



Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Podstawy automatyki i teorii maszyn
semestr zimowy 2019/2020

dr inż. Sebastian Korczak

Wykład 3

Metody wyznaczania przyspieszeń mechanizmów płaskich

Metody wyznaczania prędkości i przyspieszeń mechanizmów

Metody wykresłne

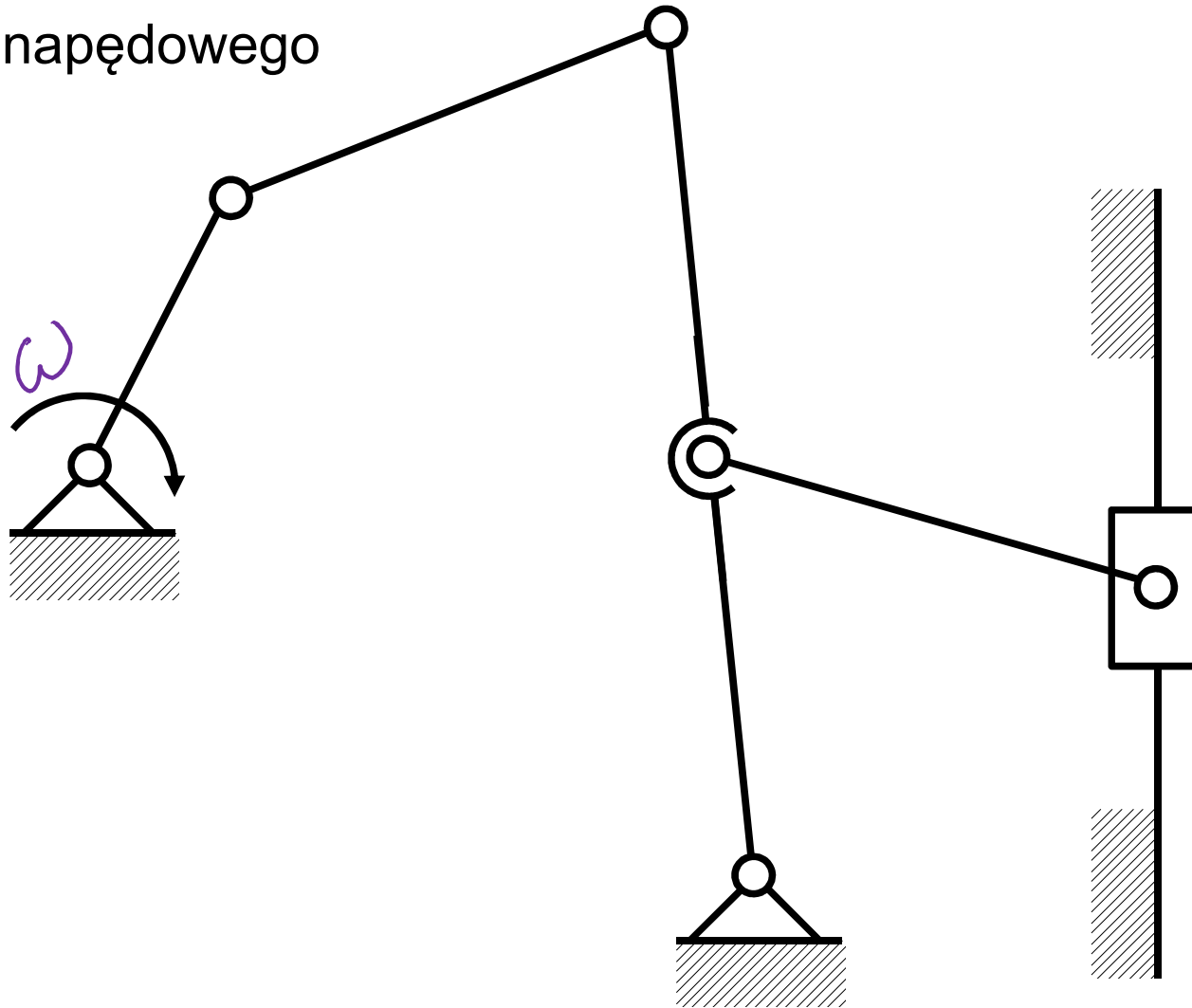
- metoda rzutów prędkości,
- metoda chwilowego środka obrotu,
- metoda chwilowego środka przyspieszeń,
- metoda prędkości obróconych,
- metoda rozkładu prędkości,
- metoda rozkładu przyspieszeń,
- metoda planu prędkości,
- metoda planu przyspieszeń.

Metoda analityczna

Metody wyznaczania prędkości mechanizmów płaskich

Przykład

Dane: geometria, prędkość
kątowna członu napędowego



Metody wyznaczania prędkości mechanizmów płaskich

Przykład

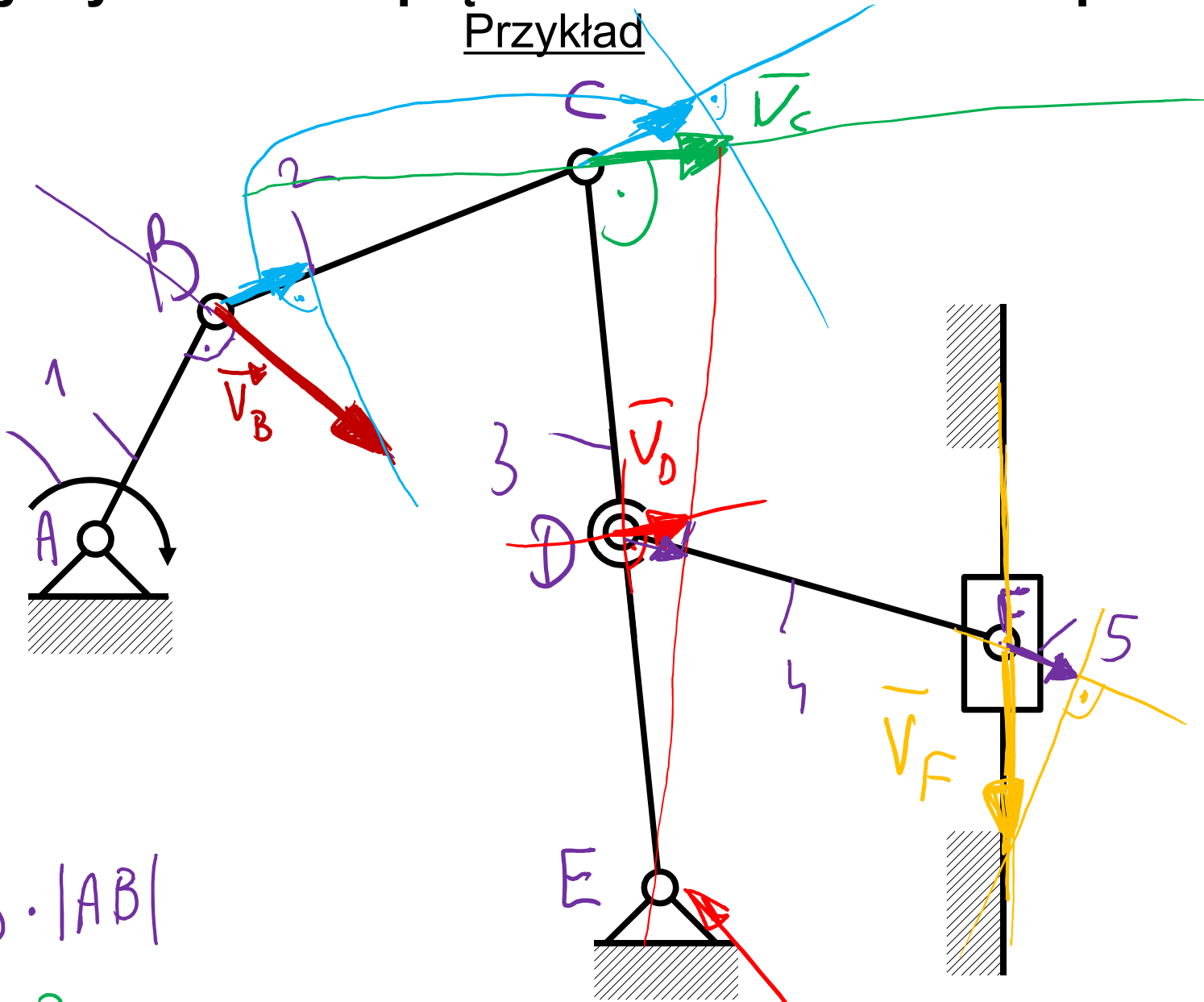
$$\vec{v}_A = 0$$

ω

$$\vec{v}_B \perp 1$$

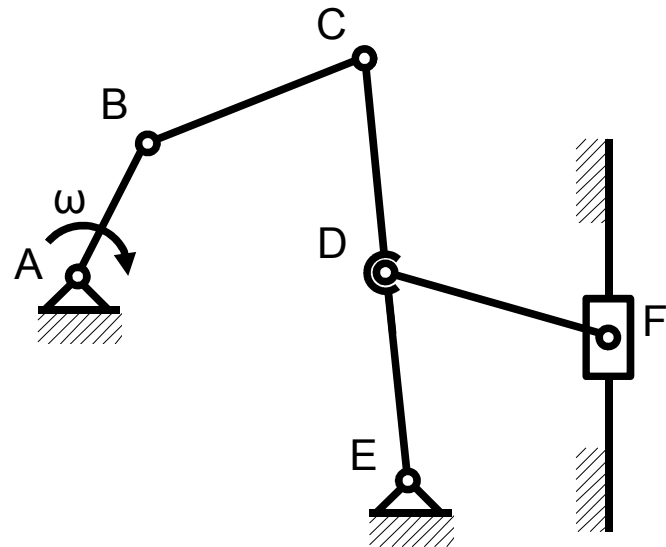
$$|\vec{v}_B| = \omega \cdot |AB|$$

$$\vec{v}_C \perp 3$$



chw. sr. obr. dla 3

Metody wyznaczania prędkości mechanizmów płaskich



Przykład

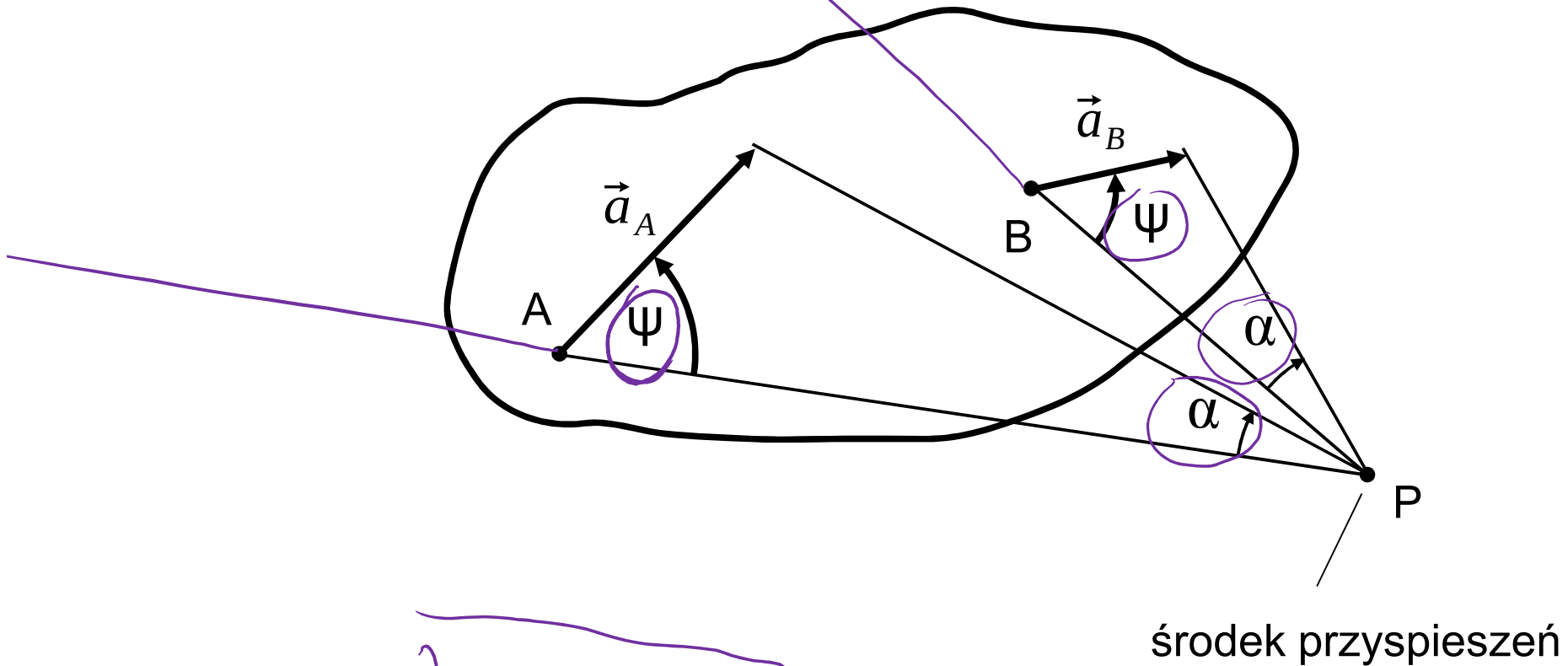
Metody wyznaczania prędkości i przyspieszeń mechanizmów

Metody wykreślne

- metoda rzutów prędkości,
- metoda chwilowego środka obrotu,
- metoda chwilowego środka przyspieszeń,
- metoda prędkości obróconych,
- metoda rozkładu prędkości,
- metoda rozkładu przyspieszeń,
- metoda planu prędkości,
- metoda planu przyspieszeń.

