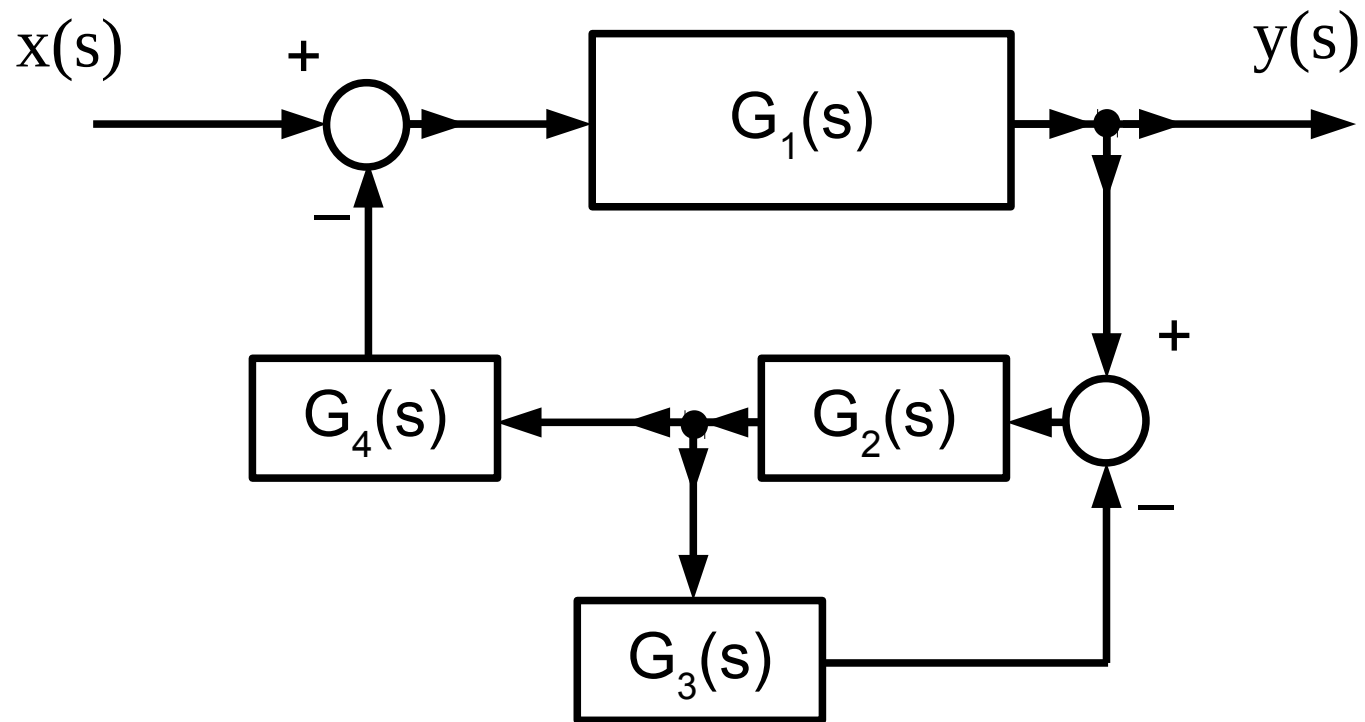
Algebra schematów blokowych

połączenie ze sprzężeniem zwrotnym

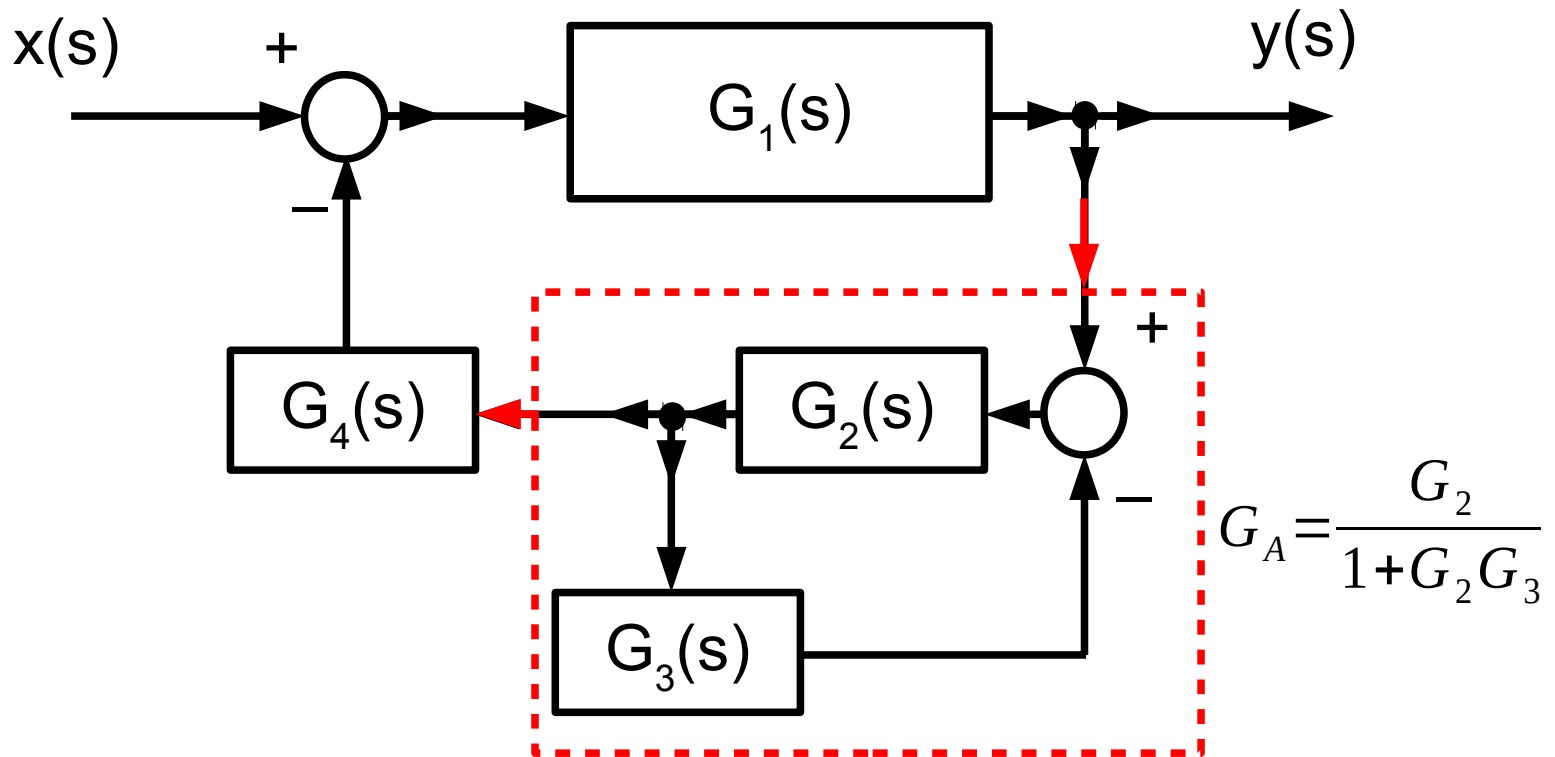


$$G_R = \frac{-G_1}{1 - G_1 G_2}$$

Przykład 1

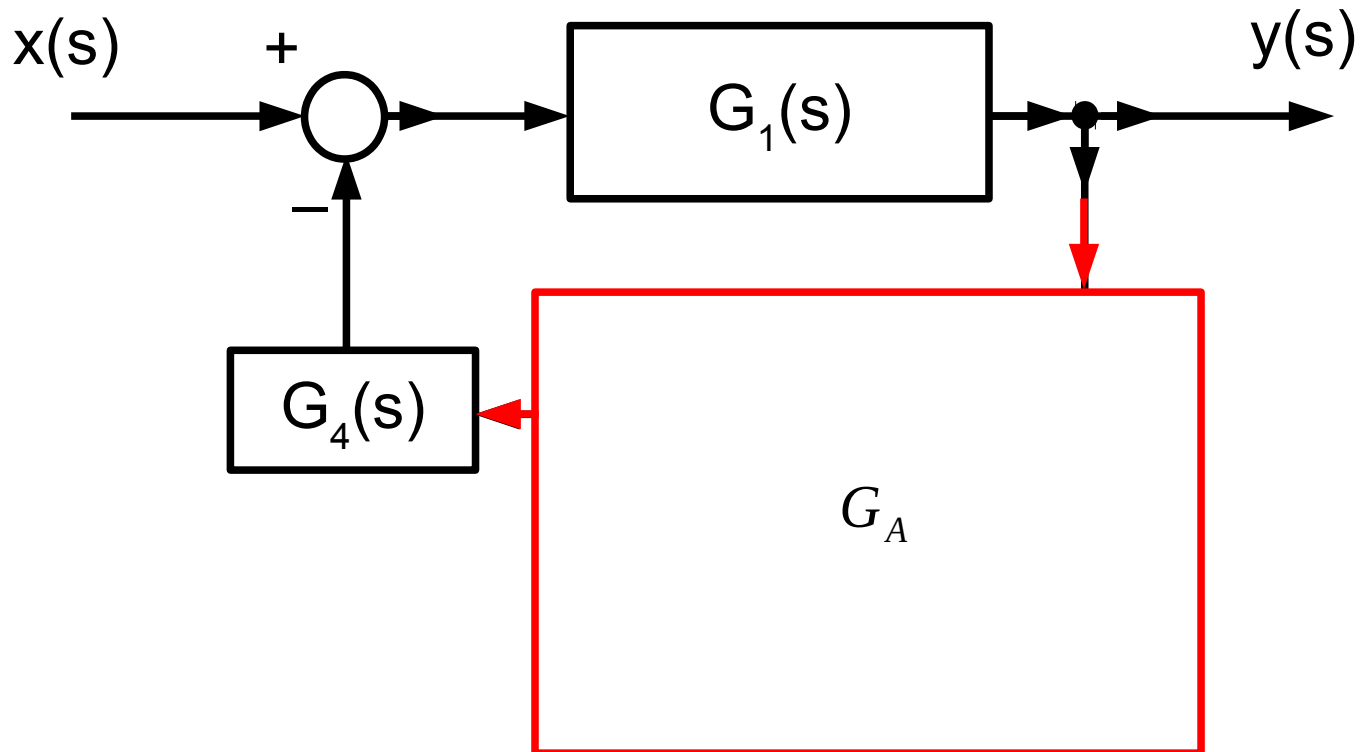


Przykład 1



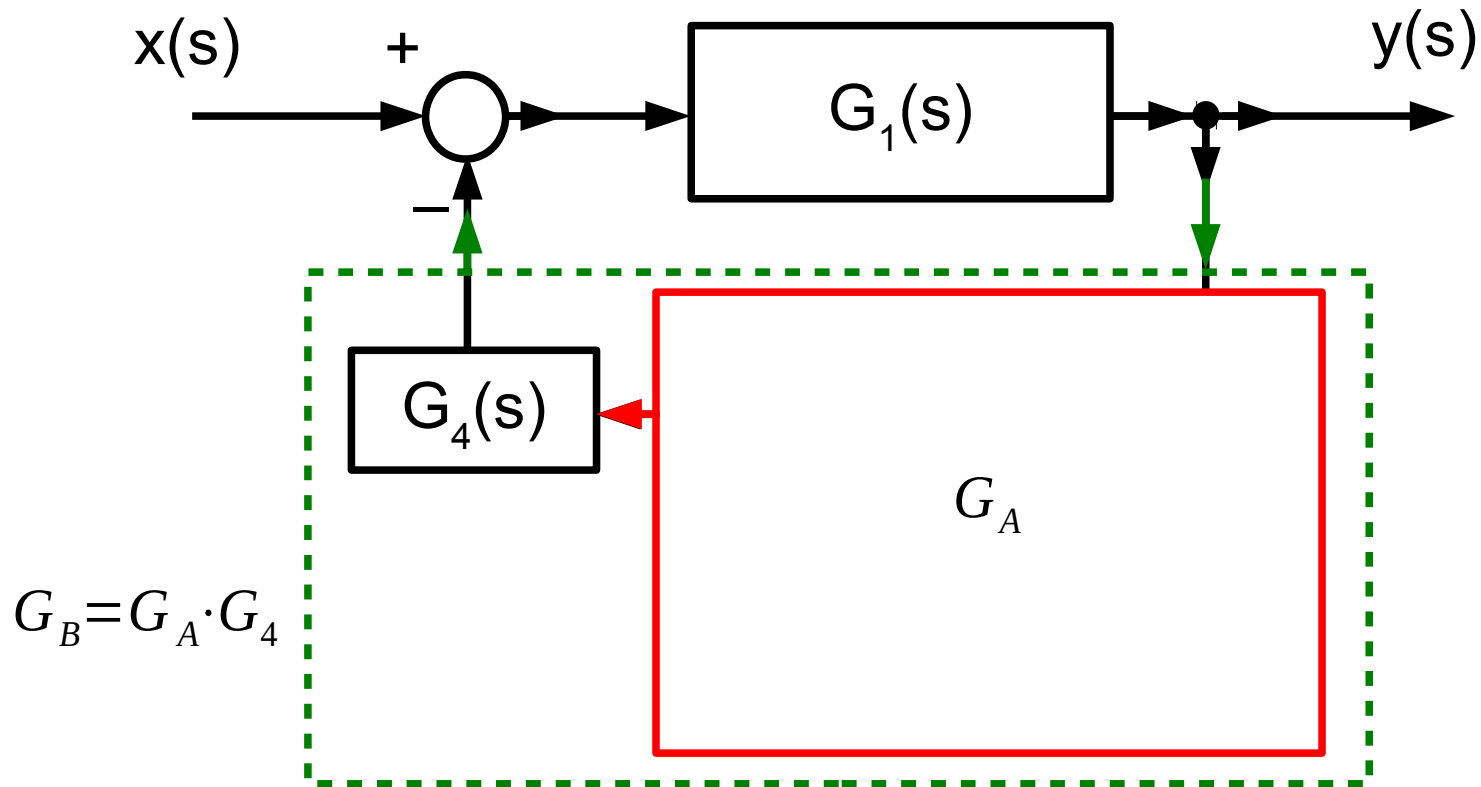
Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



Przykład 1

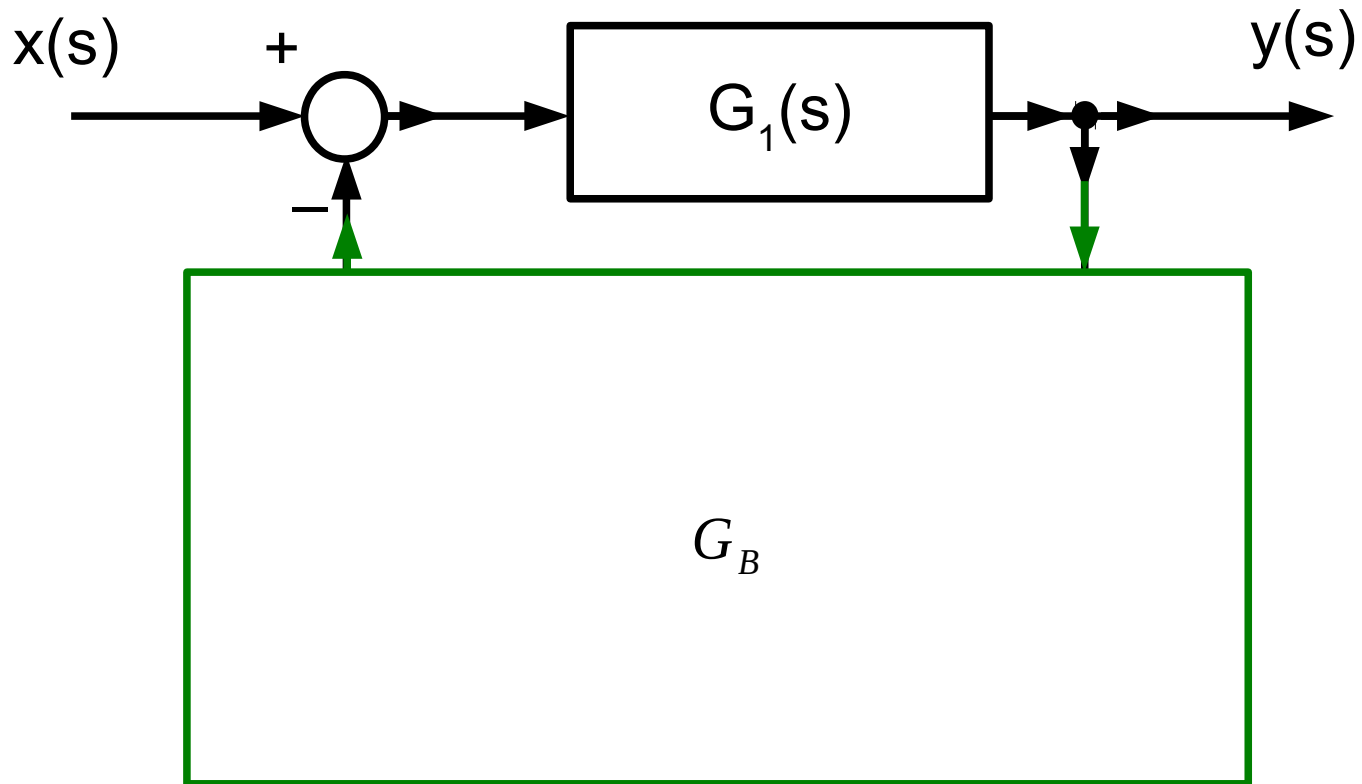
$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A \cdot G_4$$

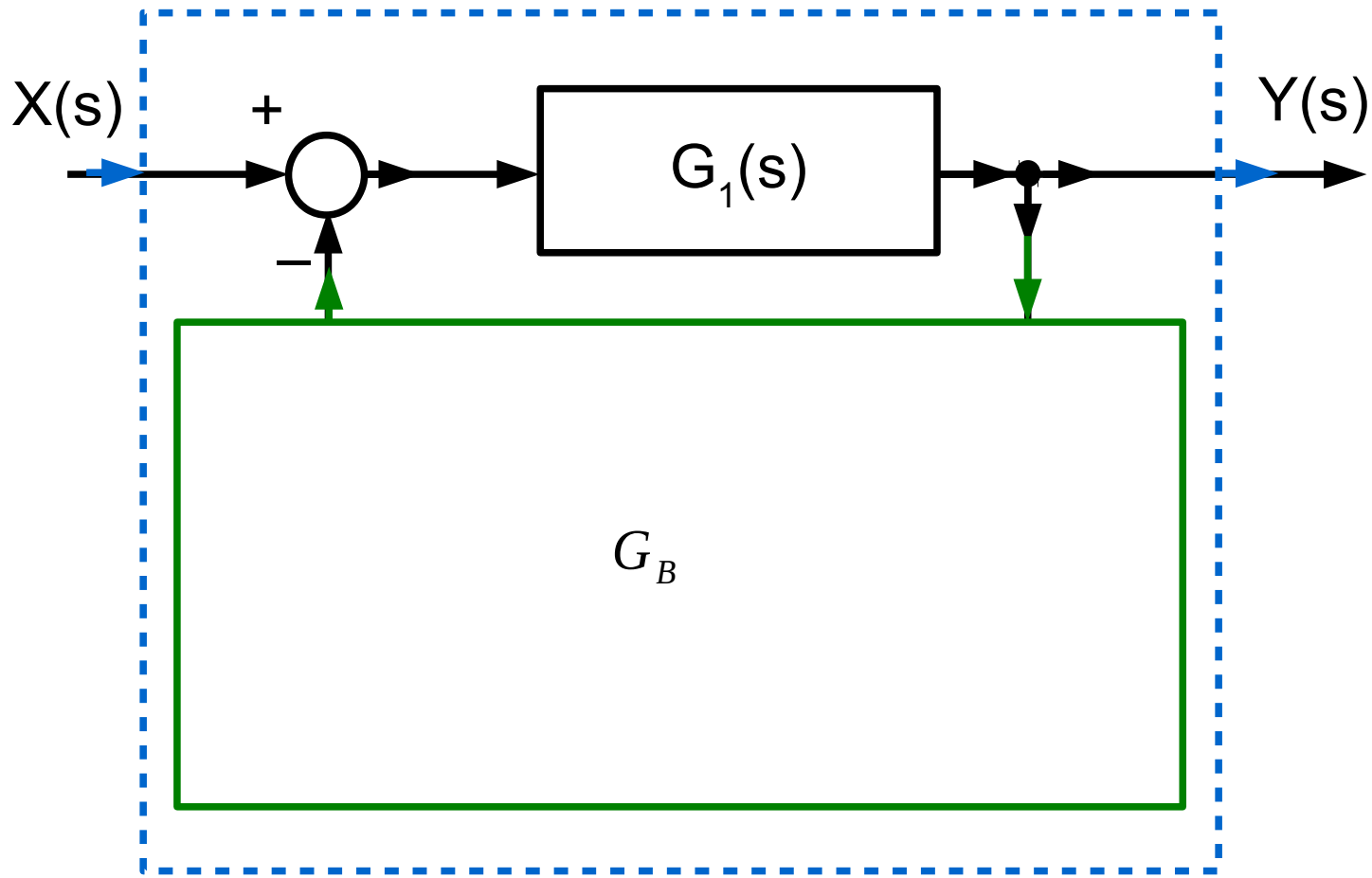


Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A \cdot G_4$$

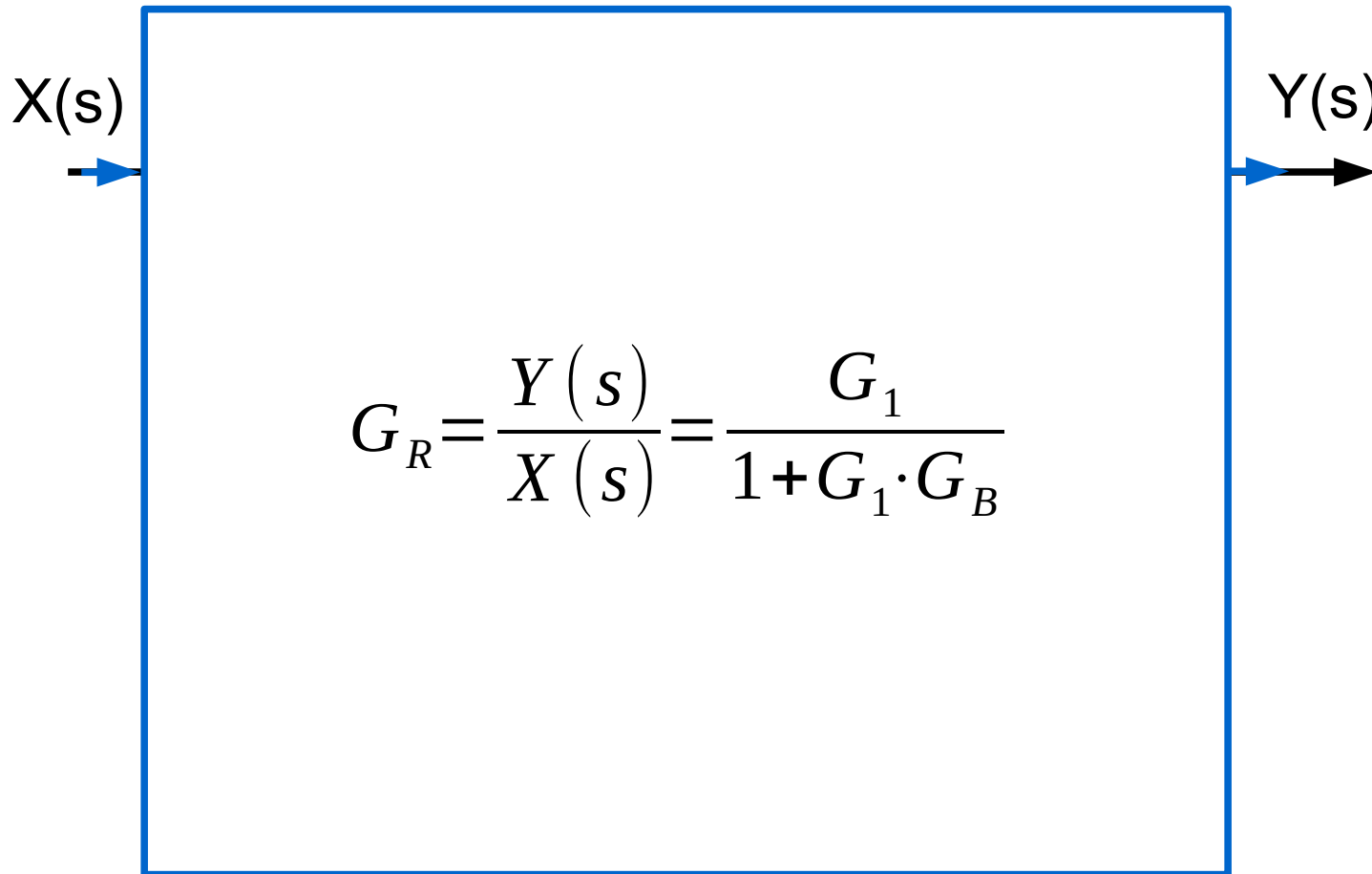
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G_1}{1 + G_1 \cdot G_B}$$



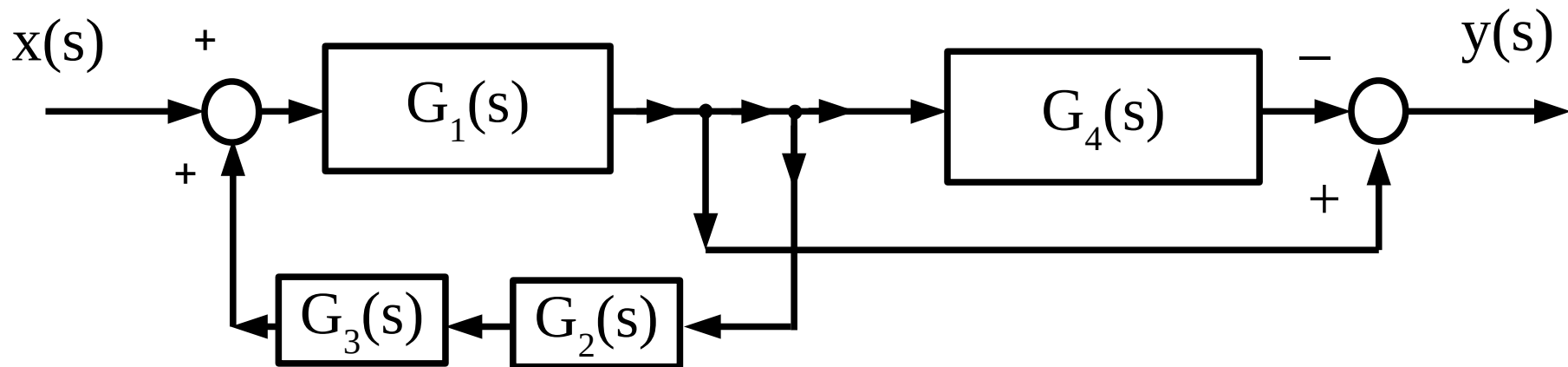
Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

