



# Wydział Samochodów i Maszyn Roboczych

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

***Podstawy automatyki i teorii maszyn***  
semestr zimowy 2019/2020

dr inż. Sebastian Korczak

# Wykład 11

Analiza transmitancji – przykład.  
Algebra schematów blokowych.  
Regulator dwustanowy i proporcjonalny.

# Przykład

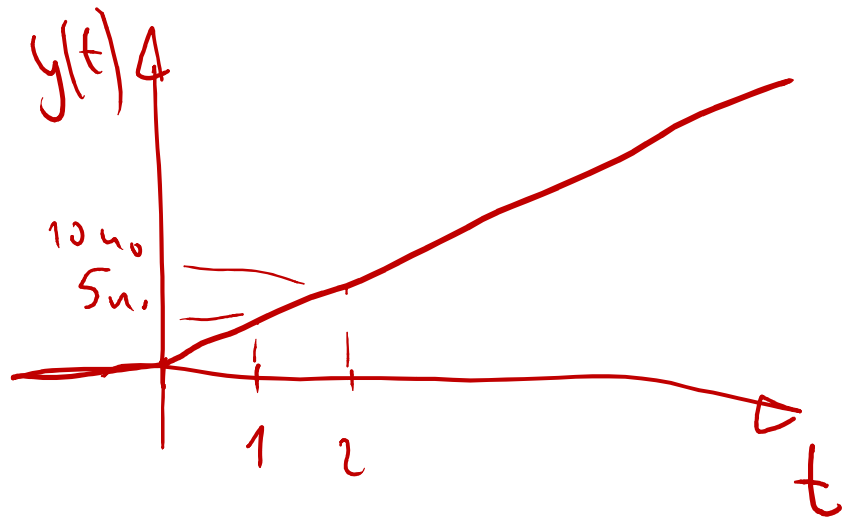
Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji  $G(s) = 5/s$ .

$$1. u(t) = u_0 \mathbf{1}(t)$$

$$U(s) = u_0 \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) = \frac{5}{s} \cdot u_0 \frac{1}{s} = \frac{5u_0}{s^2}$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\} = 5u_0 t$$



# Przykład

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji  $G(s) = 5/s$ .

$$2. \quad G(j\omega) = \frac{5}{j\omega} = \frac{5}{j\omega} \cdot \frac{j}{j} = \frac{5j}{j^2\omega} = -j\frac{5}{\omega}$$

$$P(\omega) = 0; \quad Q(\omega) = -\frac{5}{\omega}$$

$$A(\omega) = \sqrt{P^2 + Q^2} = \left| \frac{5}{\omega} \right|$$

$$L(\omega) [\text{dB}] = 20 \log A(\omega) = 20 \log \left| \frac{5}{\omega} \right|$$

$$\varphi(\omega) [\text{rad}] = \arctan \frac{Q}{P} = \arctan \left( \frac{-\frac{5}{\omega}}{0} \right) = \arctan(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

# Przykład

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji  $G(s) = 5/s$ .

$$L(\omega) = 20 \log \left| \frac{5}{\omega} \right|$$

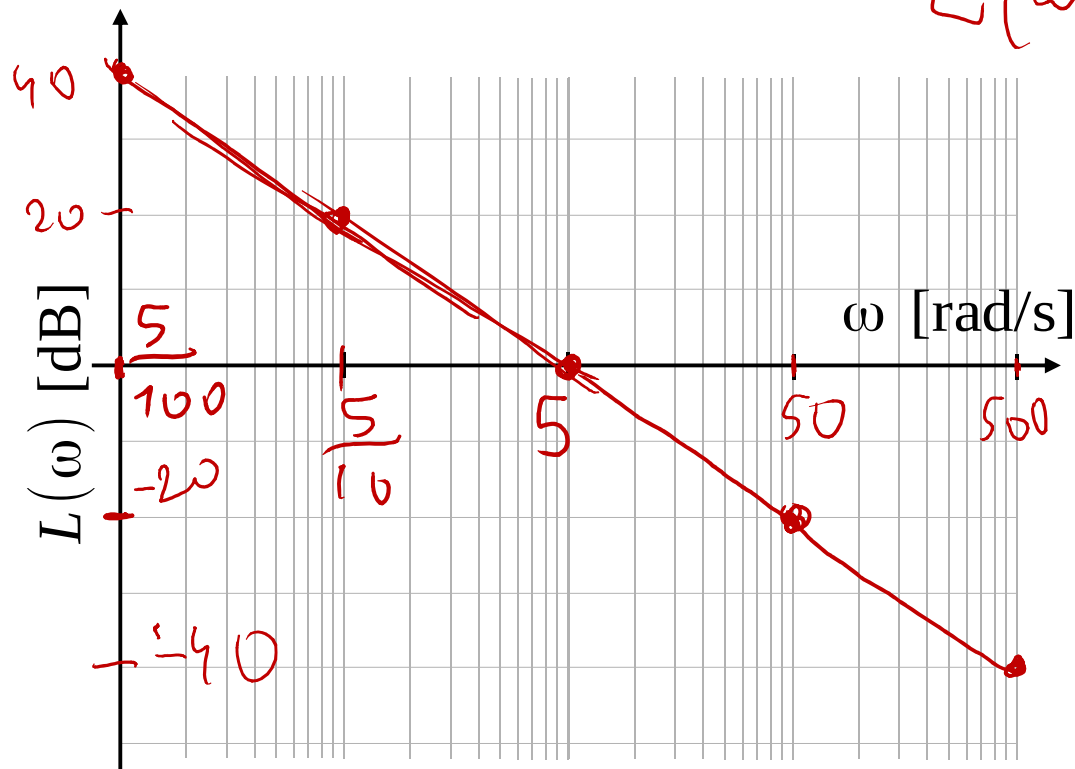
$$L(\omega = 5) = 20 \log 1 = 0$$

$$L(\omega = 50) = 20 \log \frac{1}{10} = -20$$

$$L(\omega = 500) = 20 \log \frac{1}{100} = -40$$

$$L\left(\omega = \frac{5}{10}\right) = 20 \log 10 = 20$$

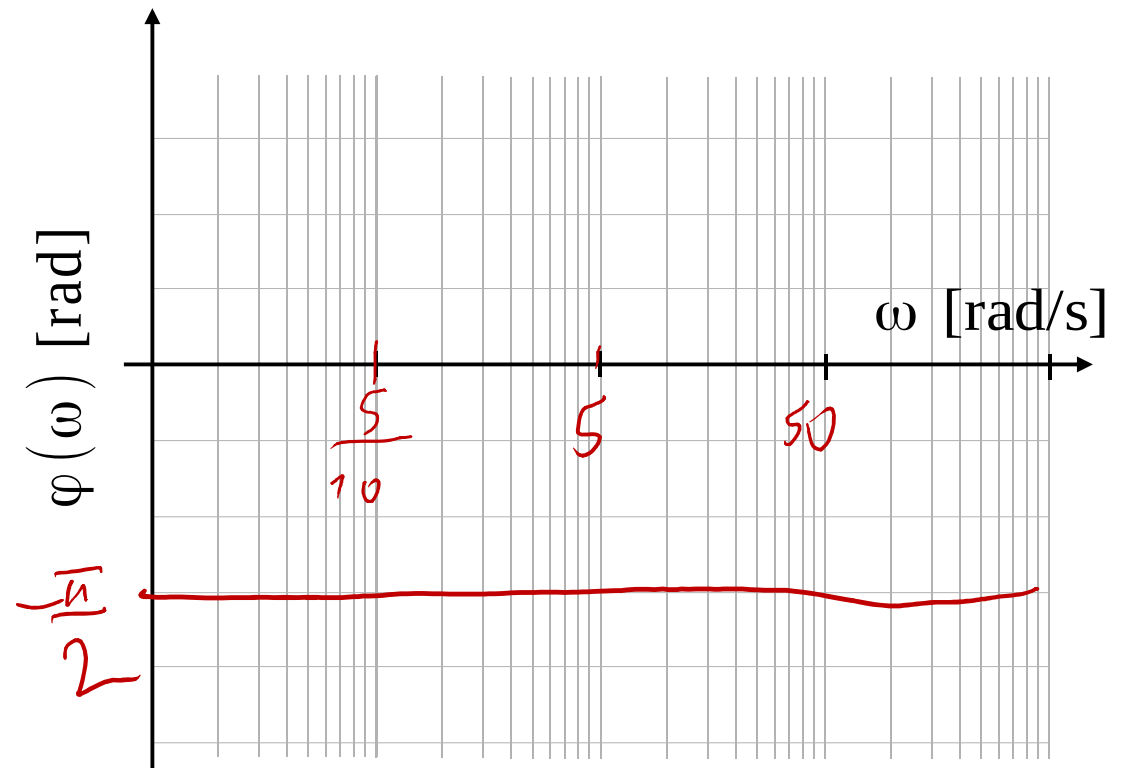
$$L\left(\omega = \frac{5}{100}\right) = 20 \log 100 = 40$$



# Przykład

Obliczyć i naszkicować odpowiedź na wymuszenie skokowe oraz charakterystykę Bodego dla układu o transmitancji  $G(s) = 5/s$ .

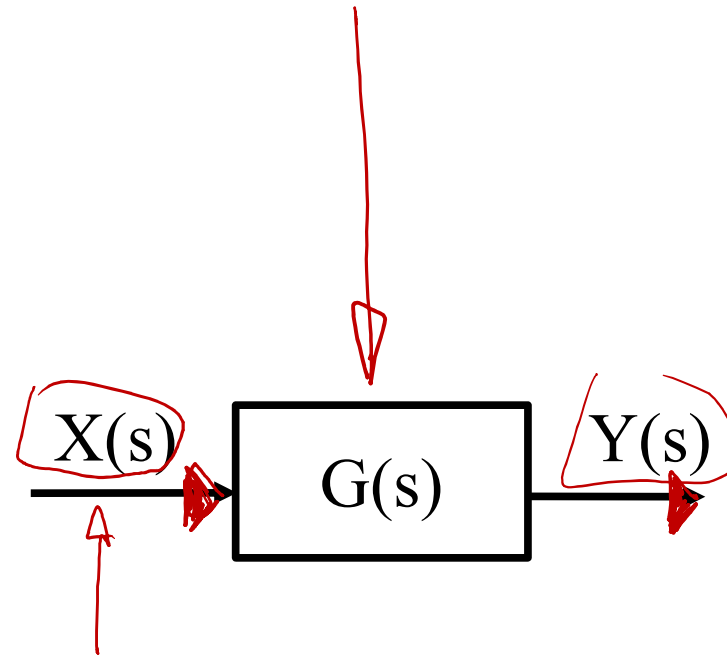
$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$$