Metoda analityczna

Chwilowy środek przyspieszeń



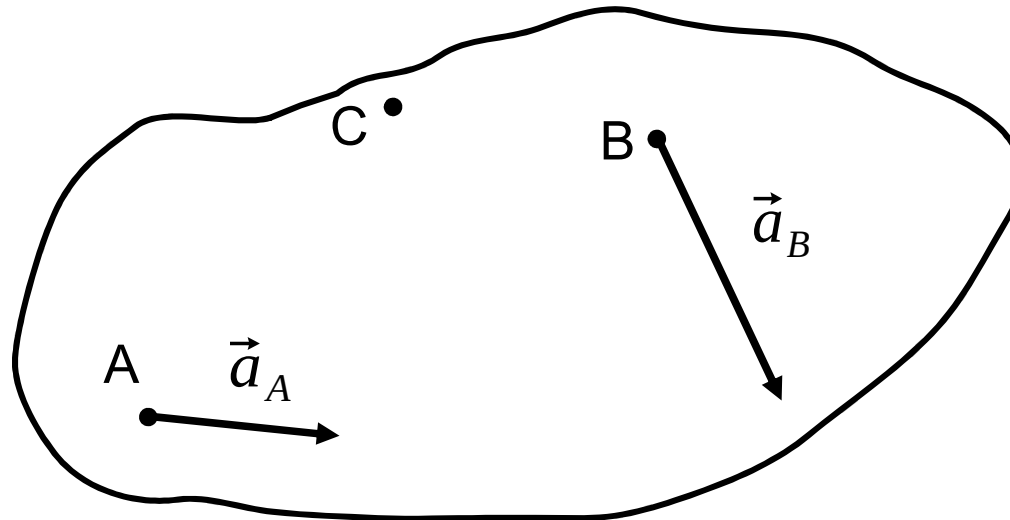
$$\psi = \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$

Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C



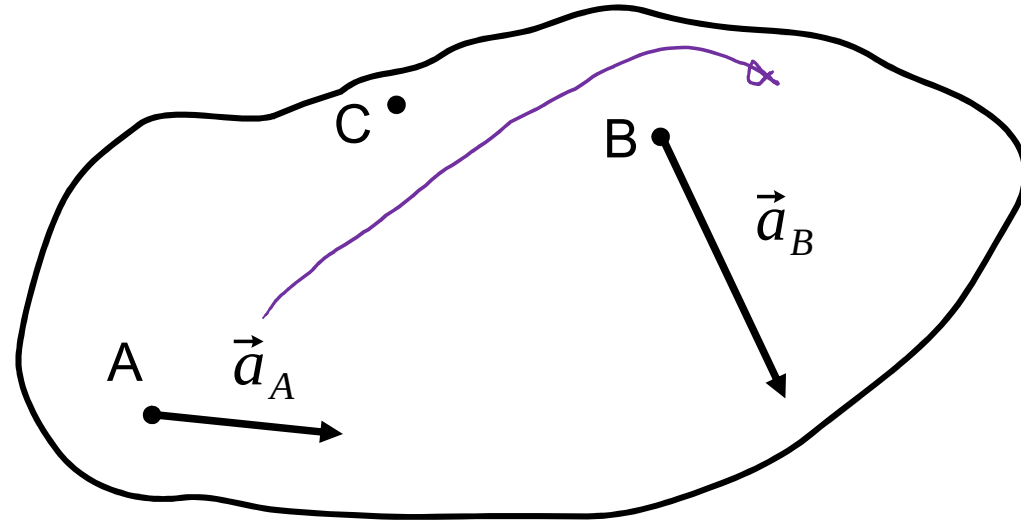
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



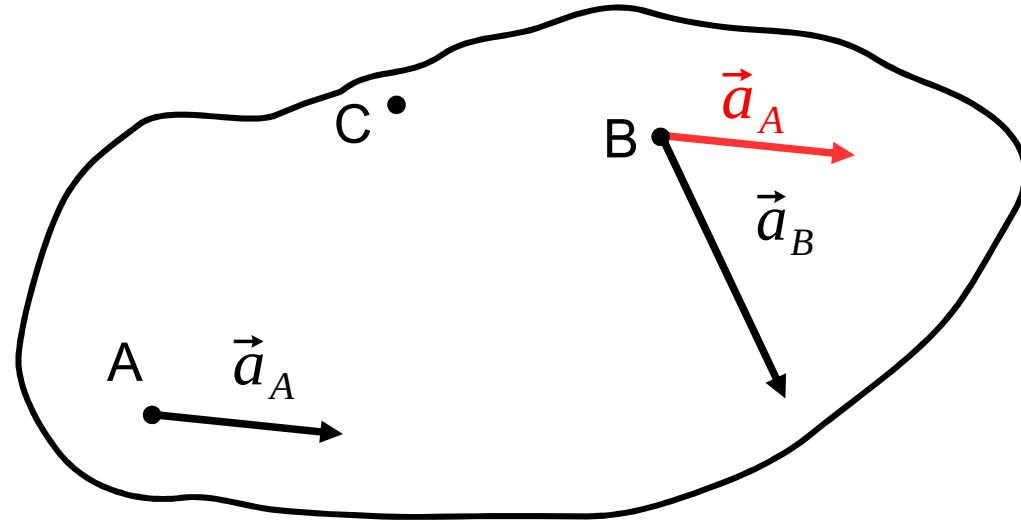
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



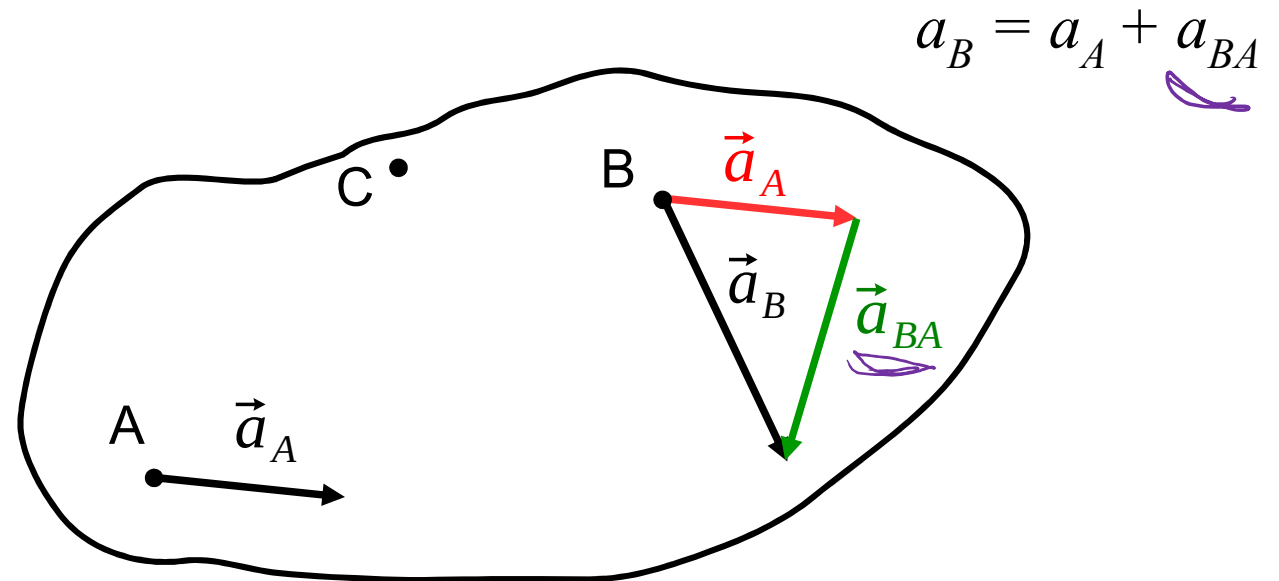
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



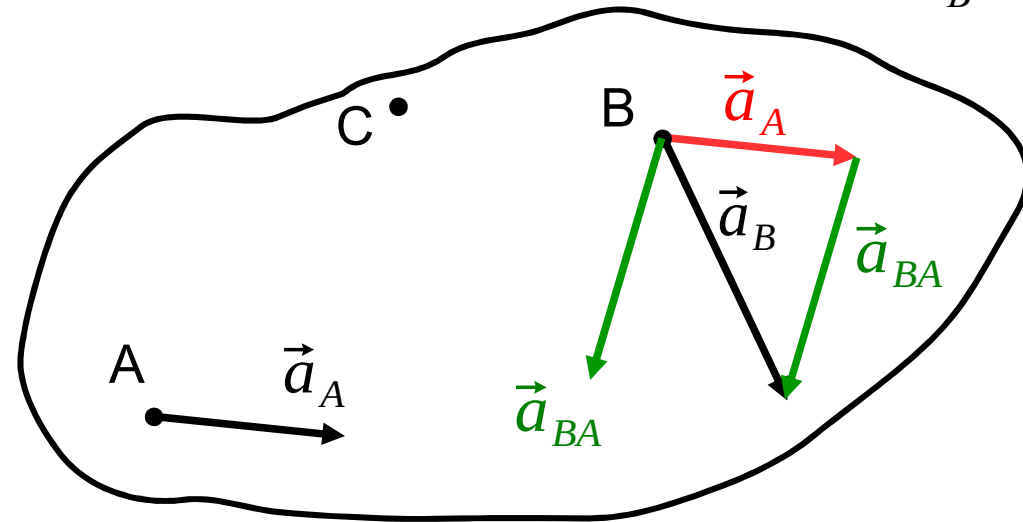
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



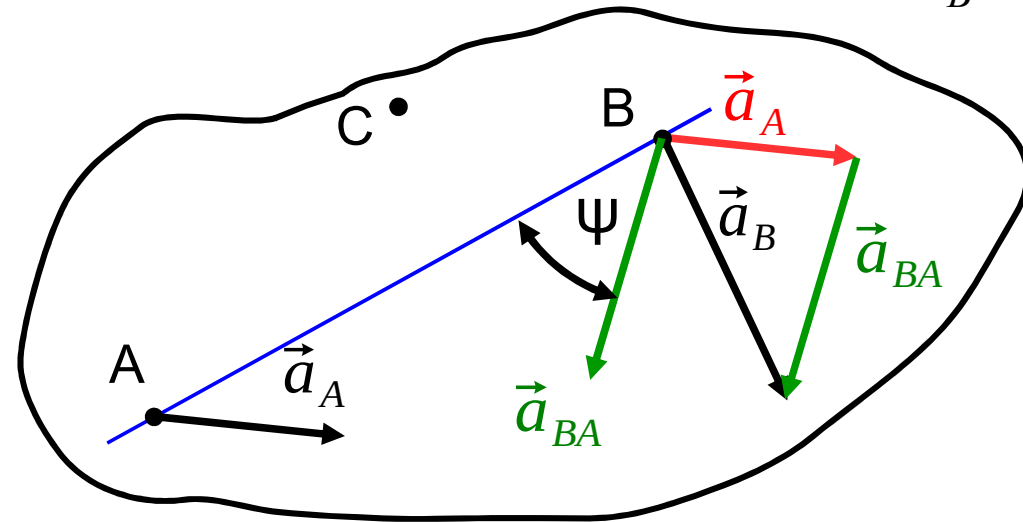
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