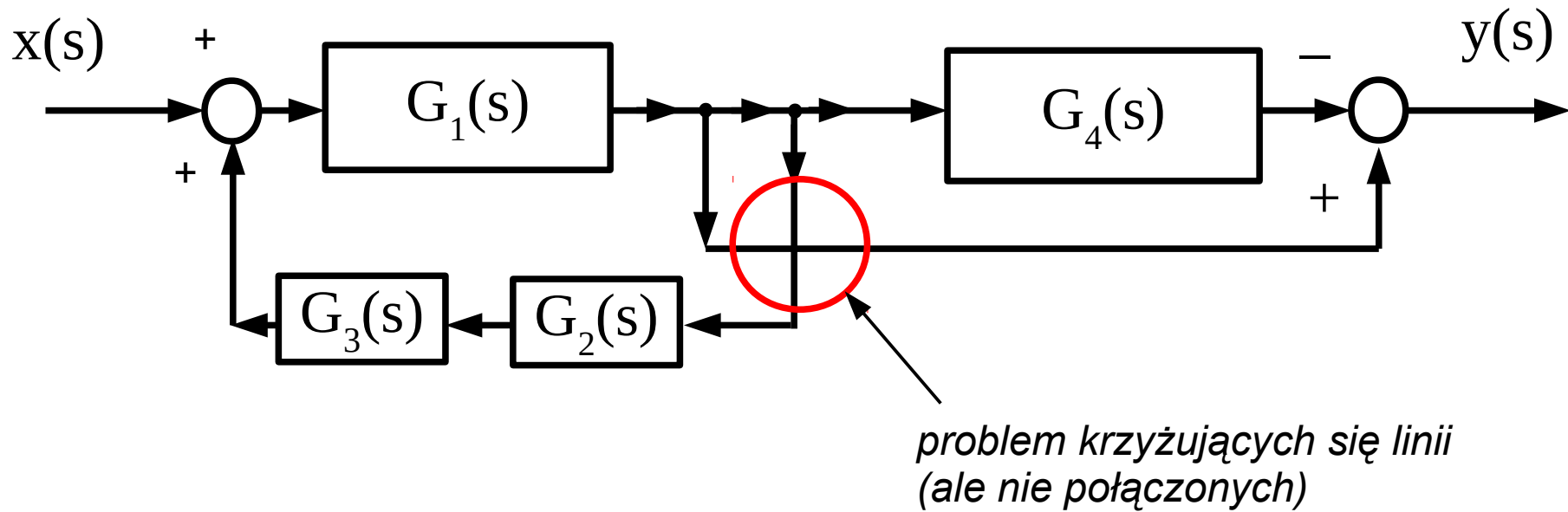
$$G_B = G_A \cdot G_4$$



Przykład 2

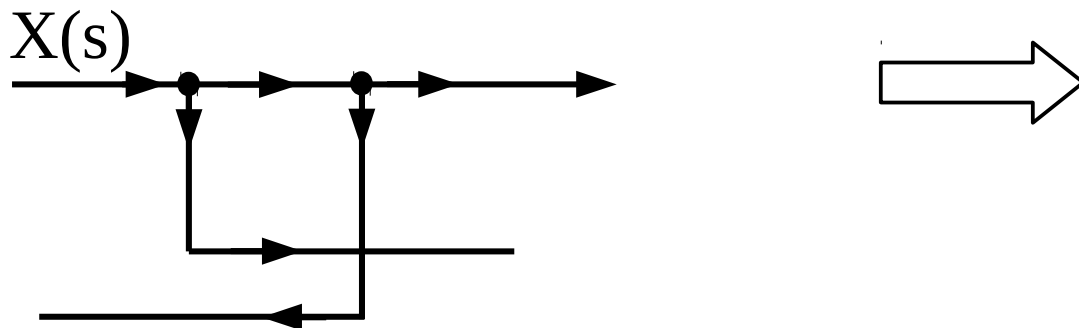


Przykład 2



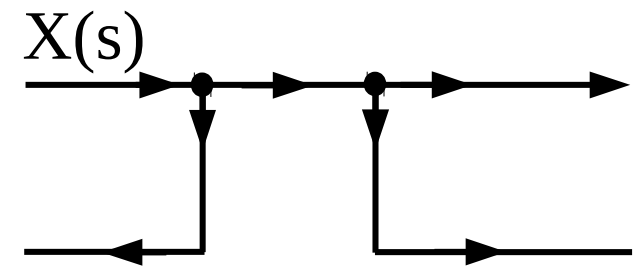
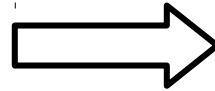
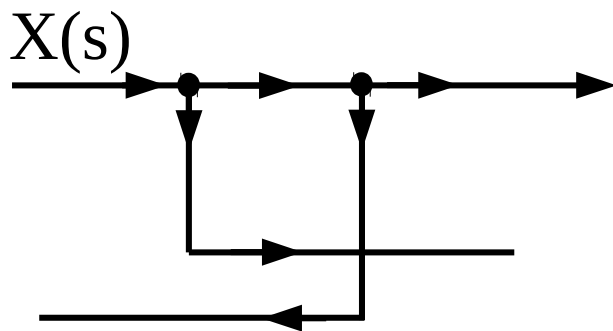
Algebra schematów blokowych

zmiana kolejności węzłów informacyjnych

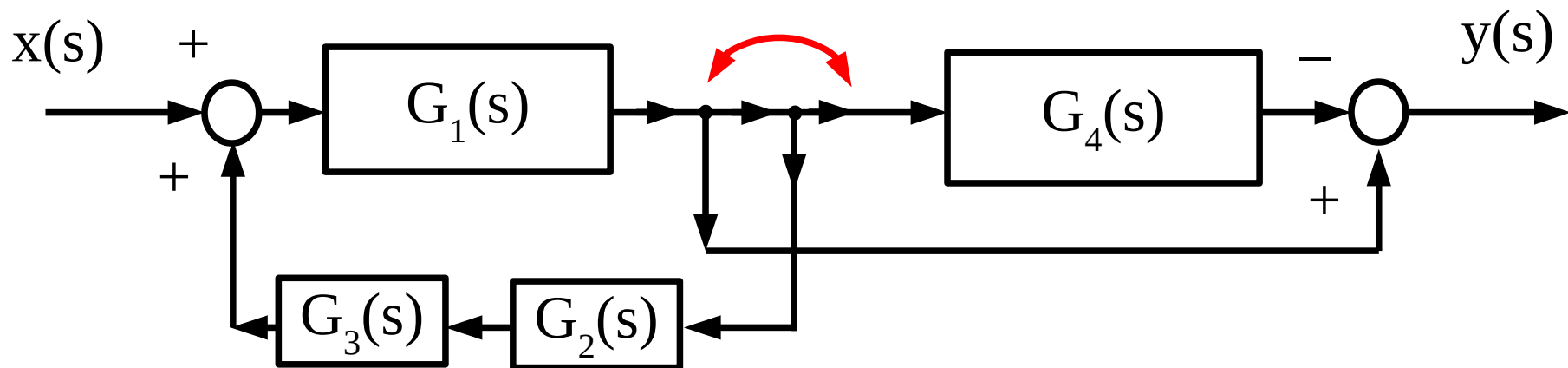


Algebra schematów blokowych

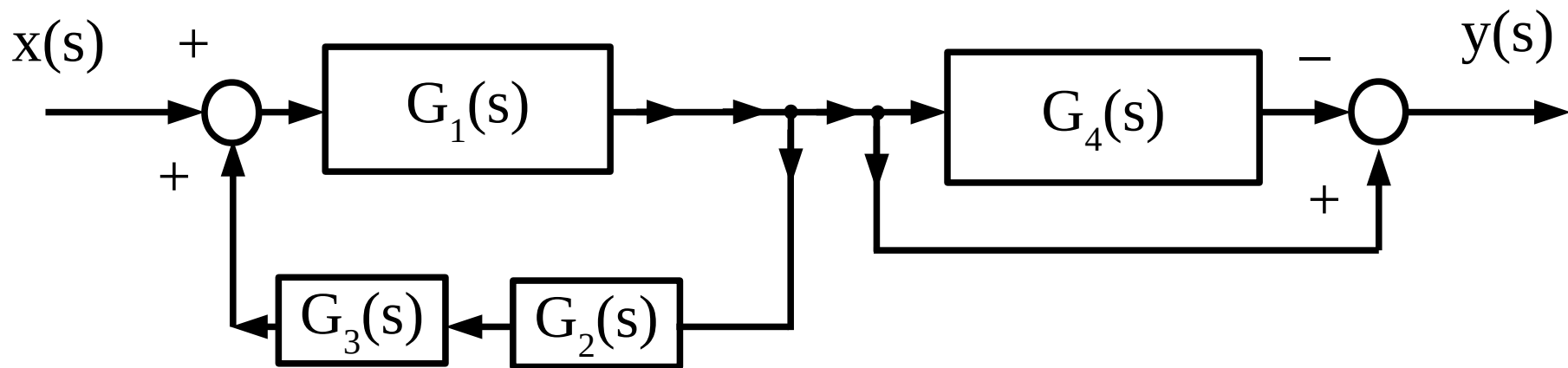
zmiana kolejności węzłów informacyjnych



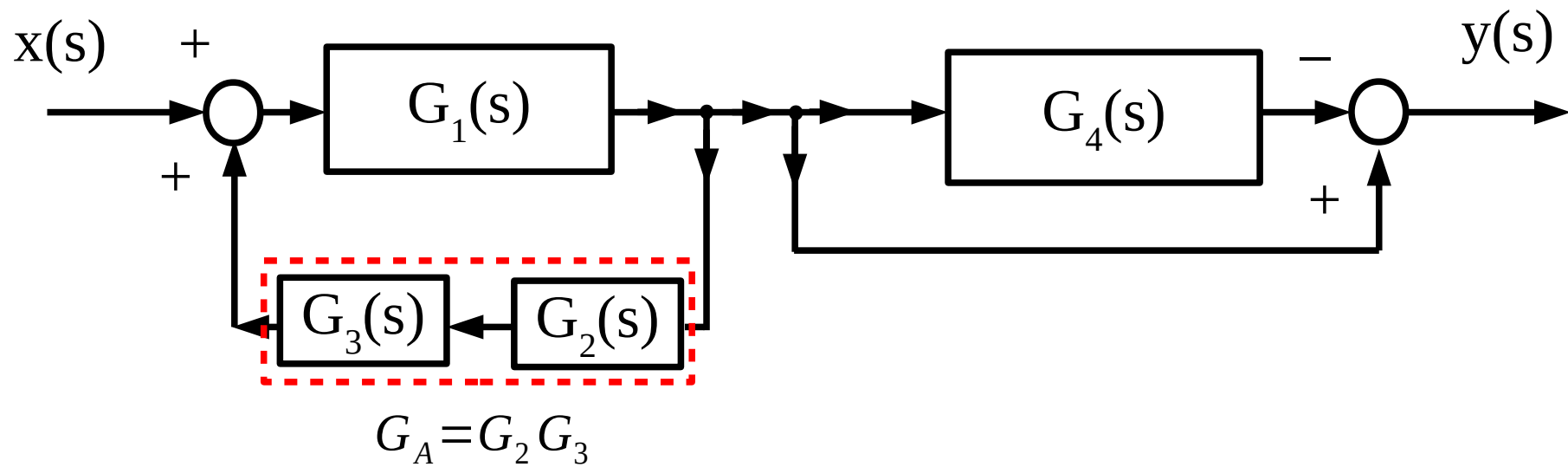
Przykład 2



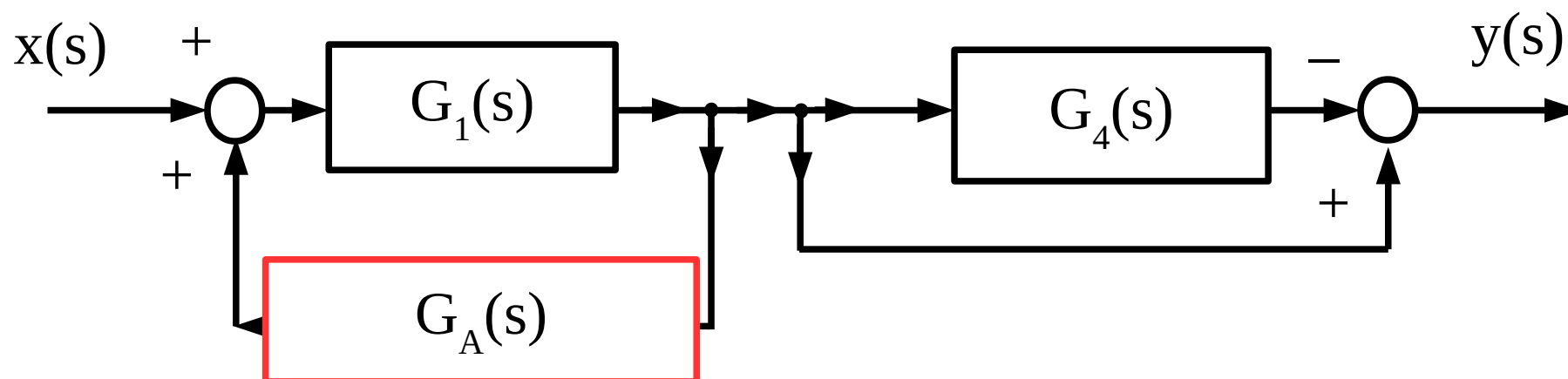
Przykład 2



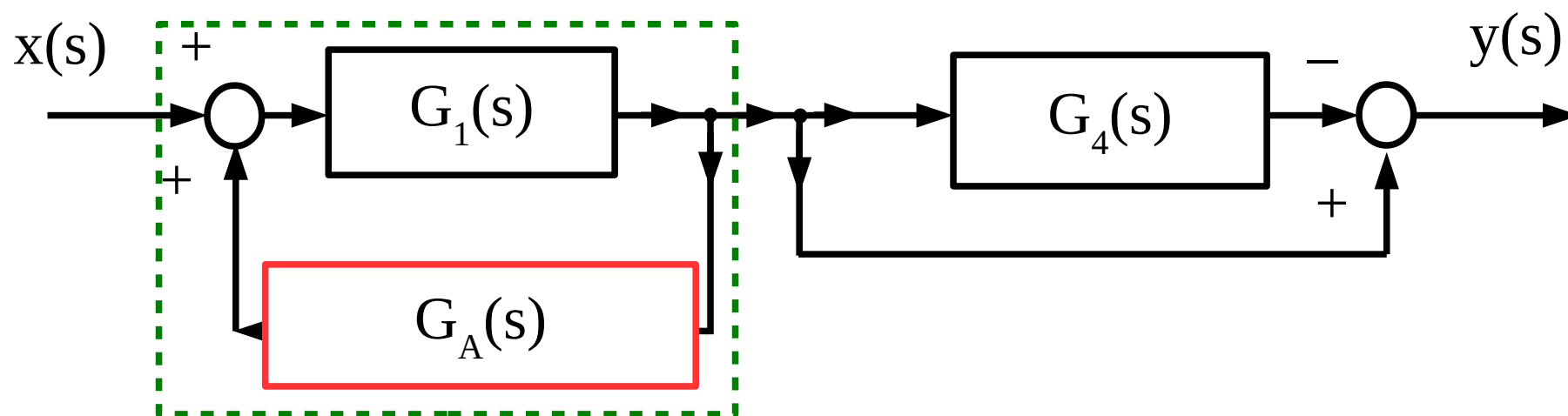
Przykład 2



Przykład 2



Przykład 2

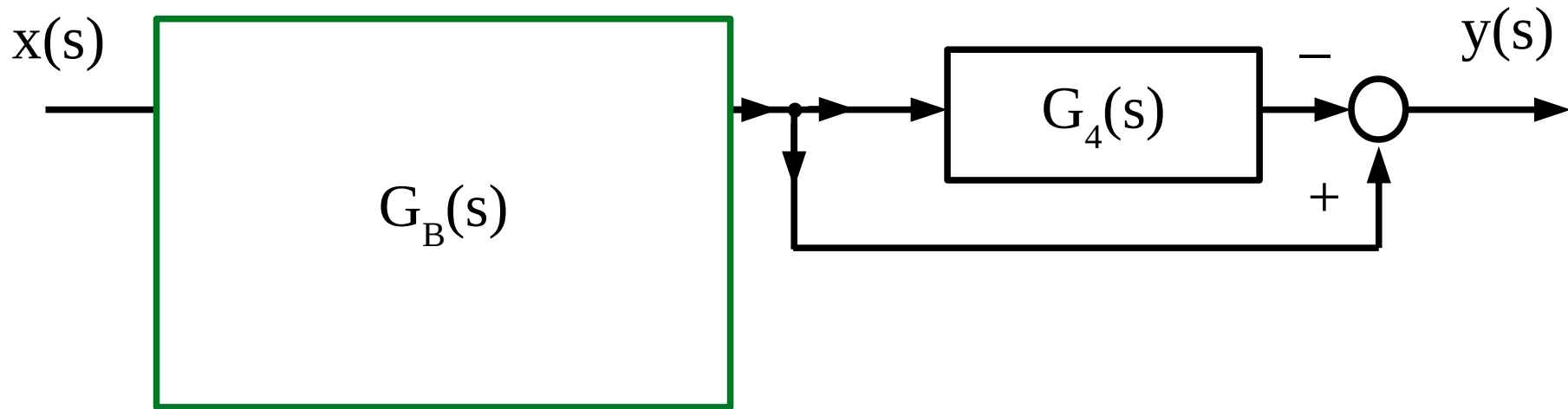


$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

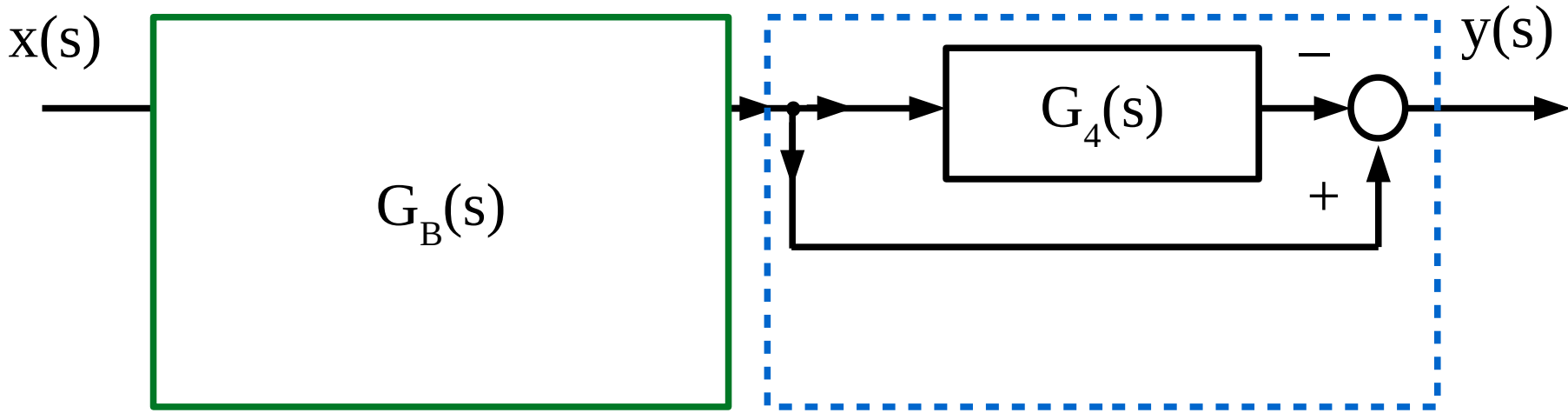
Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

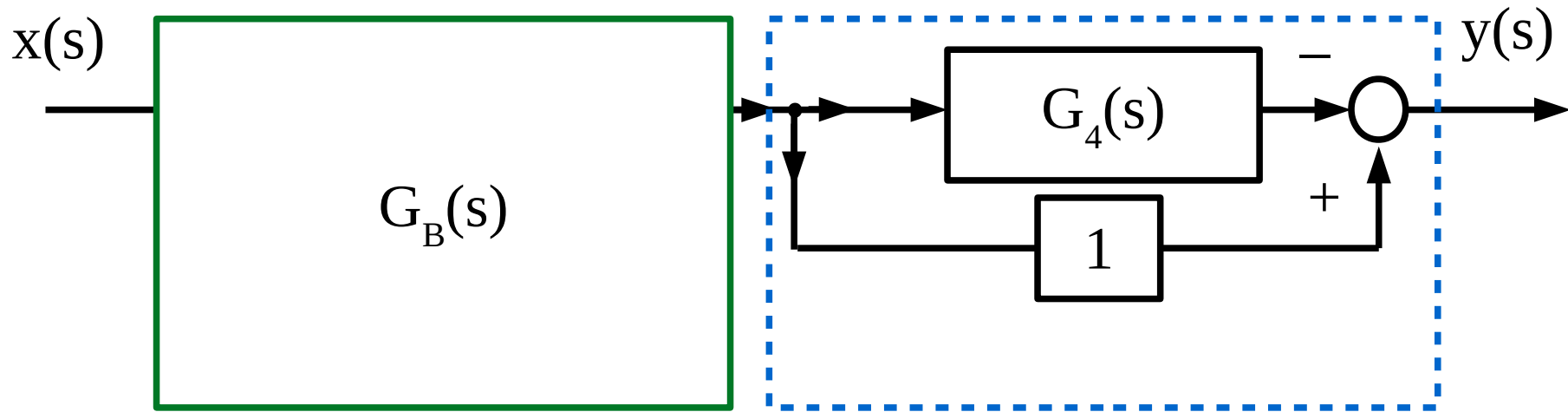
Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

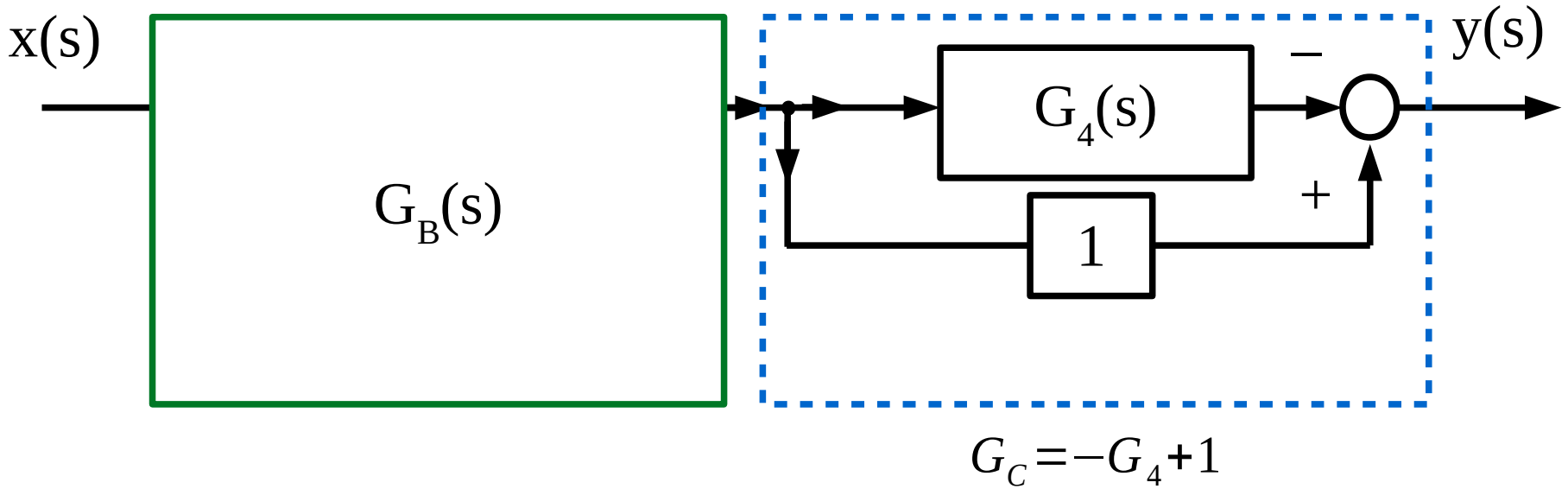
Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

Przykład 2

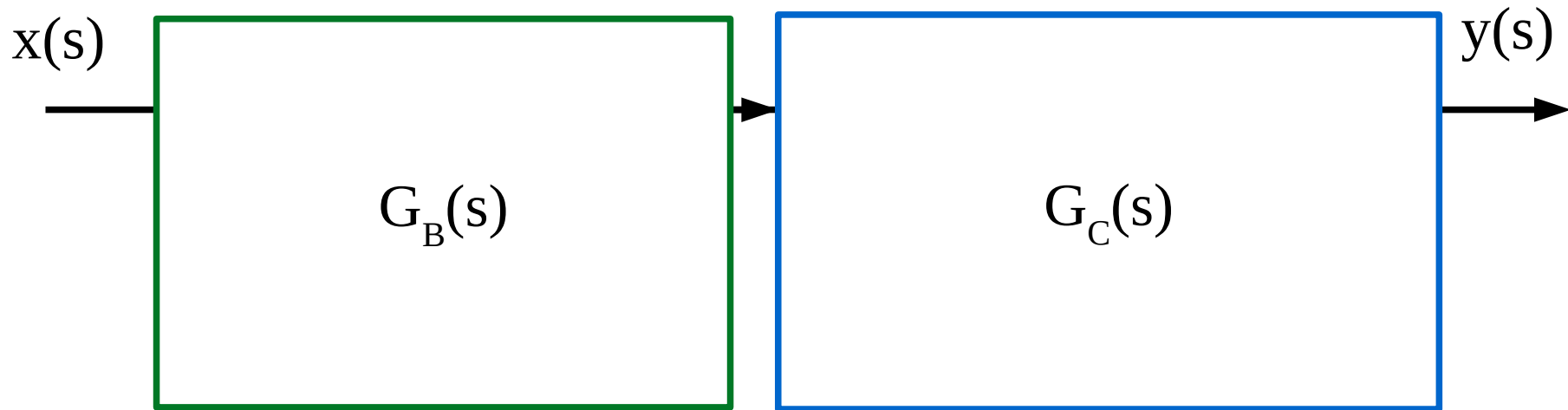


Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$

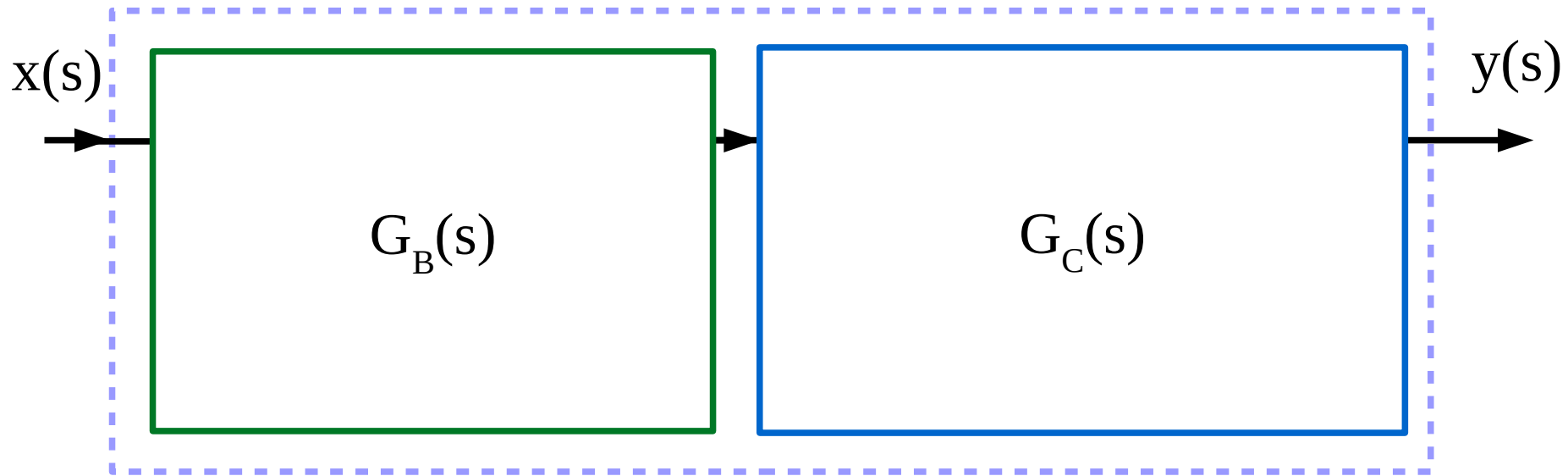


Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$



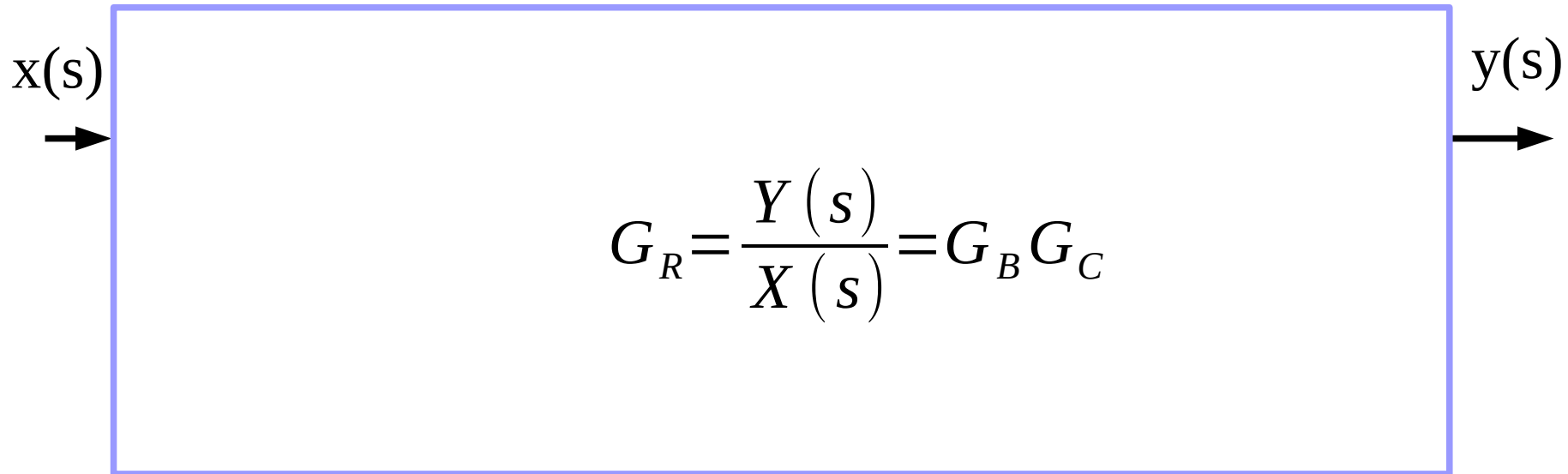
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = G_B G_C$$

Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

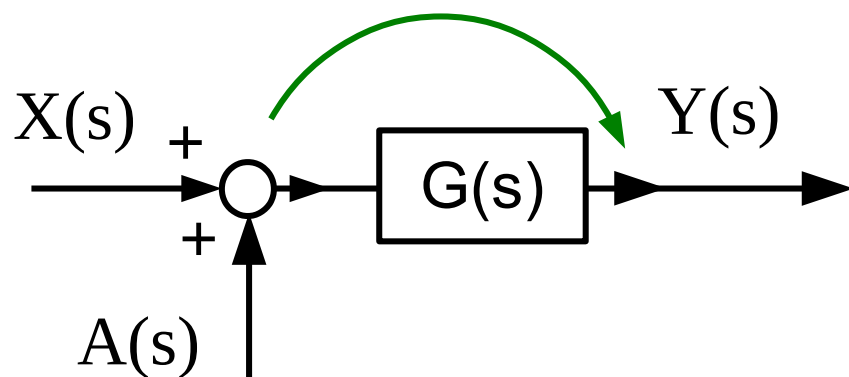
$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$

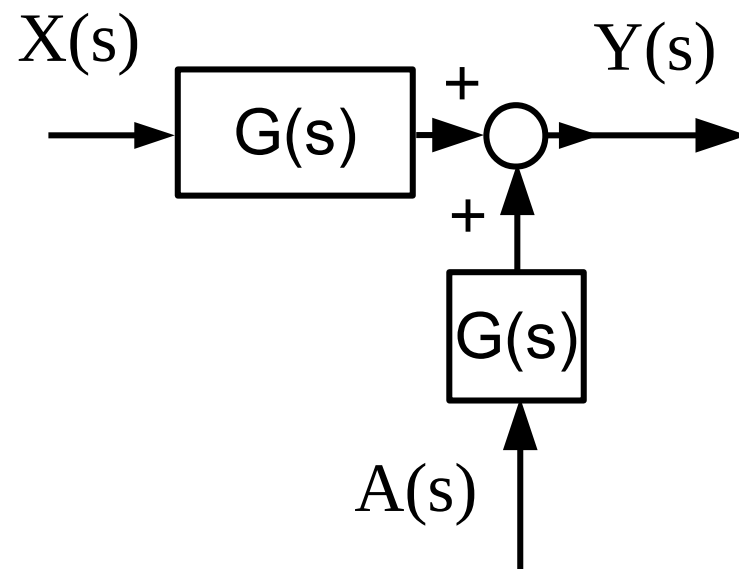
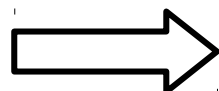


Algebra schematów blokowych

przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



$$Y=(X+A)G$$

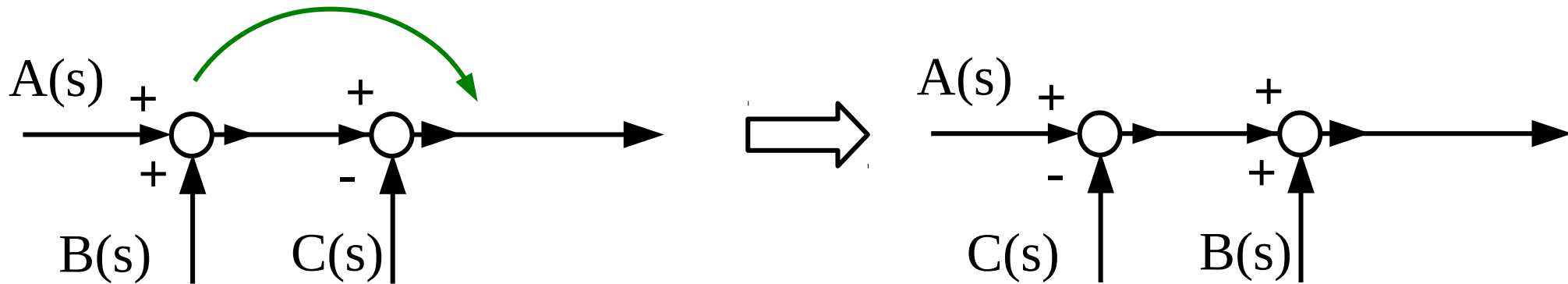


$$Y=XG+AG$$

Algebra schematów blokowych

zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

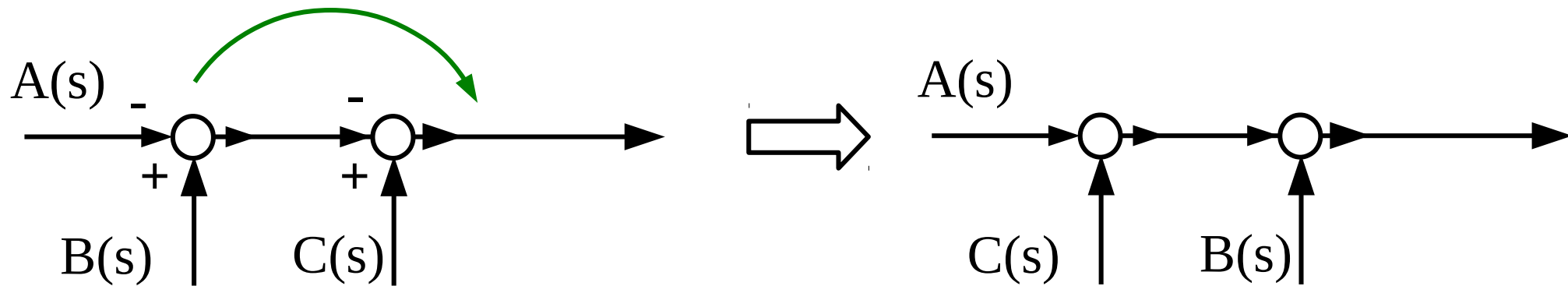
Przykład 1



Algebra schematów blokowych

zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

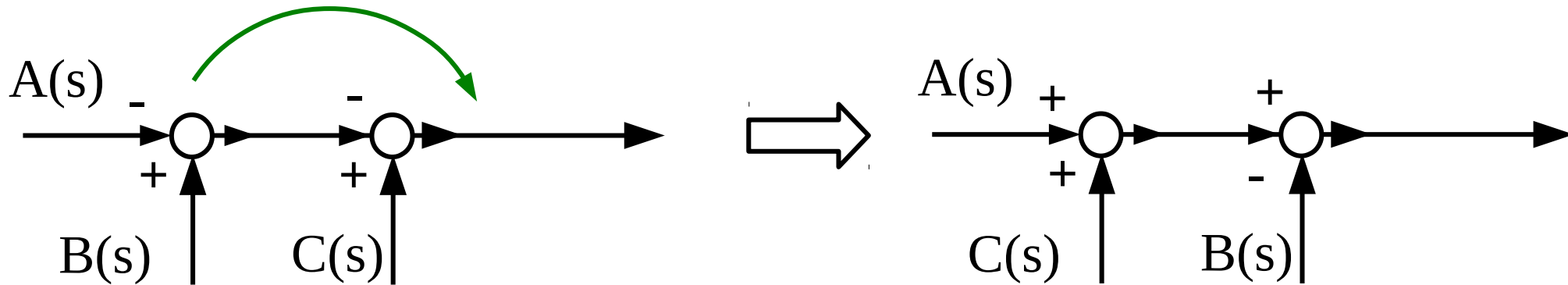
Przykład 2 - UWAGA NA ZNAKI!



Algebra schematów blokowych

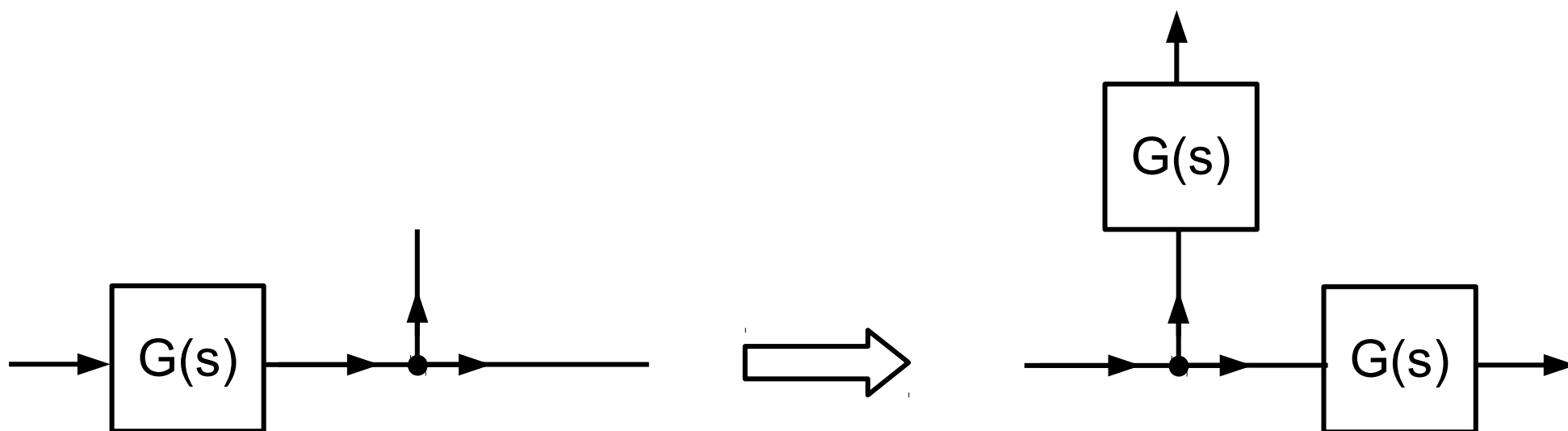
zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

Przykład 2 - UWAGA NA ZNAKI!

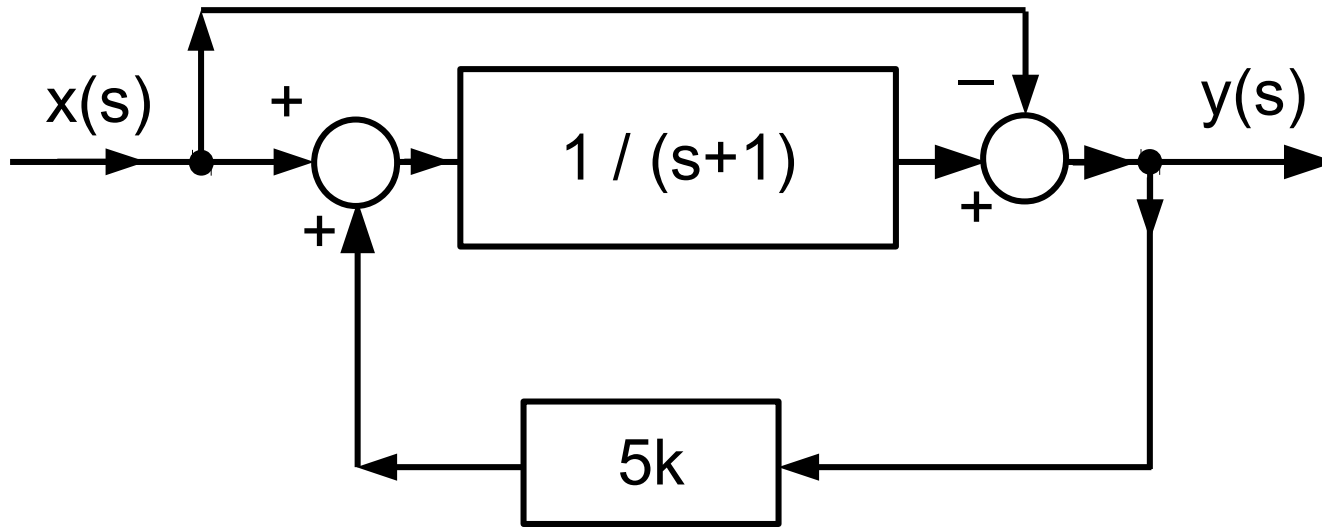


Algebra schematów blokowych

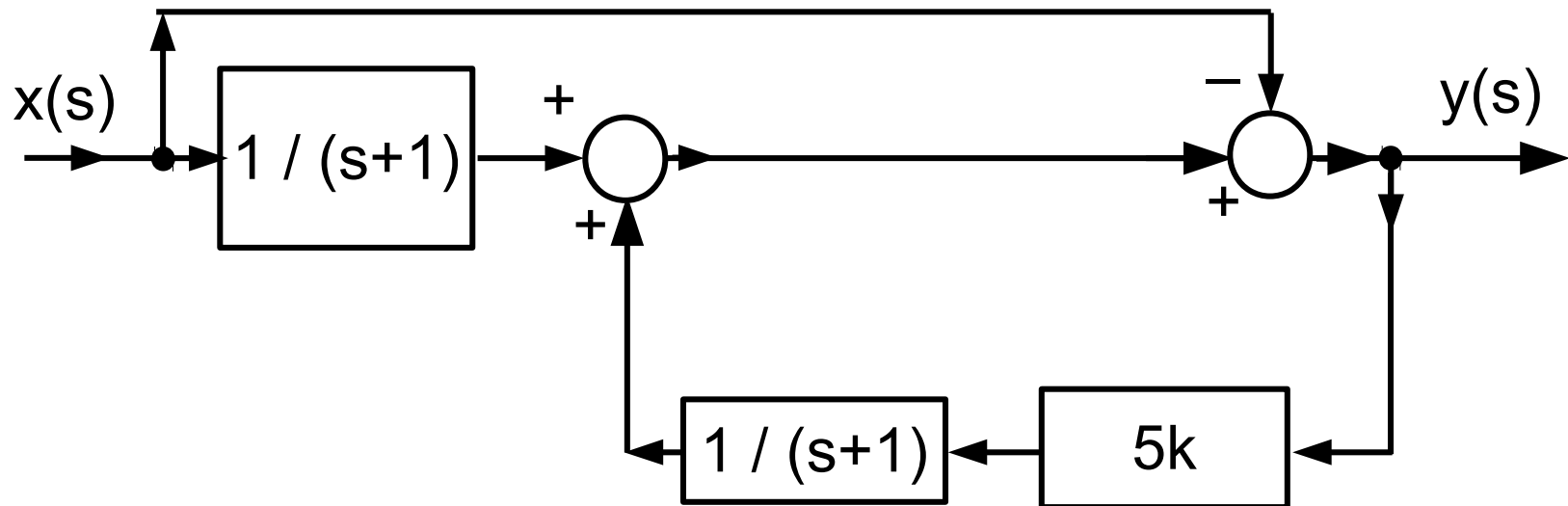
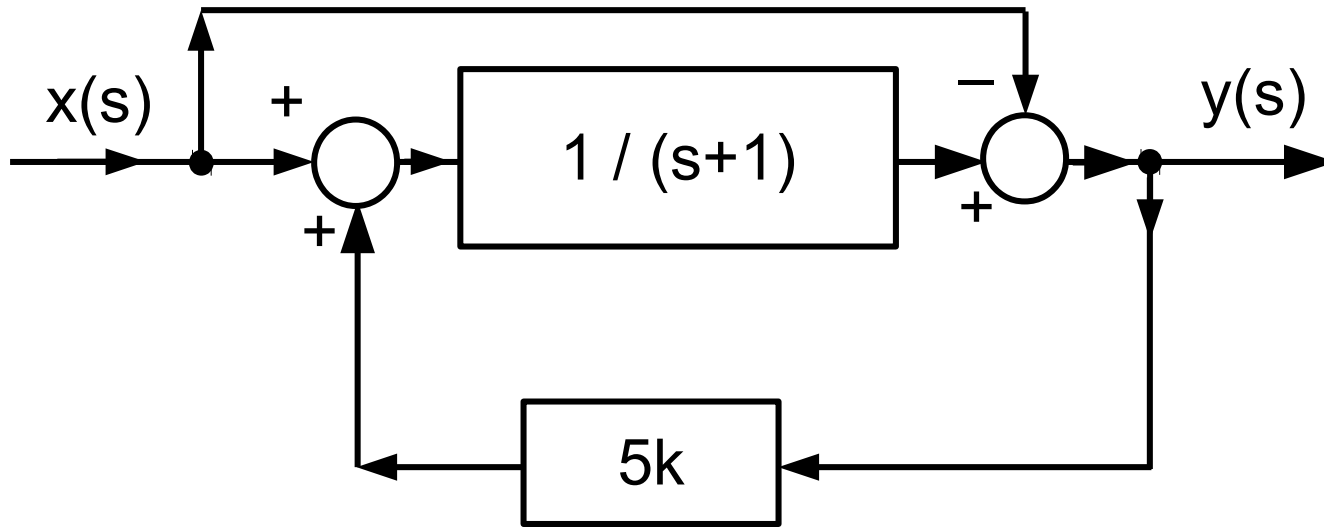
zmiana kolejności bloku transmitancji i węzła informacyjnego