# Algebra schematów blokowych

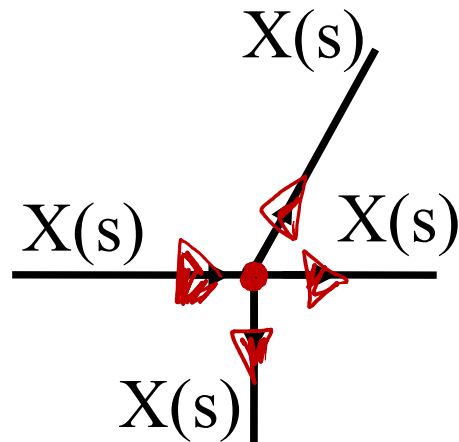
# Algebra schematów blokowych

## transmitancja



# Algebra schematów blokowych

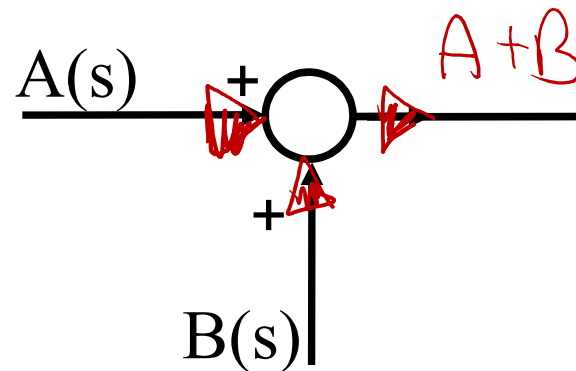
## węzeł informacyjny



Jedno wejście,  
wiele wyjść

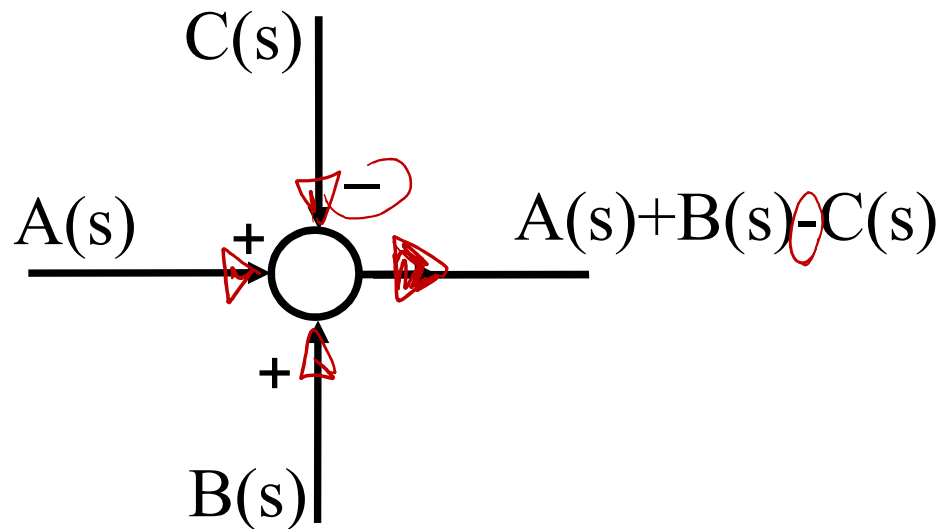
# Algebra schematów blokowych

## węzeł sumacyjny



# Algebra schematów blokowych

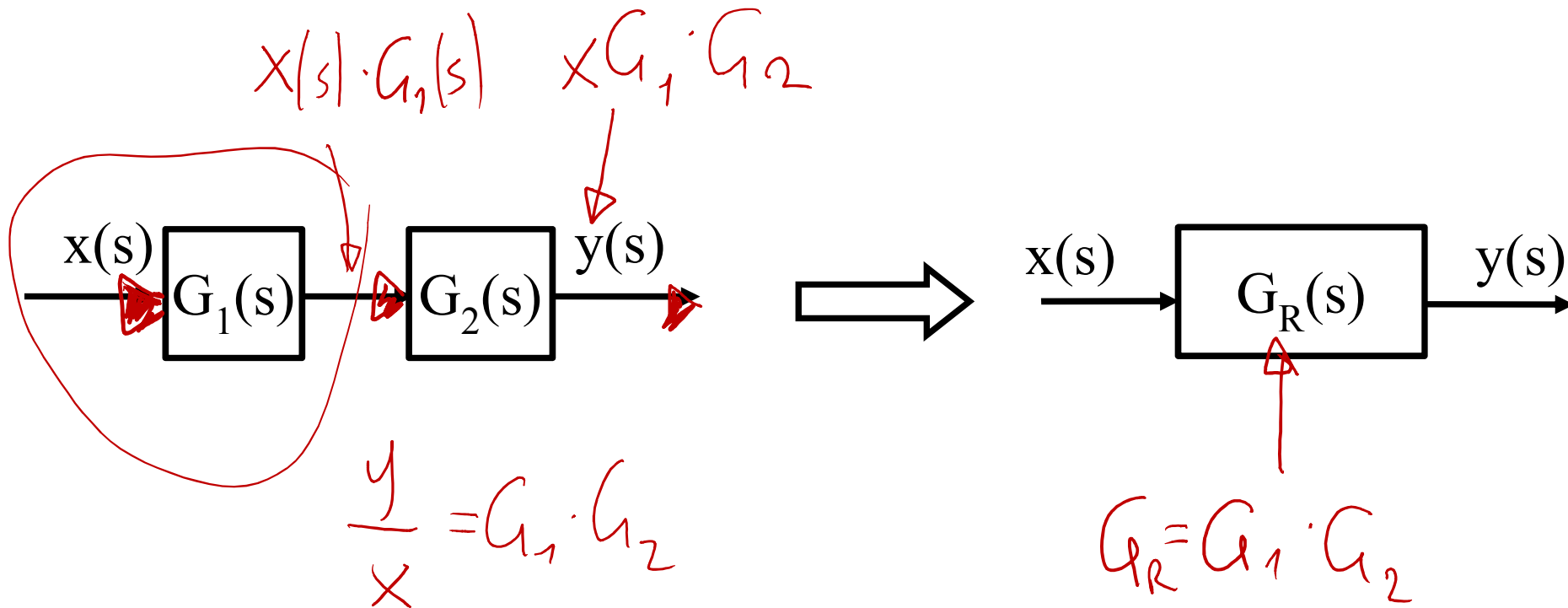
## węzeł sumacyjny



Wiele wejść,  
jedno wyjście

# Algebra schematów blokowych

## połączenie szeregowe



# Algebra schematów blokowych

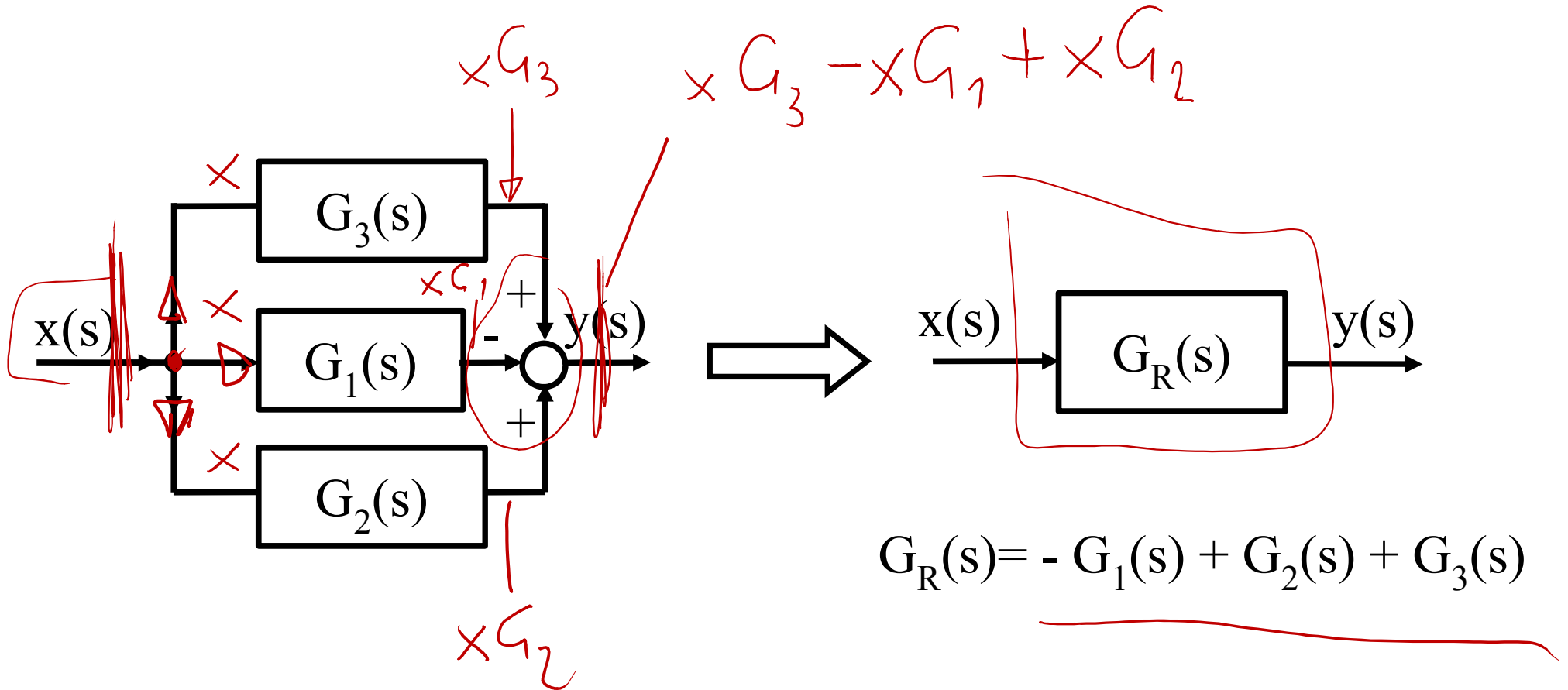
## połączenie szeregowe



$$G_R(s) = G_1(s) G_2(s)$$

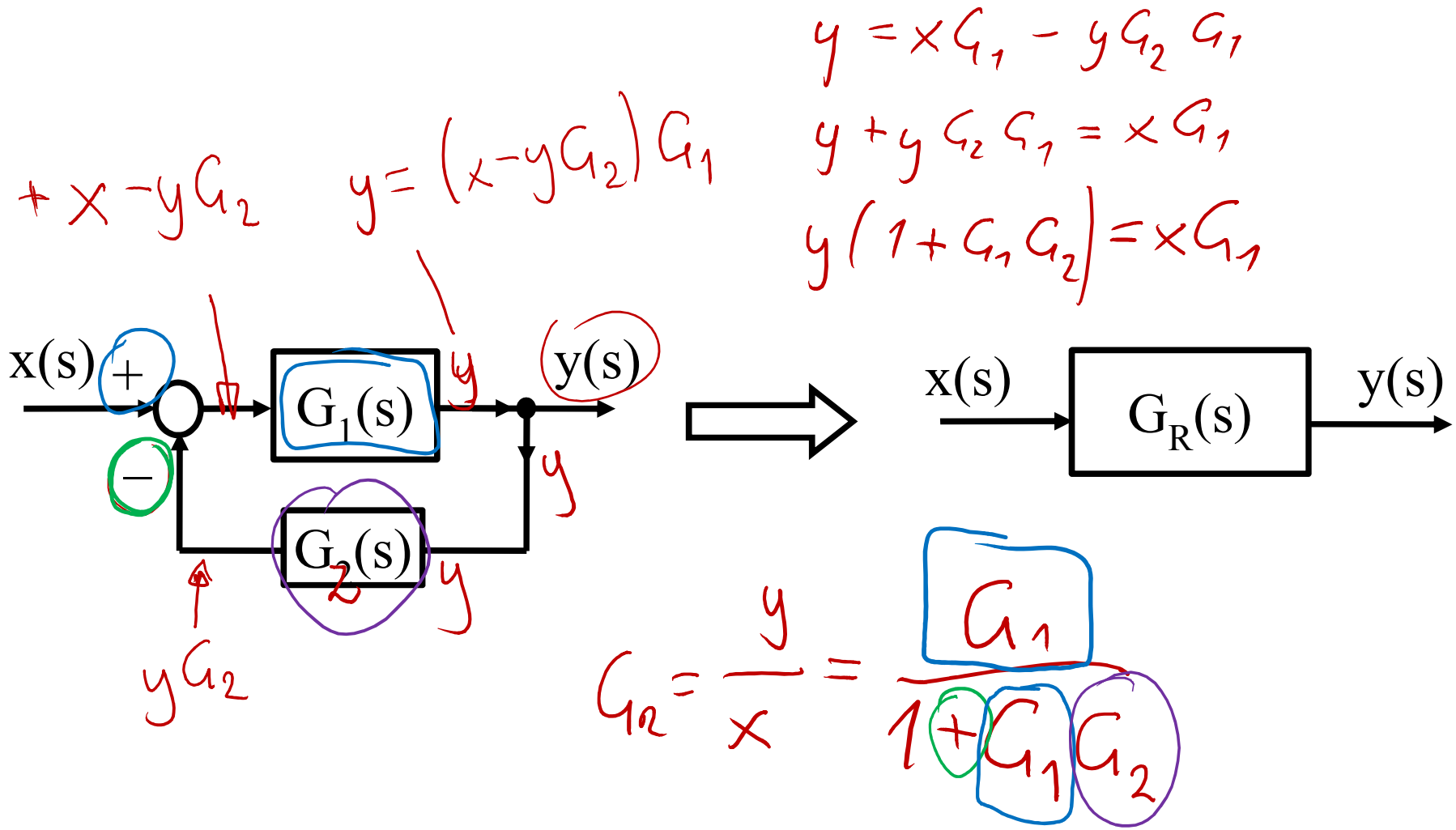
# Algebra schematów blokowych

## połączenie równoległe



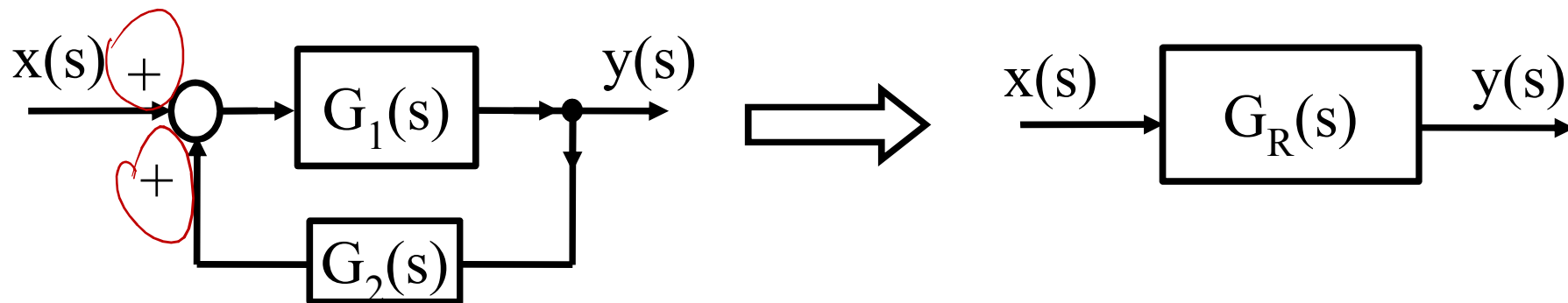
# Algebra schematów blokowych

## połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



# Algebra schematów blokowych

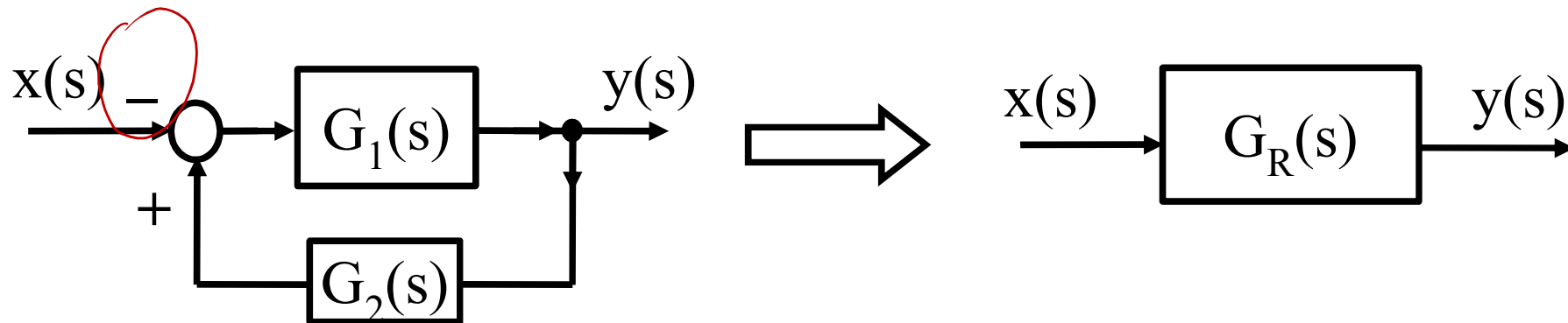
## połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