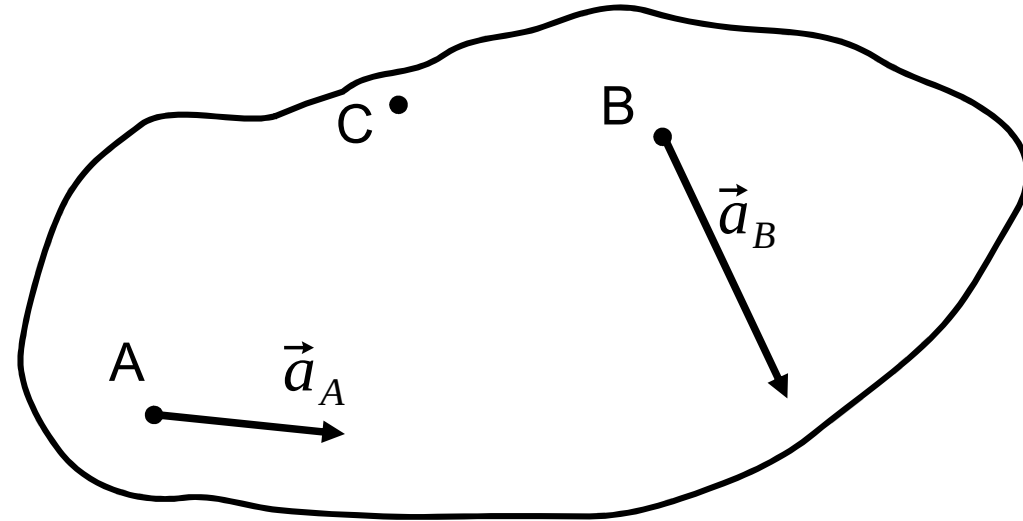
$$a_B = a_A + a_{BA}$$

Metoda chwilowego środka przyspieszeń

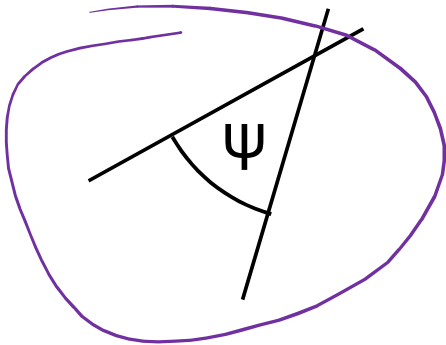
Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C



1. krok:
konstrukcja ψ



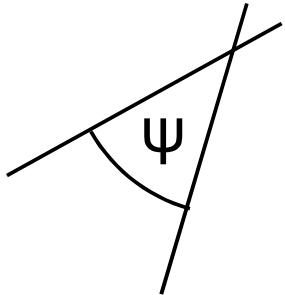
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

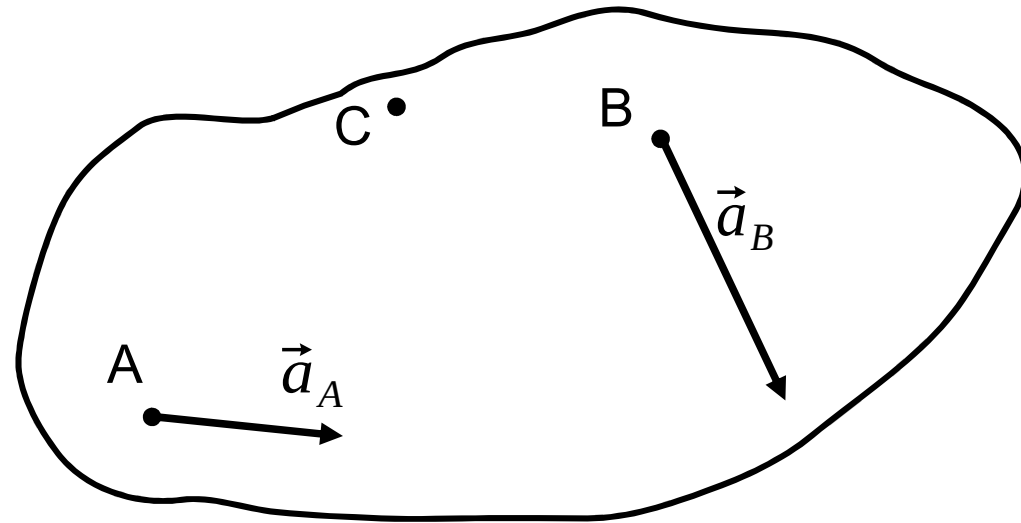
Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń



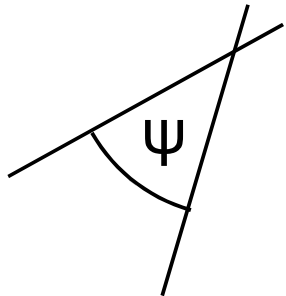
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

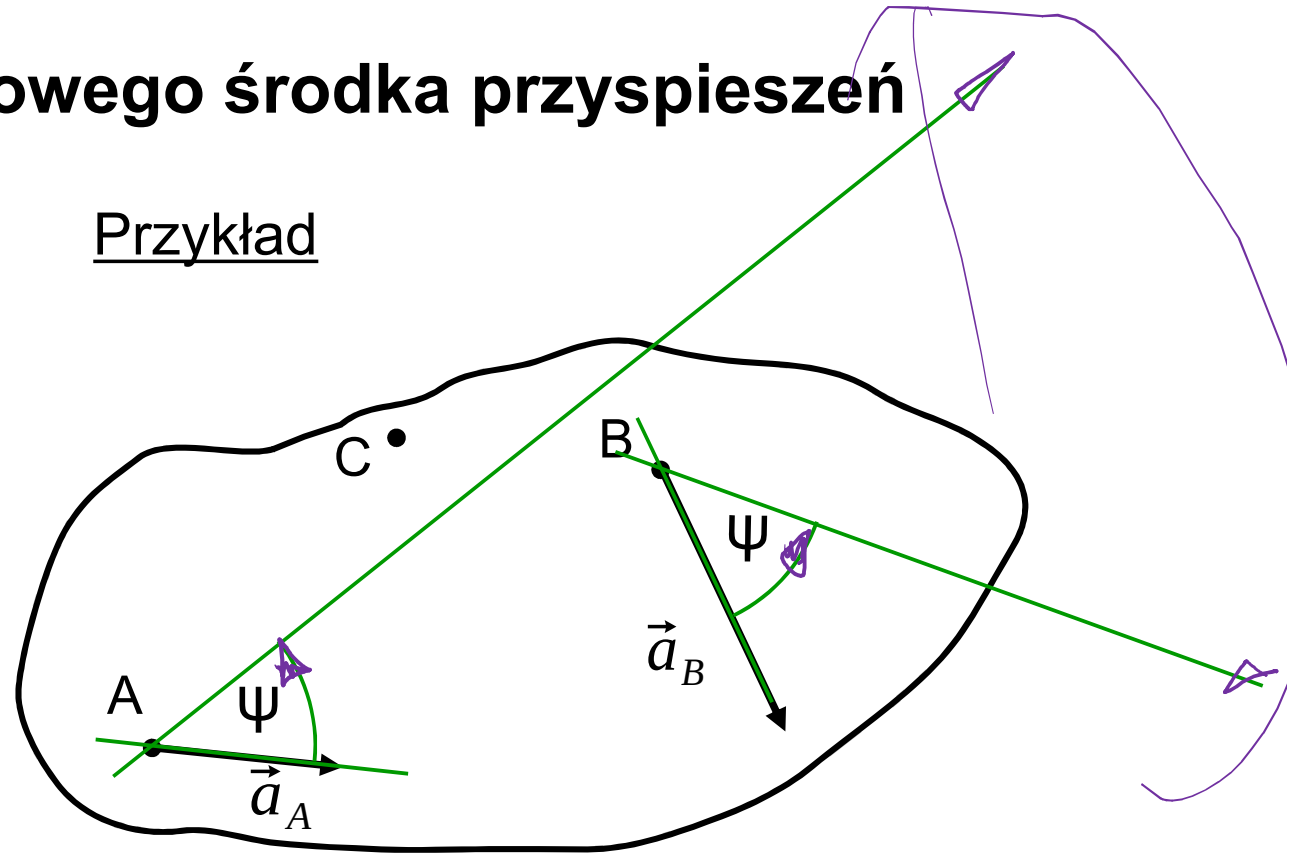
Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń



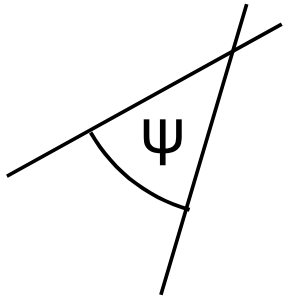
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

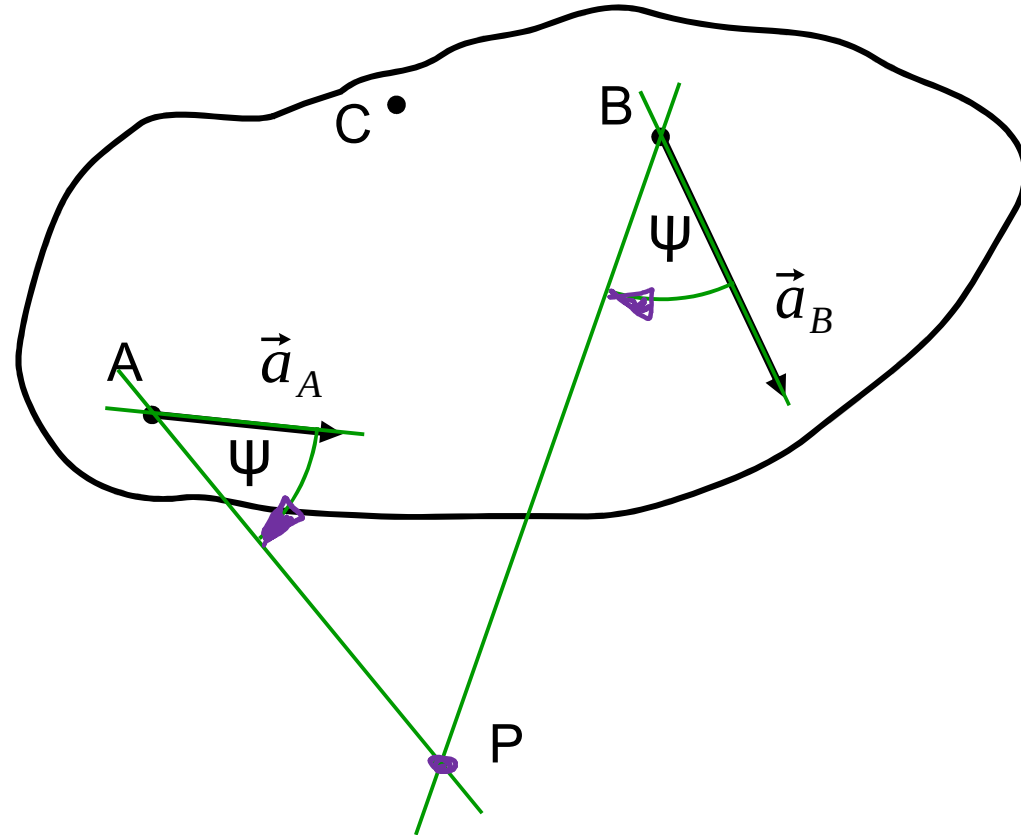
Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń