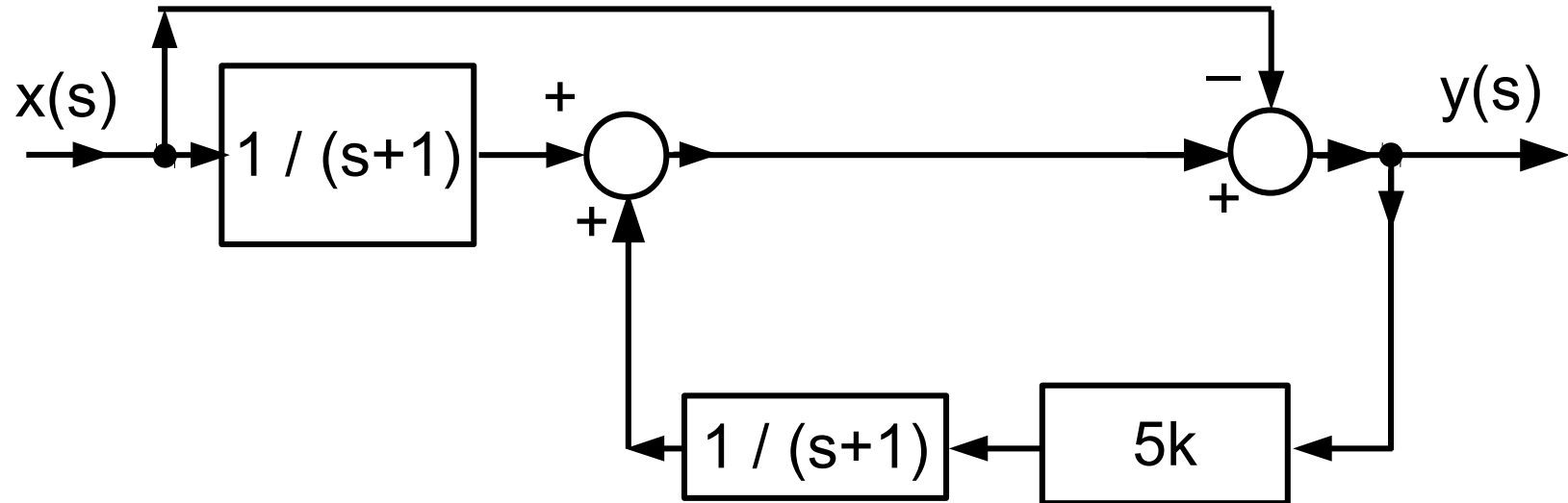
Przykład 3



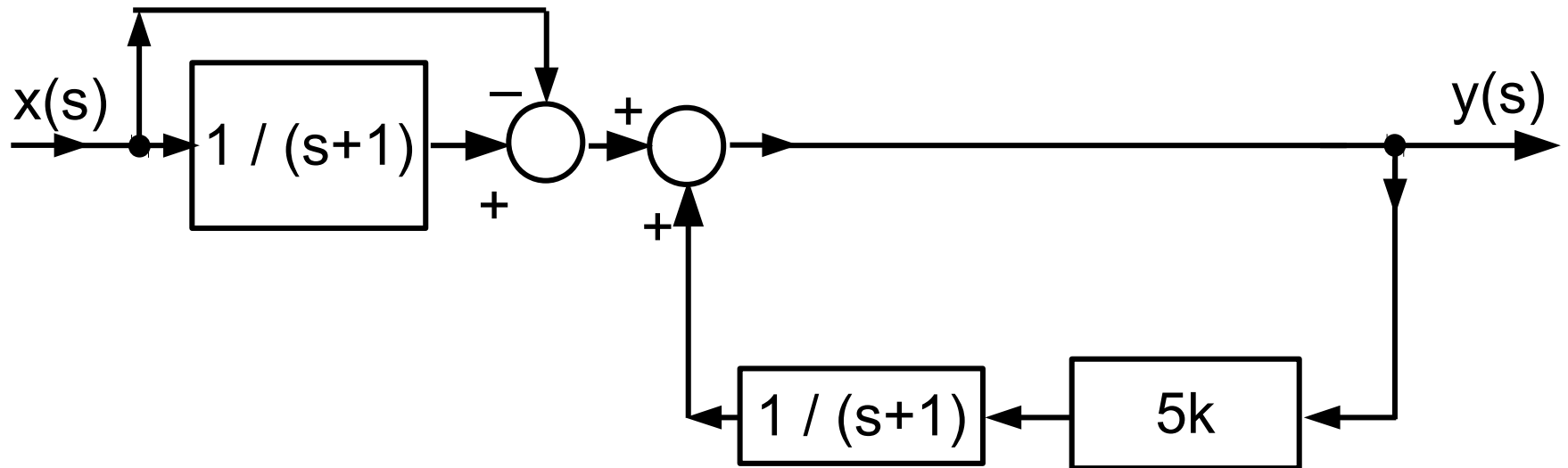
Przykład 3



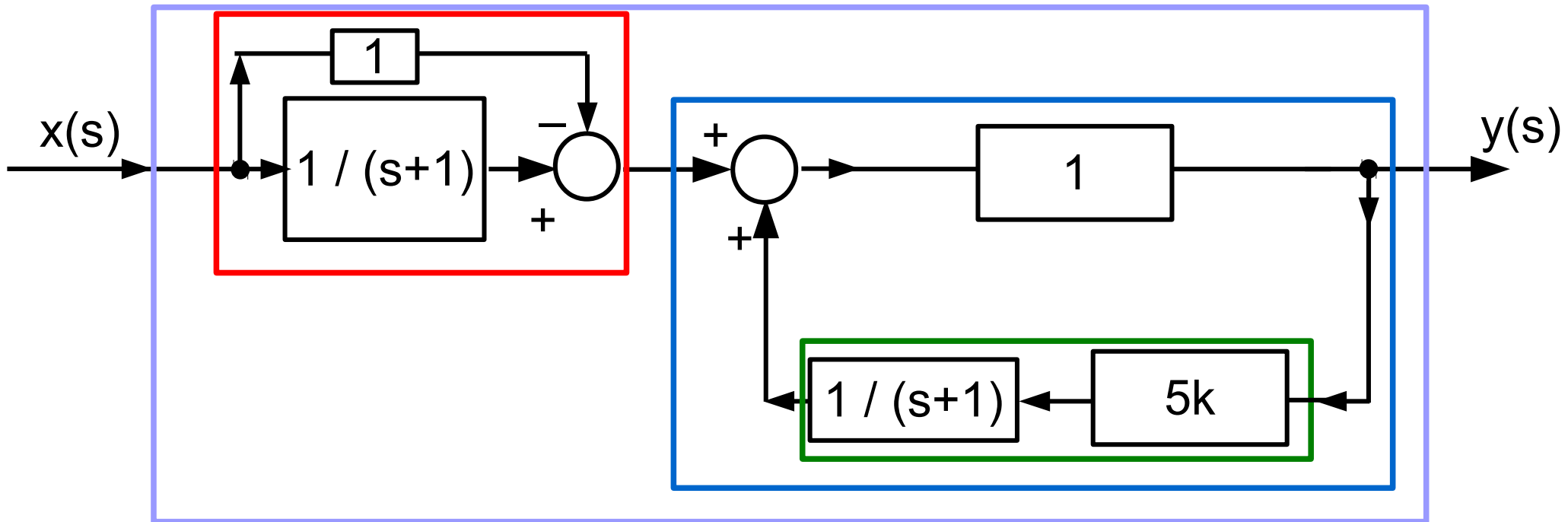
Przykład 3



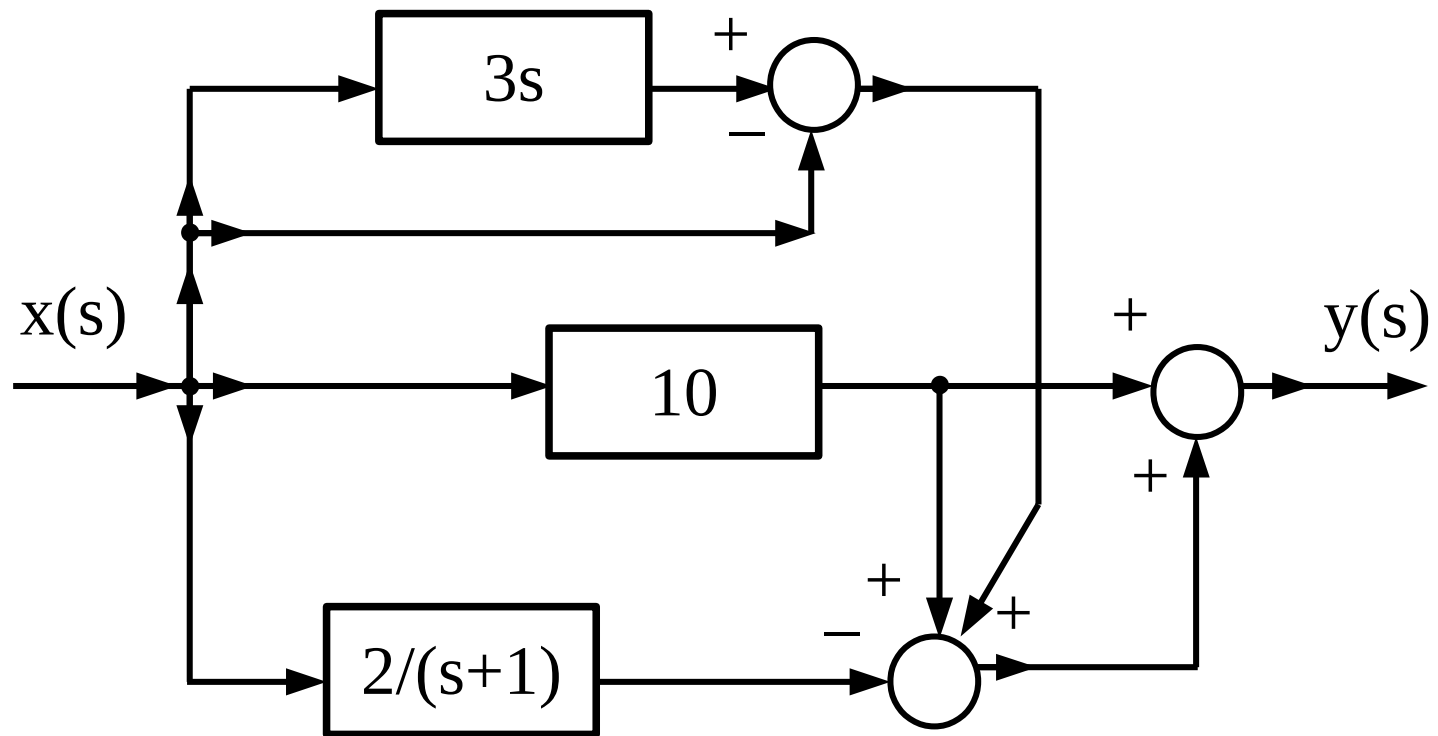
Przykład 3



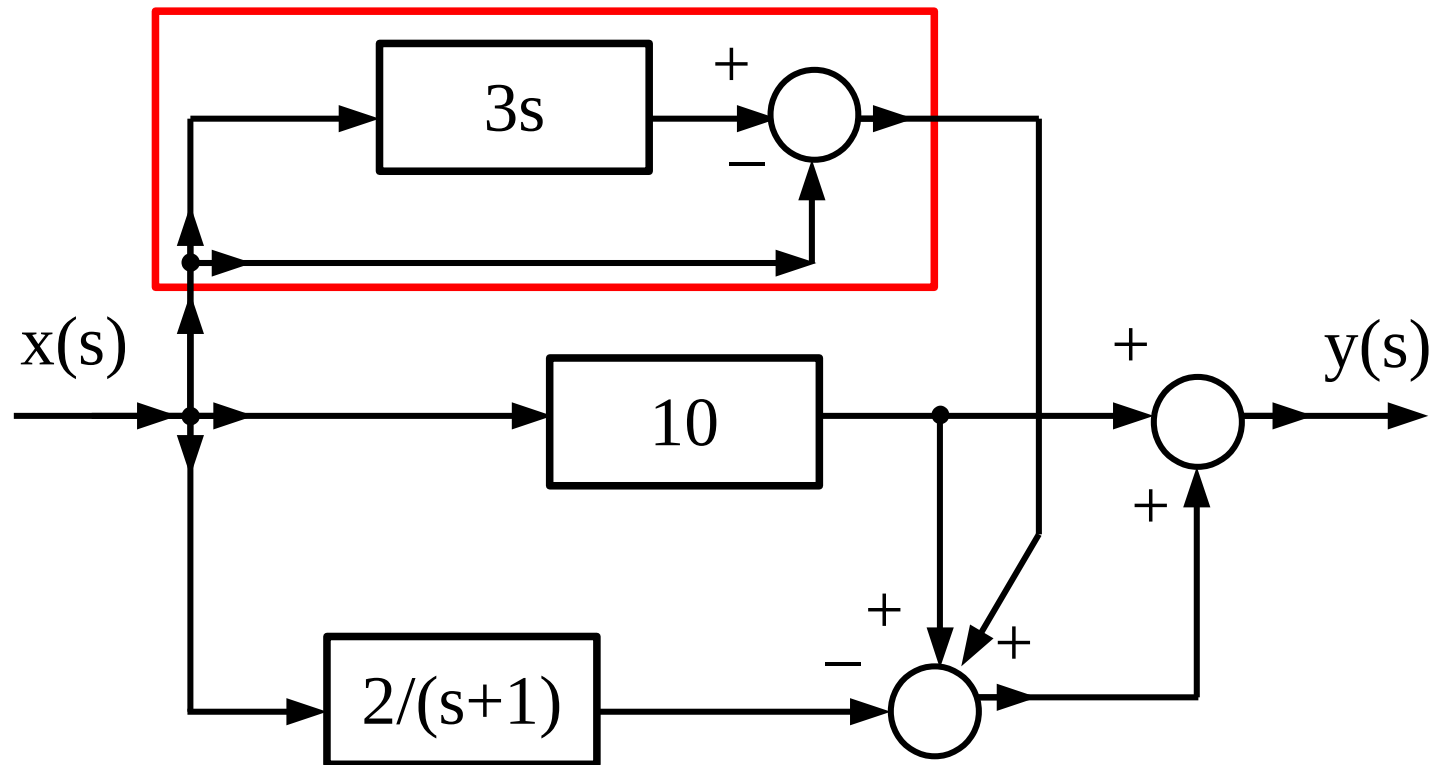
Przykład 3



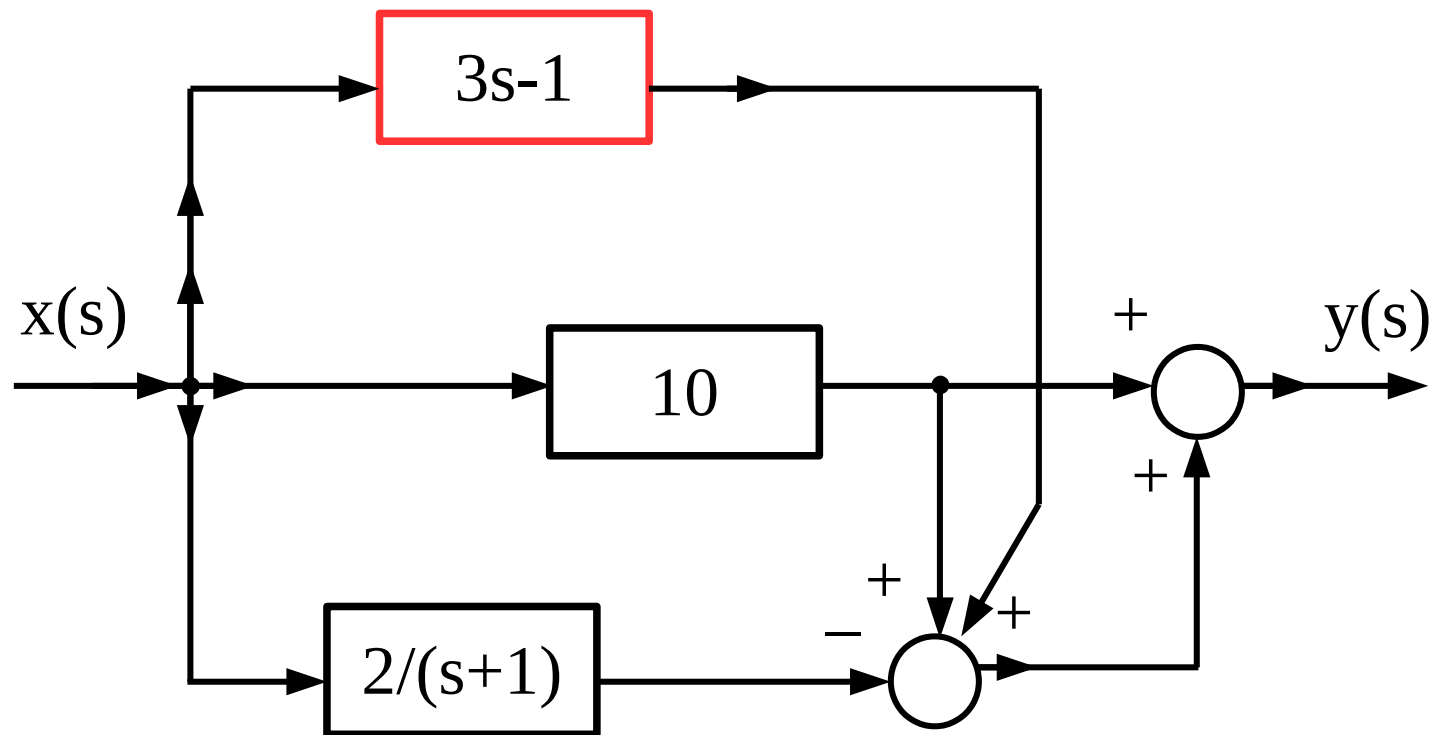
Przykład 4



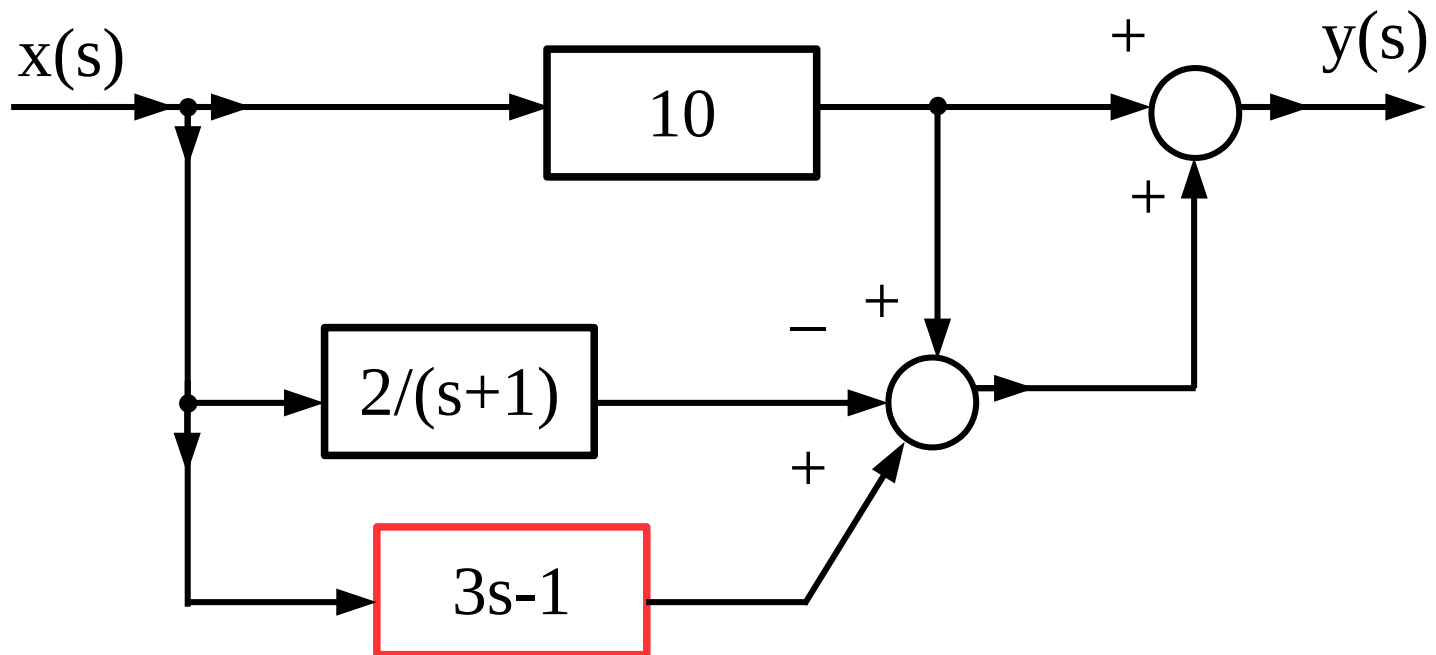
Przykład 4



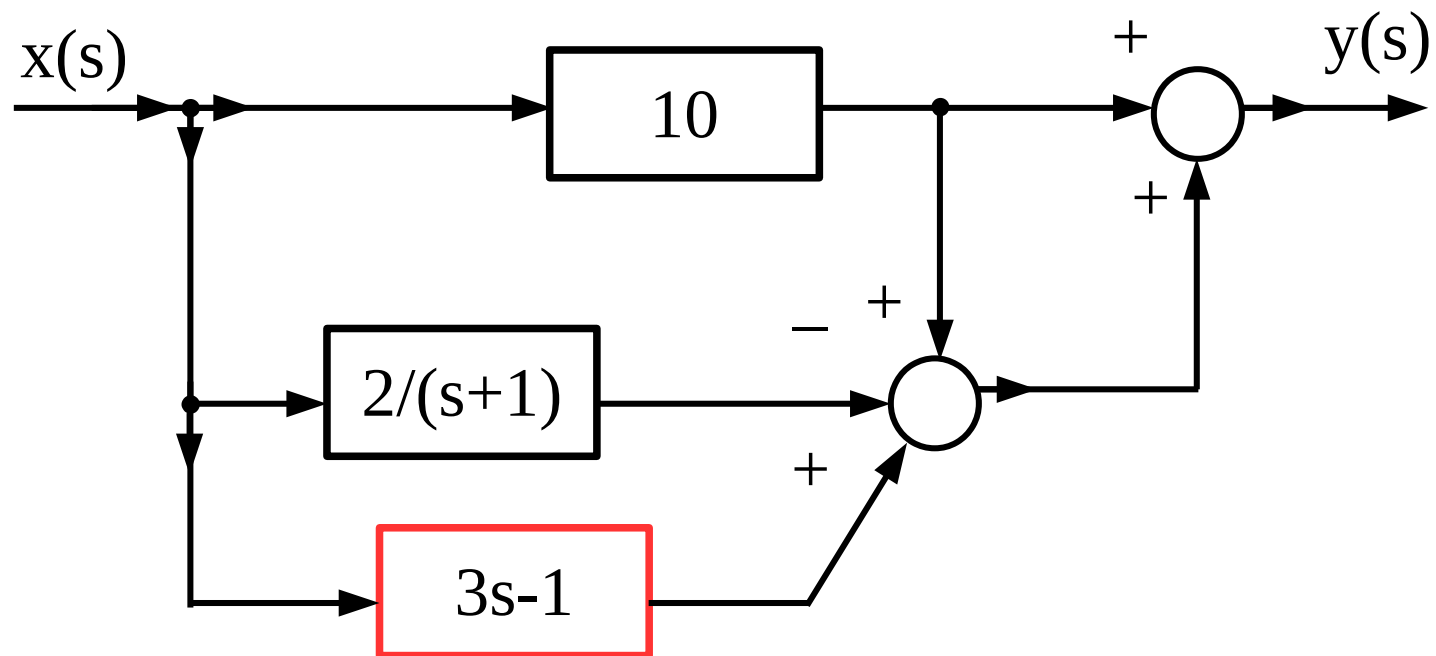
Przykład 4



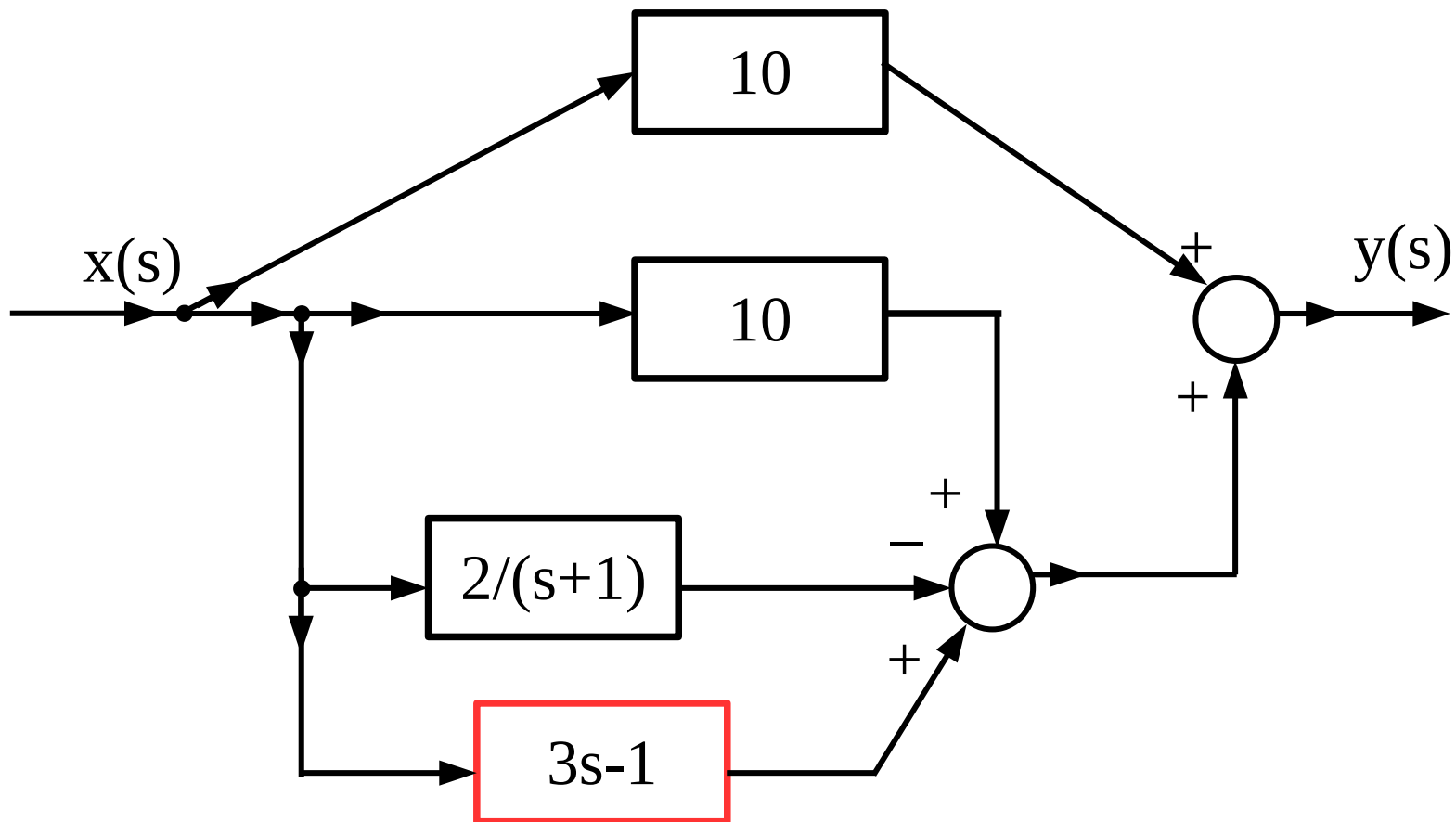
Przykład 4



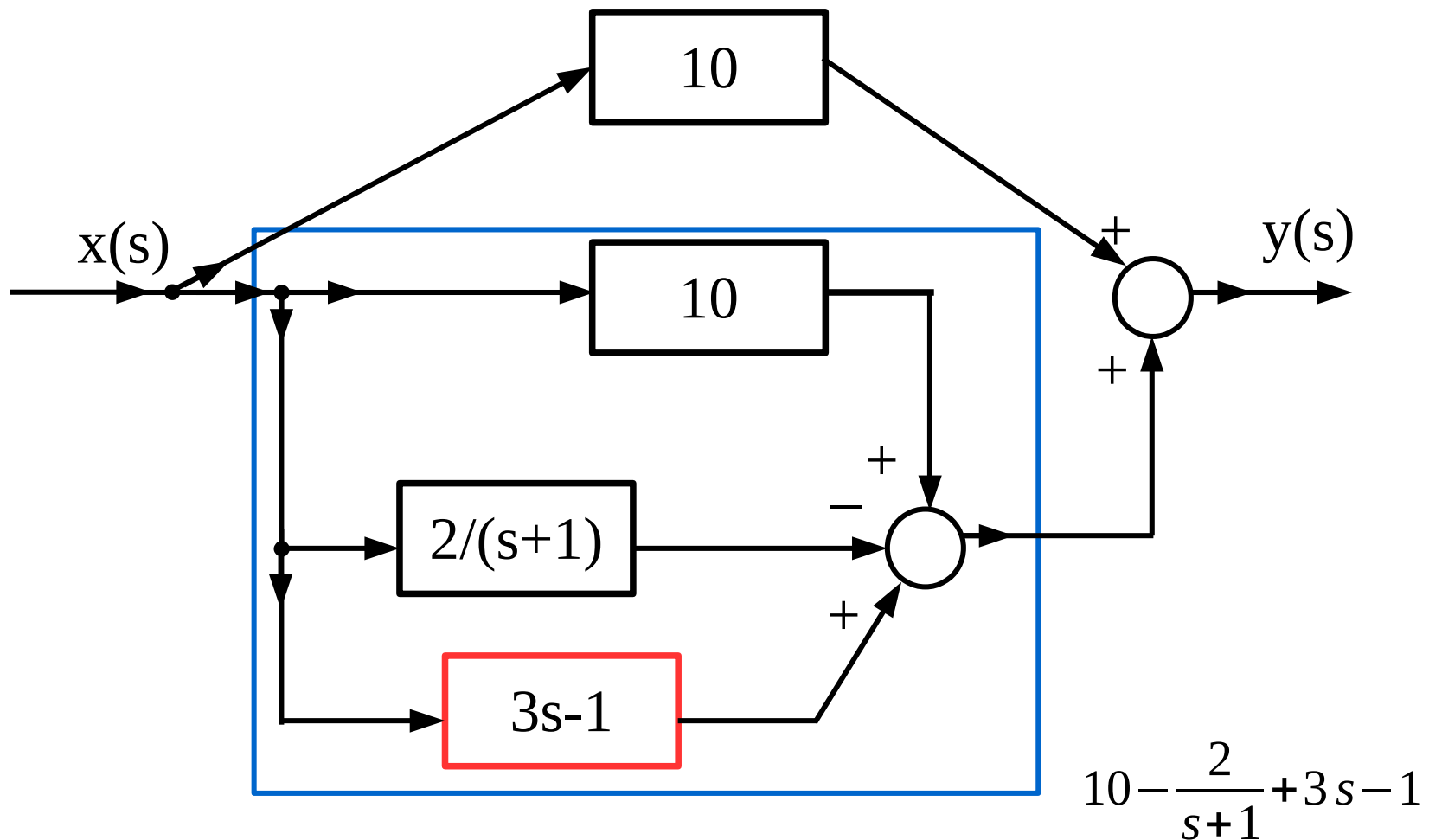
Przykład 4



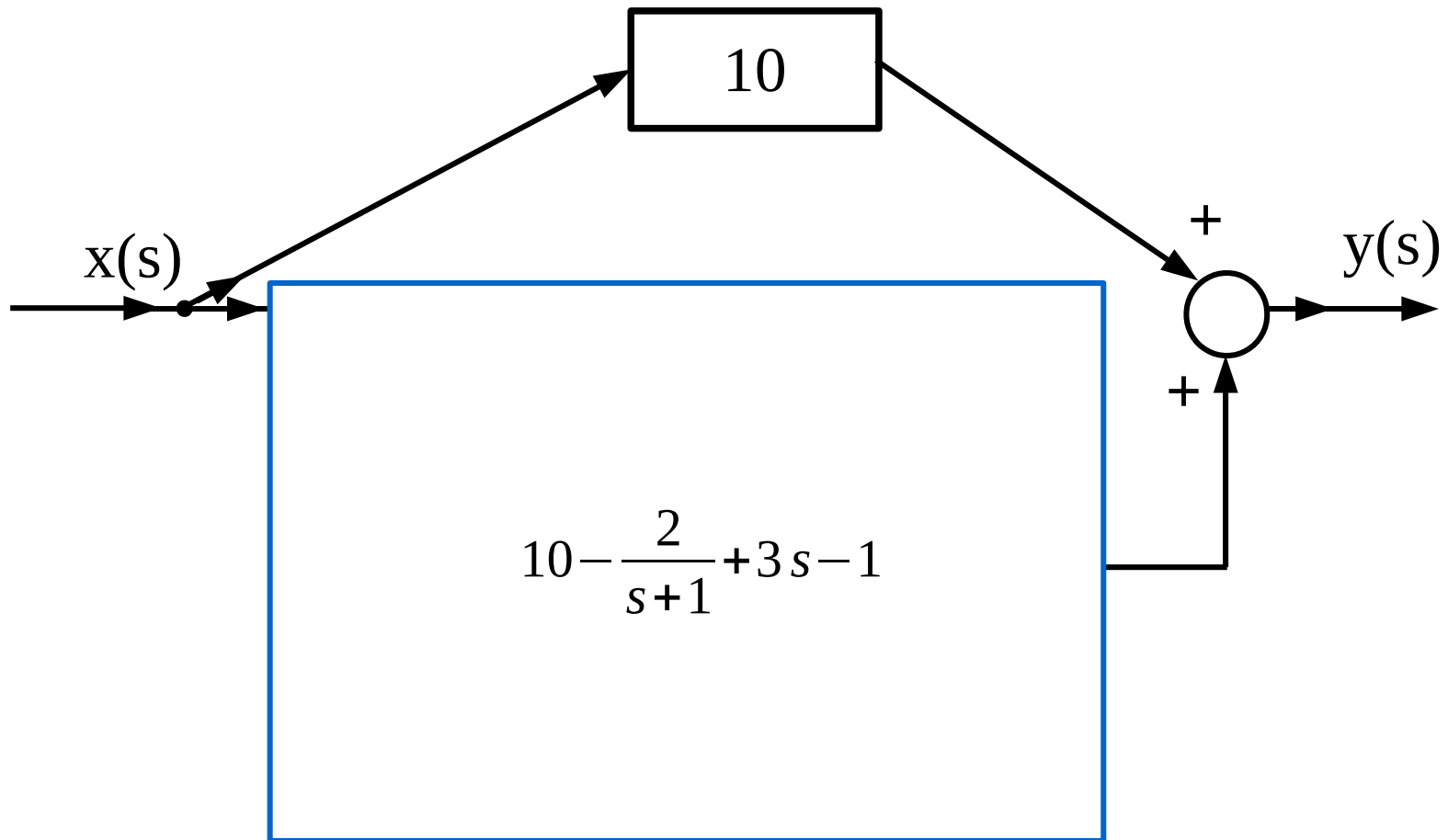
Przykład 4



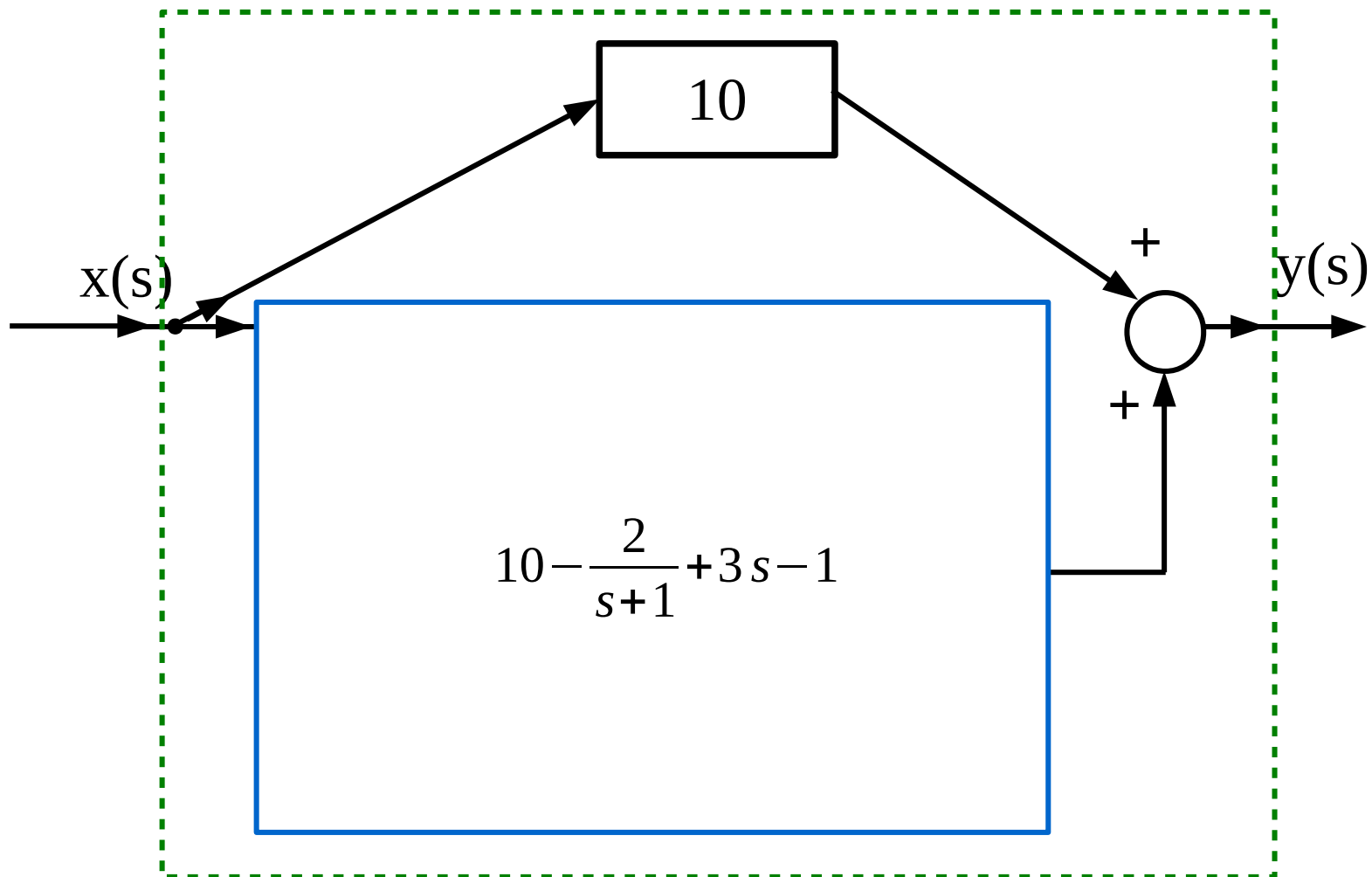
Przykład 4



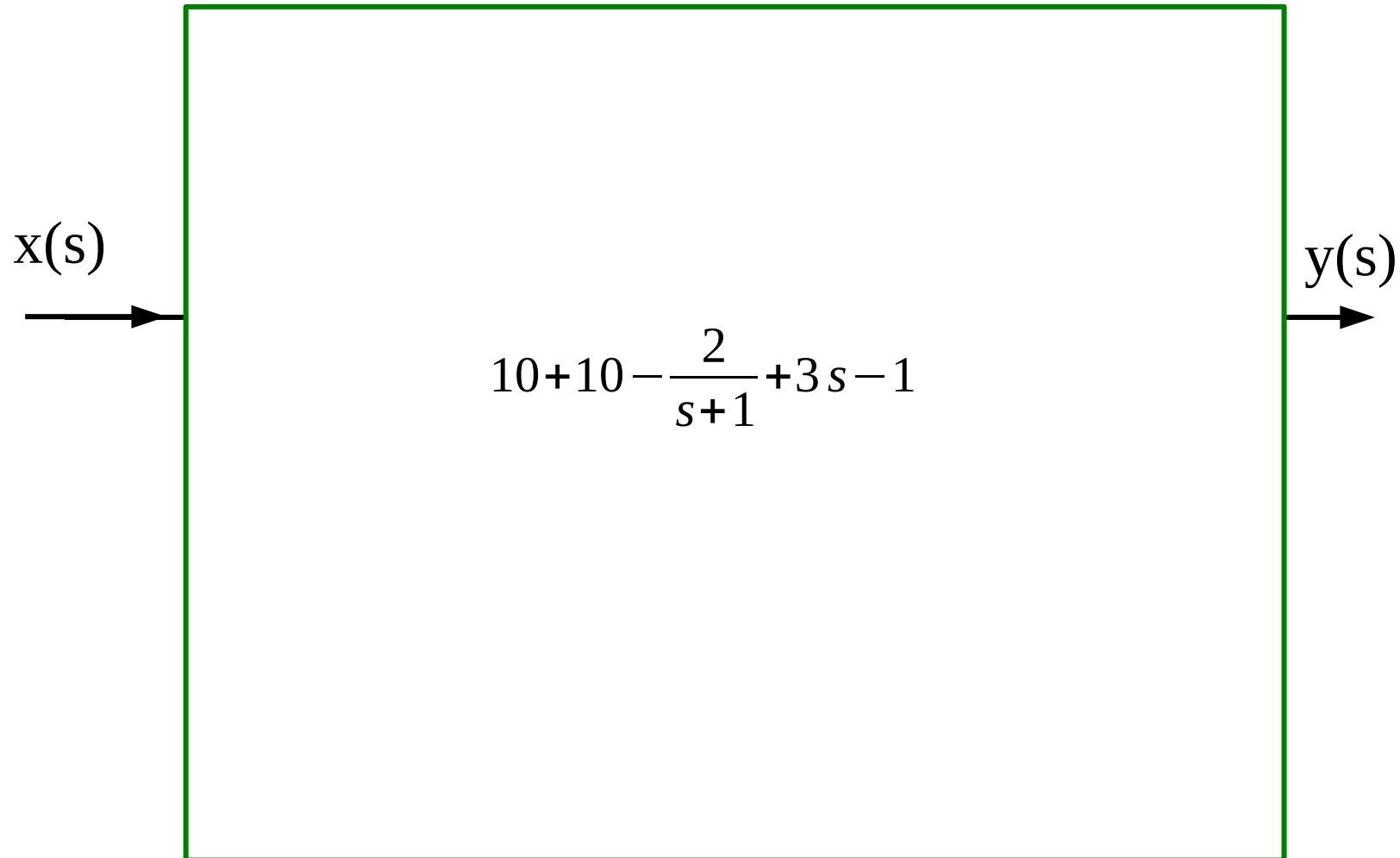
Przykład 4



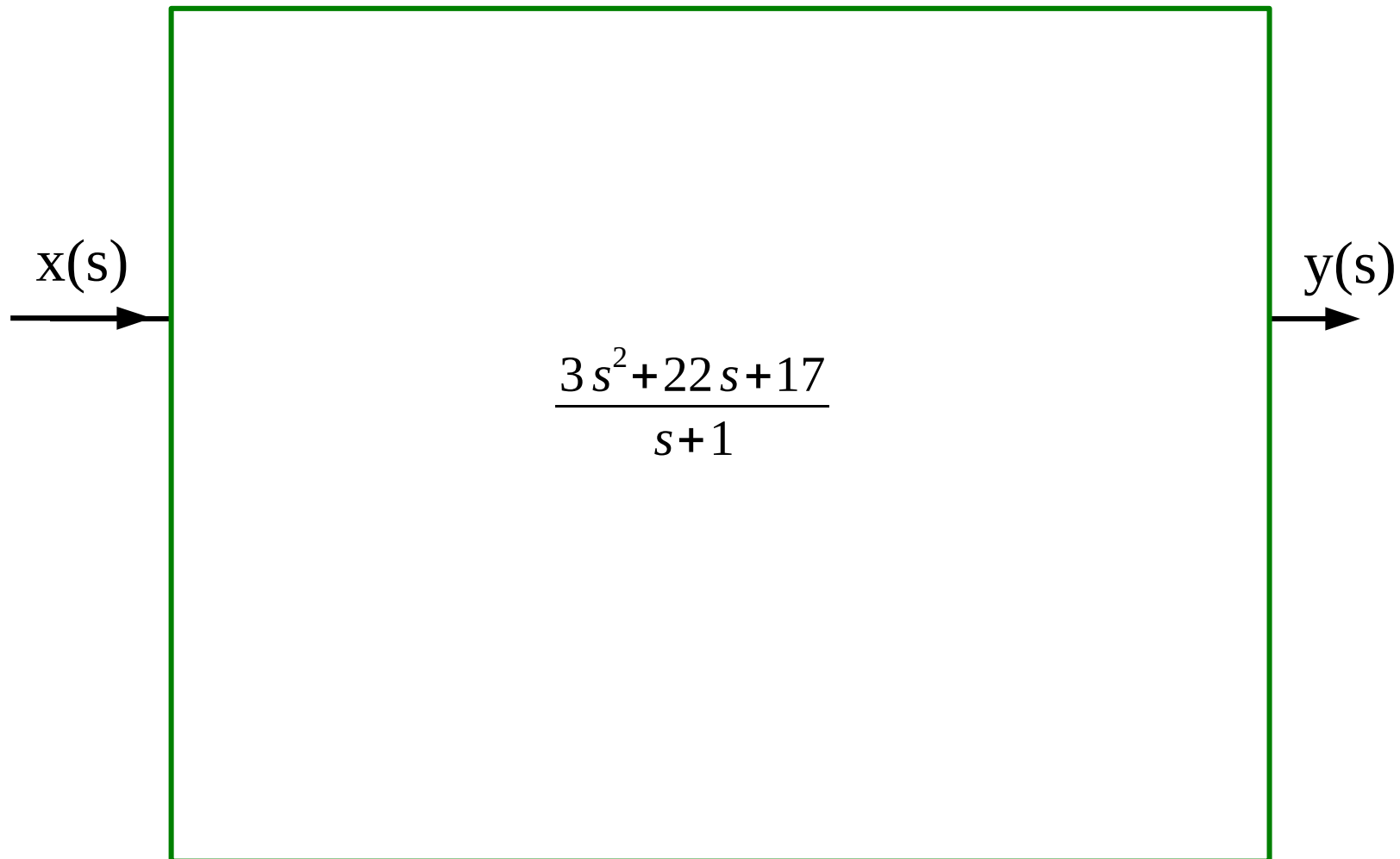
Przykład 4



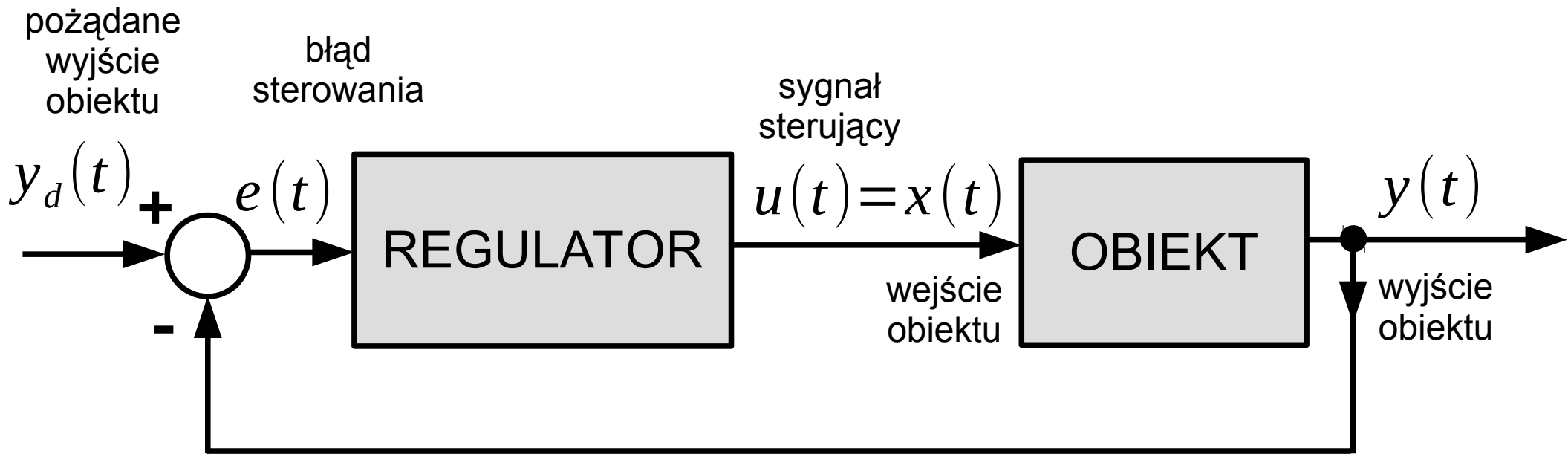
Przykład 4



Przykład 4



Sterowanie w zamkniętej pętli

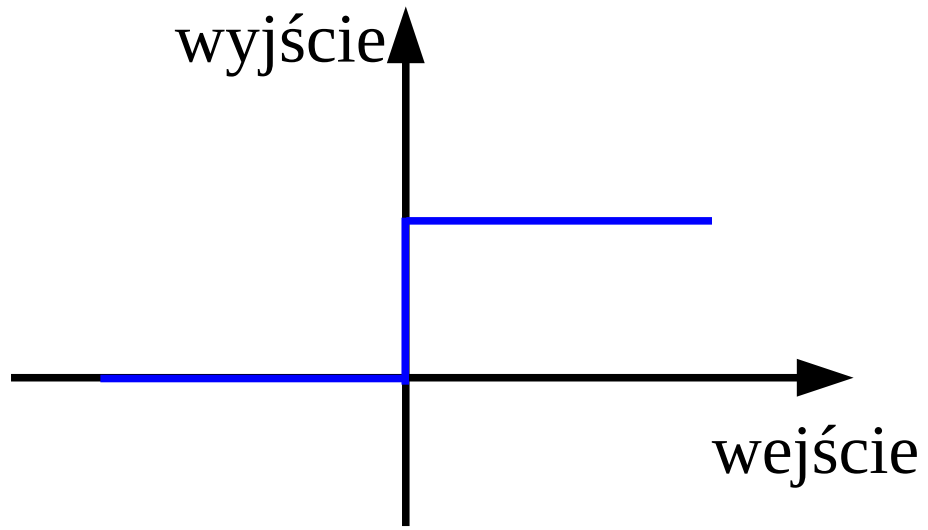


Podstawowe regulatory

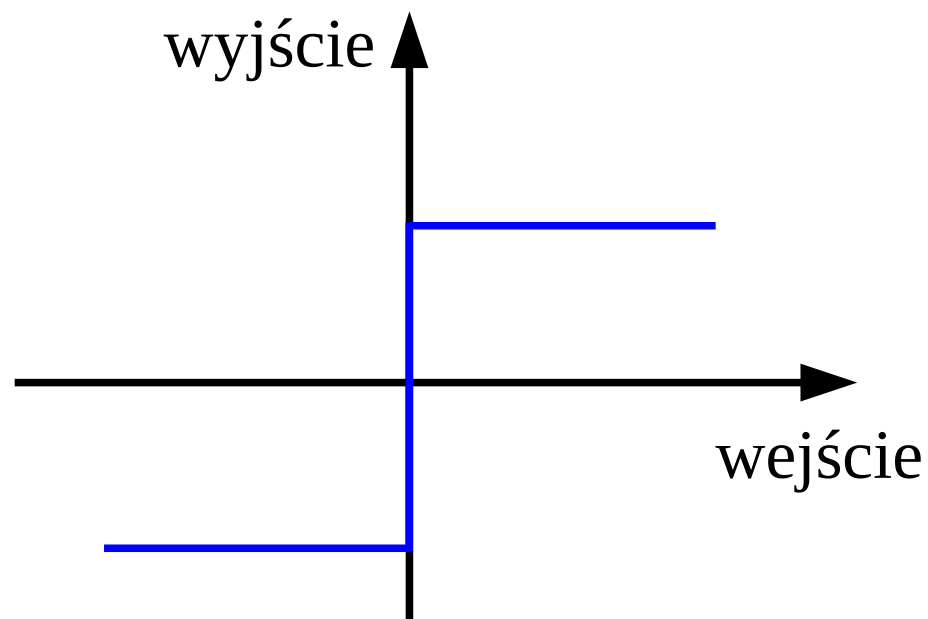
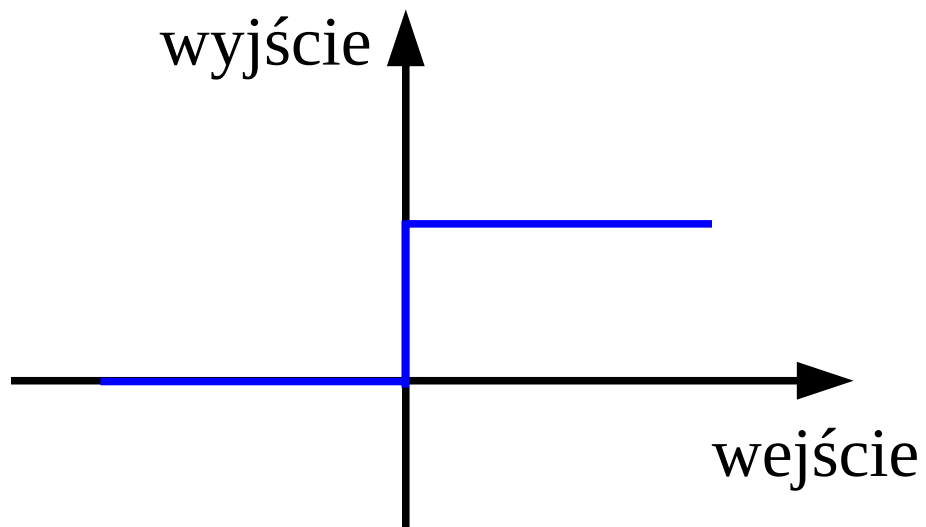
- dwustanowy
- trójstanowy
- Proporcjonalny (P)
 - Całkujący (I)
 - Różniczkujący (D)
- Proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID)



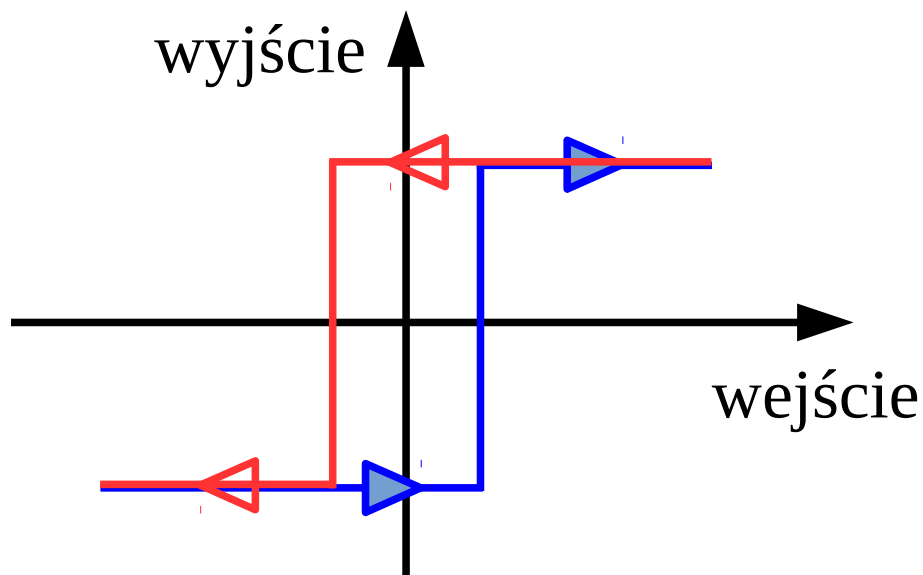
Regulator dwustanowy



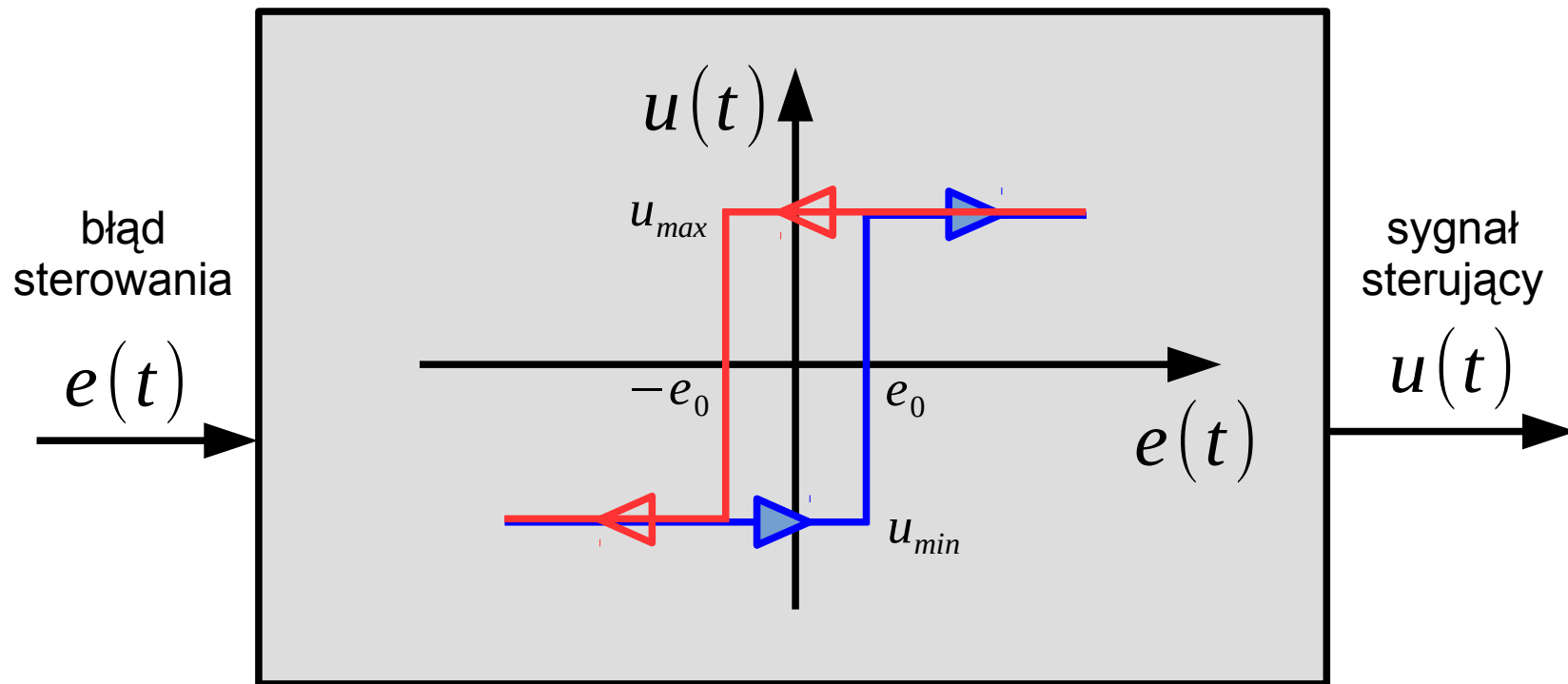
Regulator dwustanowy



rzeczywisty
(z histerezą)



Regulator dwustanowy

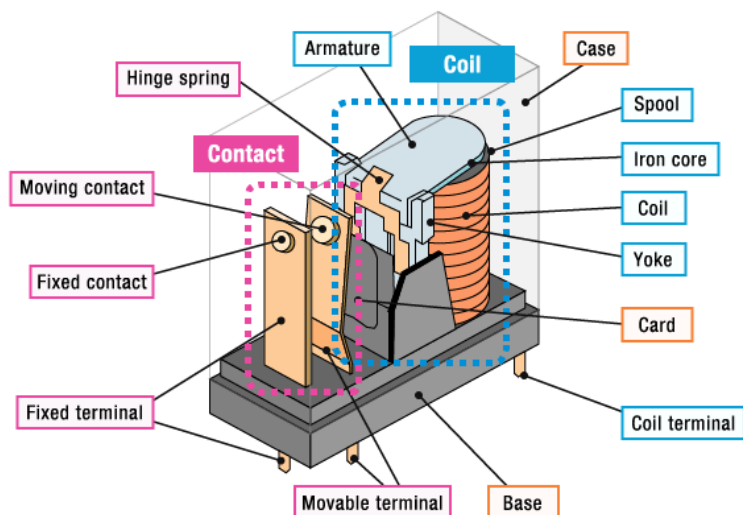


$$u(t) = \left\{ \begin{array}{l} u_{max}, \text{ jeżeli } e > e_0 \\ u_{min}, \text{ jeżeli } e < -e_0 \\ \text{bez zmian, w pozostałych przypadkach} \end{array} \right\}$$

e_0 - histereza konstrukcyjna lub programowalna

Regulator dwustanowy

Przełącznik mechaniczny

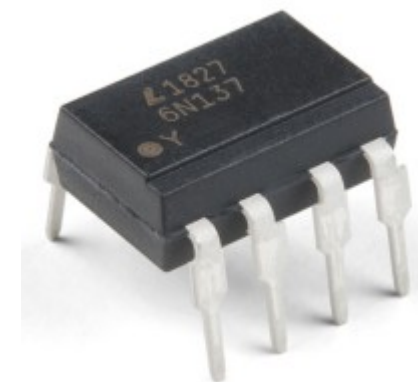


źródło: <https://www.components.omron.com/relay-basics/basic>

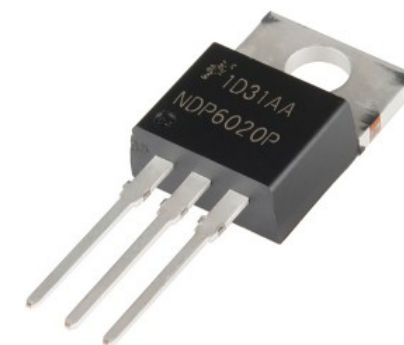


źródło: <https://www.sparkfun.com/products/15093>

Element elektroniczny (optoizolator, MOSFET)

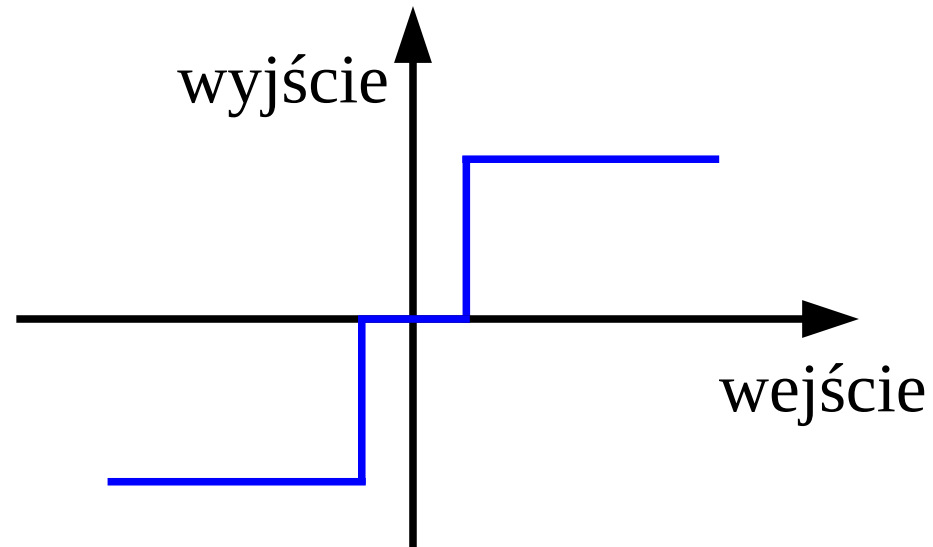


źródło: <https://www.sparkfun.com/products/15105>

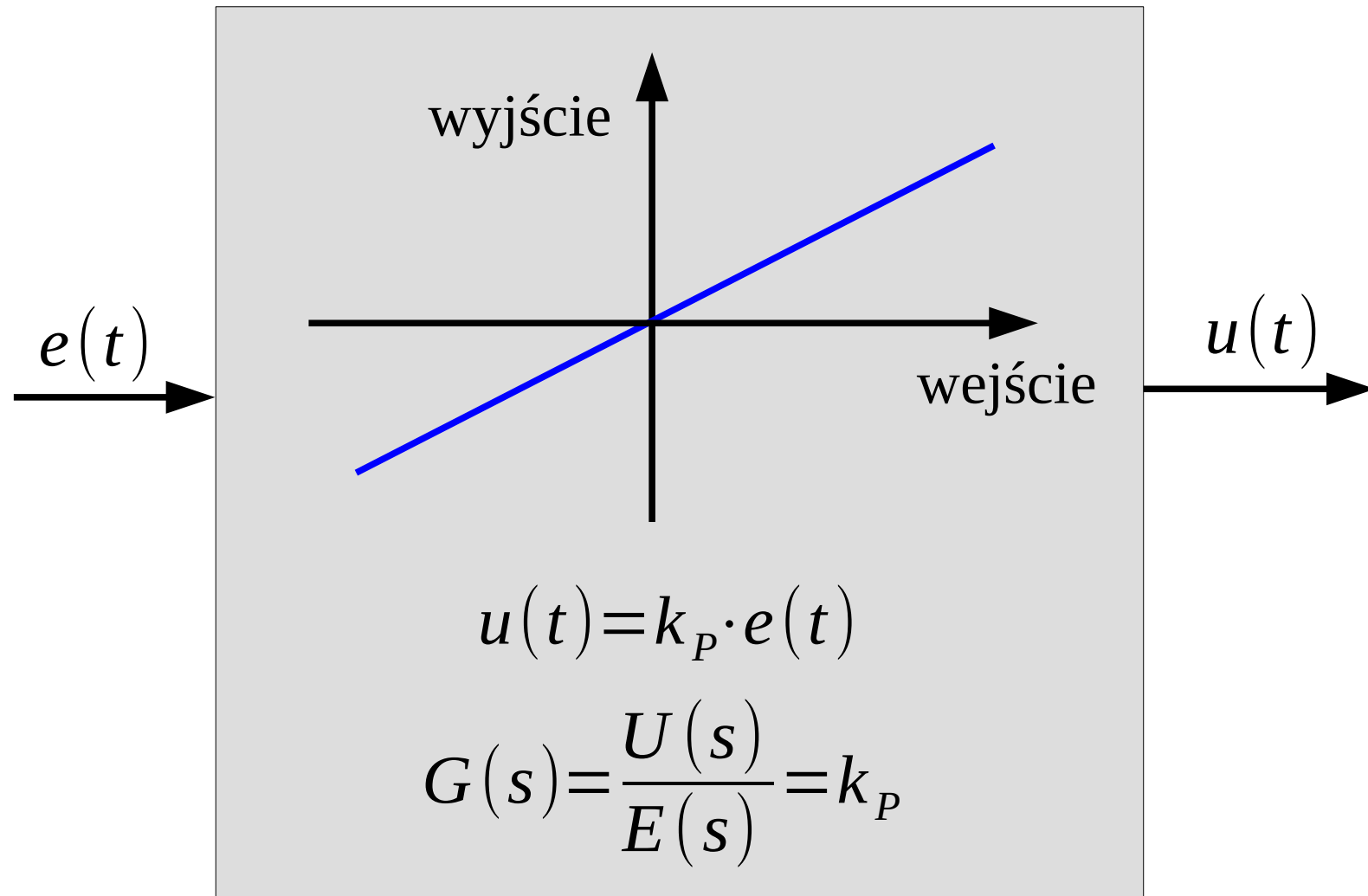


źródło: <https://www.sparkfun.com/products/12901>

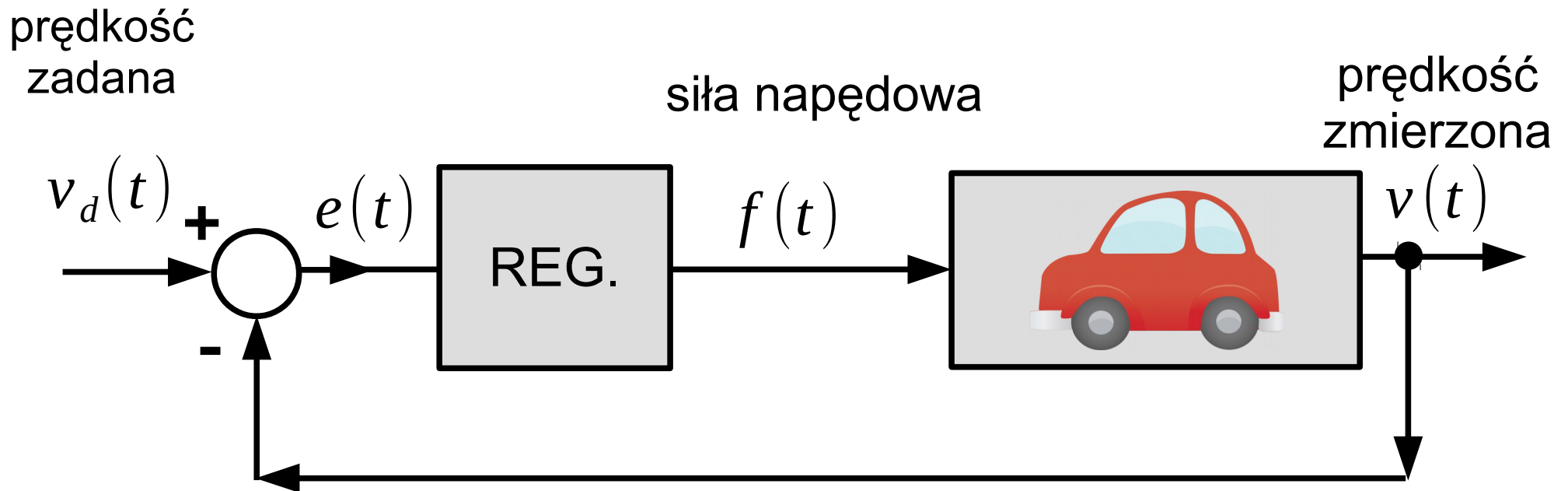
Regulator trójstanowy



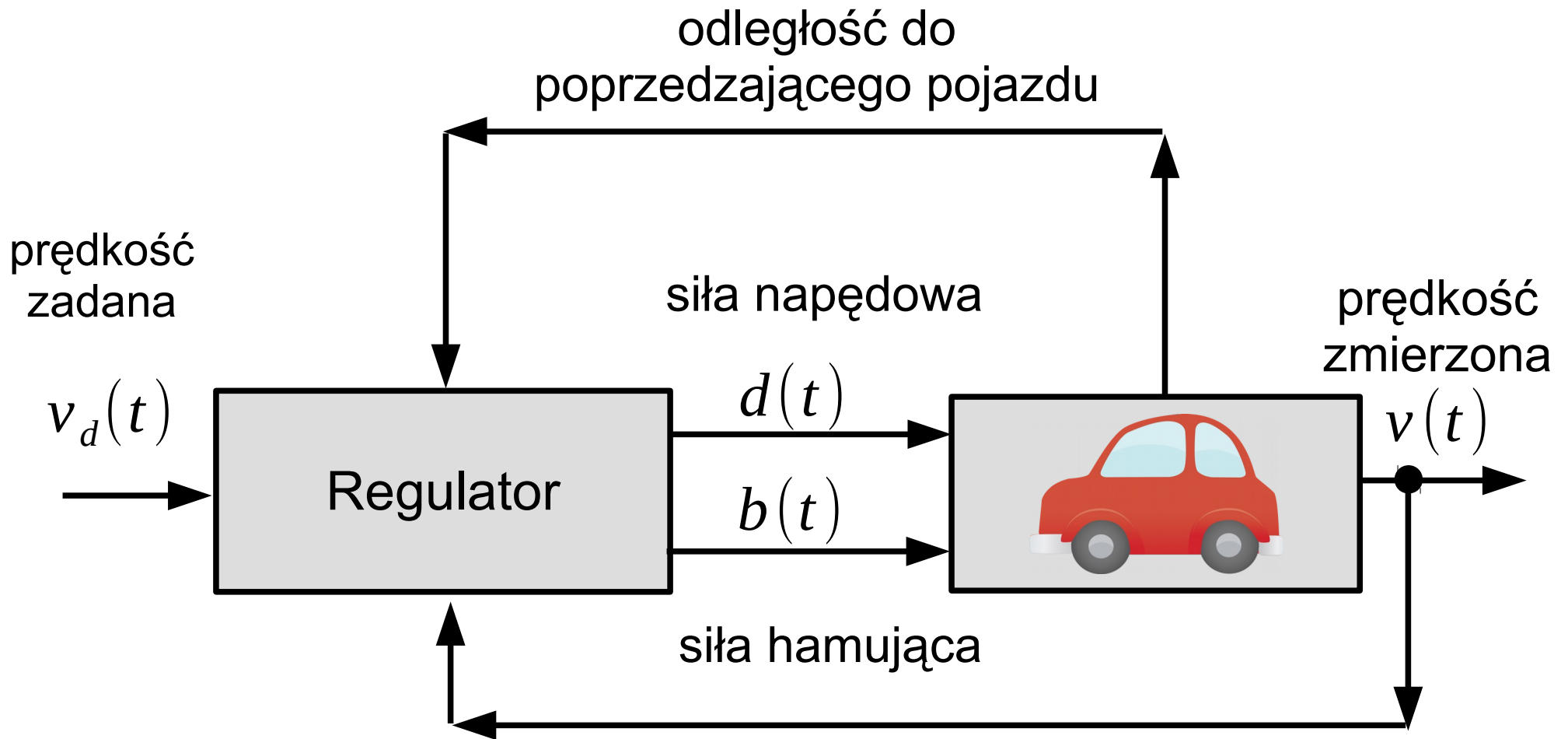
Regulator proporcjonalny (P)