$$G_R = \frac{G_1}{1 - G_1 G_2}$$

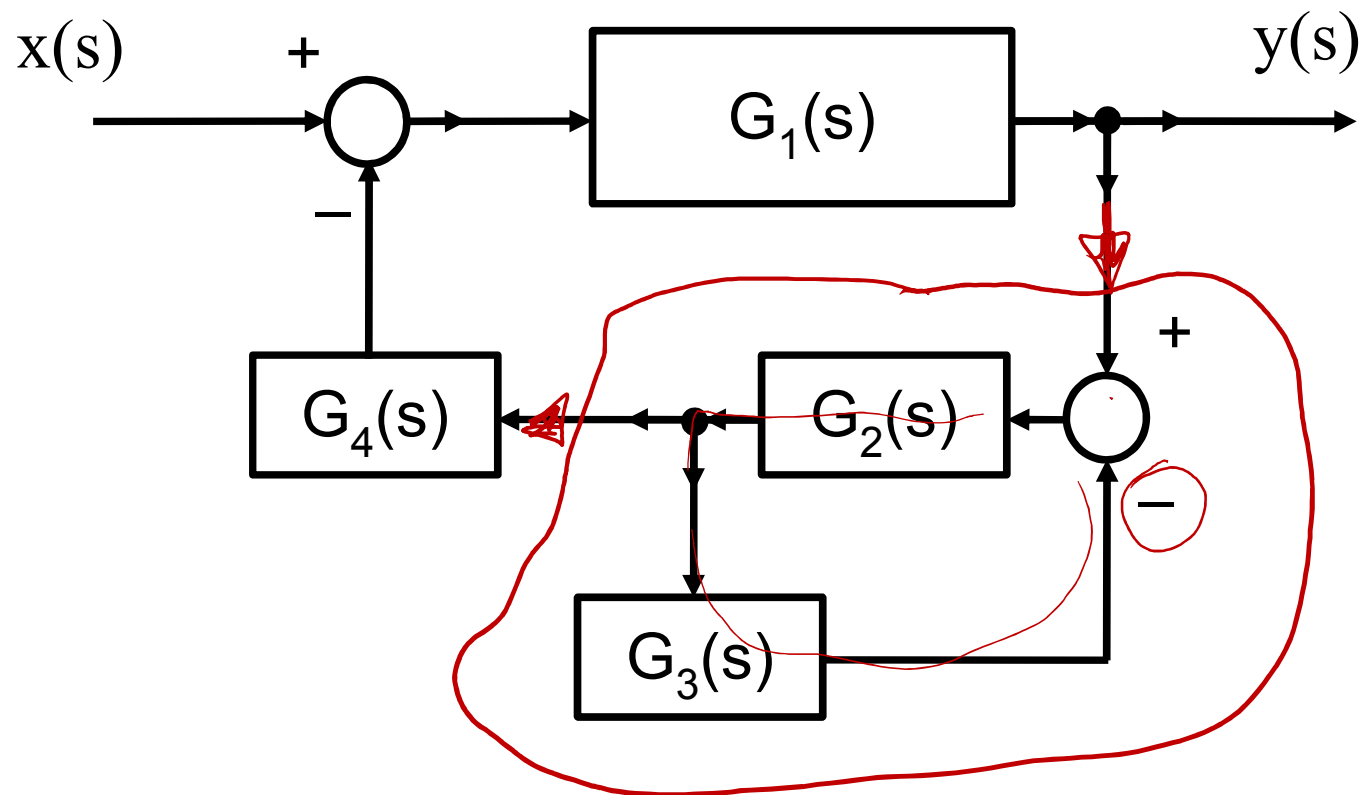
# Algebra schematów blokowych

## połączenie ze sprzężeniem zwrotnym



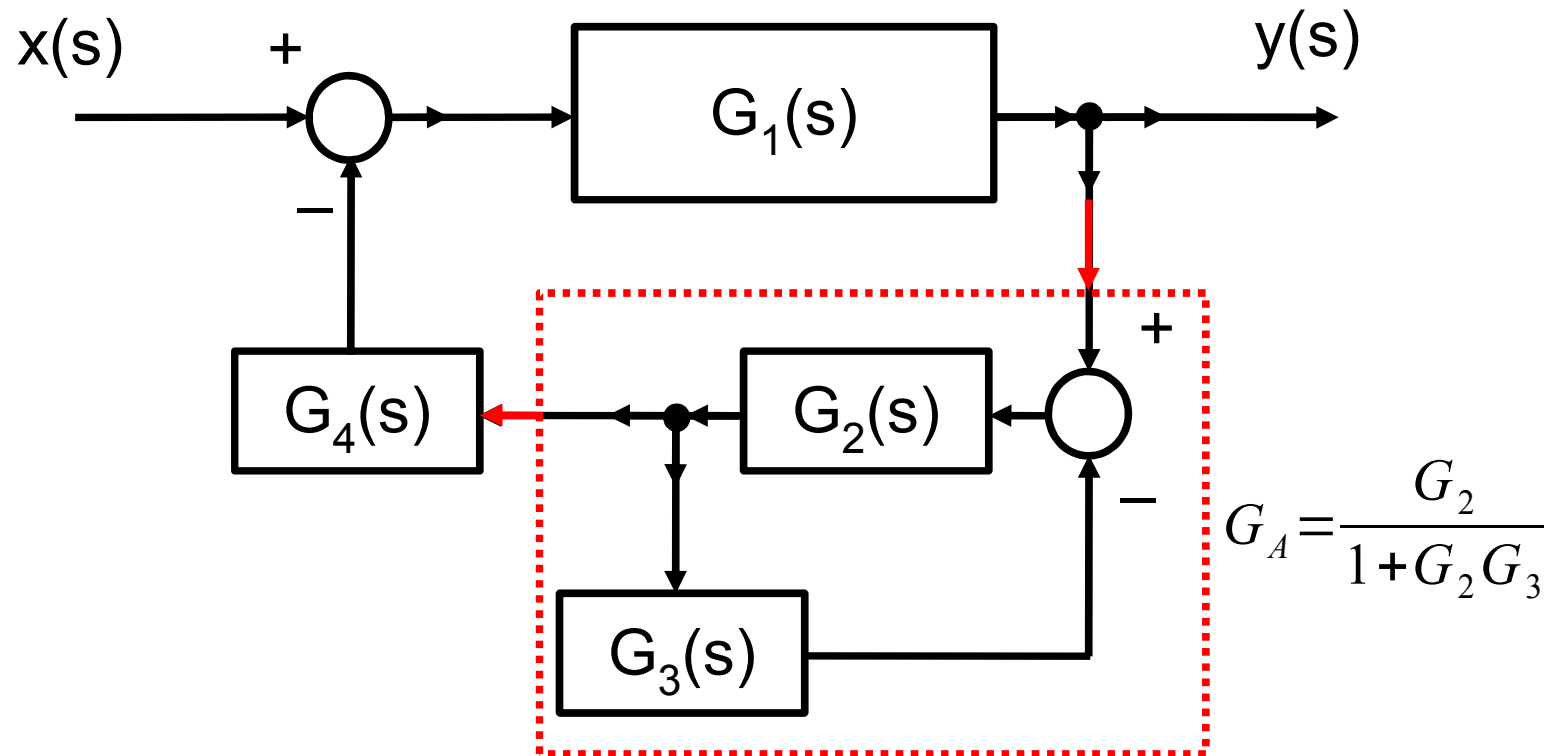
$$G_R = \frac{-G_1}{1 - G_1 G_2}$$

# Przykład 1



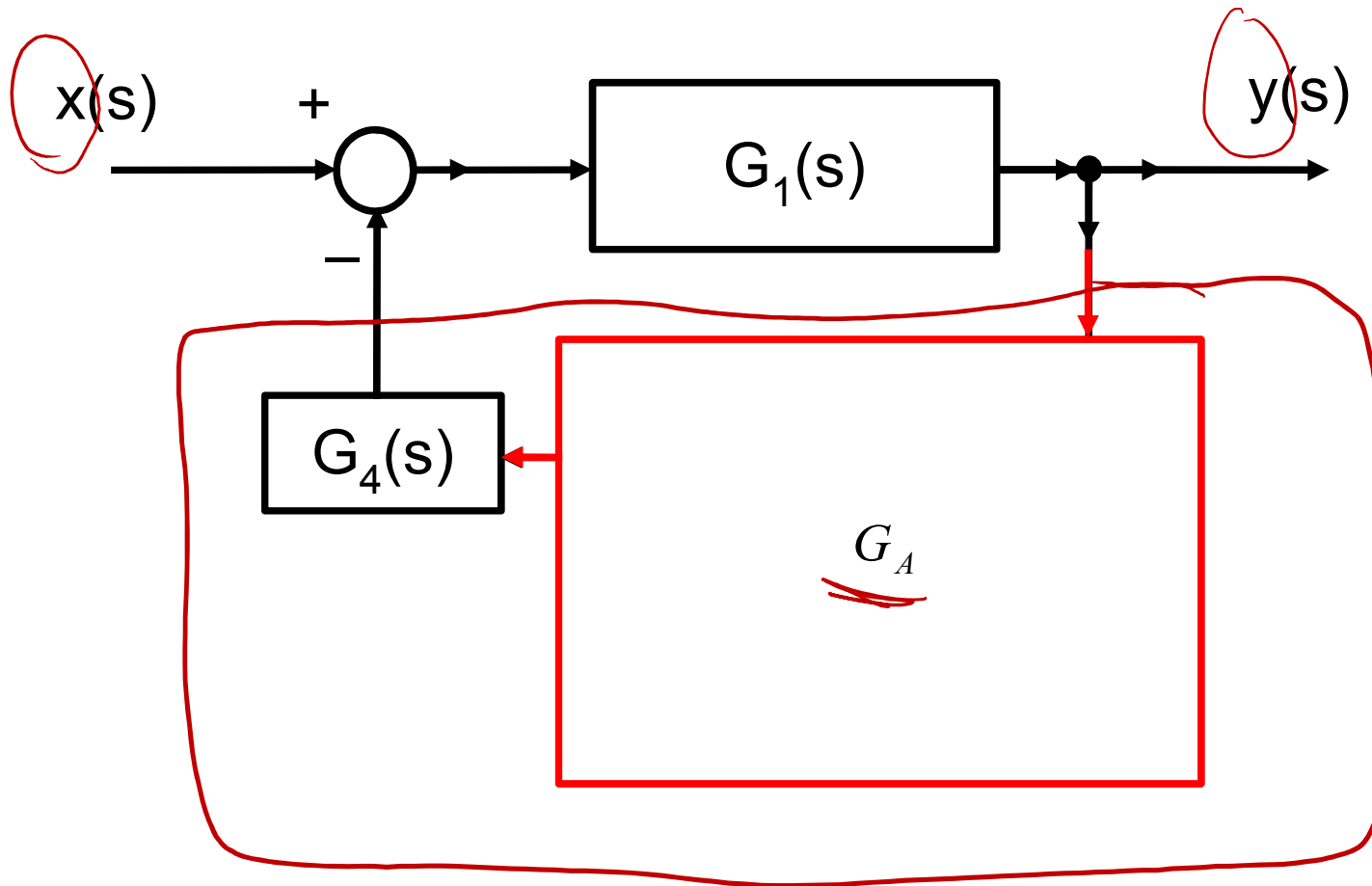
$$\frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

# Przykład 1



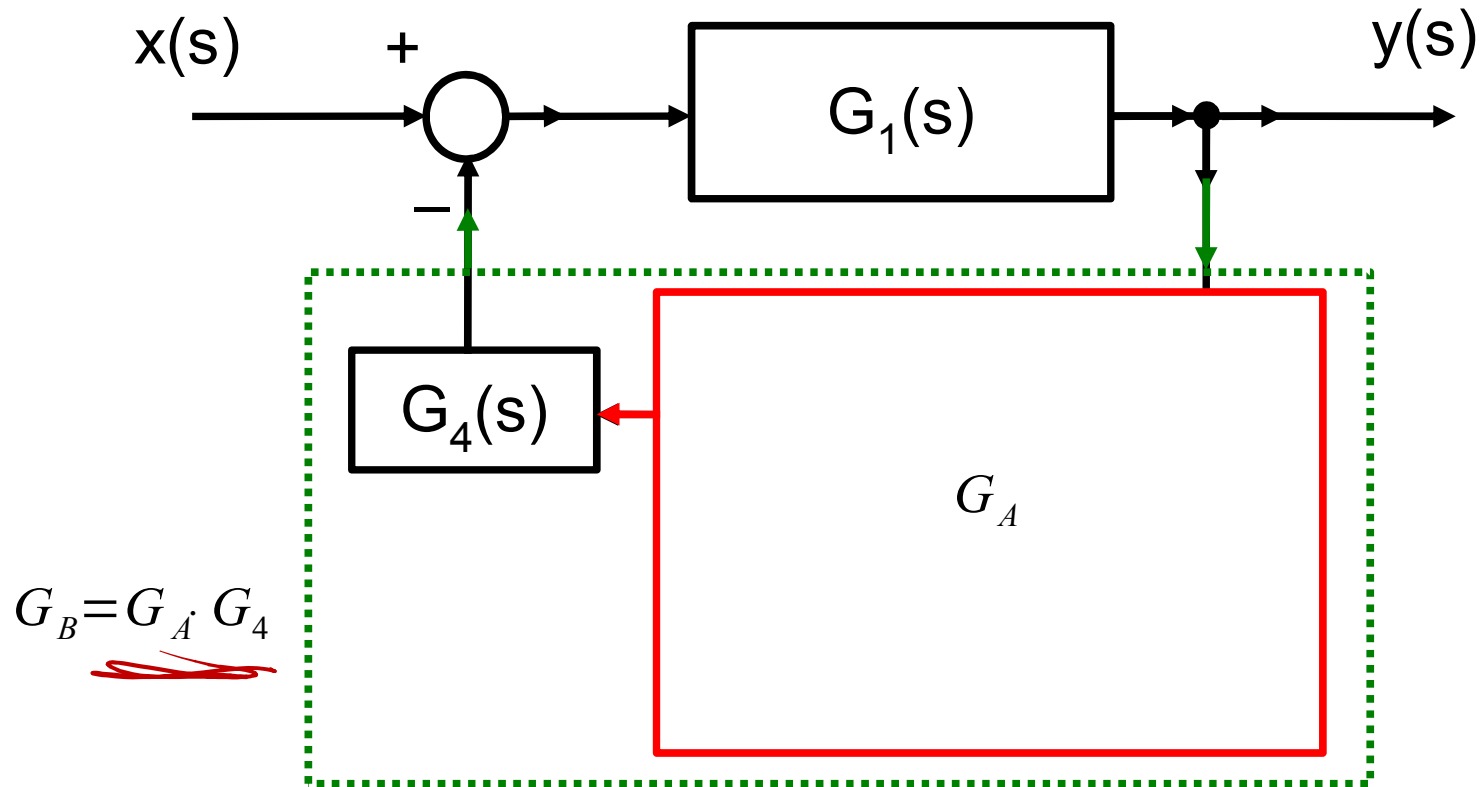
# Przykład 1

$$\underline{G_A} = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



# Przykład 1

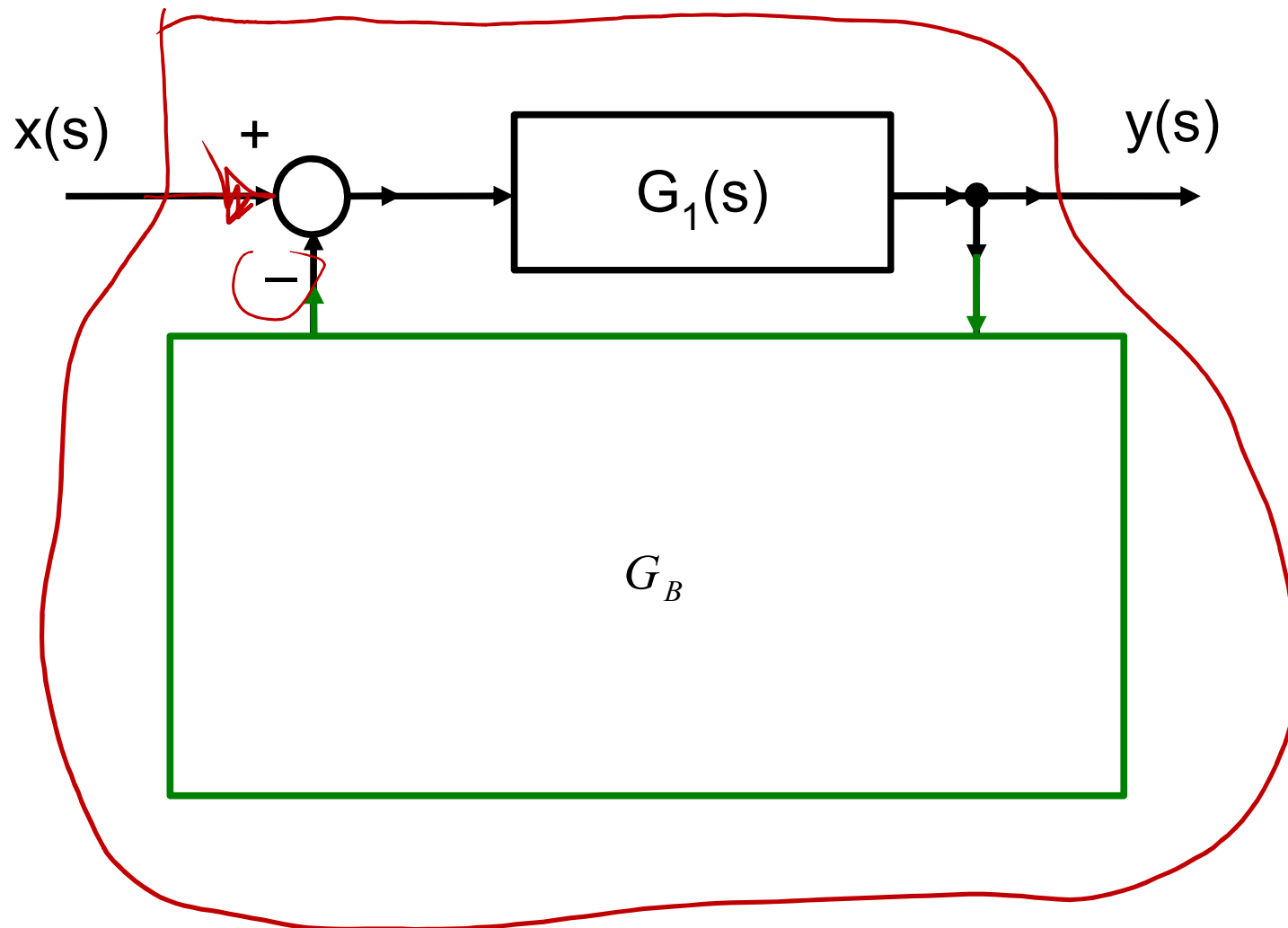
$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$



# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A G_4$$



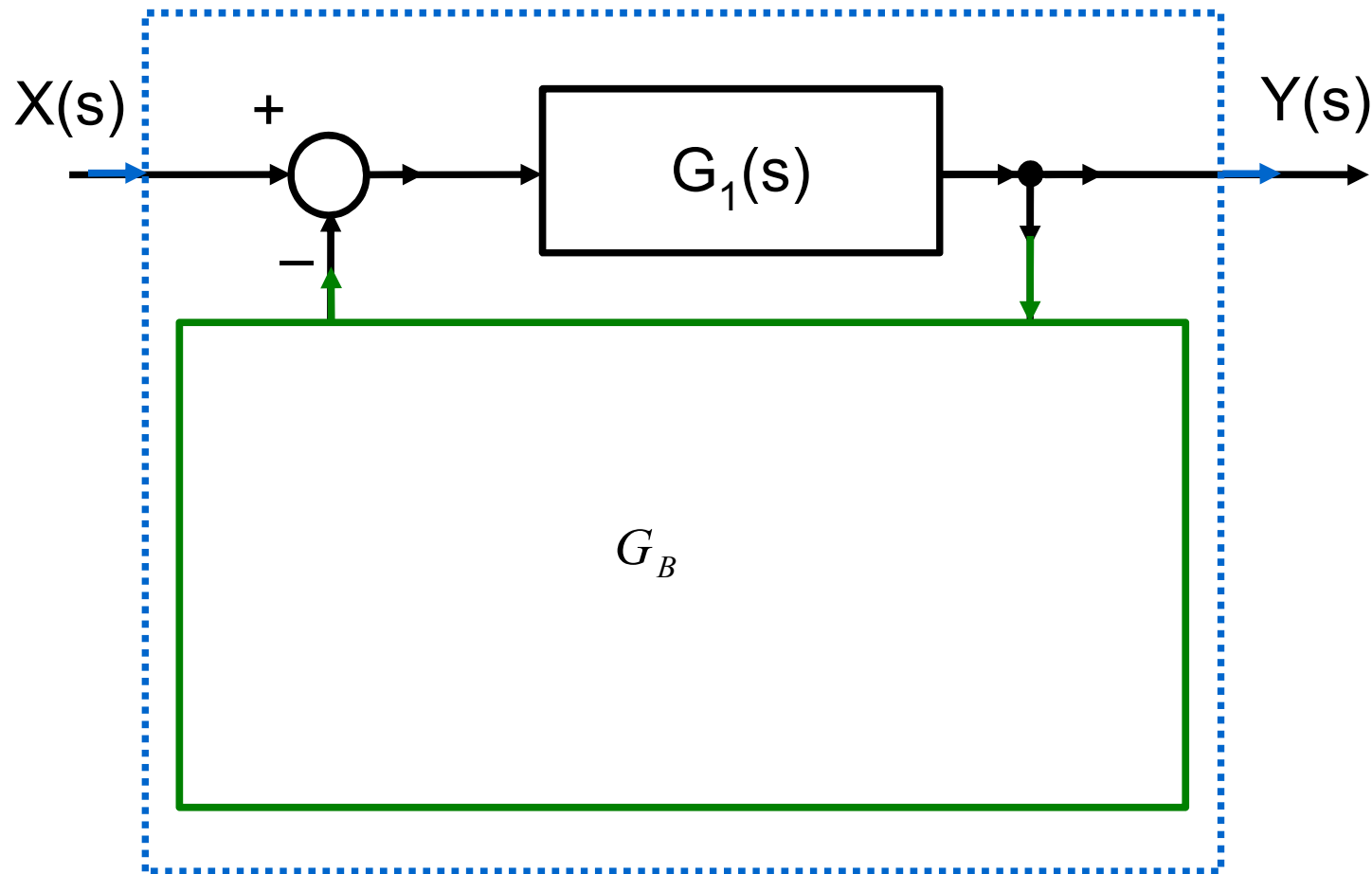
$$\frac{G_1}{1 + G_1 G_B}$$

# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

$$G_B = G_A G_4$$

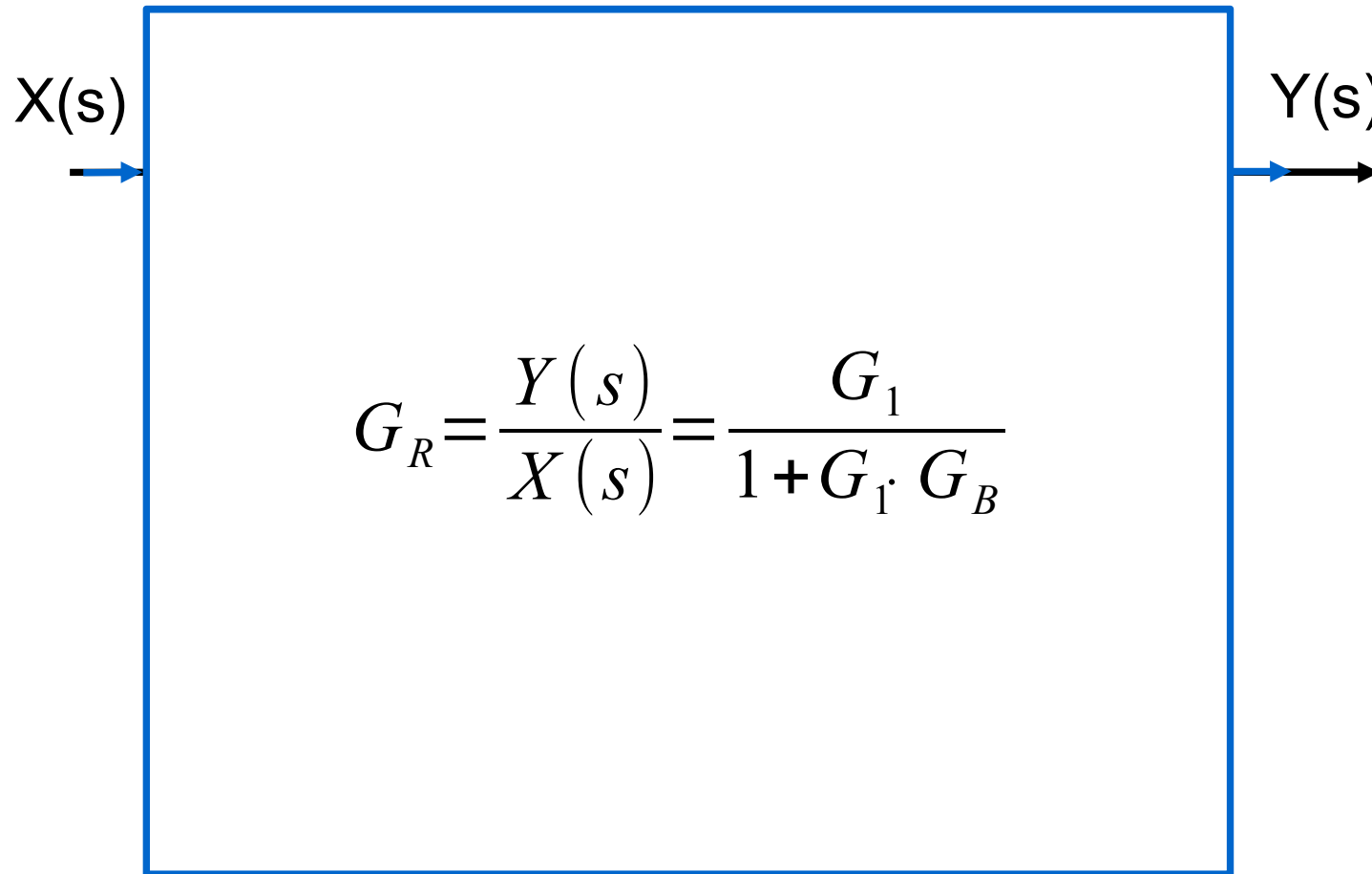
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{G_1}{1 + G_1 G_B}$$



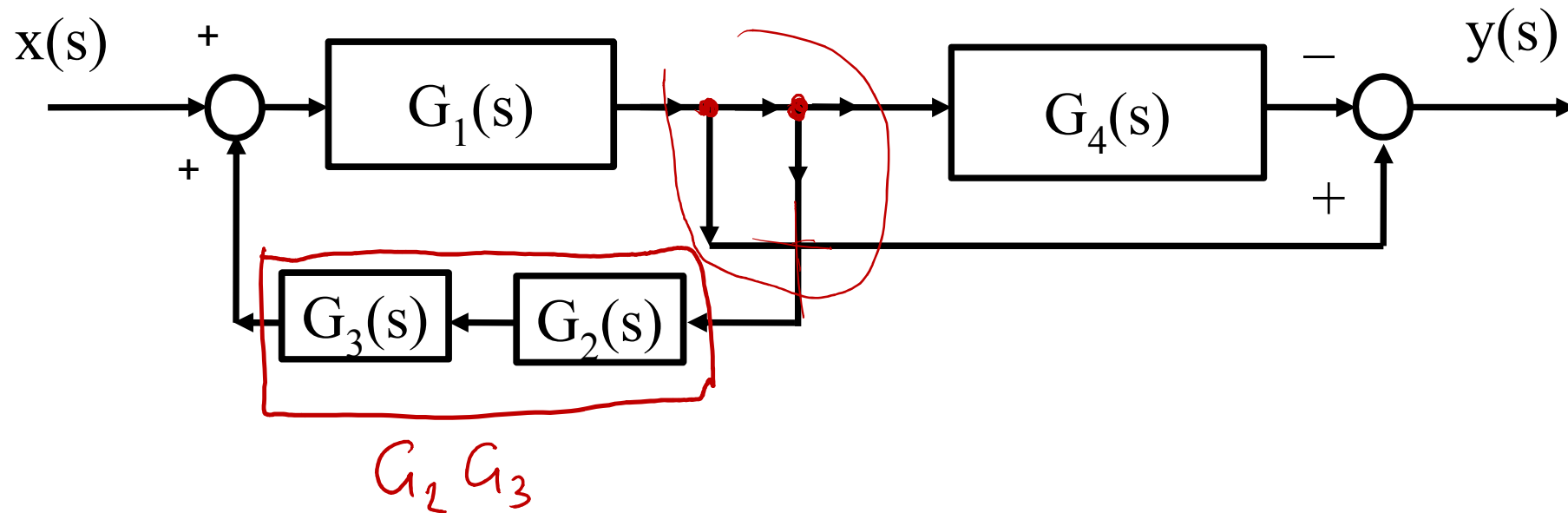
# Przykład 1

$$G_A = \frac{G_2}{1 + G_2 G_3}$$

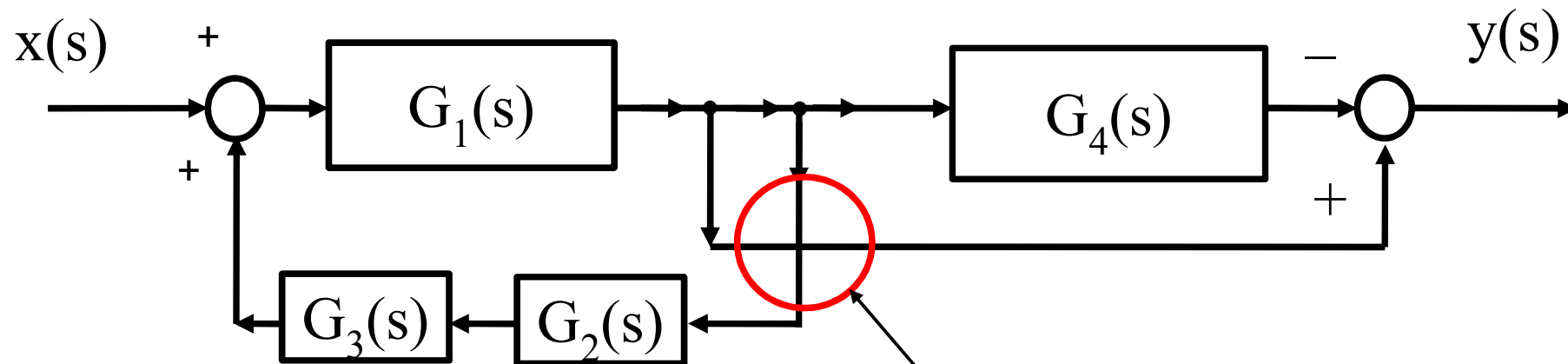
$$G_B = G_A \cdot G_4$$



# Przykład 2



## Przykład 2

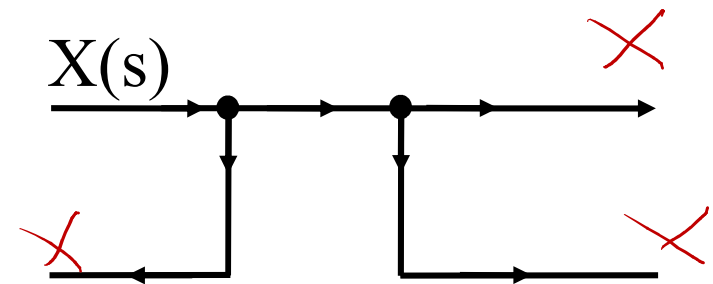
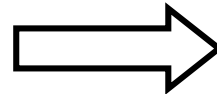
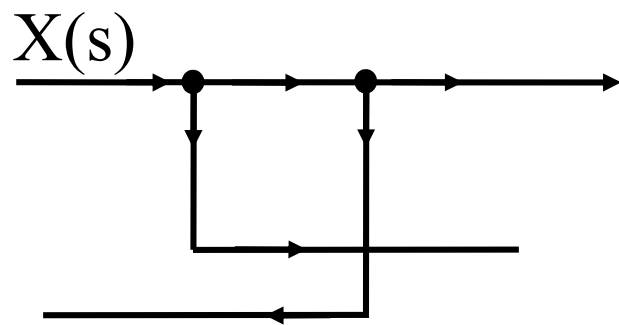


*problem krzyżujących się linii  
(ale nie połączonych)*

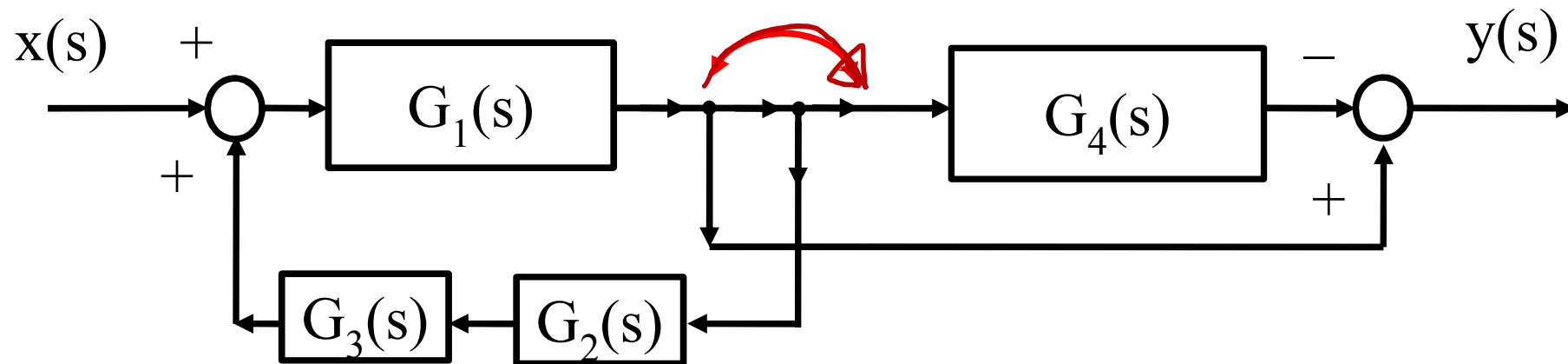


# Algebra schematów blokowych

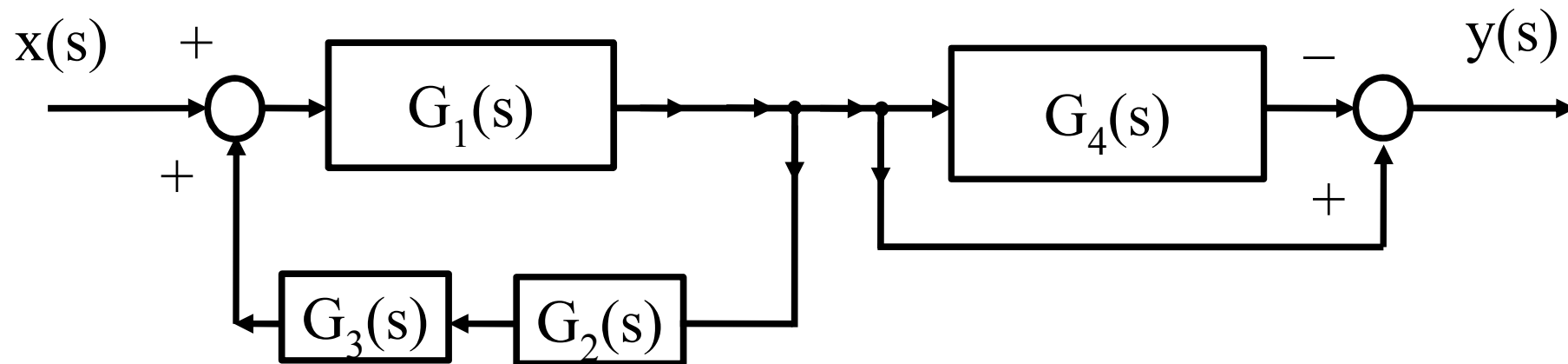
## zmiana kolejności węzłów informacyjnych