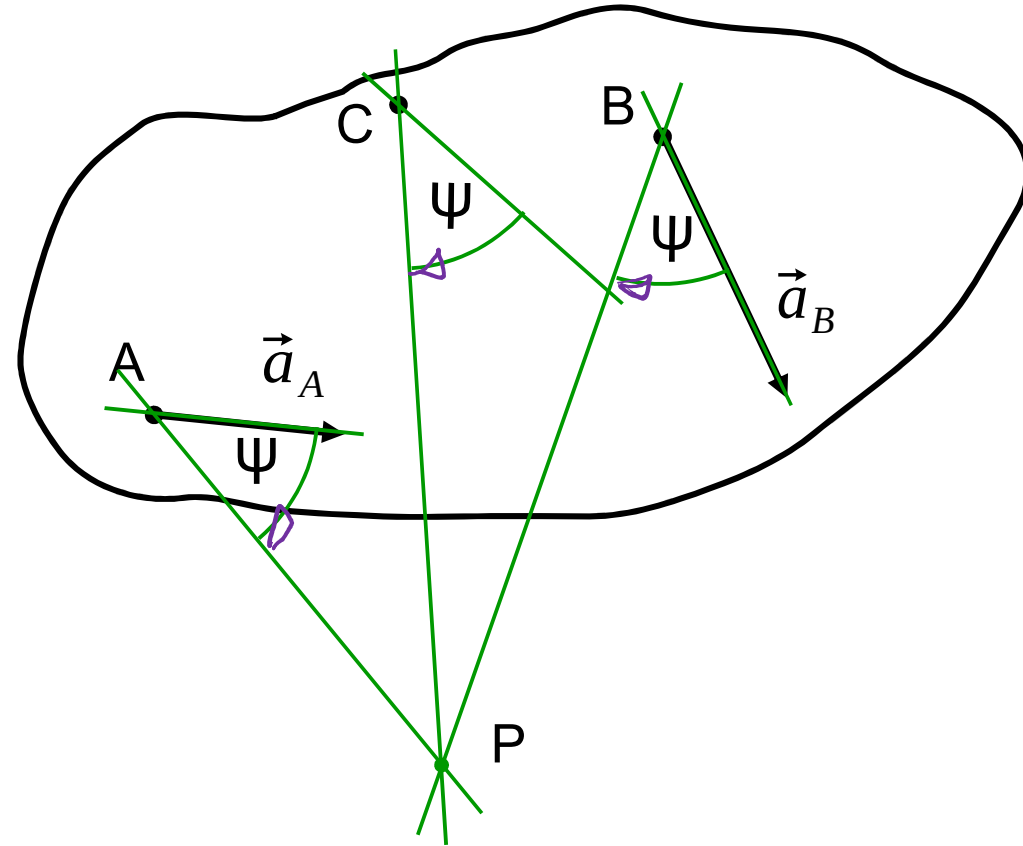


Metoda chwilowego środka przyspieszeń

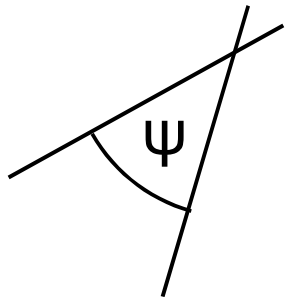
Przykład

Dane: a_A i a_B

Szukane: a_C



1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń

3. krok: konstrukcja a_C

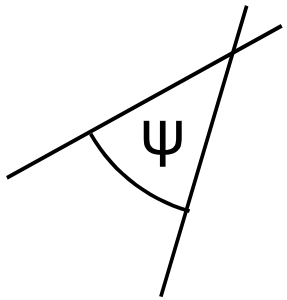
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

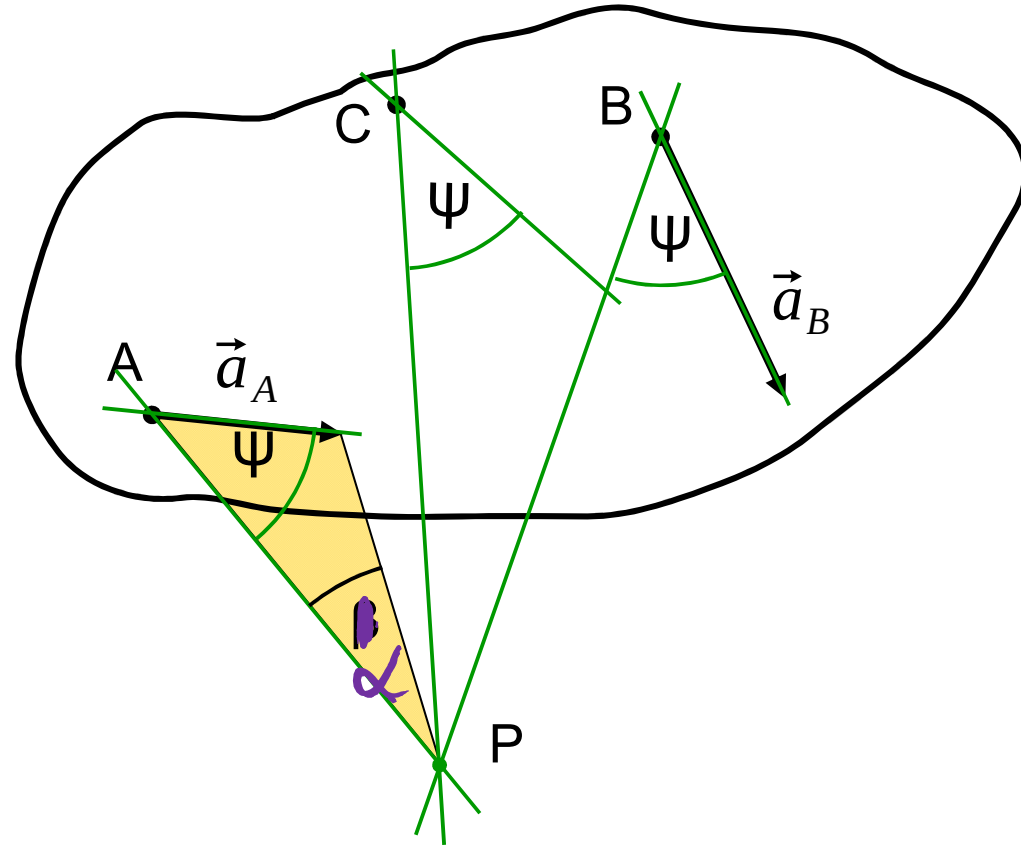
Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń

3. krok: konstrukcja a_C



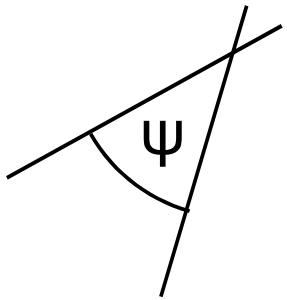
Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B

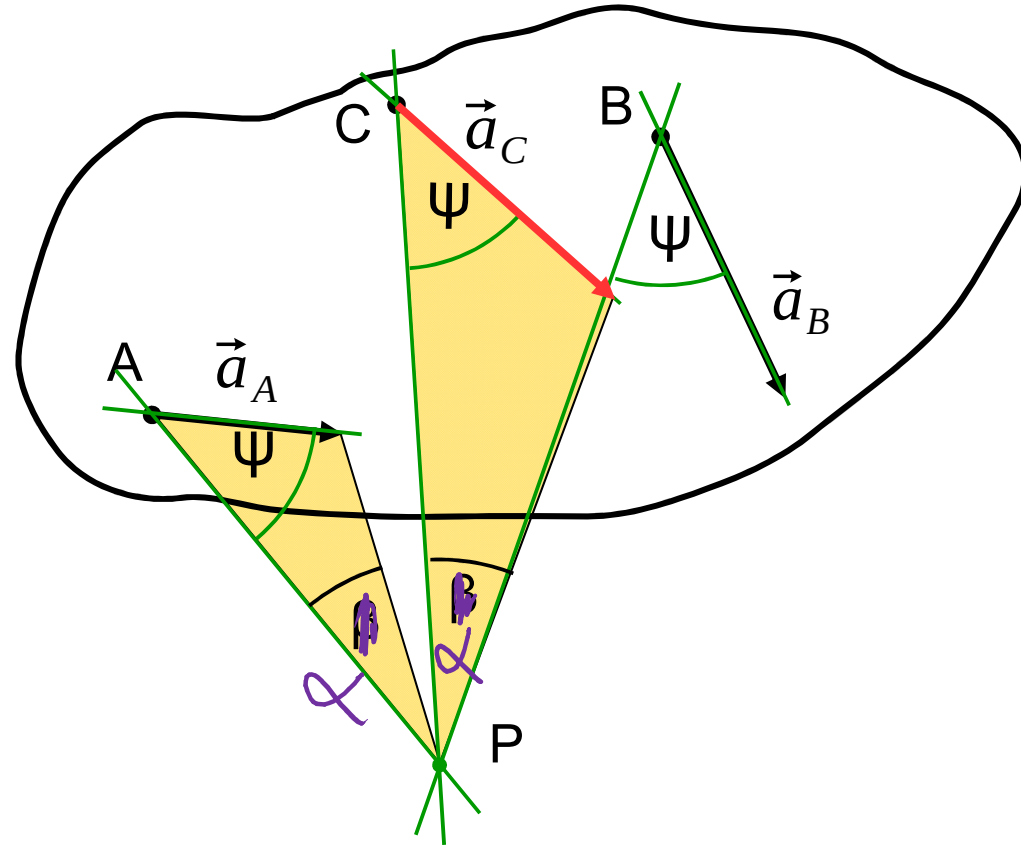
Szukane: a_C

1. krok:
konstrukcja ψ



2. krok: znalezienie
środka przyspieszeń

3. krok: konstrukcja a_C

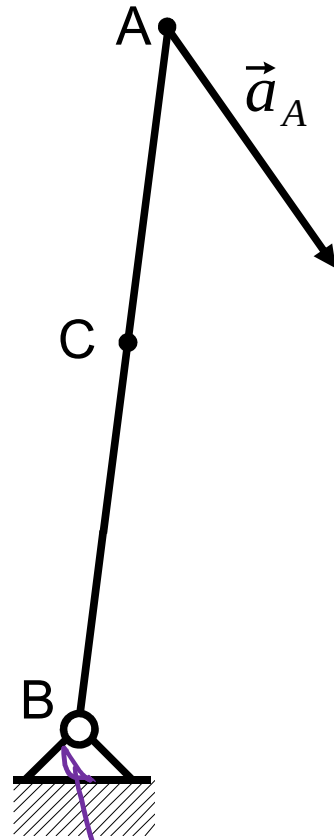


Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład 2

Dane: a_A

Szukane: a_C



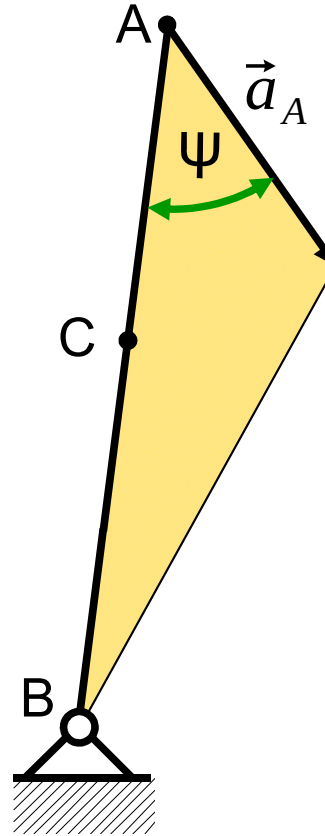
chw. śr. przysp.

Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład 2

Dane: a_A

Szukane: a_C

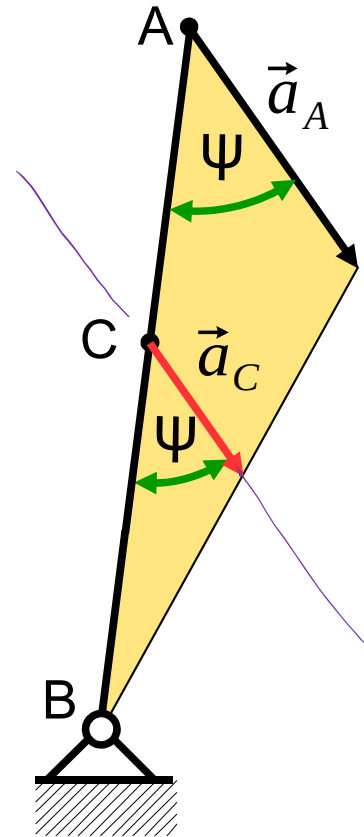


Metoda chwilowego środka przyspieszeń

Przykład 2

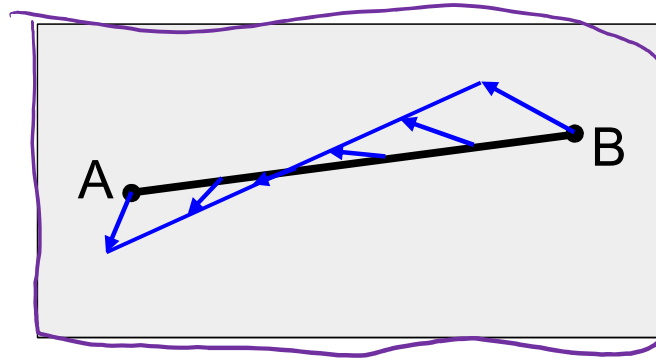
Dane: a_A

Szukane: a_C

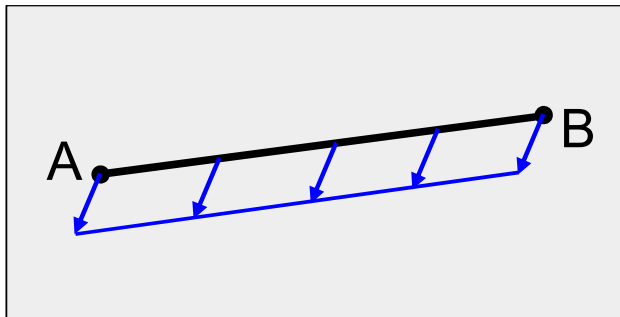


Metoda rozkładu przyspieszeń

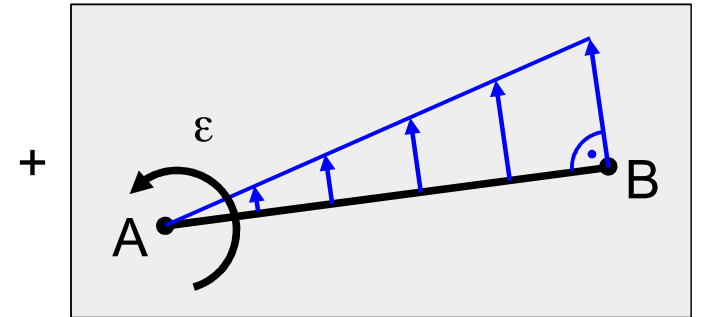
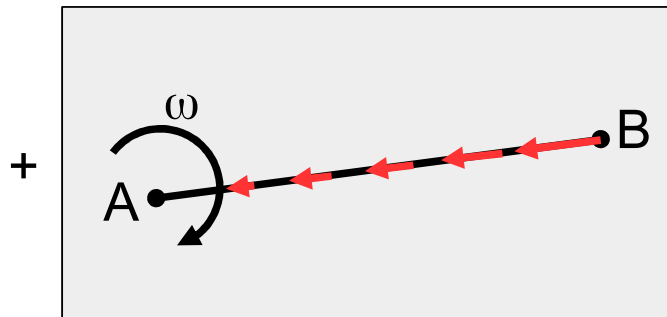
Przykład



=



POST.

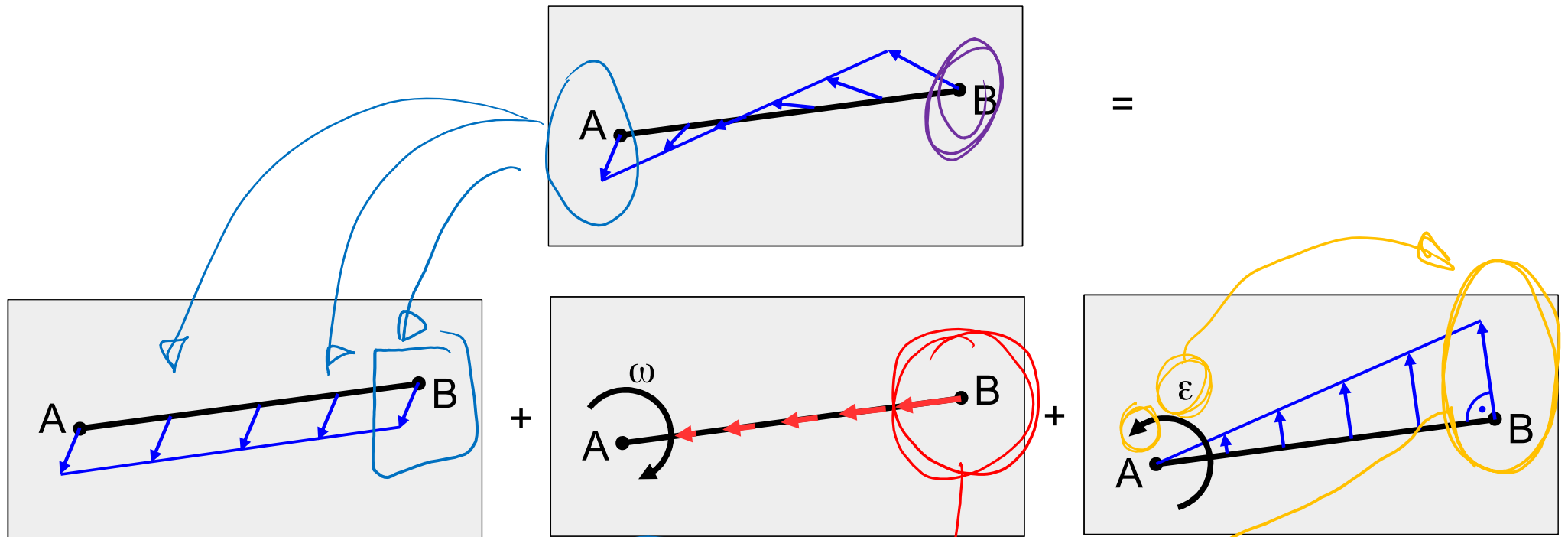


OB R.

Metoda rozkładu przyspieszeń

Kolejność indeksów!

Przykład



$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$$

Przyspieszenie bezwzględne punktu B

Przyspieszenie bryły w ruchu postępowym

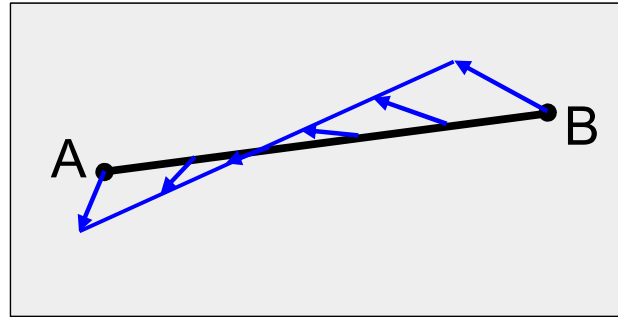
Przyspieszenie punktu B w ruchu obrotowym względem A.

Przyspieszenie dośrodkowe (normalne)

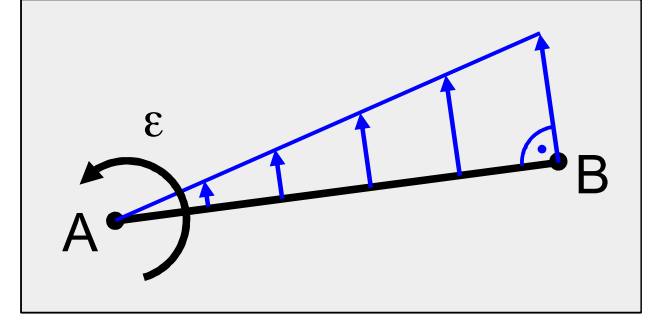
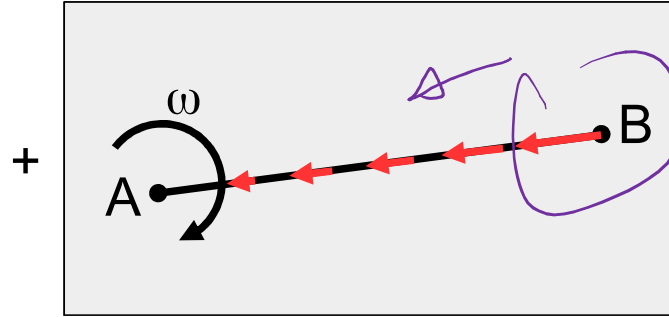
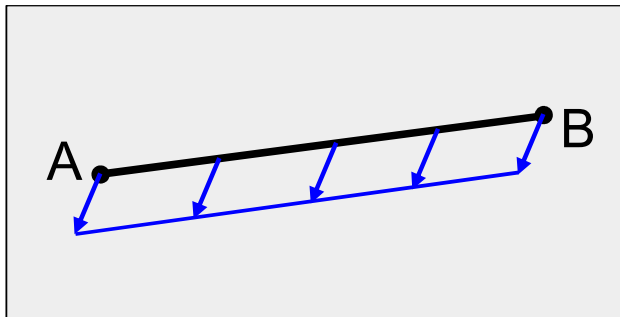
Przyspieszenie styczne

Metoda rozkładu przyspieszeń

Przykład



=



$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA} = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$$

Przyspieszenie
dośrodkowe (normalne)

$$\vec{a}_{BA}^n = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overrightarrow{AB}) = -\omega^2 \overrightarrow{AB}$$

2D

$$|\vec{a}_{BA}^n| = \omega^2 |AB|$$

Przyspieszenie
styczne

$$\vec{a}_{BA}^t = \vec{\epsilon} \times \overrightarrow{AB}$$

$$|\vec{a}_{BA}^t| = |\epsilon| |AB|$$

Plan przyspieszeń

Planem przyspieszeń członu sztywnego nazywamy miejsce geometryczne końców wektorów przyspieszeń bezwzględnych członu odłożonych z punktu zwanego biegunem planu przyspieszeń.

Plan przyspieszeń członu jest do niego podobny pod względem konfiguracji punktów i obrócony o kąt $(180^\circ - \psi)$ w kierunku:

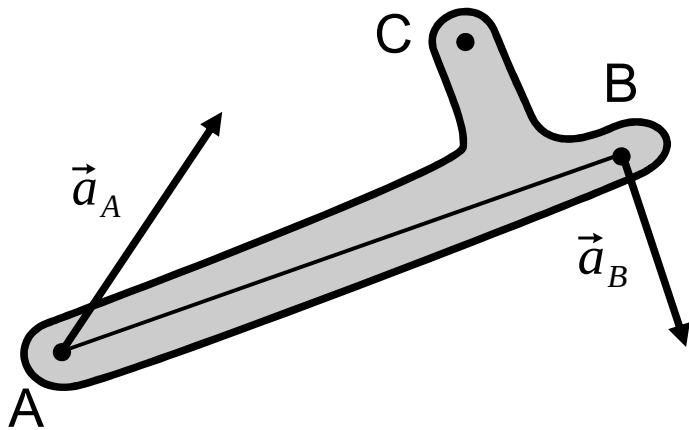
- zgodnym ze zwrotem chwilowej prędkości kątowej członu, jeżeli jednakowe są zwroty wektorów ω i ε ,
- przeciwnym do zwrotu chwilowej prędkości kątowej członu, jeżeli przeciwne są zwroty wektorów ω i ε .

Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C

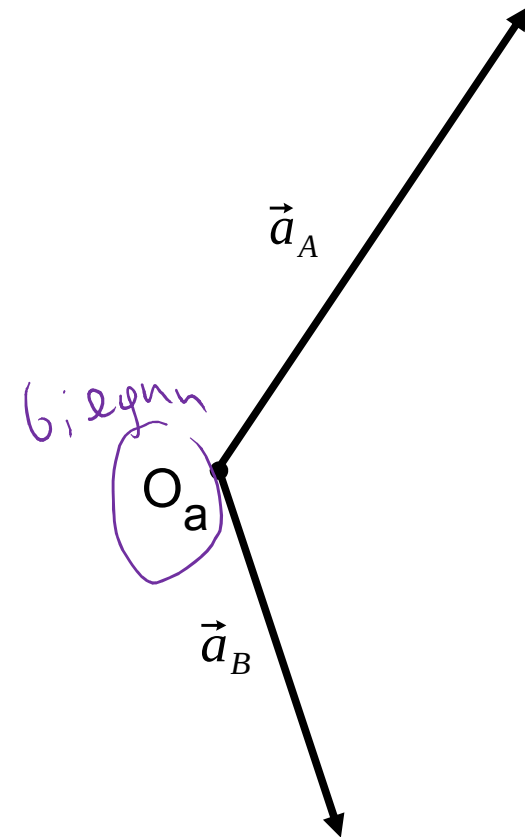
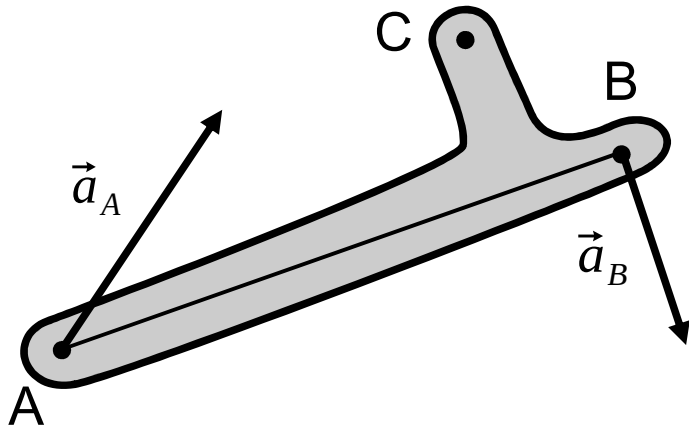


Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C



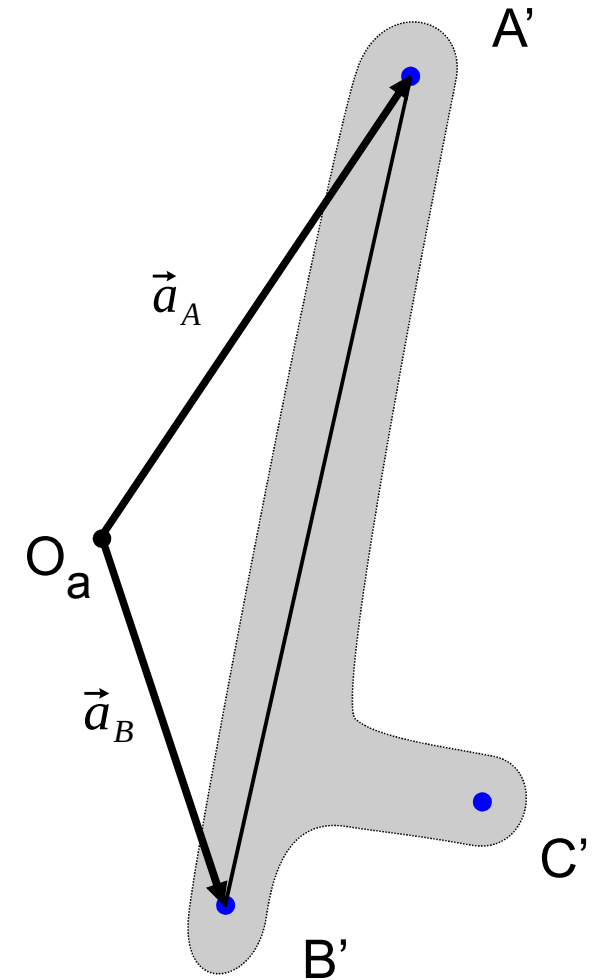
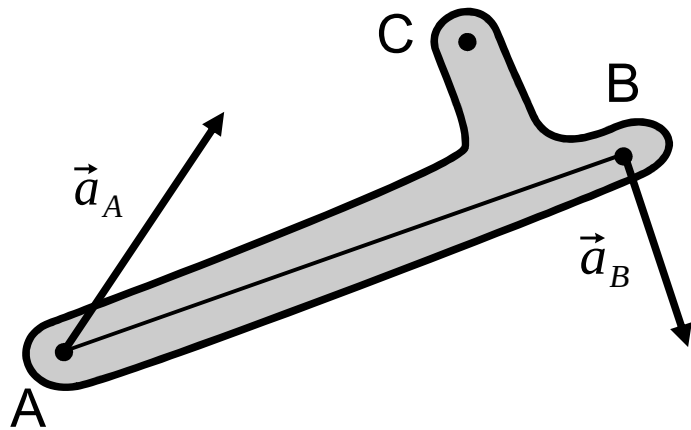
Przyspieszenia w skali, np.: 1cm \rightarrow 1m/s²

Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C



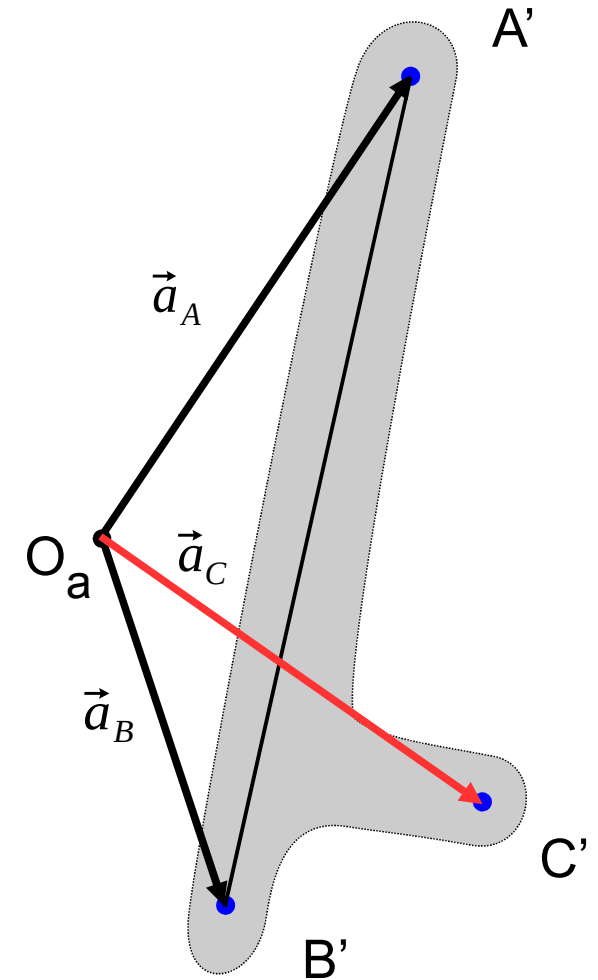
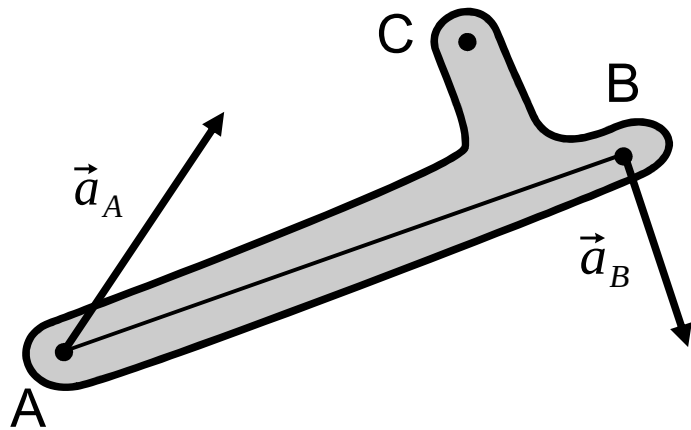
Przyspieszenia w skali, np.: 1cm \rightarrow 1m/s²
Geometria w skali względem rozmiarów rzeczywistych

Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C



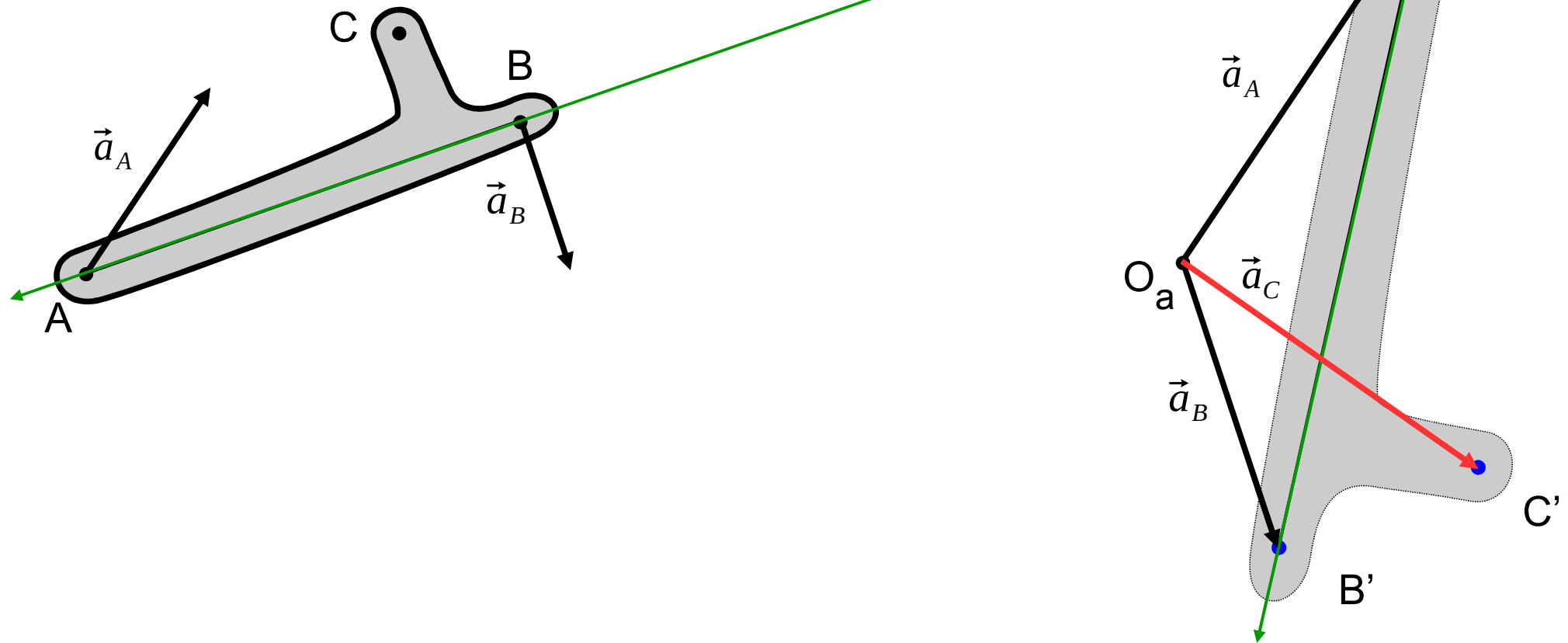
Przyspieszenia w skali, np.: 1cm \rightarrow 1m/s²
Geometria w skali względem rozmiarów rzeczywistych

Metoda planu przyspieszeń

Przykład

Dane: a_A i a_B + geometria

Szukane: a_C

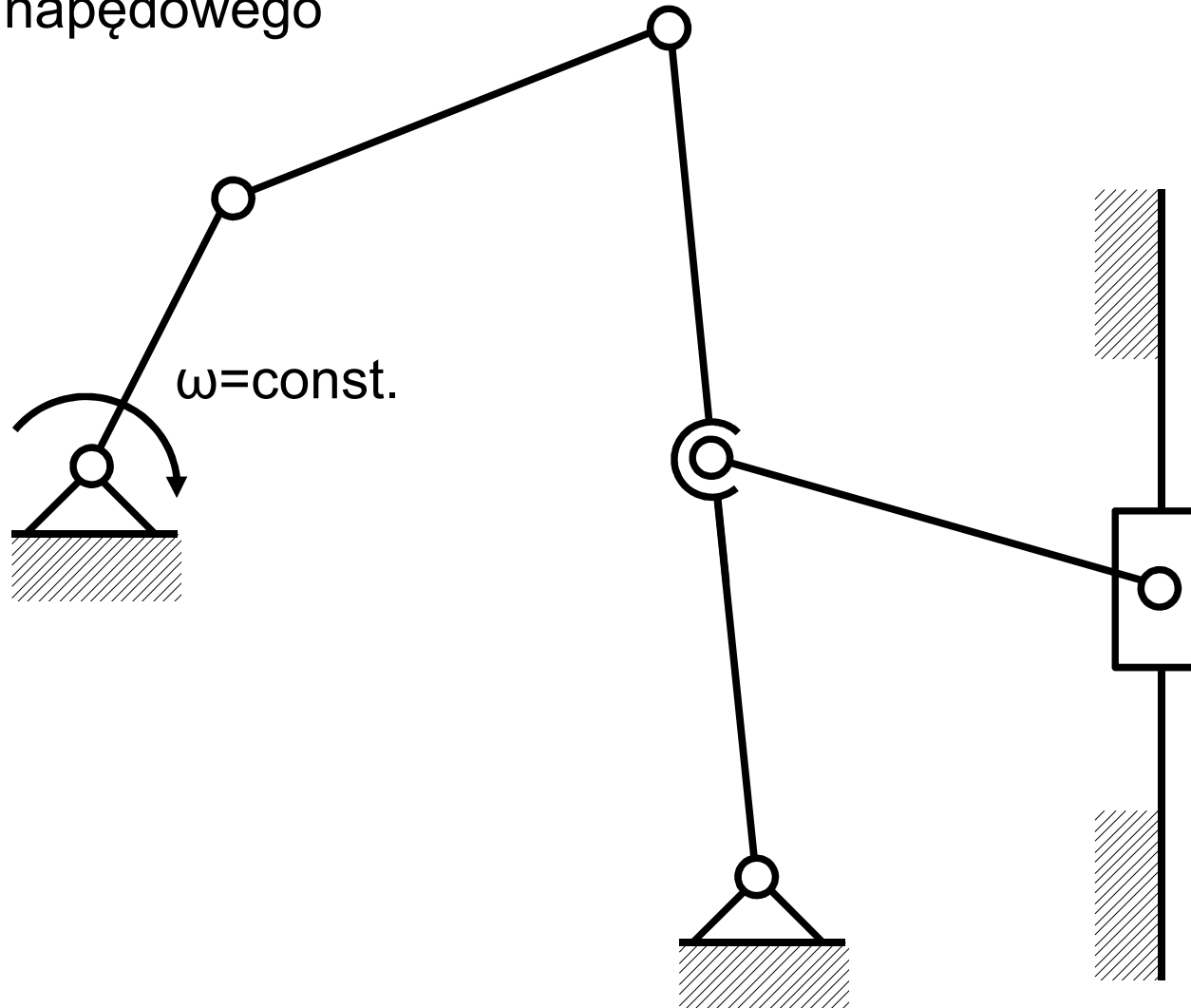


Przyspieszenia w skali, np.: 1cm \rightarrow 1m/s²
Geometria w skali względem rozmiarów rzeczywistych