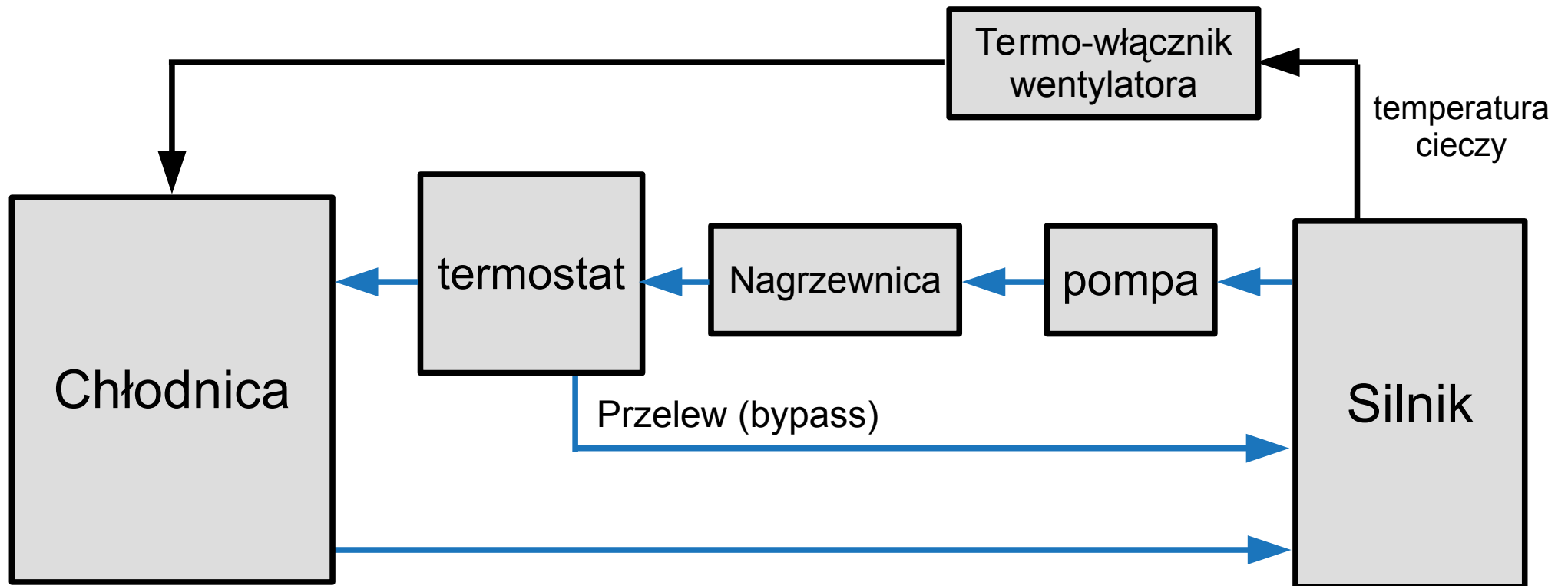
Sterowanie prędkością (cruise control, autocruise, tempomat)



Adaptacyjne sterowanie prędkością (adaptive cruise control)



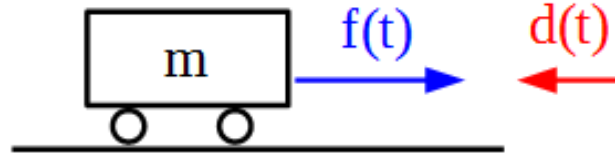
Sterowanie temperaturą silnika



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu
 m – masa pojazdu,
 $f(t)$ – siła napędowa,
 $d(t)=c*v(t)$ – opór powietrza,
 $v(t)$ – prędkość pojazdu

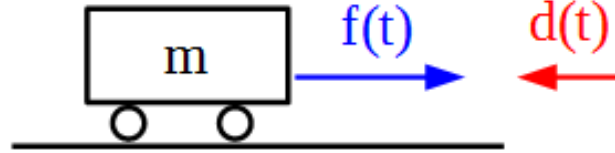


$$m \frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$
$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + c}$$

Przykład 1

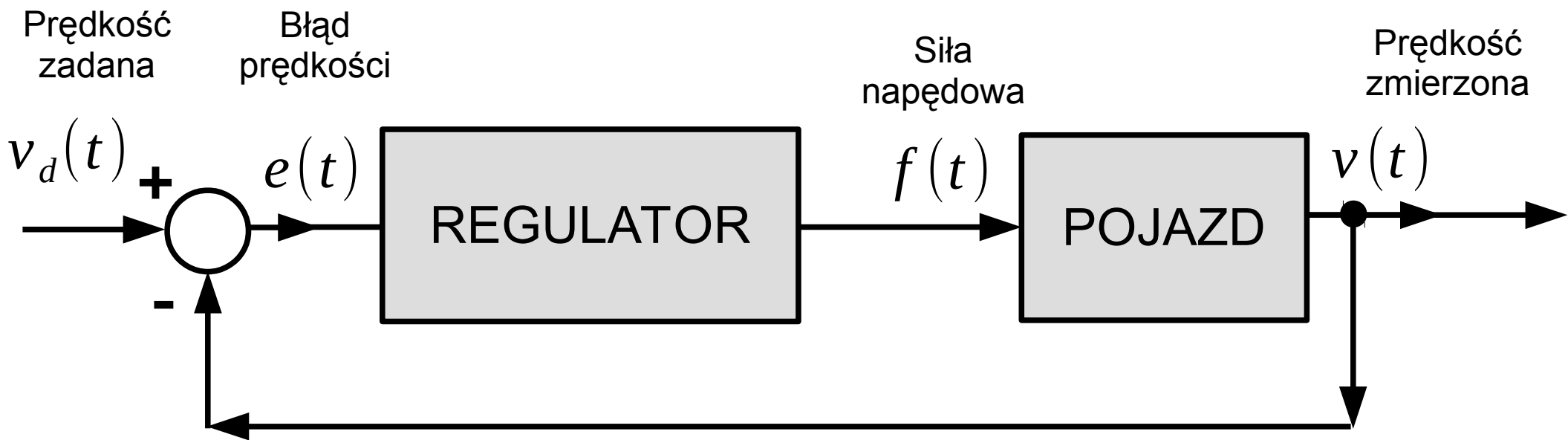
Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu
 m – masa pojazdu,
 $f(t)$ – siła napędowa,
 $d(t)=c*v(t)$ – opór powietrza,
 $v(t)$ – prędkość pojazdu



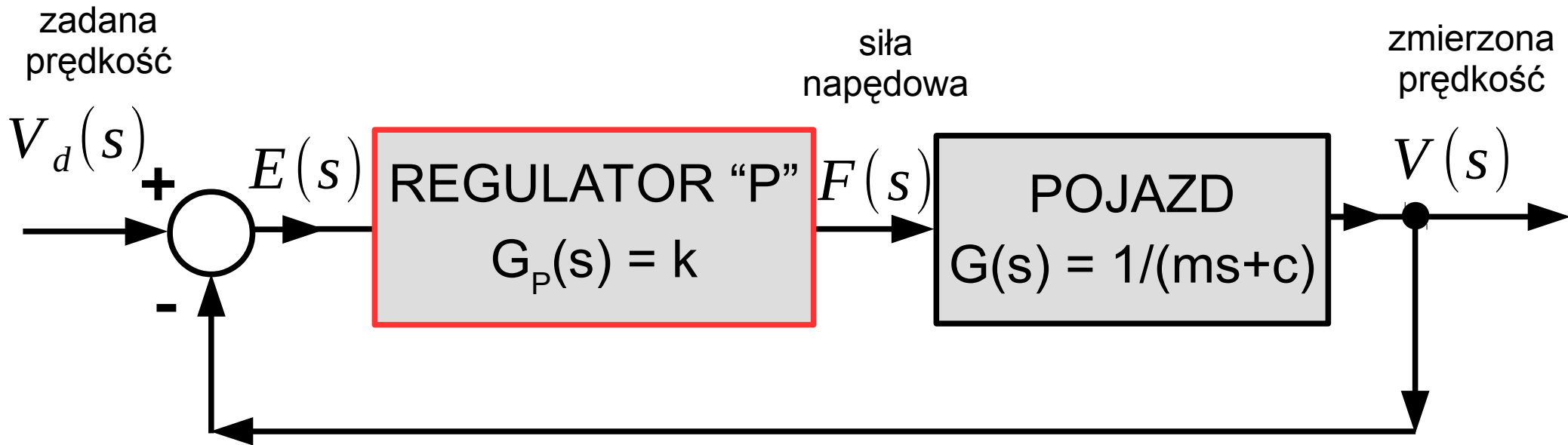
$$m \frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + c}$$



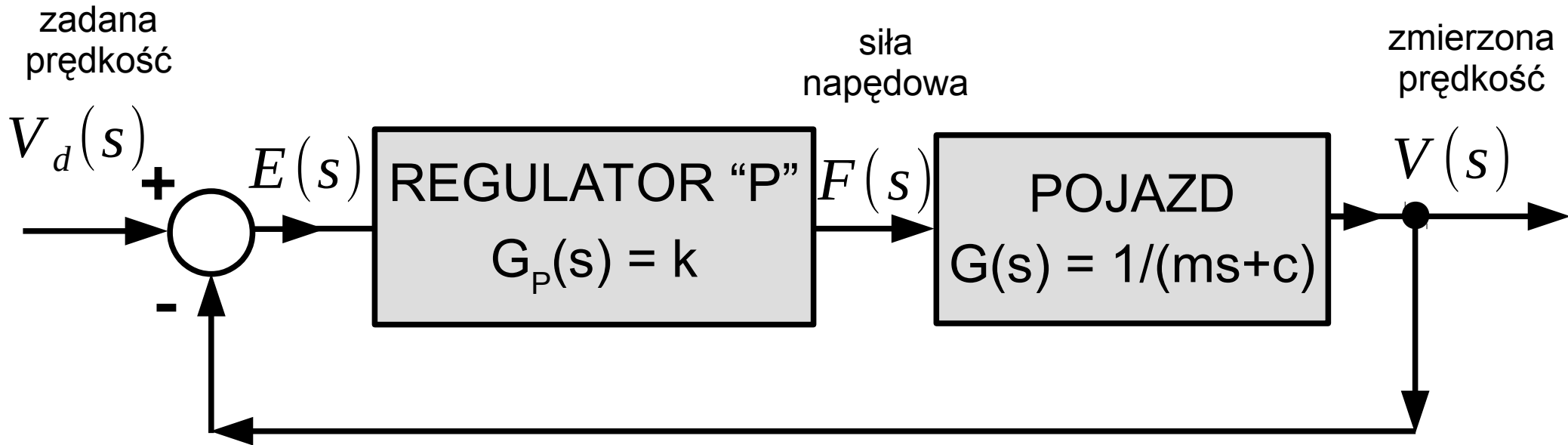
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

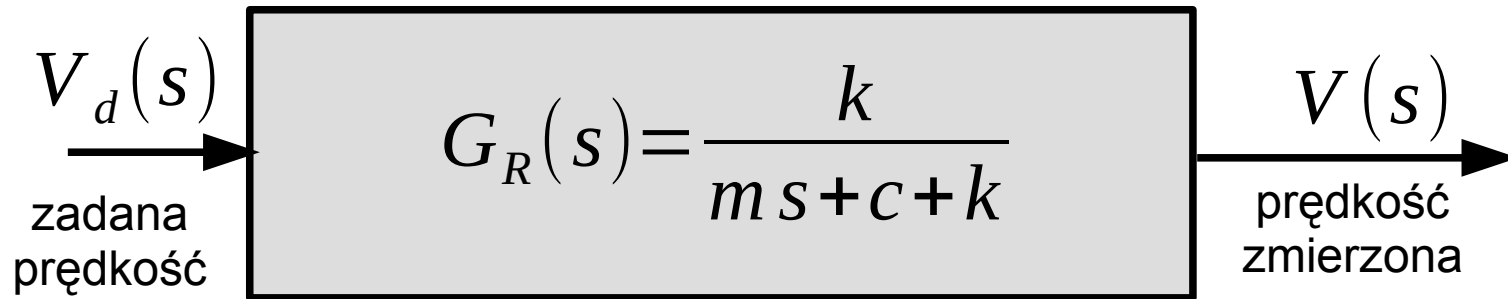


$$G_Z(s) = \frac{G_P(s)G(s)}{1 + G_P(s)G(s)}$$

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms + c + k}$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

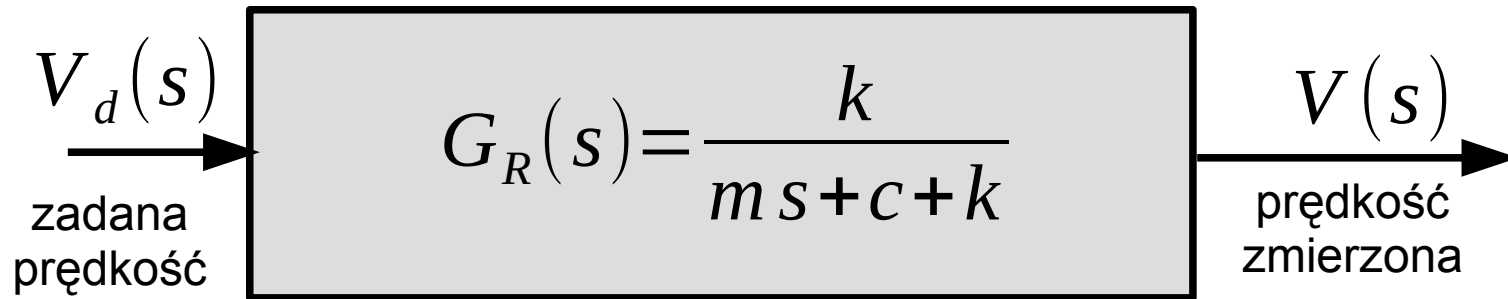


wejście: $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$

Transformata wejścia: $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)



wejście: $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$ Transformata wejścia: $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

wyjście:

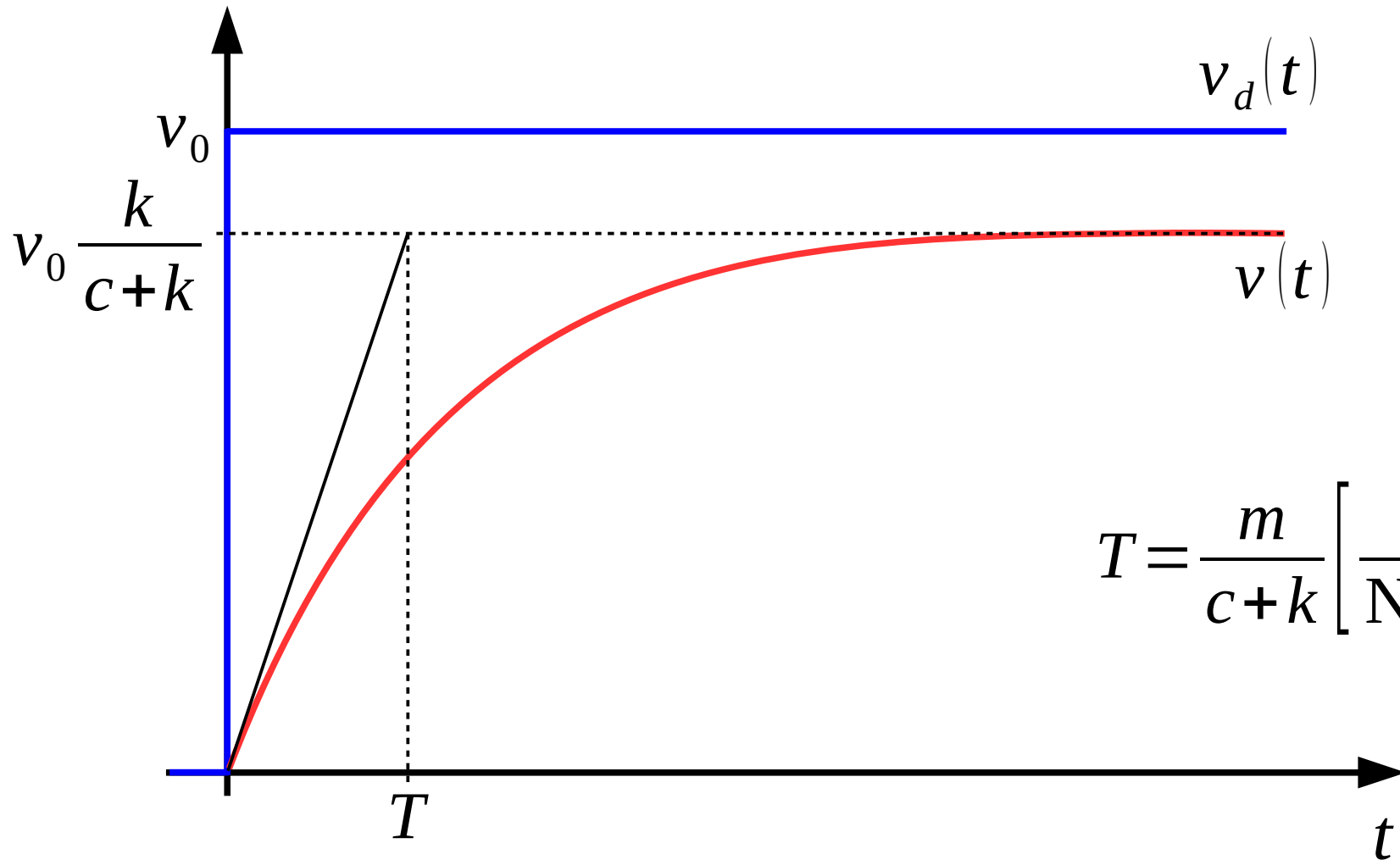
$$V(s) = V_d(s) G_Z(s) = \frac{v_0 k}{s(ms + c + k)} = \frac{v_0 k}{c + k} \frac{\frac{c + k}{m}}{s \left(s + \frac{c + k}{m} \right)}$$

$$v(t) = \frac{v_0 k}{c + k} \left(1 - \exp \left(-\frac{c + k}{m} t \right) \right)$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$

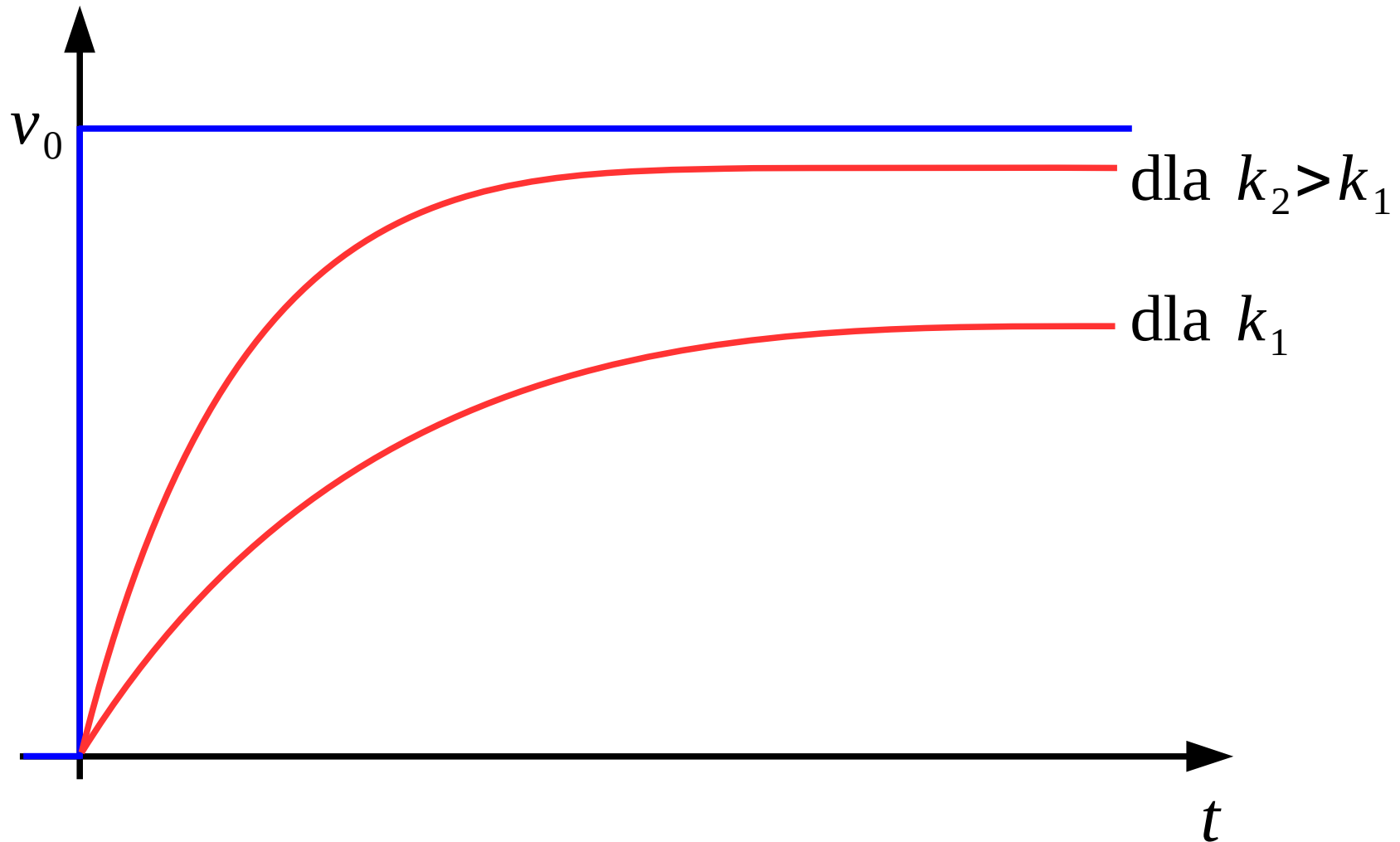


$$T = \frac{m}{c+k} \left[\frac{\text{kg}}{\text{Ns/m}} = \text{s} \right]$$

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

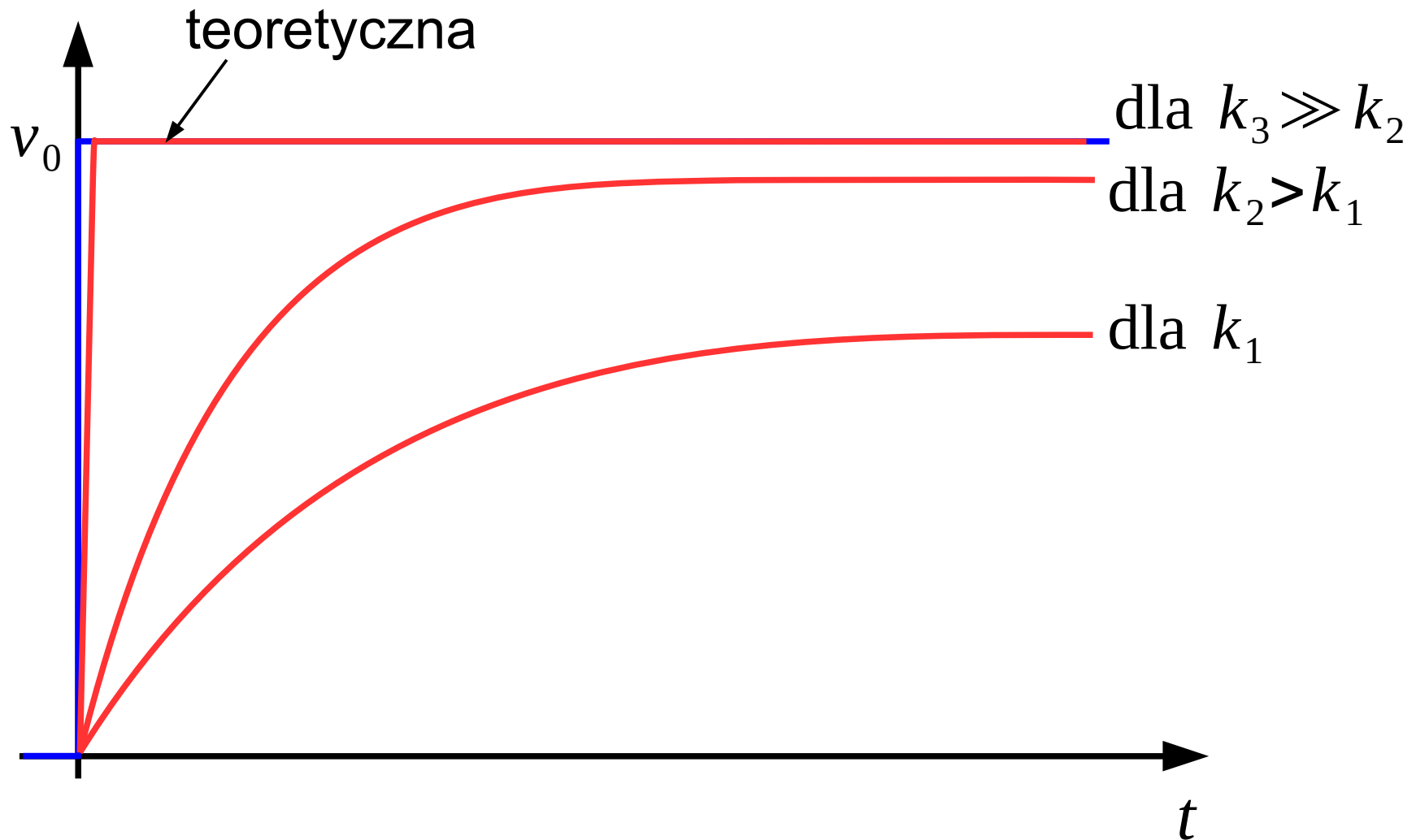
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