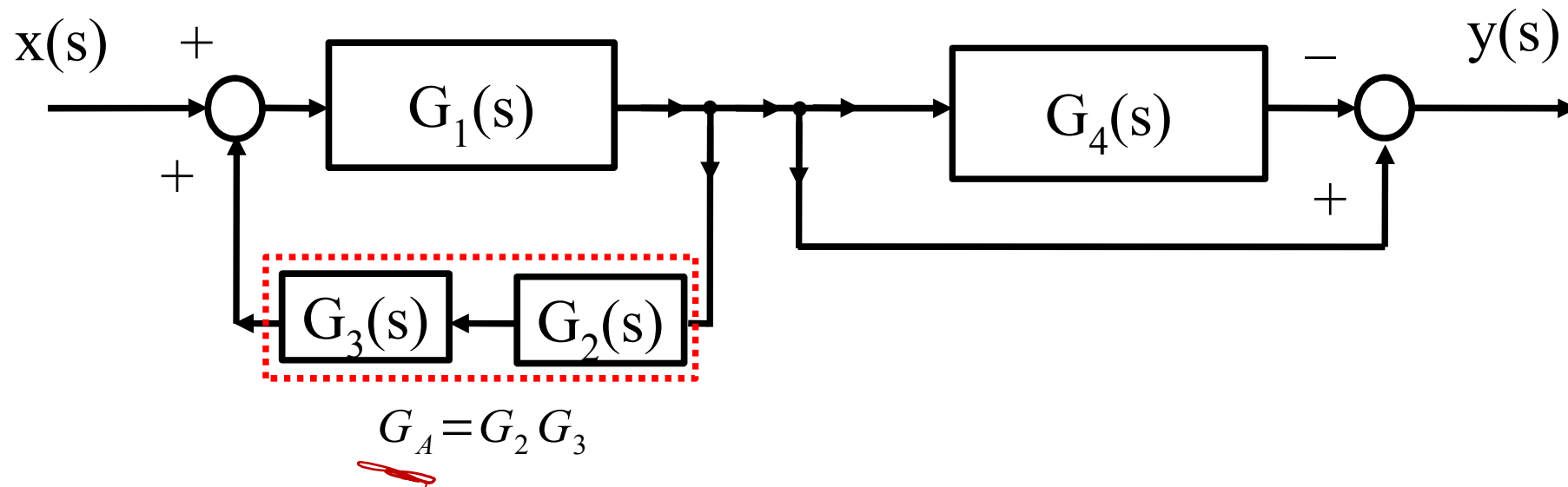
# Przykład 2



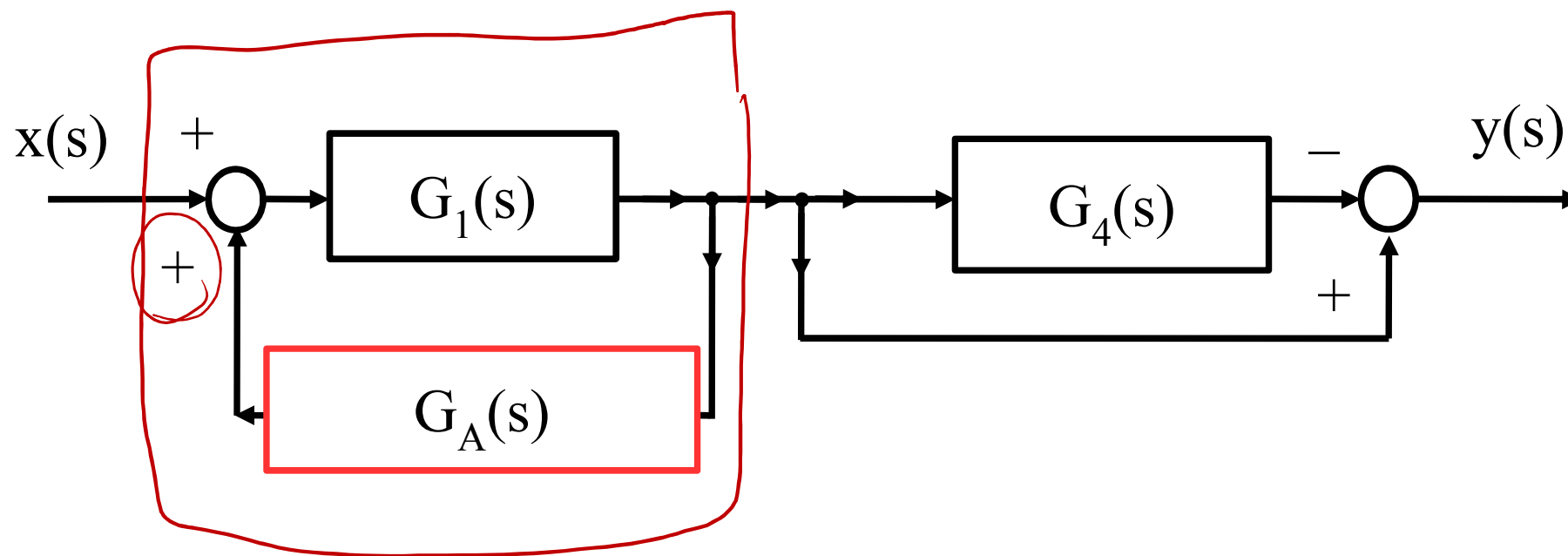
# Przykład 2



# Przykład 2

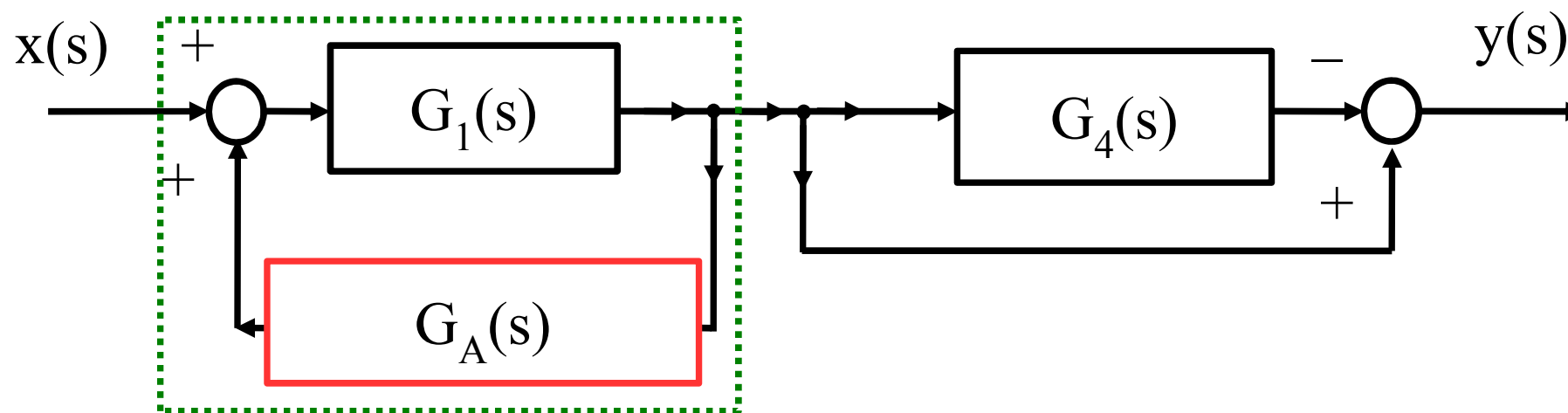


## Przykład 2



$$\frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

## Przykład 2



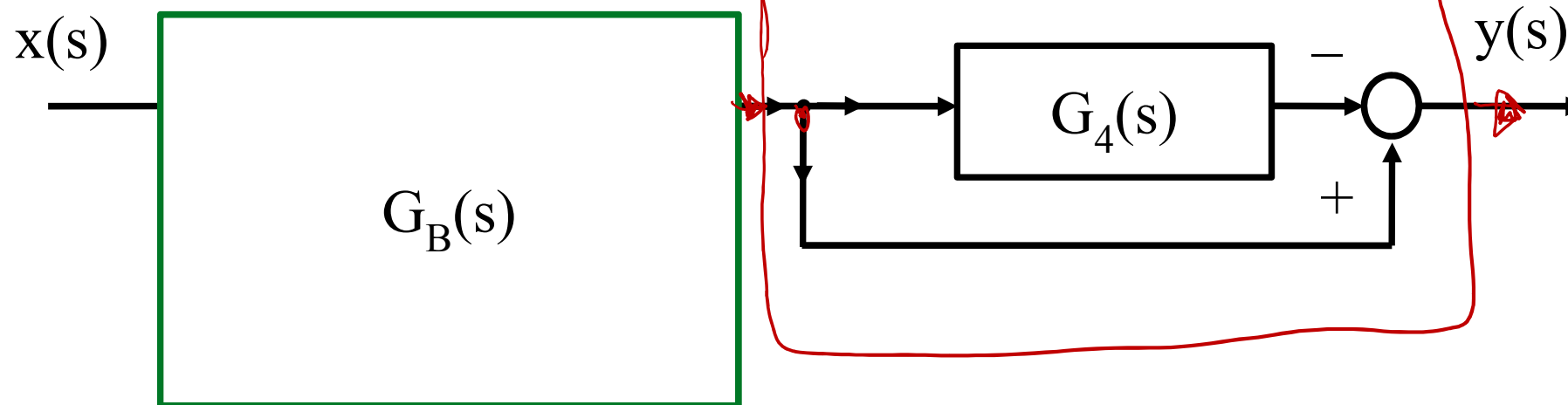
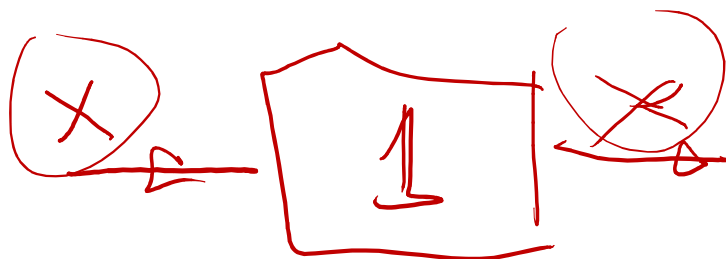
$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

## Przykład 2

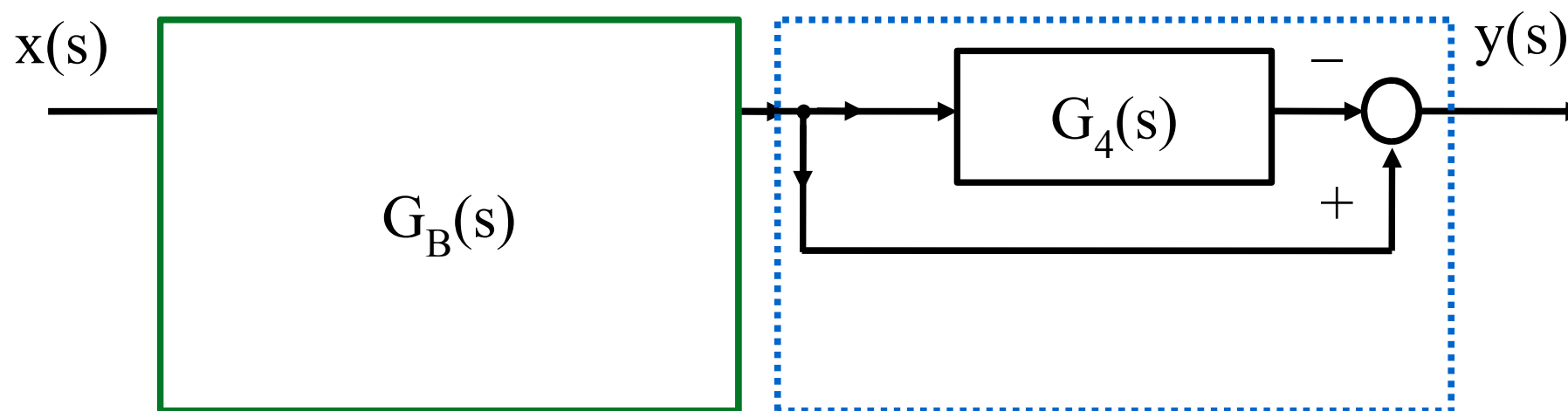
$$G(s) = \frac{\cancel{X}}{\cancel{X}} = 1$$



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

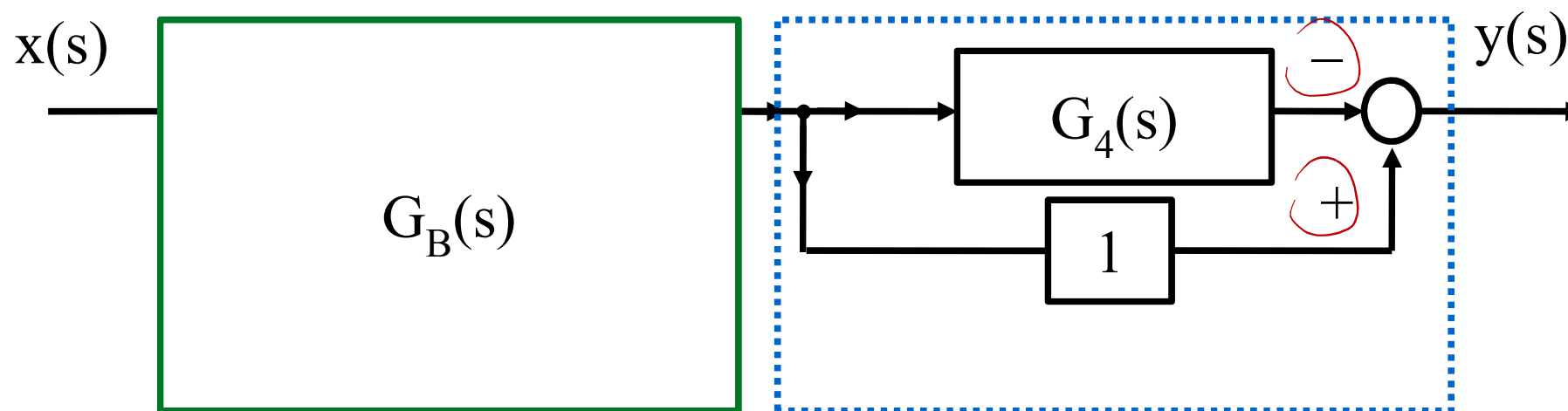
## Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