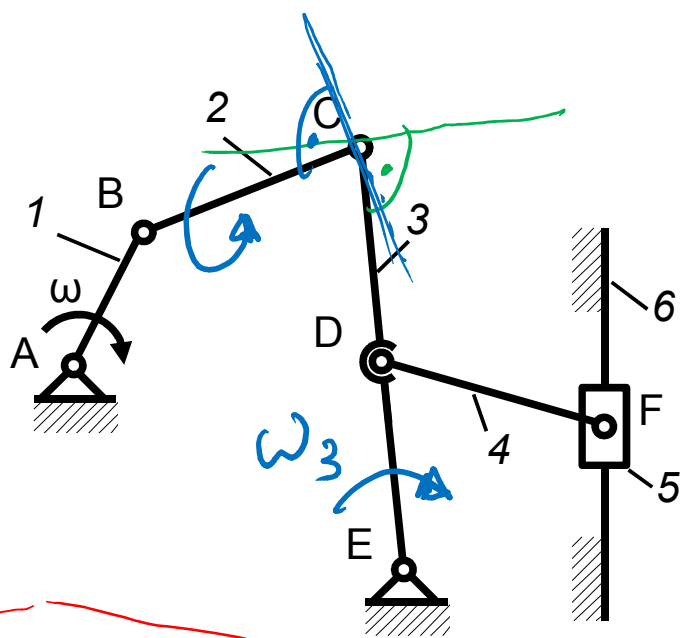
PRZYKŁAD

metody rozkładu oraz planu dla prędkości i przyspieszeń

Dane: geometria, stała prędkość
kątowna członu napędowego



PRZYKŁAD



Dla członu 2 → metoda wektora prędk.

$$\vec{V}_C \perp 3 = \vec{V}_B \perp 1 + \vec{V}_{CB} \perp 2$$

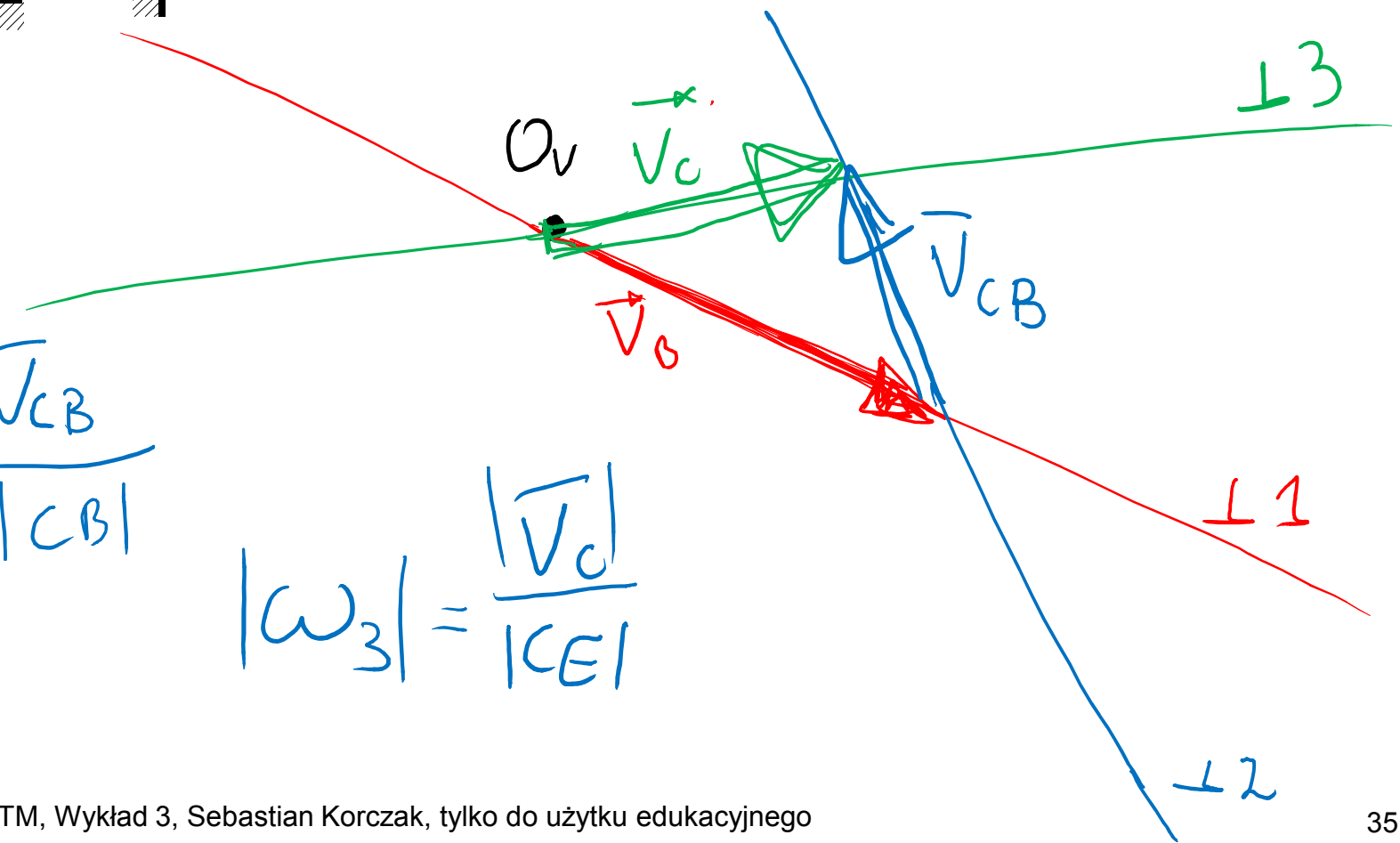
$$|\vec{V}_B| = \omega |AB|$$

$$\vec{V}_B \perp 1$$

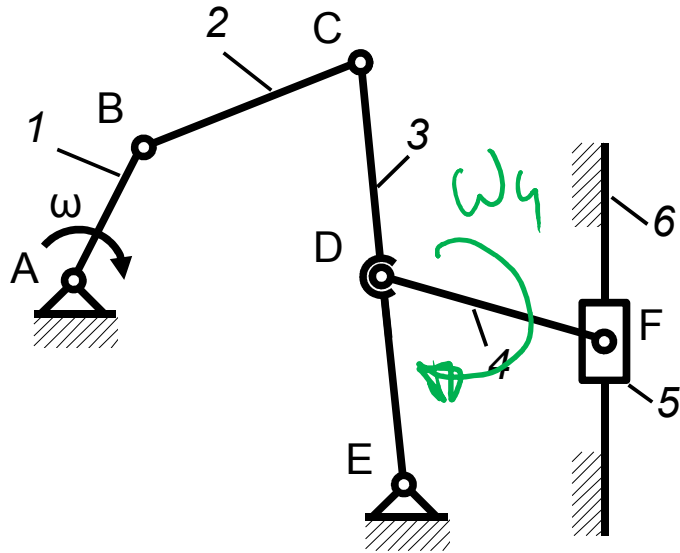
$$|\omega_2| = \frac{V_{CB}}{|CB|}$$

$$\omega_2 \curvearrowright$$

$$|\omega_3| = \frac{V_C}{|CE|}$$



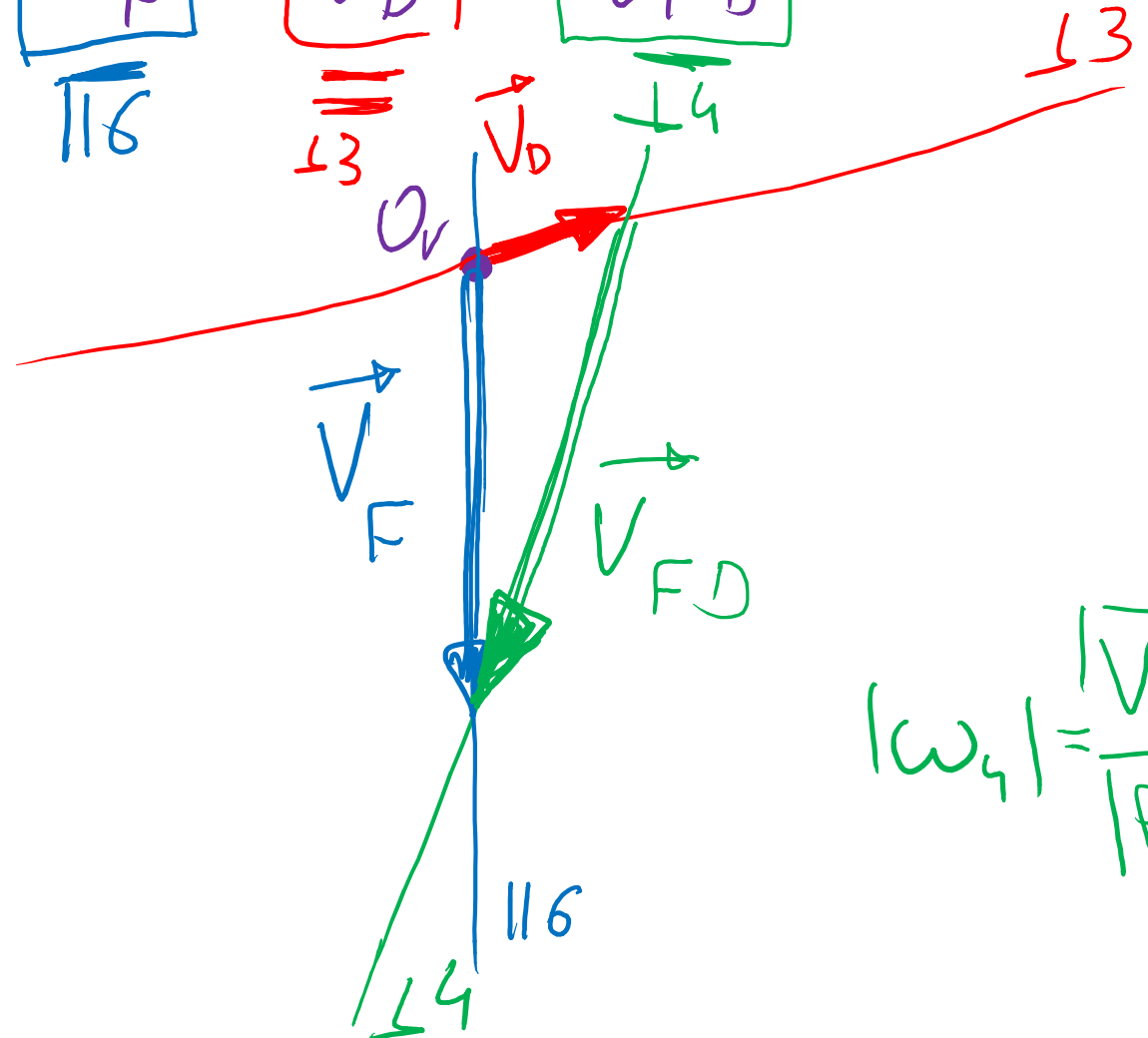
PRZYKŁAD



Dla członu 4 metoda wektorkowa prędkości

$$\vec{V}_F = \vec{V}_D + \vec{V}_{FD}$$

$\vec{V}_F \parallel 6$ (blue underline)
 $\vec{V}_D \perp 3$ (red underline)
 $\vec{V}_{FD} \perp 4$ (green underline)