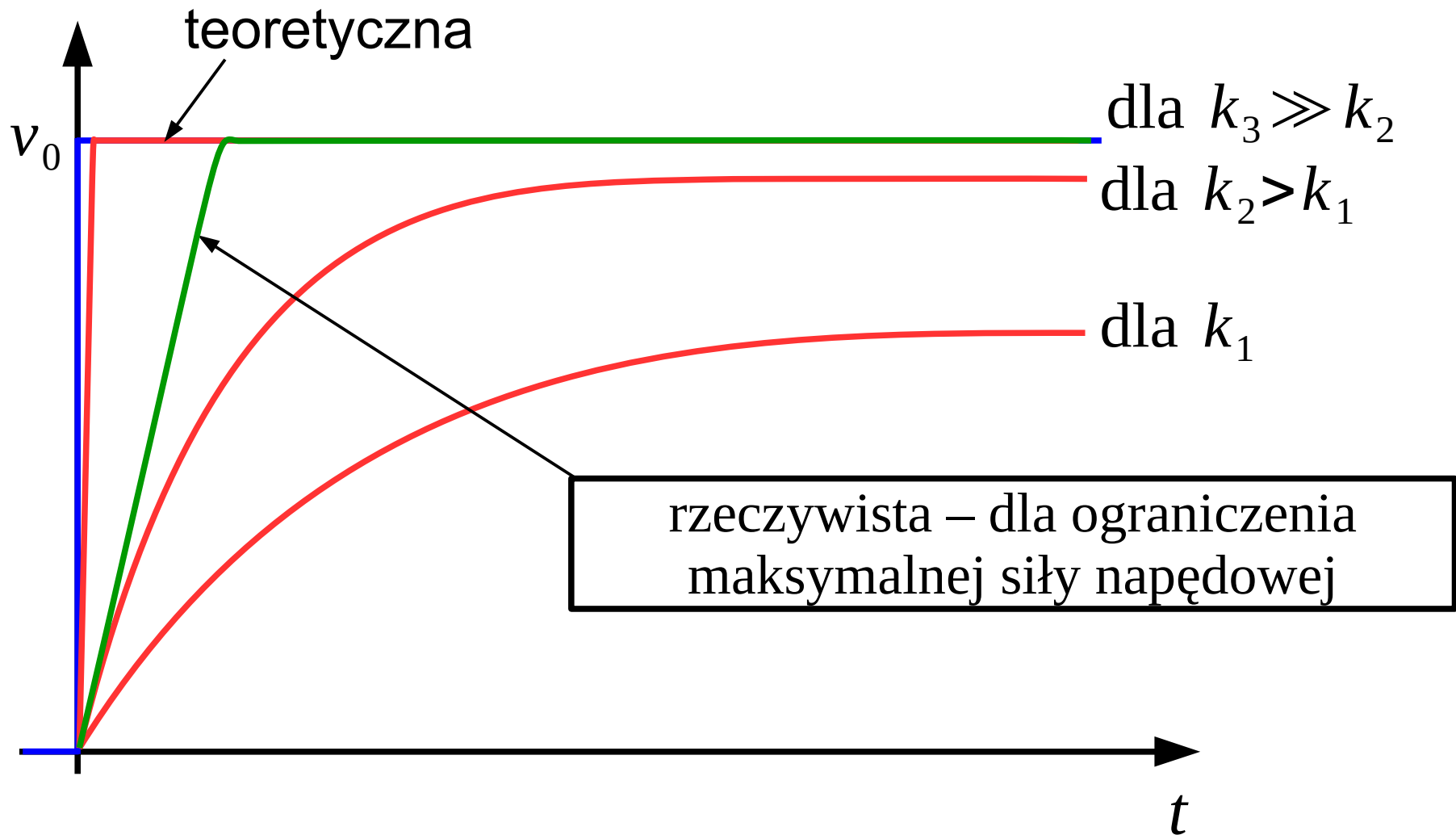
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left(1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



Przykład 1

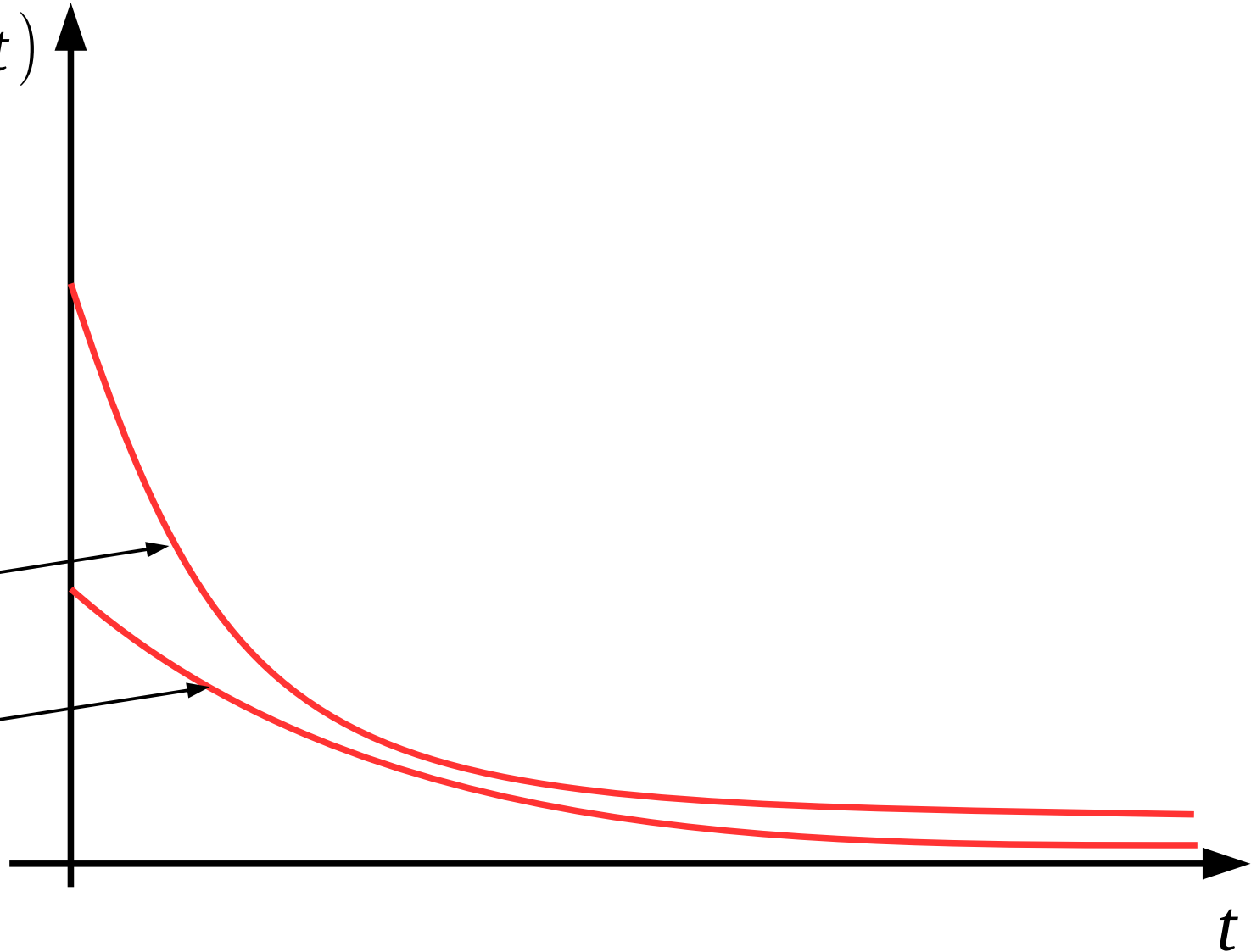
Sterowanie prędkością (tempomat)

siła
napędowa

$f(t)$

dla $k_2 > k_1$

dla k_1



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

siła
napędowa

$f(t)$

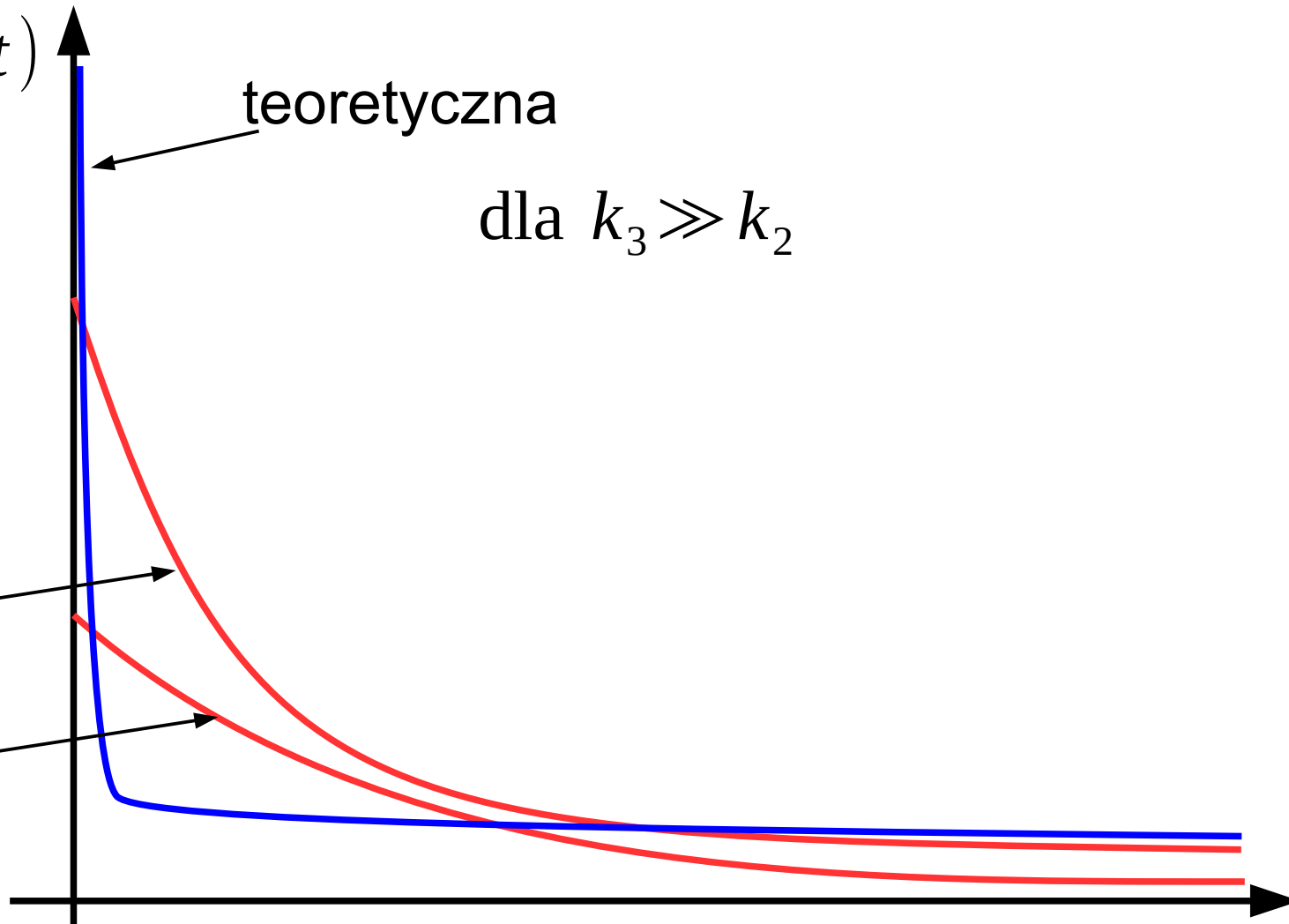
teoretyczna

dla $k_3 \gg k_2$

dla $k_2 > k_1$

dla k_1

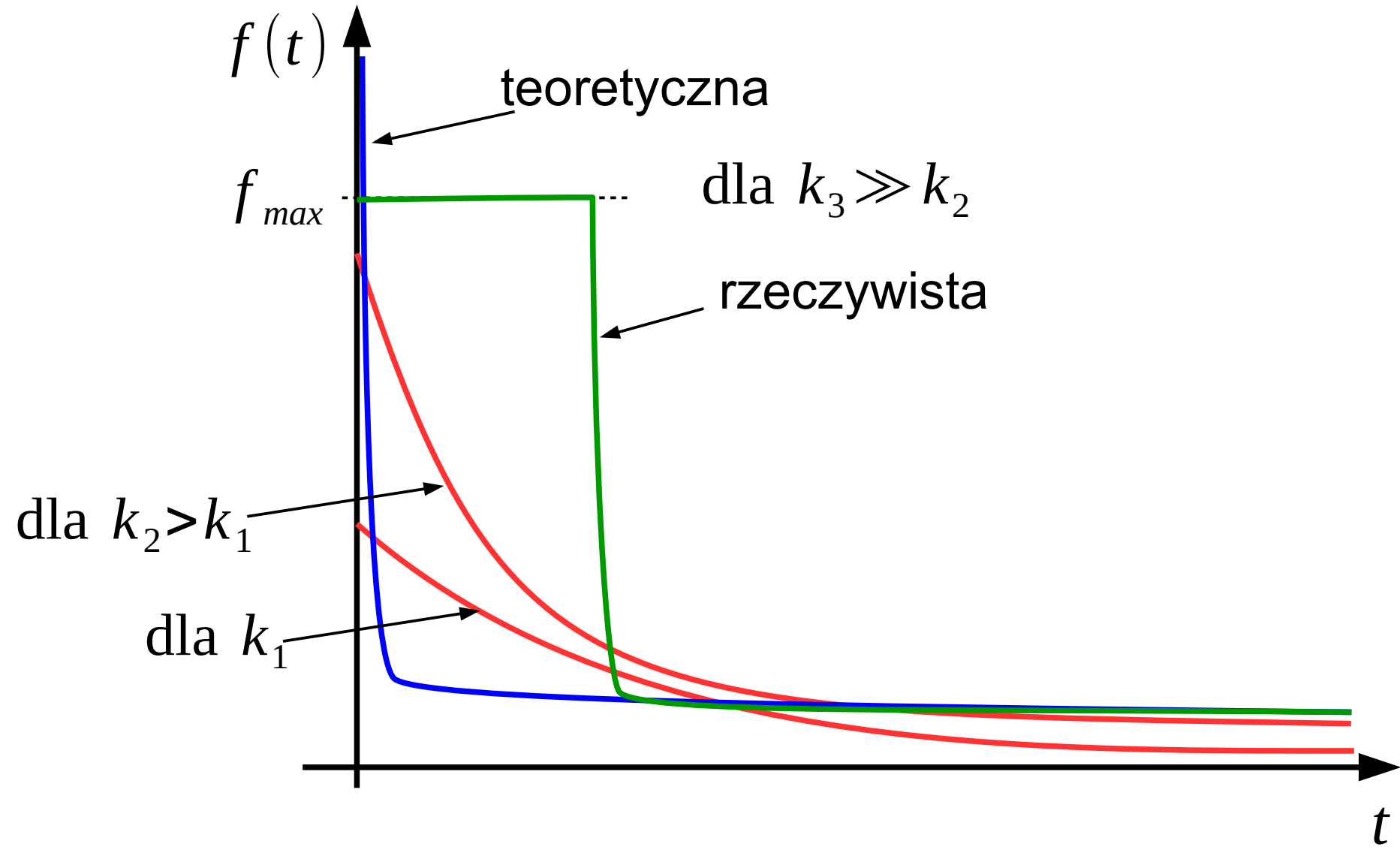
t



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

siła
napędowa



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

UWAGA!

ograniczenia wartości sygnałów

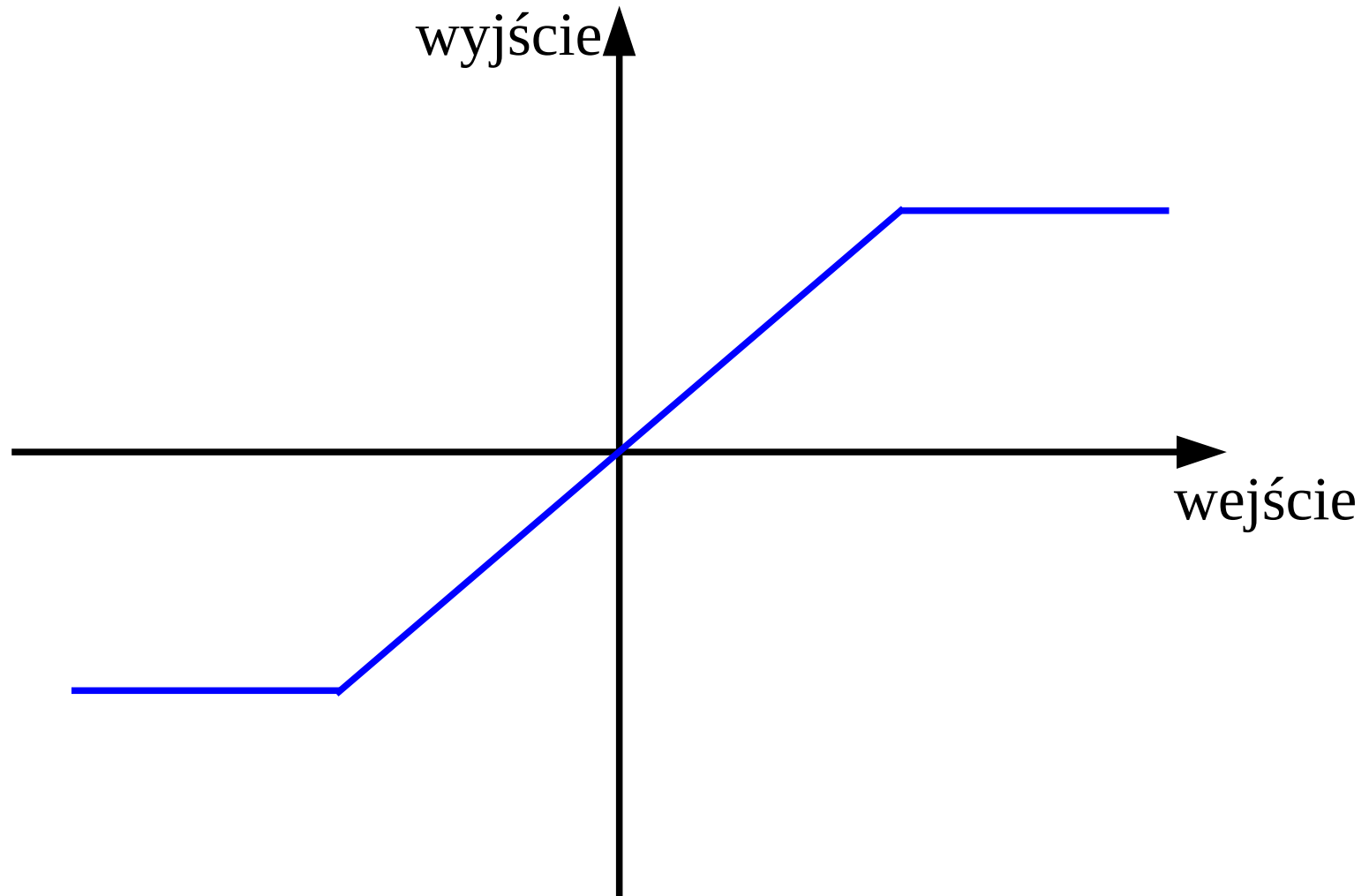
=

układ nieliniowy

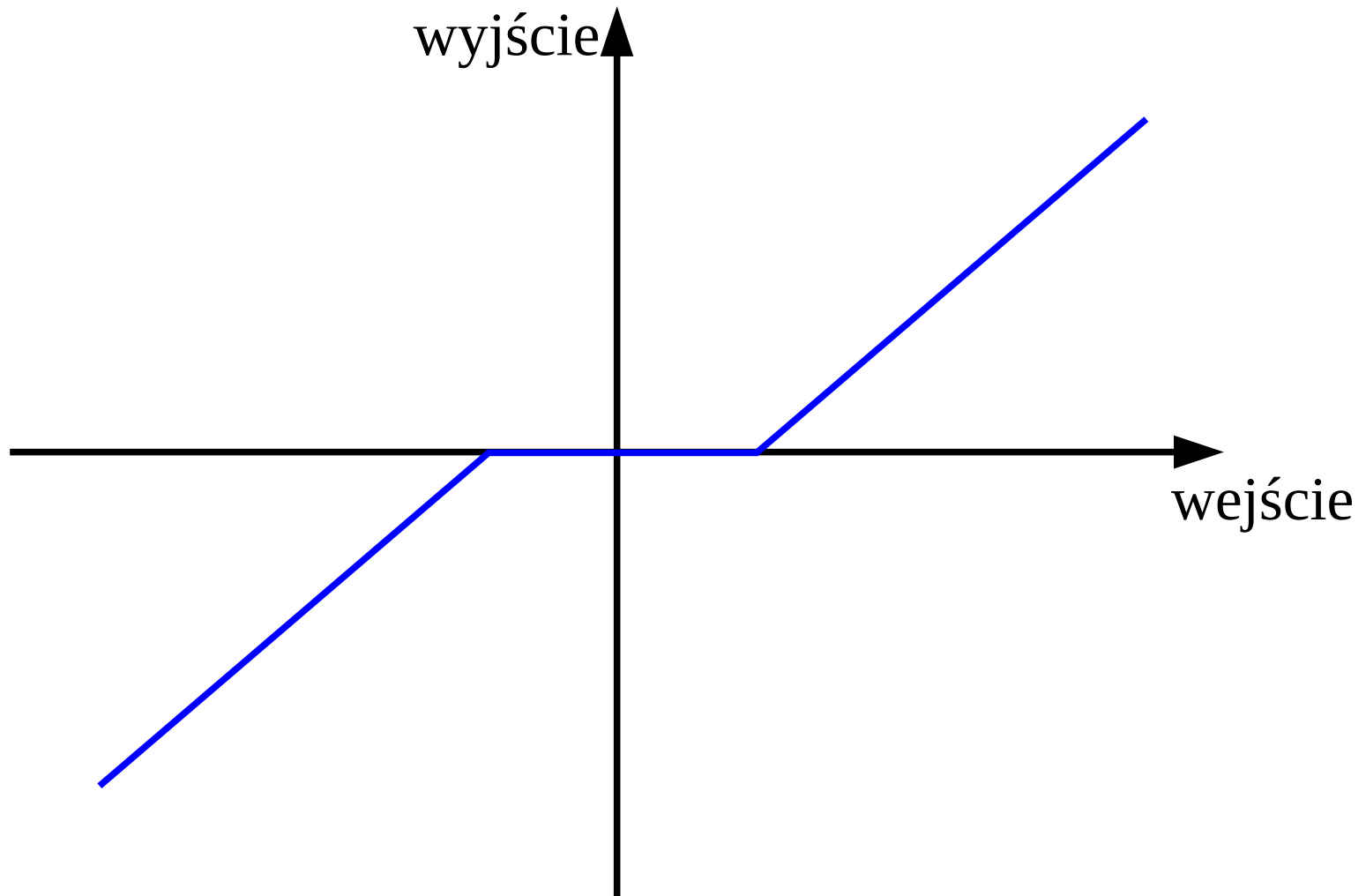
=

model liniowy (opis z użyciem transmitancji) nie jest prawdziwy, ale można go stosować z ograniczeniami

Ograniczenie wartości sygnałów (saturacja)



Strefa nieczułości



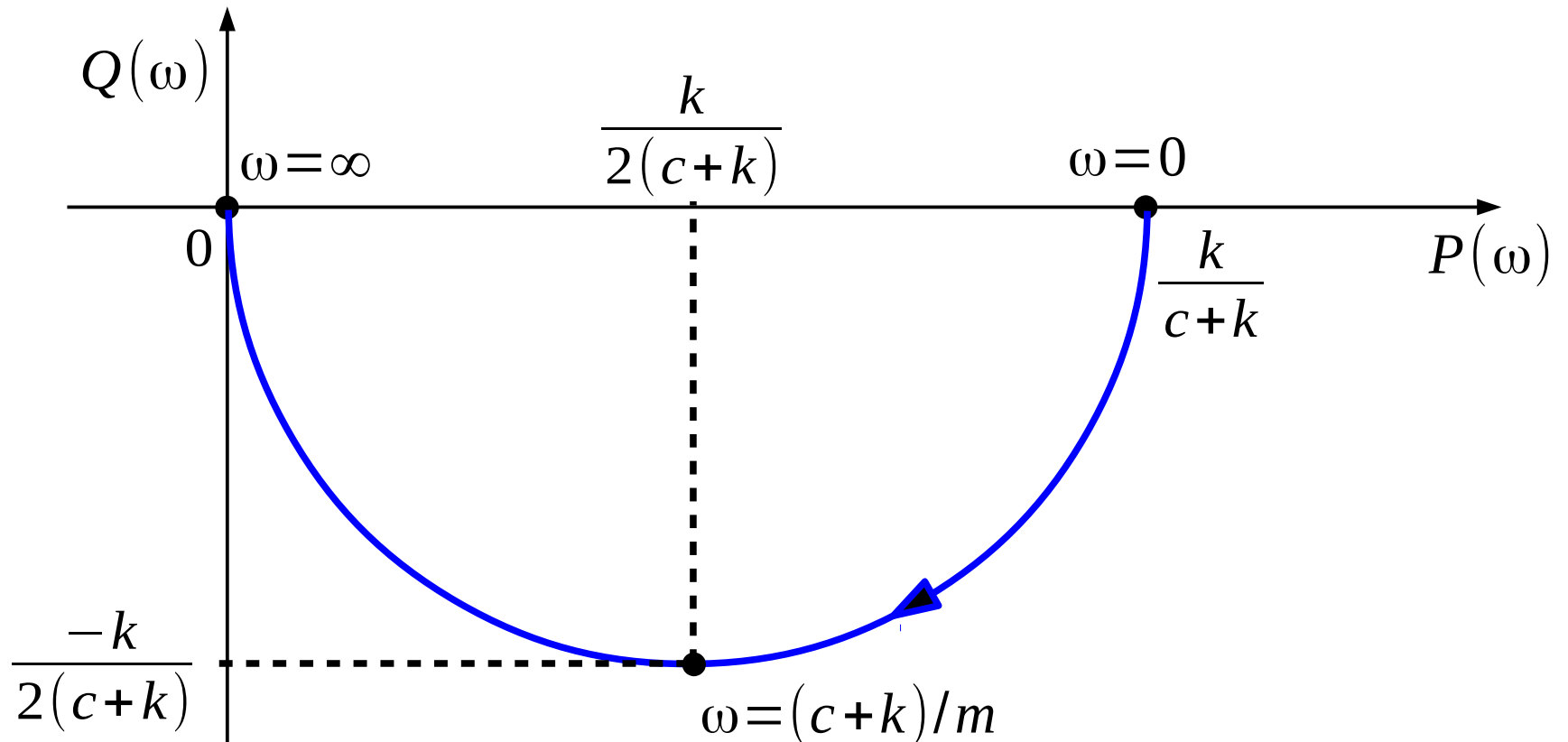
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms + c + k}, \quad G_Z(j\omega) = \frac{k}{mj\omega + c + k}$$

$$P(\omega) = \frac{k(c+k)}{m^2\omega^2 + (c+k)^2}, \quad Q(\omega) = \frac{-km\omega}{m^2\omega^2 + (c+k)^2}$$