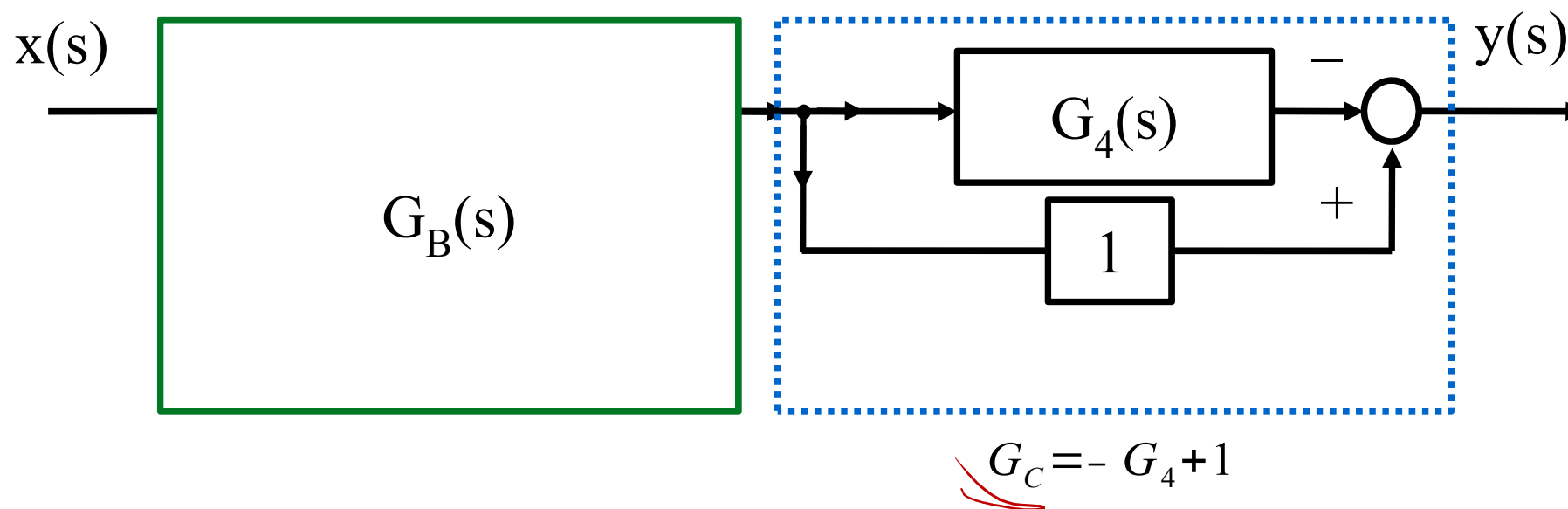
## Przykład 2



$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

## Przykład 2

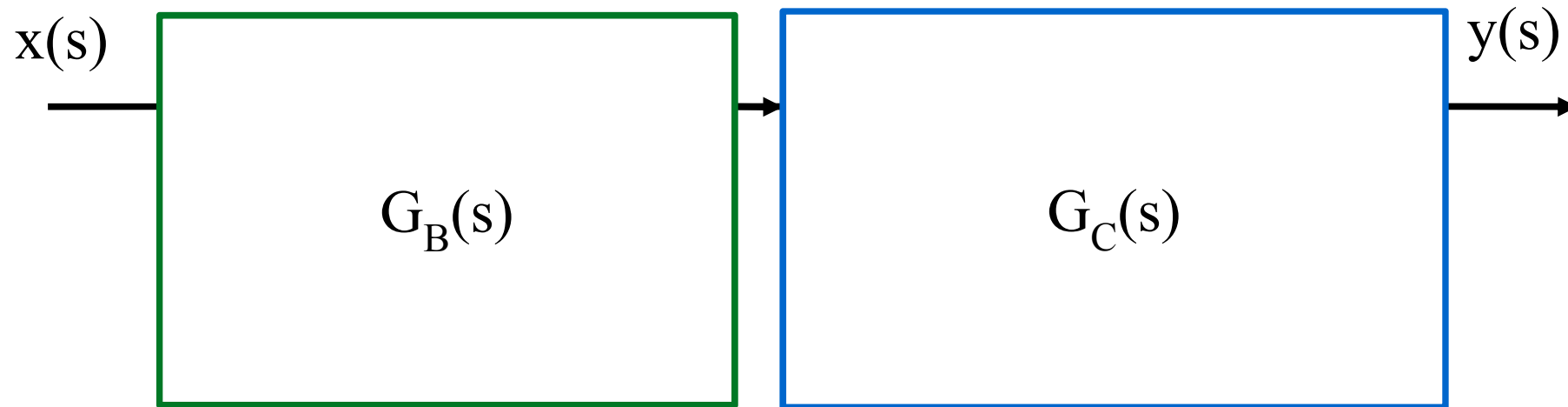


## Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$

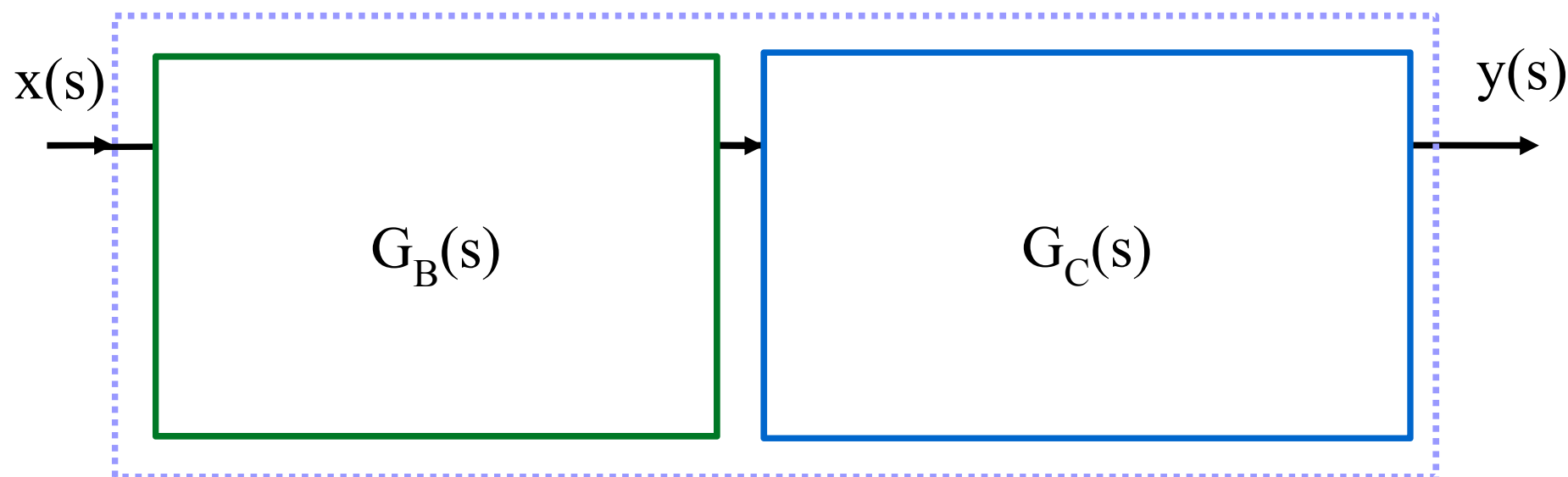


$$G_A = G_2 G_3$$

$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$

## Przykład 2



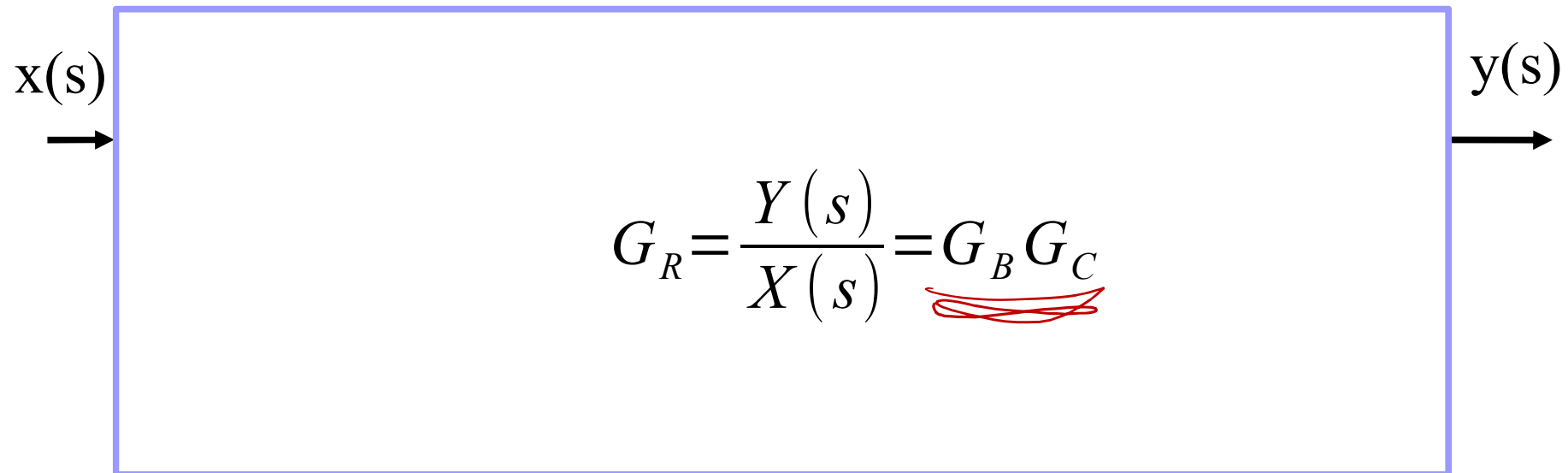
$$G_R = \frac{Y(s)}{X(s)} = G_B G_C$$

## Przykład 2

$$G_A = G_2 G_3$$

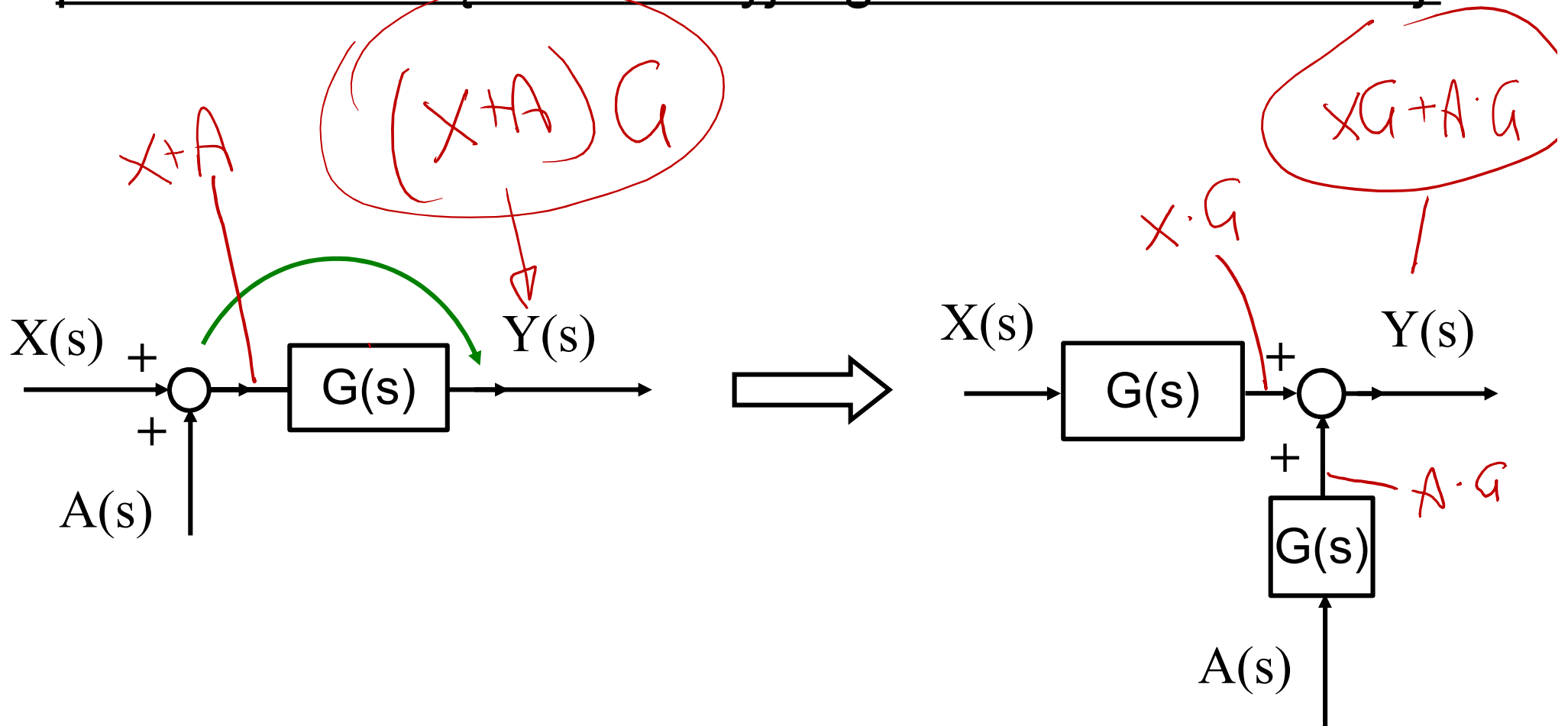
$$G_B = \frac{G_1}{1 - G_1 G_A}$$

$$G_C = -G_4 + 1$$



# Algebra schematów blokowych

## przeniesienie węzła sumacyjnego za blok transmitancji



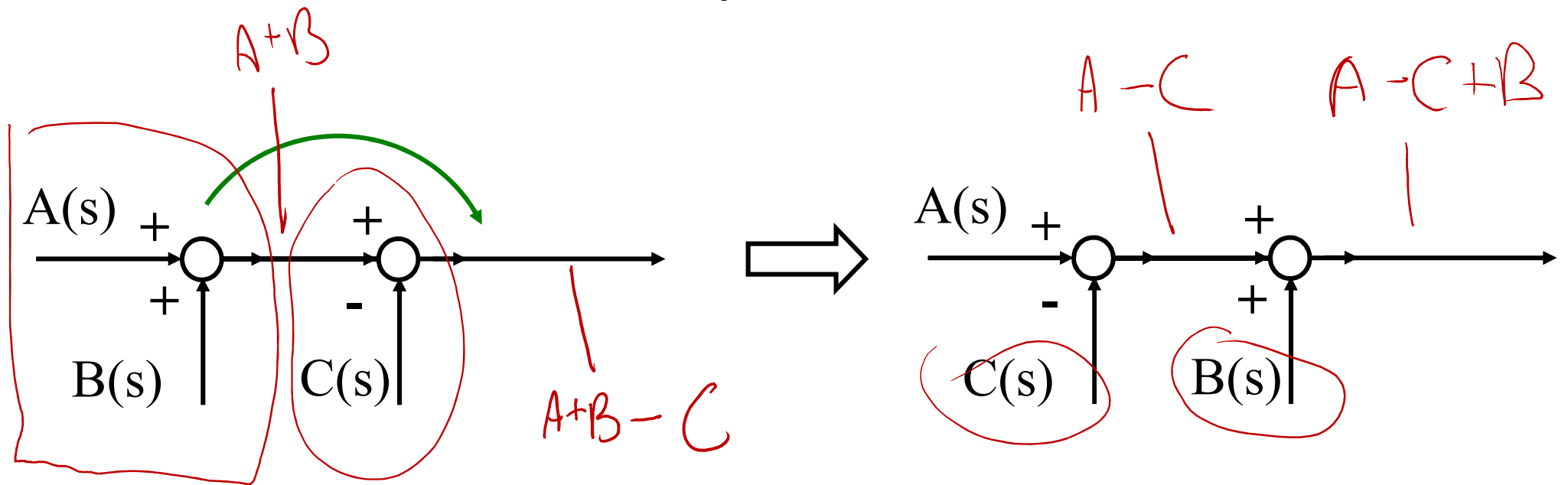