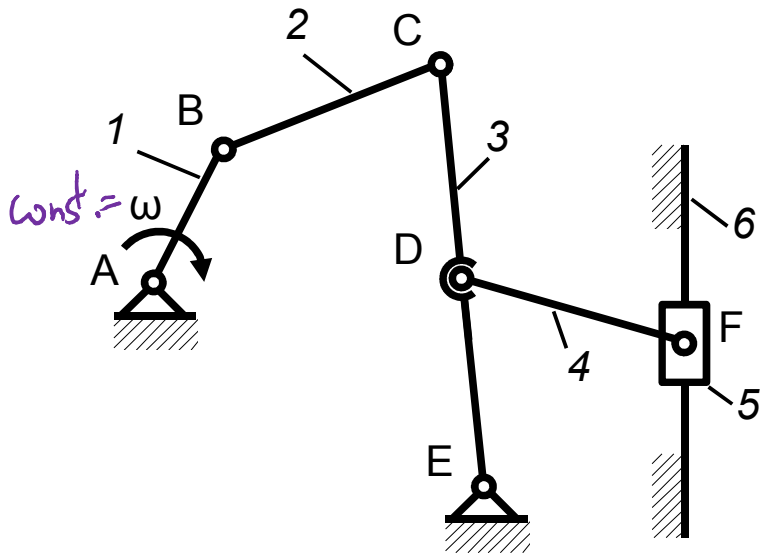
$$|\vec{V}_D| = \omega_3 |DE|$$

$$\vec{V}_D \perp 3$$

zwrot \vec{V}_D zgodny z ω_3

$$|\omega_4| = \frac{|\vec{V}_{FD}|}{|FD|}$$

PRZYKŁAD



$$|\vec{a}_{BA}^n| = \omega^2 \cdot |AB|$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{BA}^n \parallel \underline{AB}$$

$$\vec{a}_A = 0$$

$$\vec{a}_E = 0$$

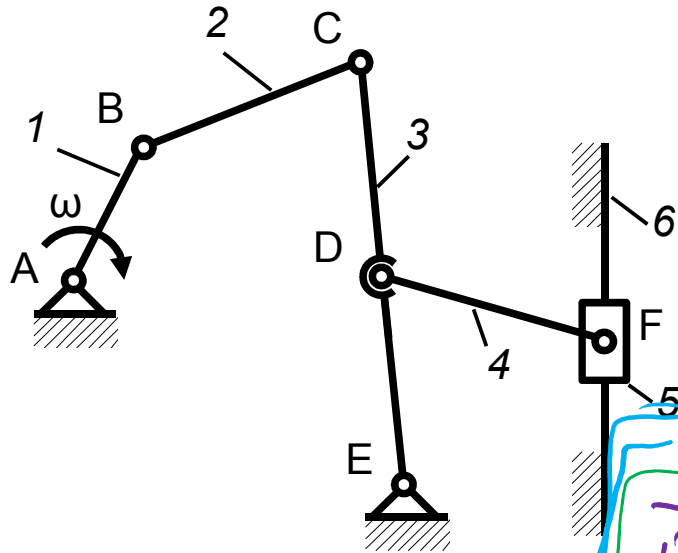
$$\vec{a}_B = \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{CE}^n + \vec{a}_{CE}^t$$

$$|\vec{a}_{CE}^n| = \omega_3^2 |CE|$$

$$|\vec{a}_{BA}^t| = |\varepsilon| \cdot |AB| \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad |\vec{a}_{CE}^t| = \varepsilon_3 \cdot |CE| \quad \varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = ?$$

PRZYKŁAD

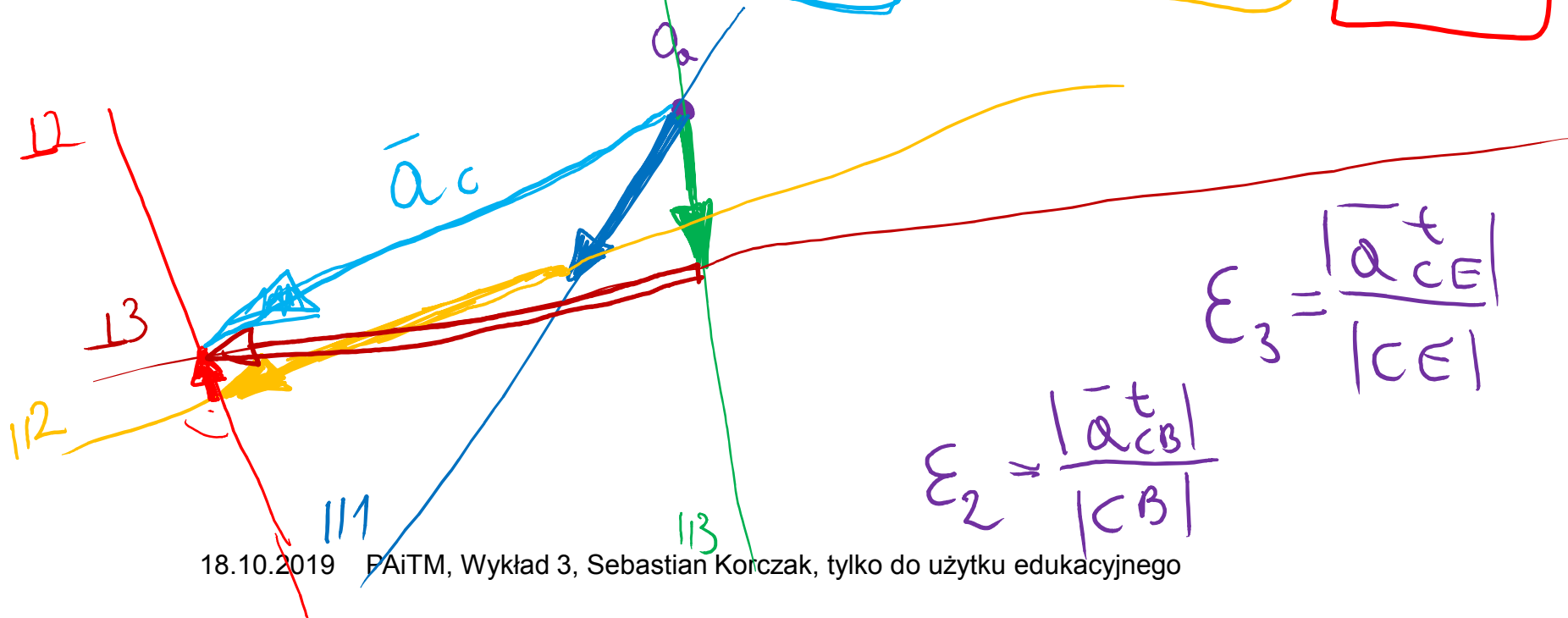


Met. wekt. przy sp. dla ciała 2

$$\bar{a}_c = \bar{a}_B + \bar{a}_{cB}$$

$$\frac{\bar{a}_{CE}^n}{\perp 3} + \frac{\bar{a}_{CE}^t}{\perp 3} = \frac{\bar{a}_{BA}^n}{\perp 1} + \frac{\bar{a}_{CB}^n}{\perp 2} + \frac{\bar{a}_{CB}^t}{\perp 2}$$

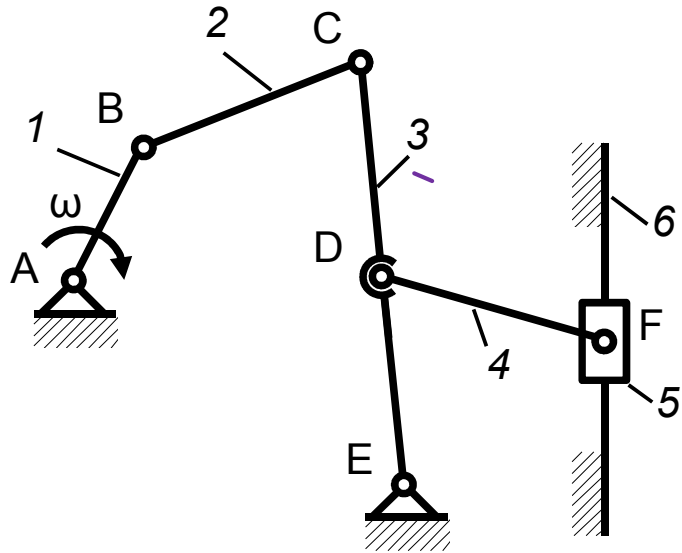
$$|\bar{a}_{CB}^n| = \omega_2^2 |CB|$$



$$\epsilon_3 = \frac{|\bar{a}_{CE}^t|}{|CE|}$$

$$\epsilon_2 = \frac{|\bar{a}_{CB}^t|}{|CB|}$$

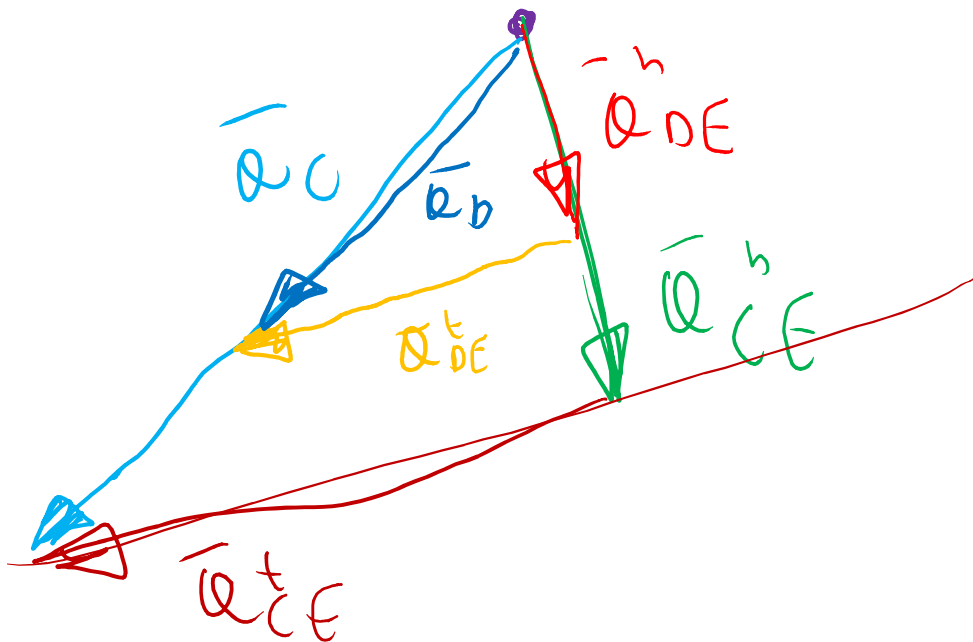
PRZYKŁAD



$$\bar{a}_D = \bar{a}_{DE}^n + \bar{a}_{DE}^t$$

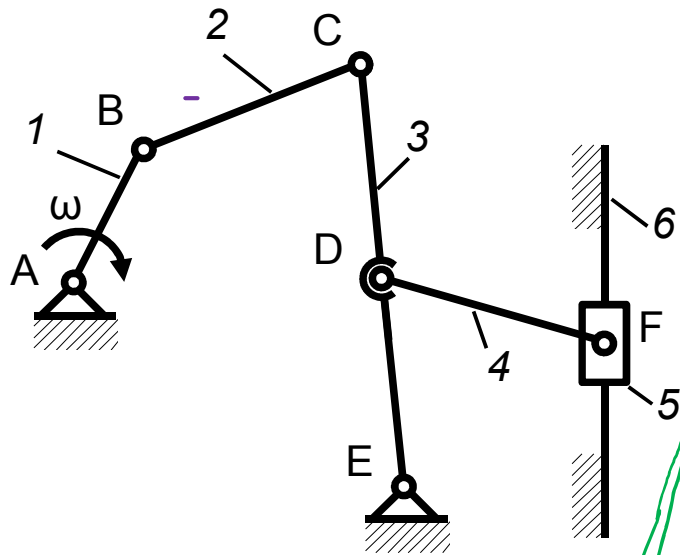
$$|\bar{a}_{DE}^n| = \omega_3^2 |DE|$$

$$|\bar{a}_{DE}^t| = \varepsilon_3 |DE|$$



PRZYKŁAD

met. wzkl. przysp. dla 4



$$\bar{a}_F = \bar{a}_D + \bar{a}_{FD}$$

$$\frac{\bar{a}_F}{116}$$

$$= \frac{\bar{a}_D}{116}$$

$$+ \frac{\bar{a}_{FD}^n}{114}$$

$$+ \frac{\bar{a}_{FD}^t}{114}$$

$$|\bar{a}_{FD}^n| = \omega_4^2 |FD|$$

114

114