dla $k > 0$



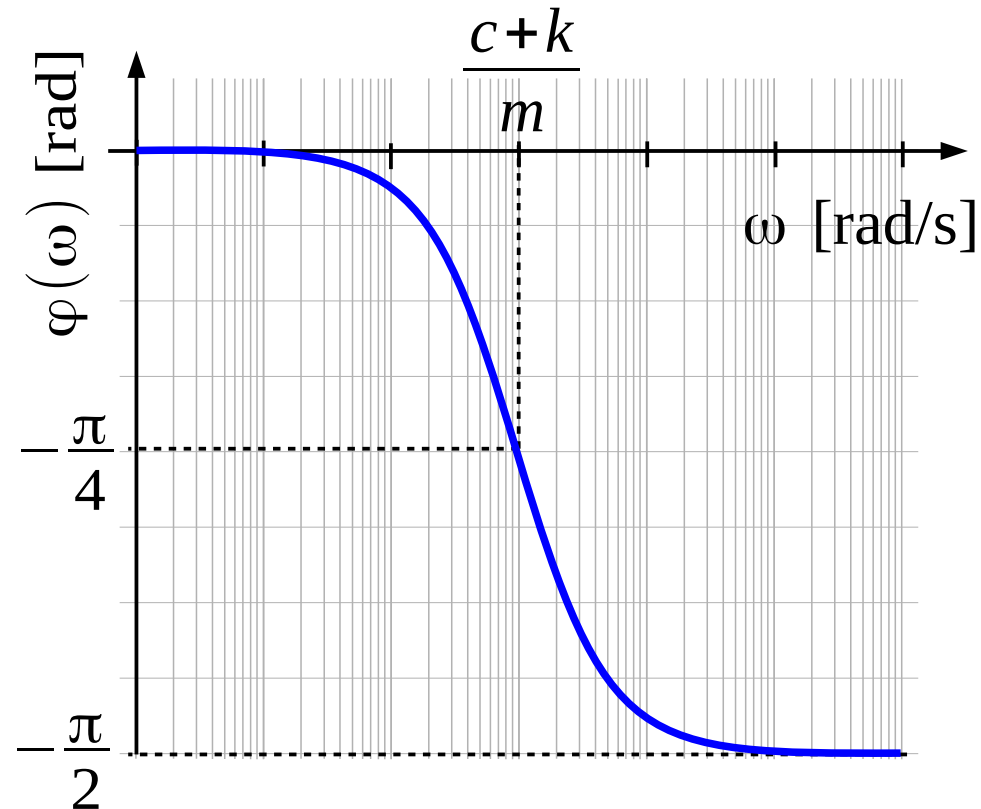
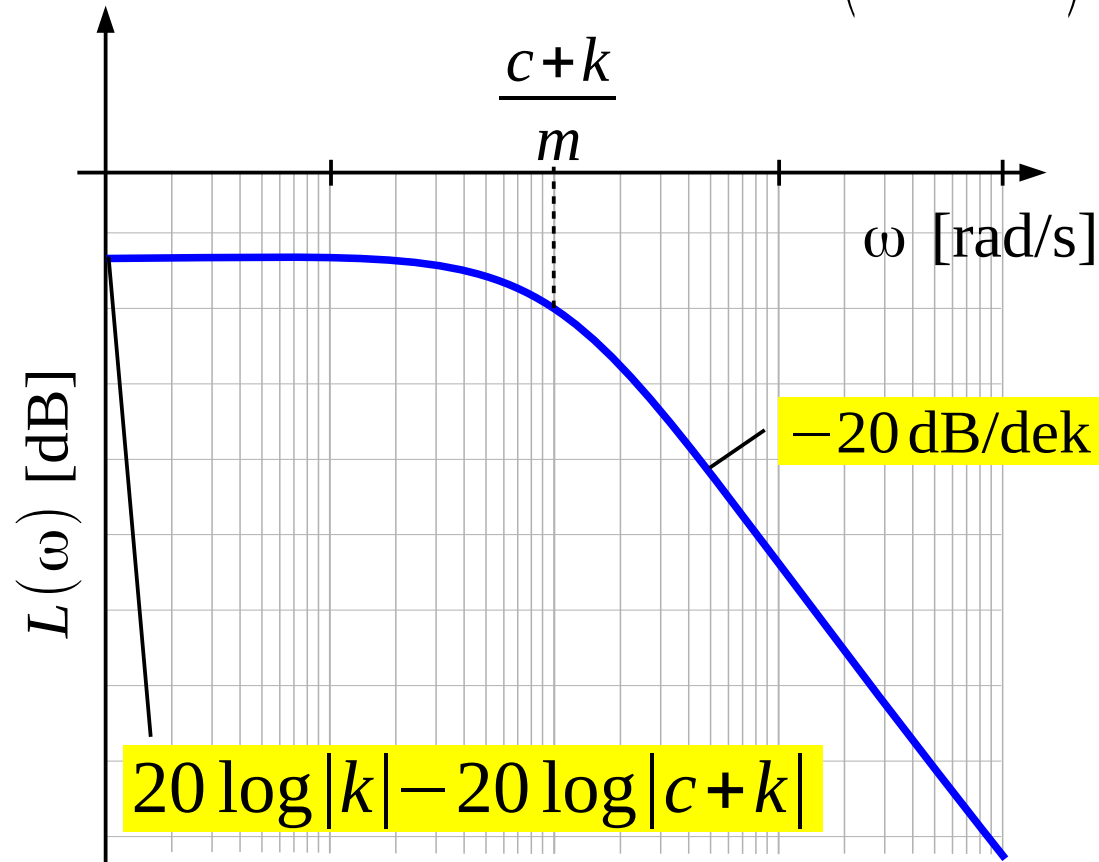
Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$A(\omega) = \sqrt{P^2 + Q^2} = |k| / \sqrt{m^2 \omega^2 + c + k}$$

$$L(\omega) = 20 \log A(\omega) = 20 \log |k| - 20 \log \sqrt{m^2 \omega^2 + (c+k)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{Q}{P} = \arctan \left(-\frac{m \omega}{c+k} \right)$$



Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

PODSUMOWANIE

regulator proporcjonalny + element inercyjny I rzędu

- stały błąd w stanie ustalonym
- zwiększenie wzmocnienia regulatora = spadek błędu stanu ustalonego i spadek czasu narastania
- ograniczenie maksymalnej wartości sygnału sterującego = ograniczenie minimalnego czasu narastania
- ograniczenia sygnałów = układ jest nieliniowy

Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

PODSUMOWANIE

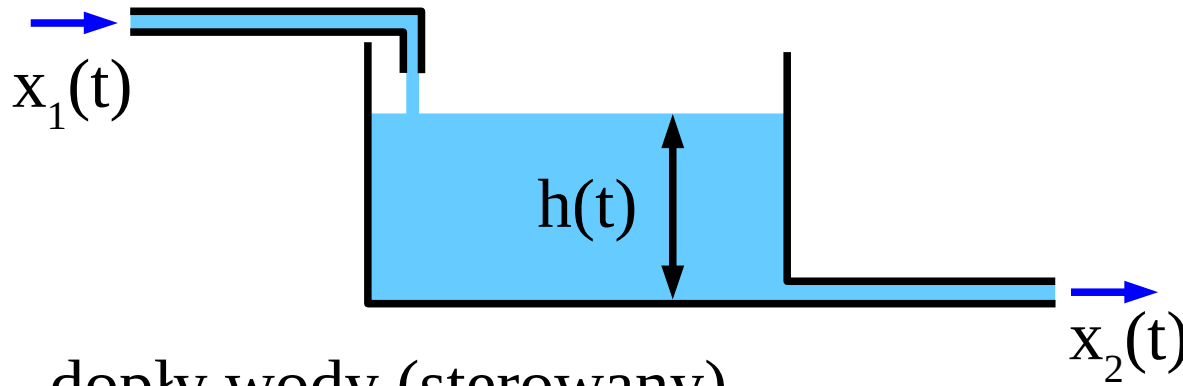
regulator proporcjonalny + element inercyjny I rzędu

- stały błąd w stanie ustalonym
- zwiększenie wzmocnienia regulatora = spadek błędu stanu ustalonego i spadek czasu narastania
- ograniczenie maksymalnej wartości sygnału sterującego = ograniczenie minimalnego czasu narastania
- ograniczenia sygnałów = układ jest nieliniowy

układy nieliniowe – stosujemy opis równaniami stanu (wykład 14)
i symulacje numeryczne

Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



$x_1(t)$ [m^3/s] - dopływ wody (sterowany)

$x_2(t)$ [m^3/s] - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

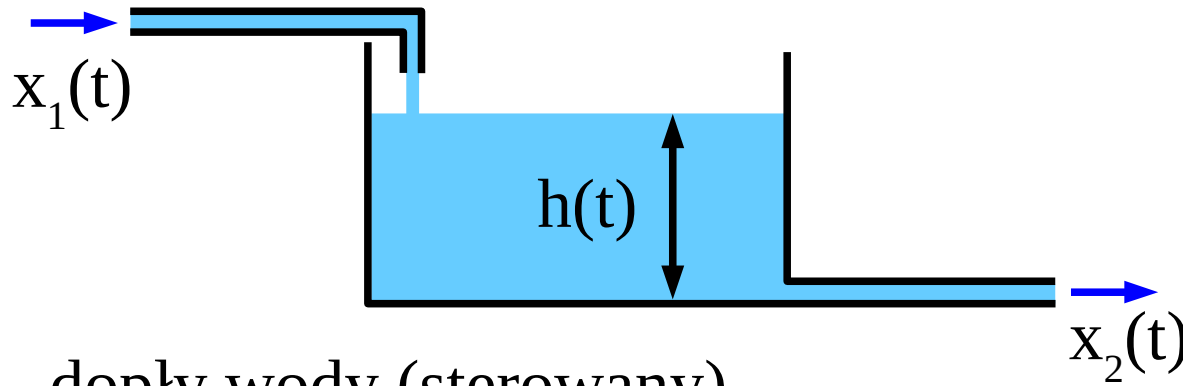
$v(t)$ [m^3] - objętość wody w zbiorniku

$h(t)$ [m] - poziom wody w zbiorniku

A [m^2] - pole powierzchni przekroju zbiornika prostokątnego

Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



$x_1(t)$ [m^3/s] - dopływ wody (sterowany)

$x_2(t)$ [m^3/s] - odpływ wody (niesterowany, nie mierzony)

$v(t)$ [m^3] - objętość wody w zbiorniku

$h(t)$ [m] - poziom wody w zbiorniku

A [m^2] - pole powierzchni przekroju zbiornika prostokątnego

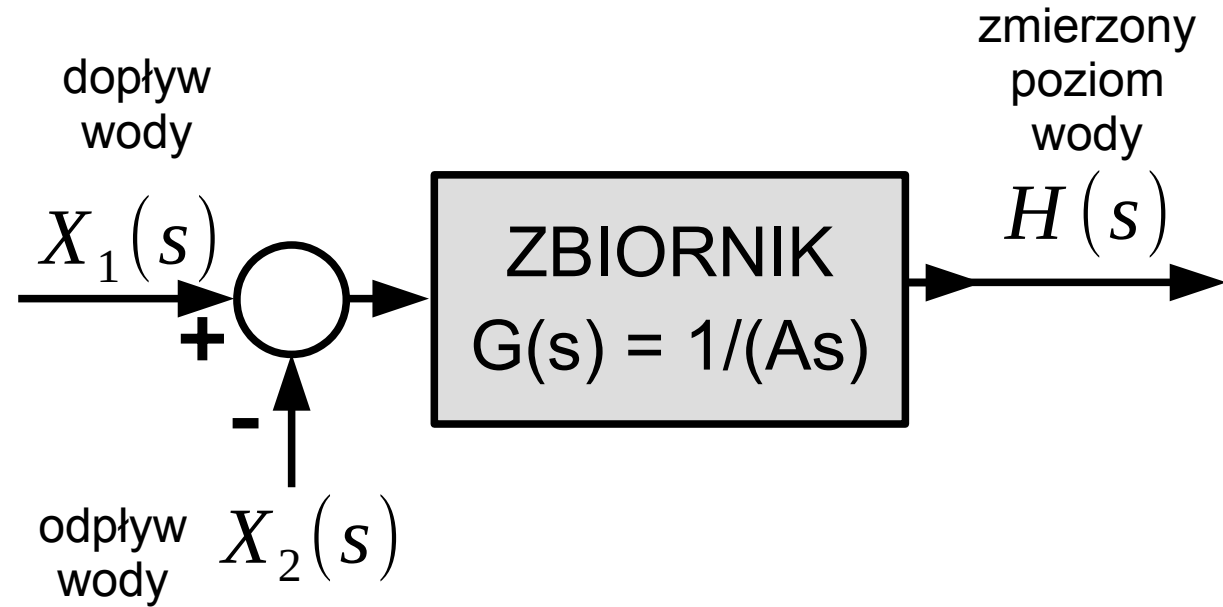
$$\frac{dv(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

$$G(s) = \frac{H(s)}{X_1(s) - X_2(s)} = \frac{1}{As}$$

$$A \frac{dh(t)}{dt} = x_1(t) - x_2(t)$$

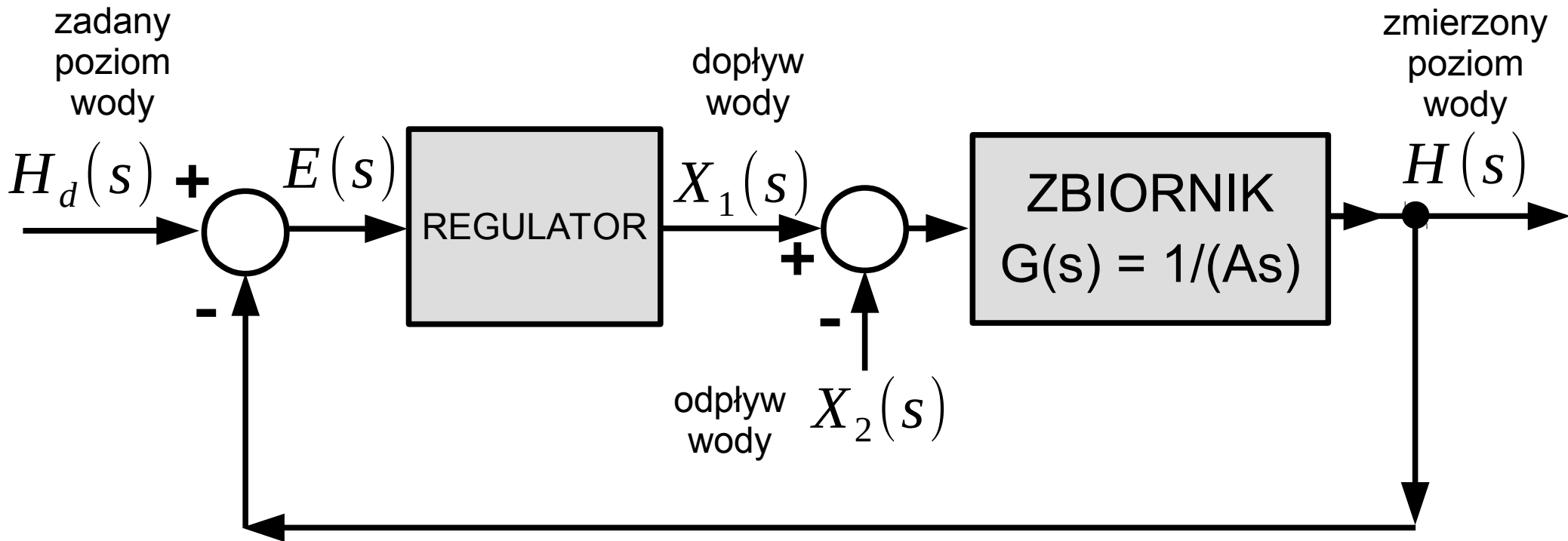
Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



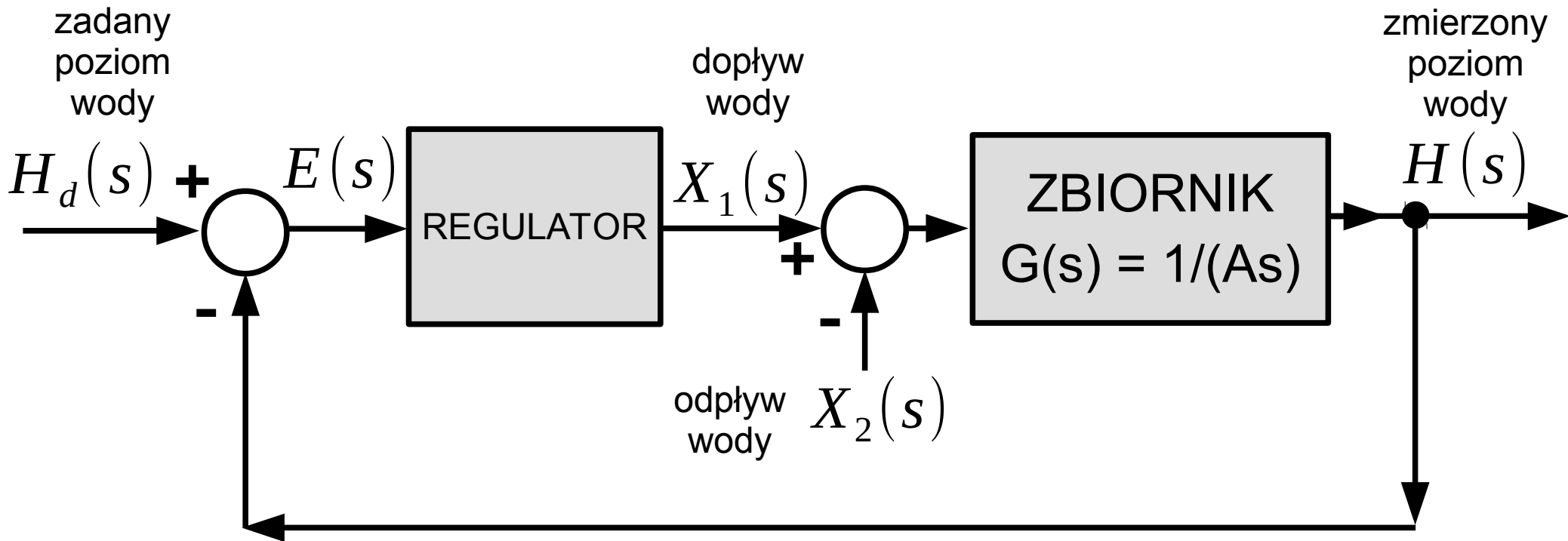
Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody



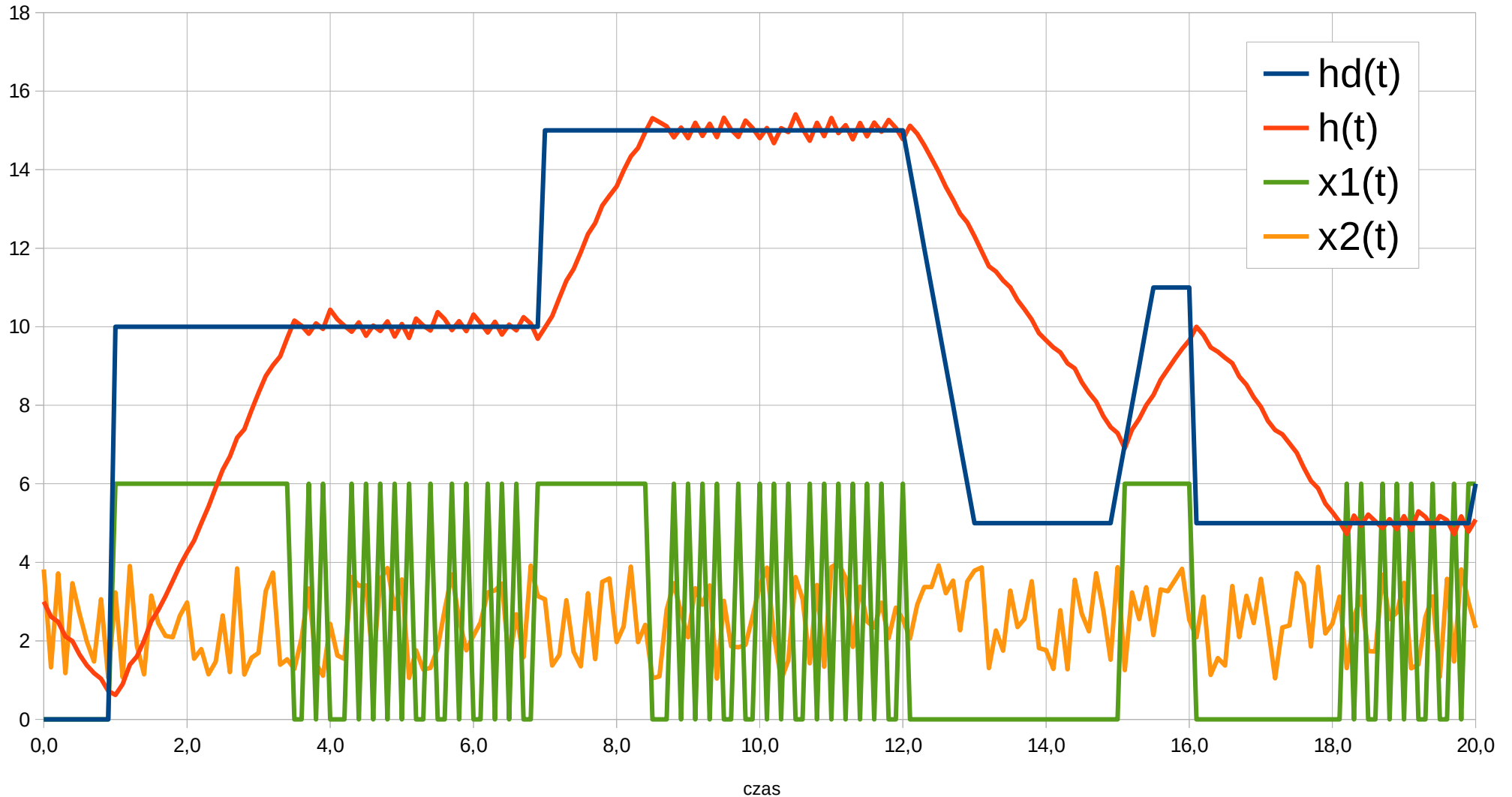
Proponowane regulatory:

- idealny dwustanowy
- dwustanowy z histerezą
- proporcjonalny

Przykład 2

Sterowanie poziomem wody

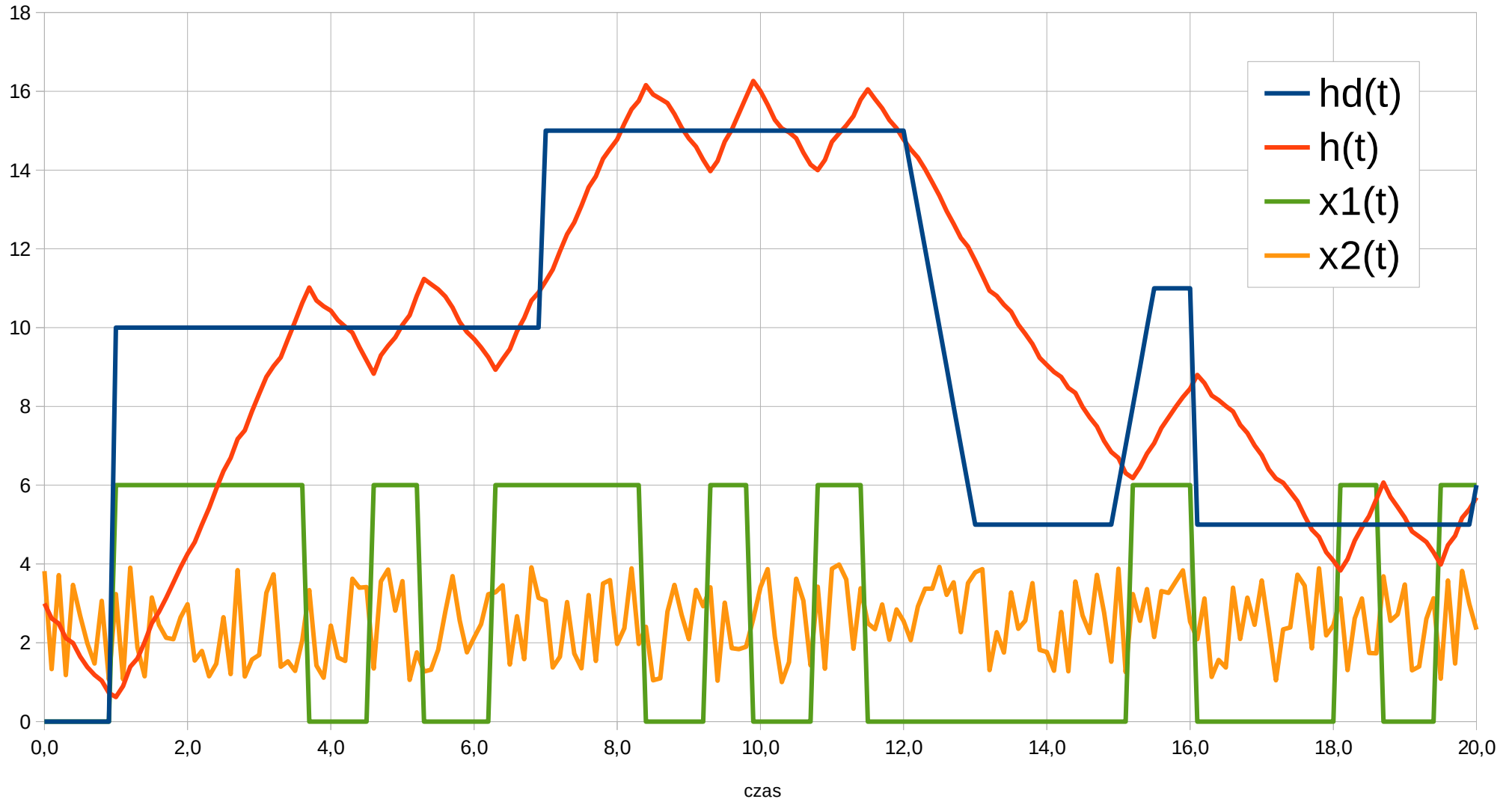
regulator idealny dwustanowy



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody

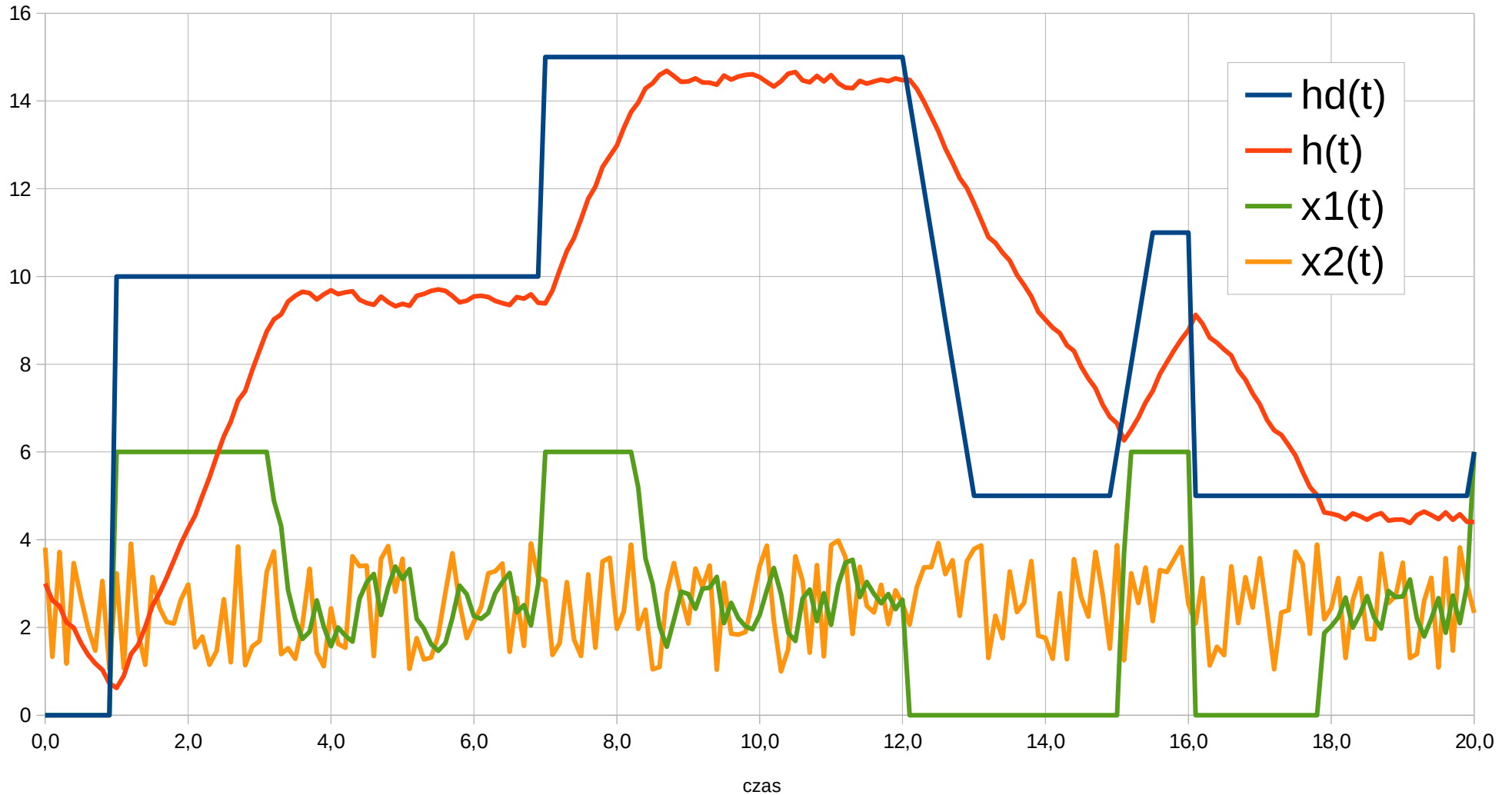
regulator dwustanowy z histerezą



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody

regulator proporcjonalny (małe wzmocnienie k_p)



Przykład 2

Sterowanie poziomem wody

regulator proporcjonalny (duże wzmocnienie k_p)