$$Y=(X+A)G$$

$$Y=XG+AG$$

# Algebra schematów blokowych

## zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

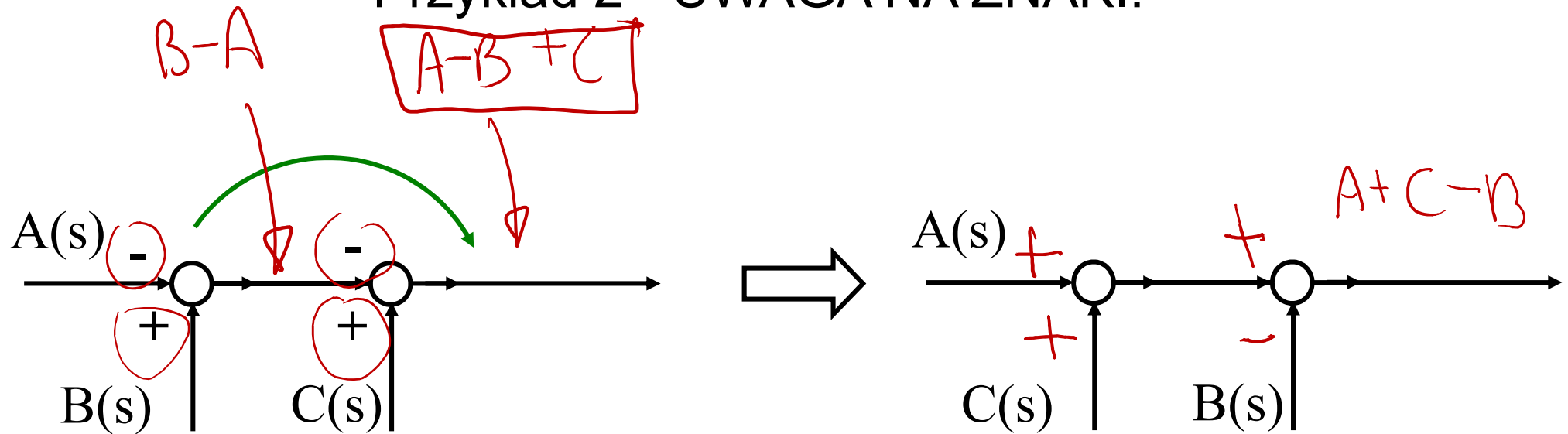
### Przykład 1



# Algebra schematów blokowych

## zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

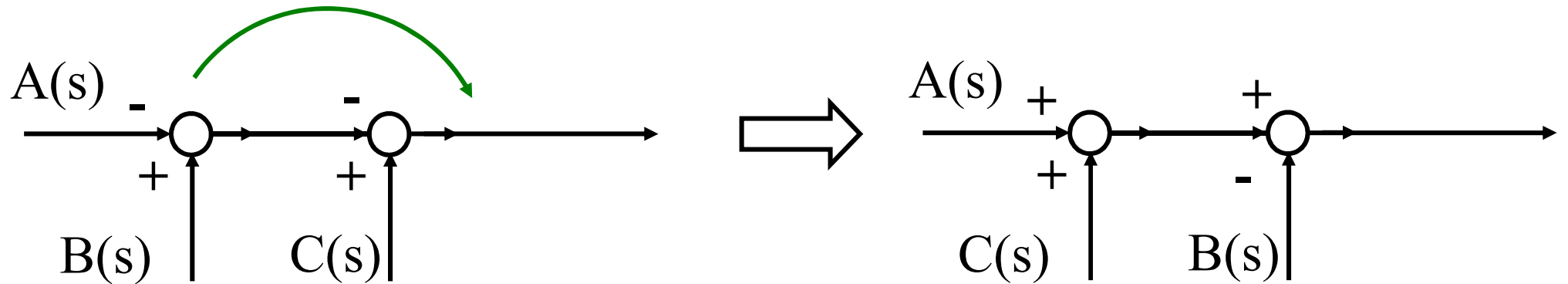
Przykład 2 - UWAGA NA ZNAKI!



# Algebra schematów blokowych

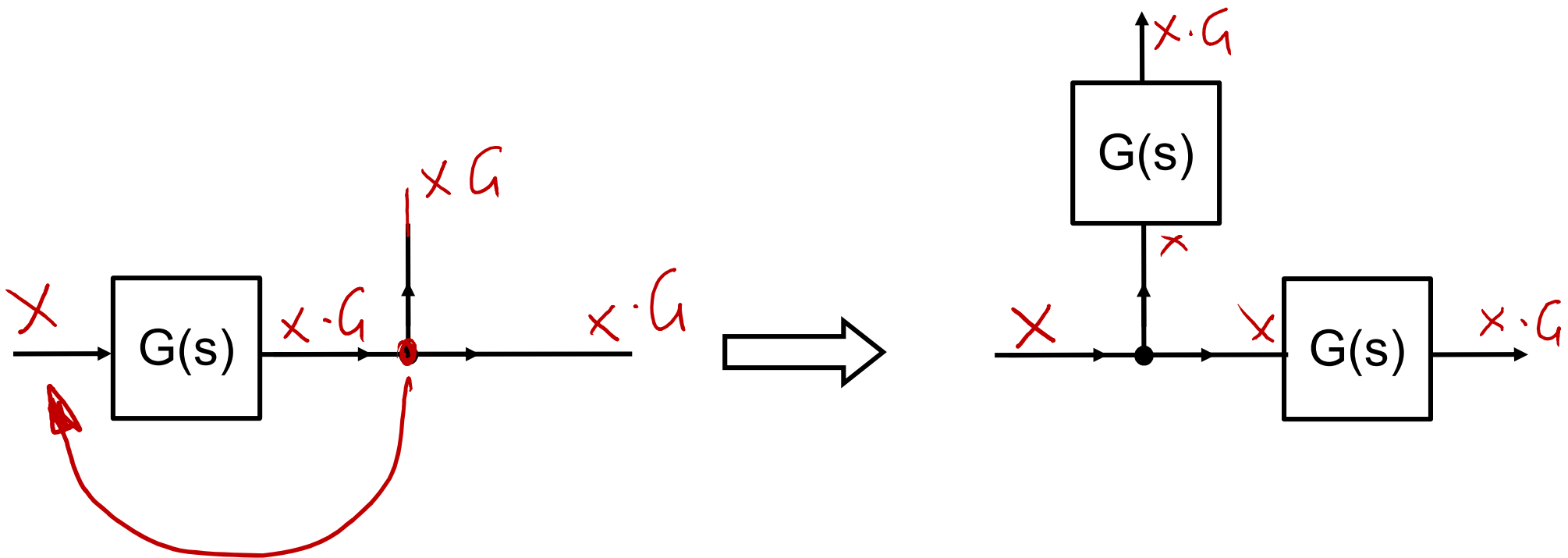
## zmiana kolejności węzłów sumacyjnych

Przykład 2 - UWAGA NA ZNAKI!

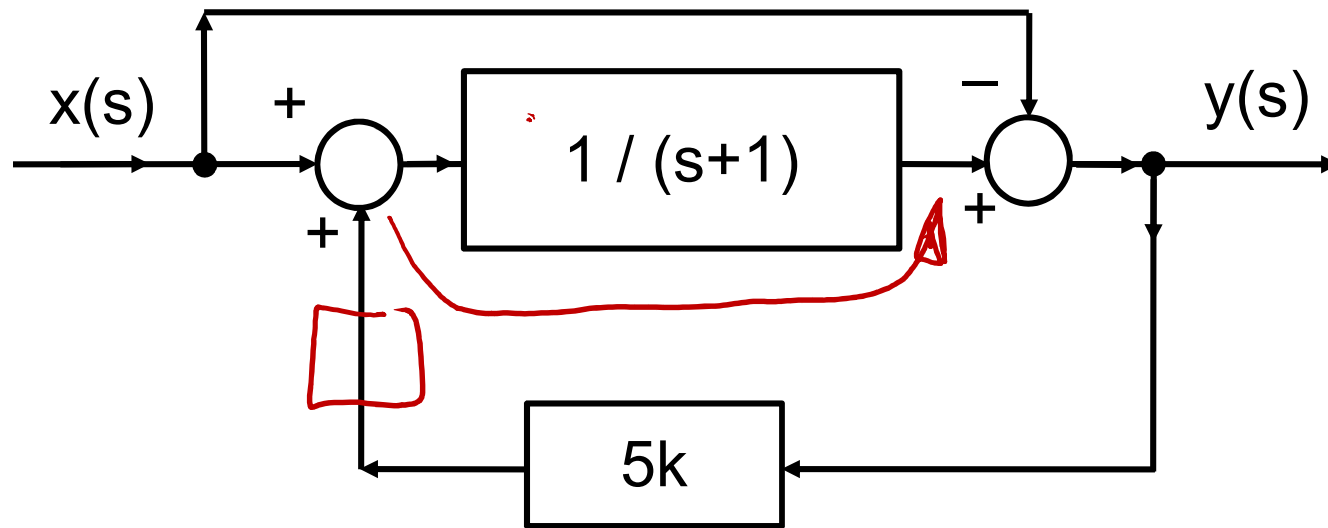


# Algebra schematów blokowych

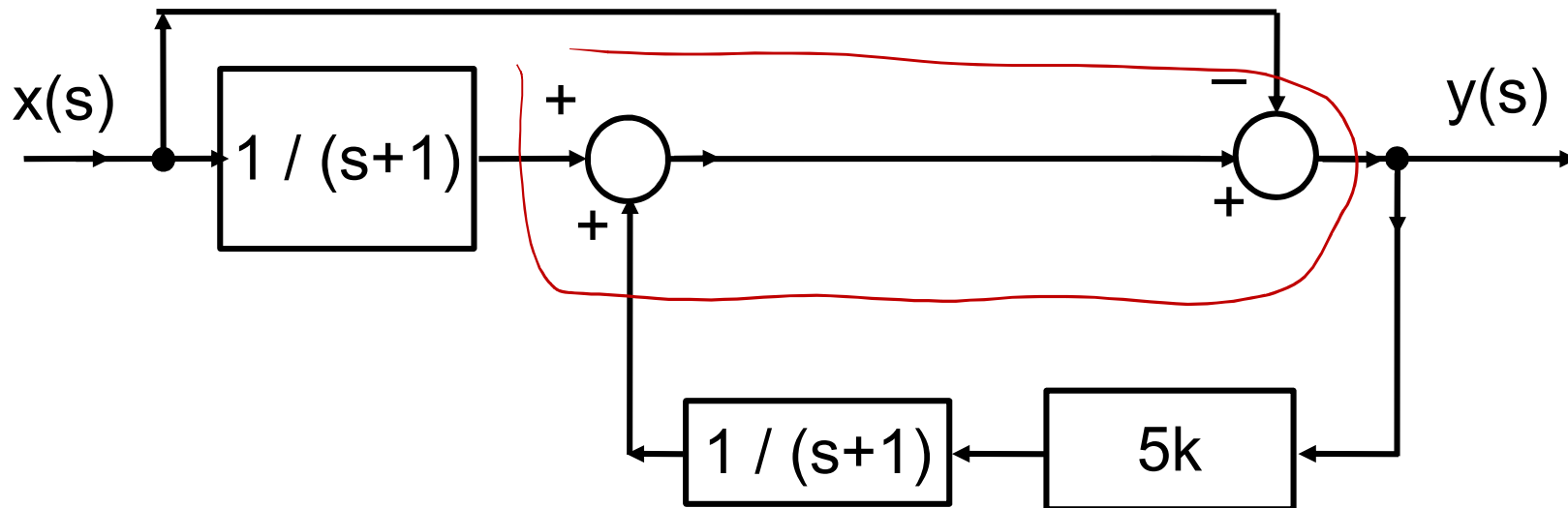
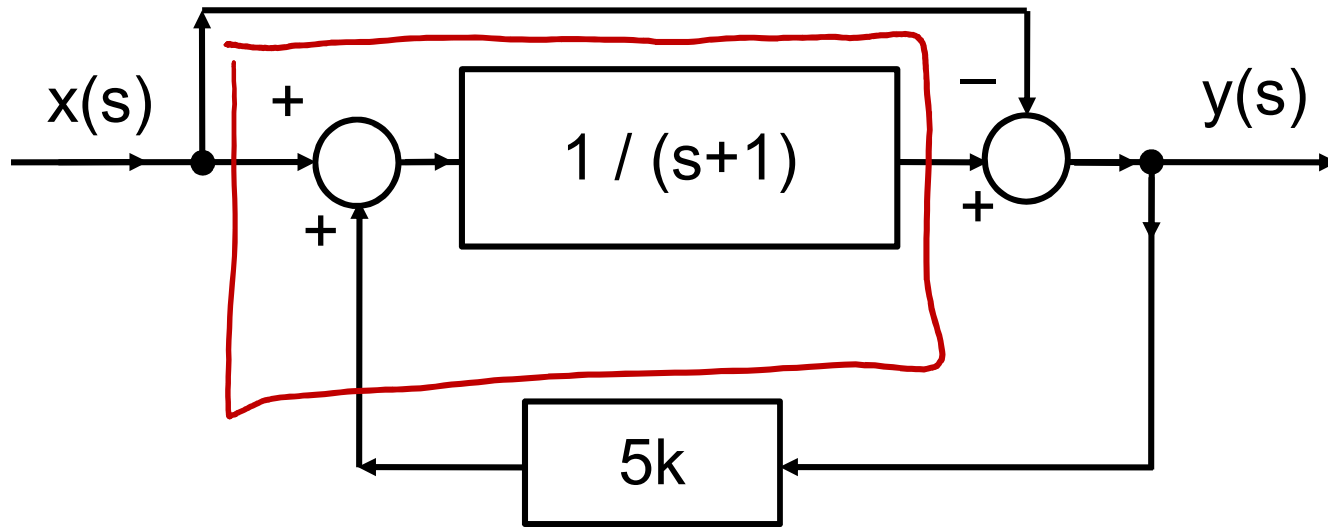
## zmiana kolejności bloku transmitancji i węzła informacyjnego



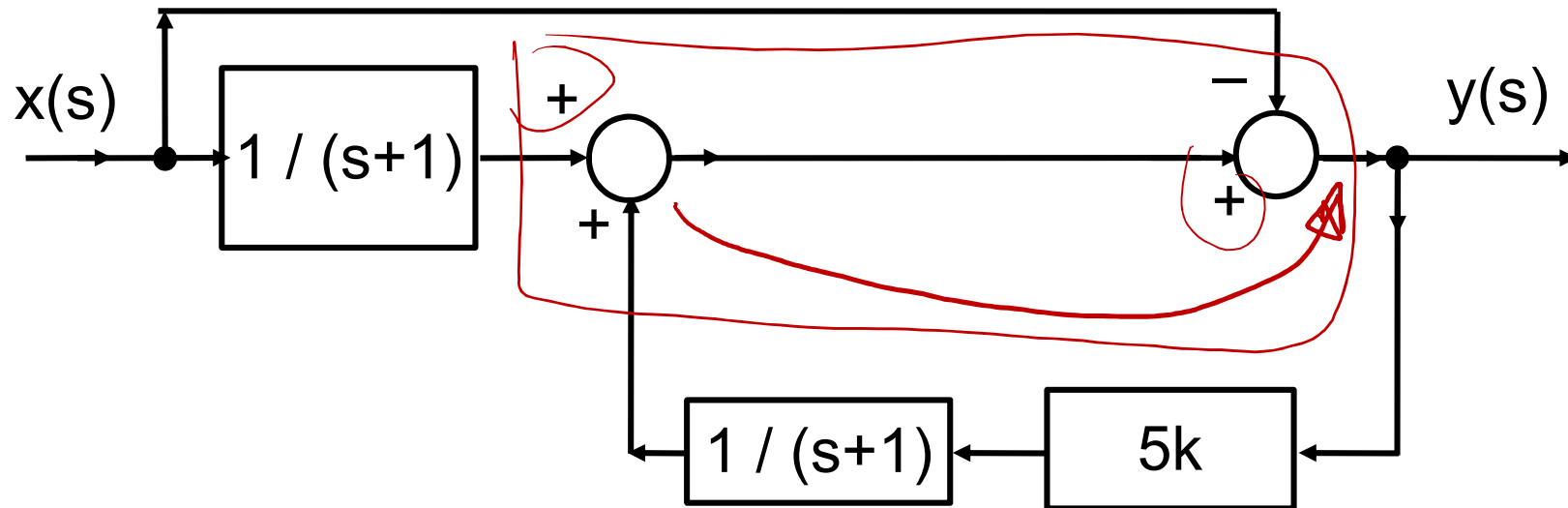
# Przykład 3



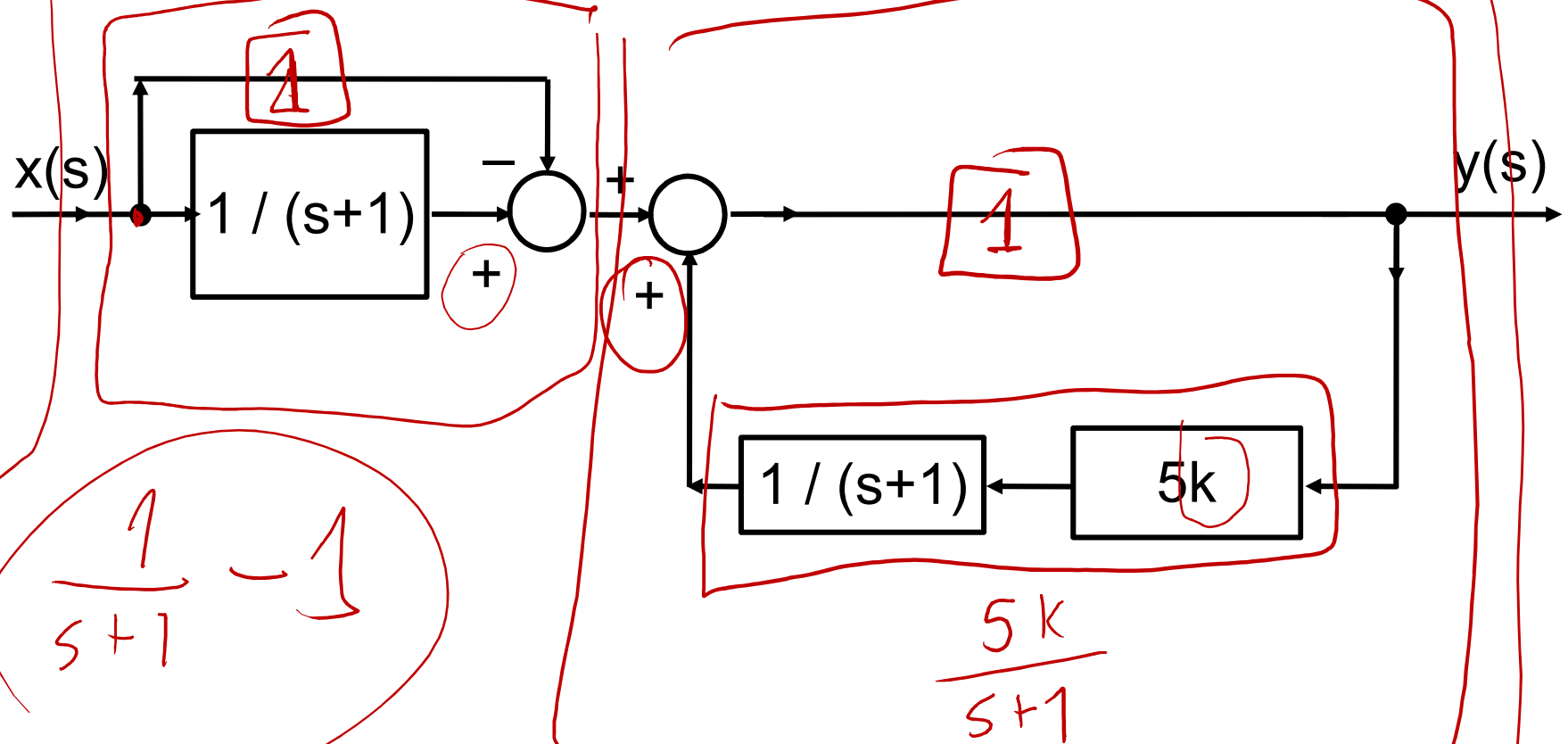
# Przykład 3



# Przykład 3



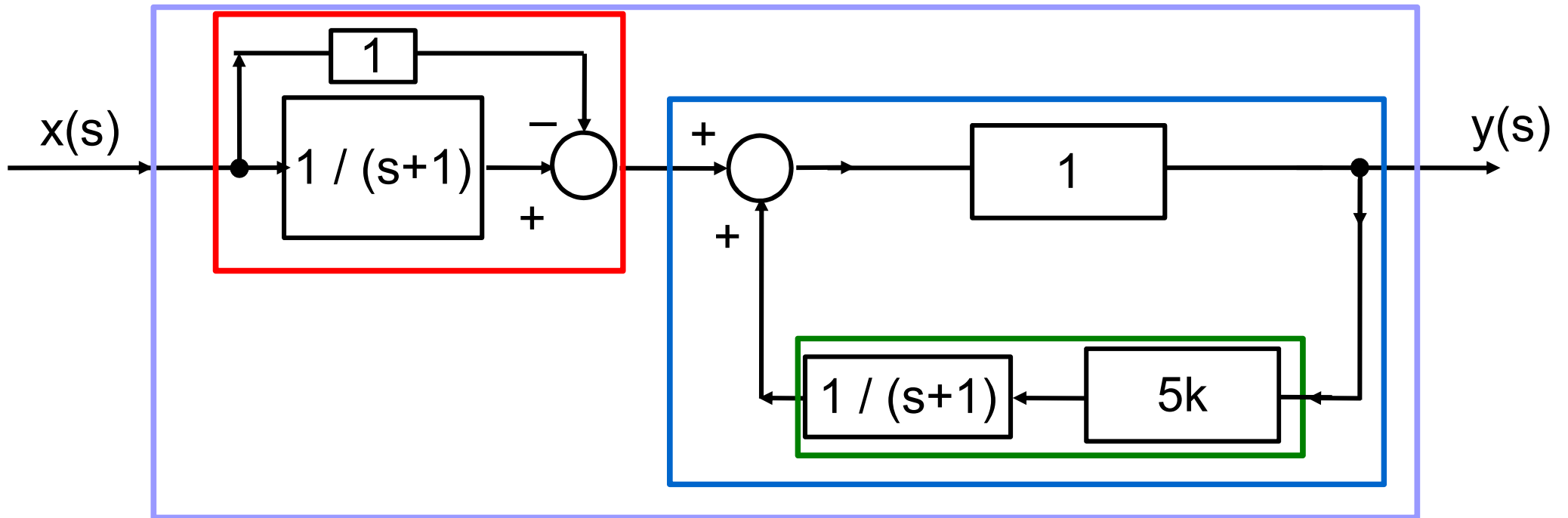
# Przykład 3



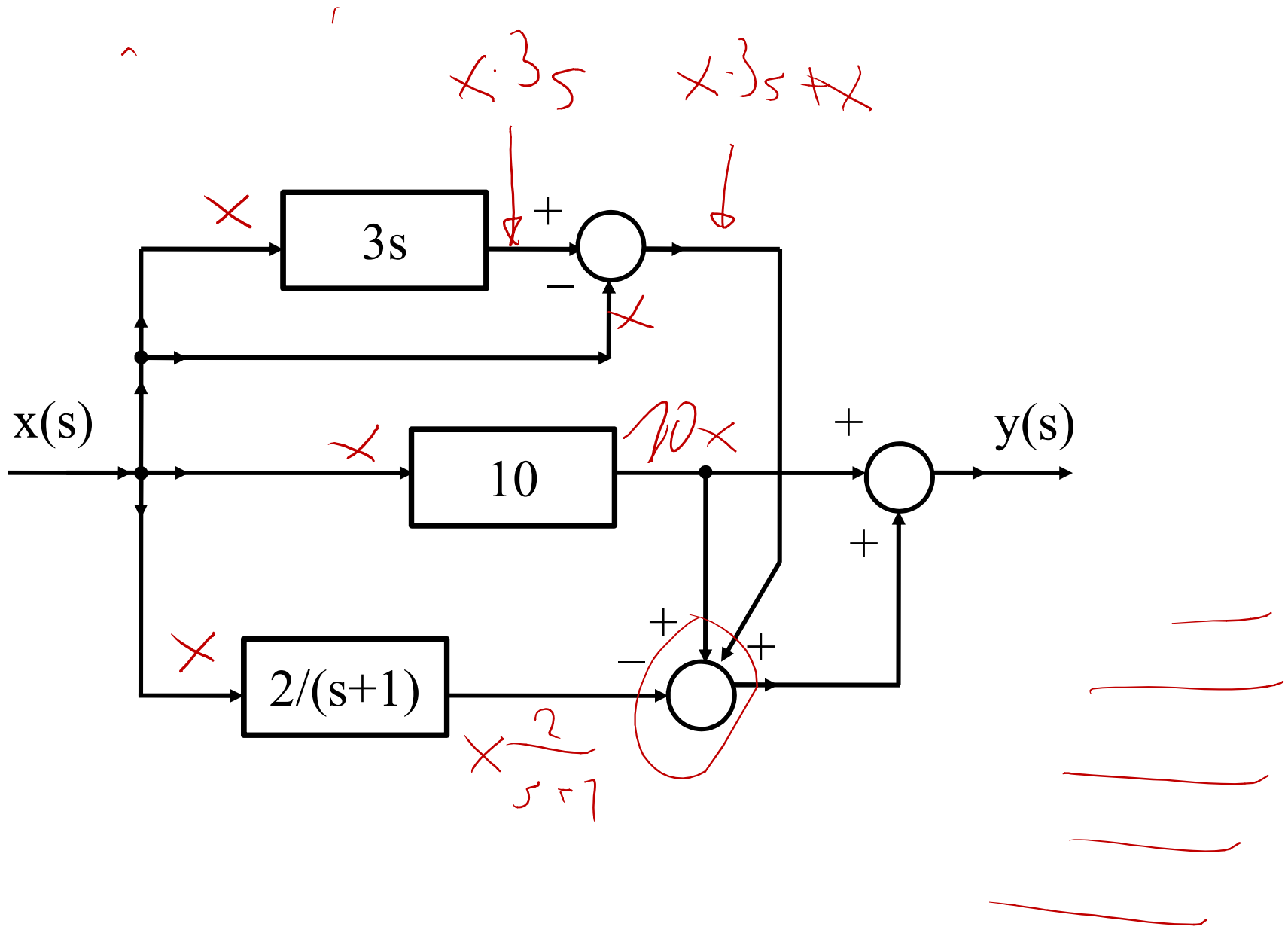
$$\frac{1}{s+1} - 1$$

$$1 - 1 \cdot \frac{5k}{s+1}$$

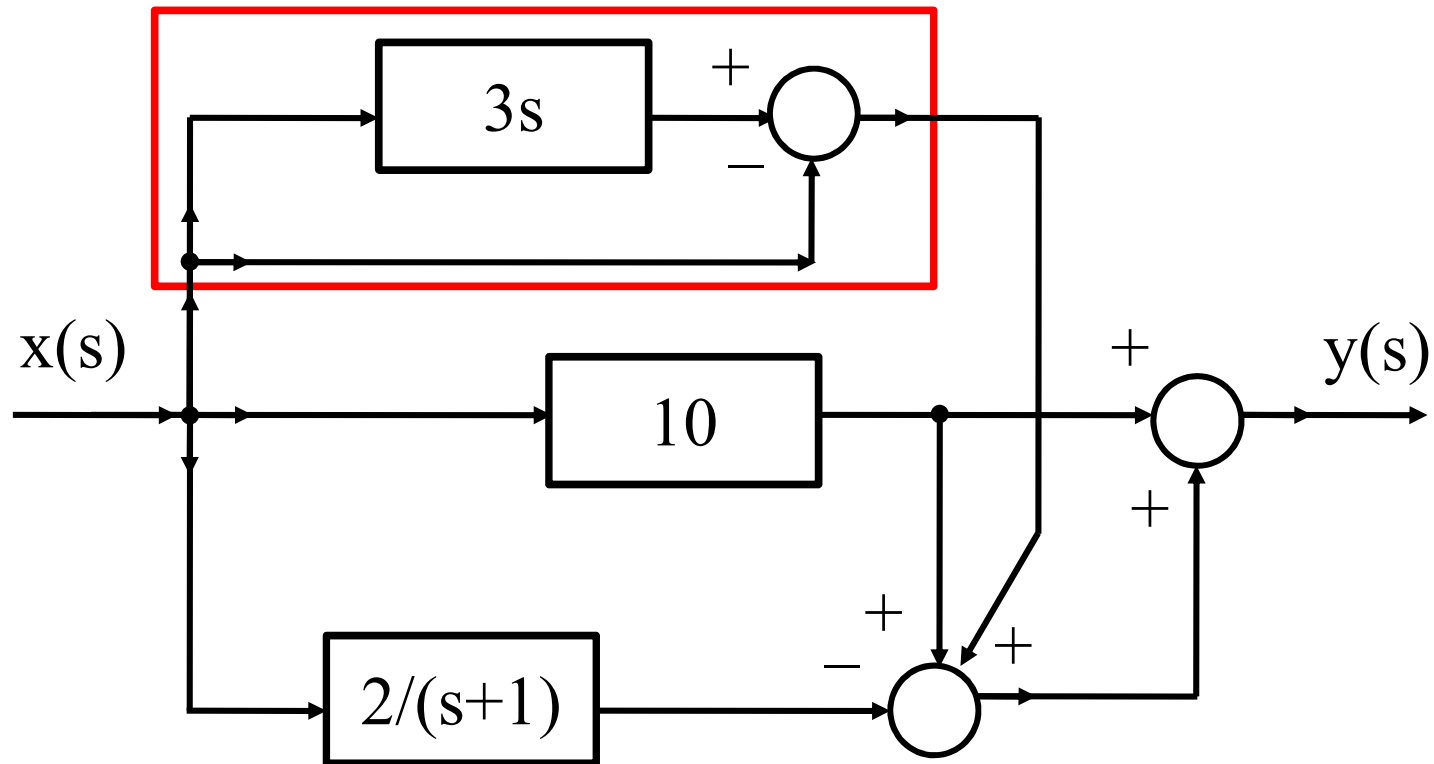
# Przykład 3



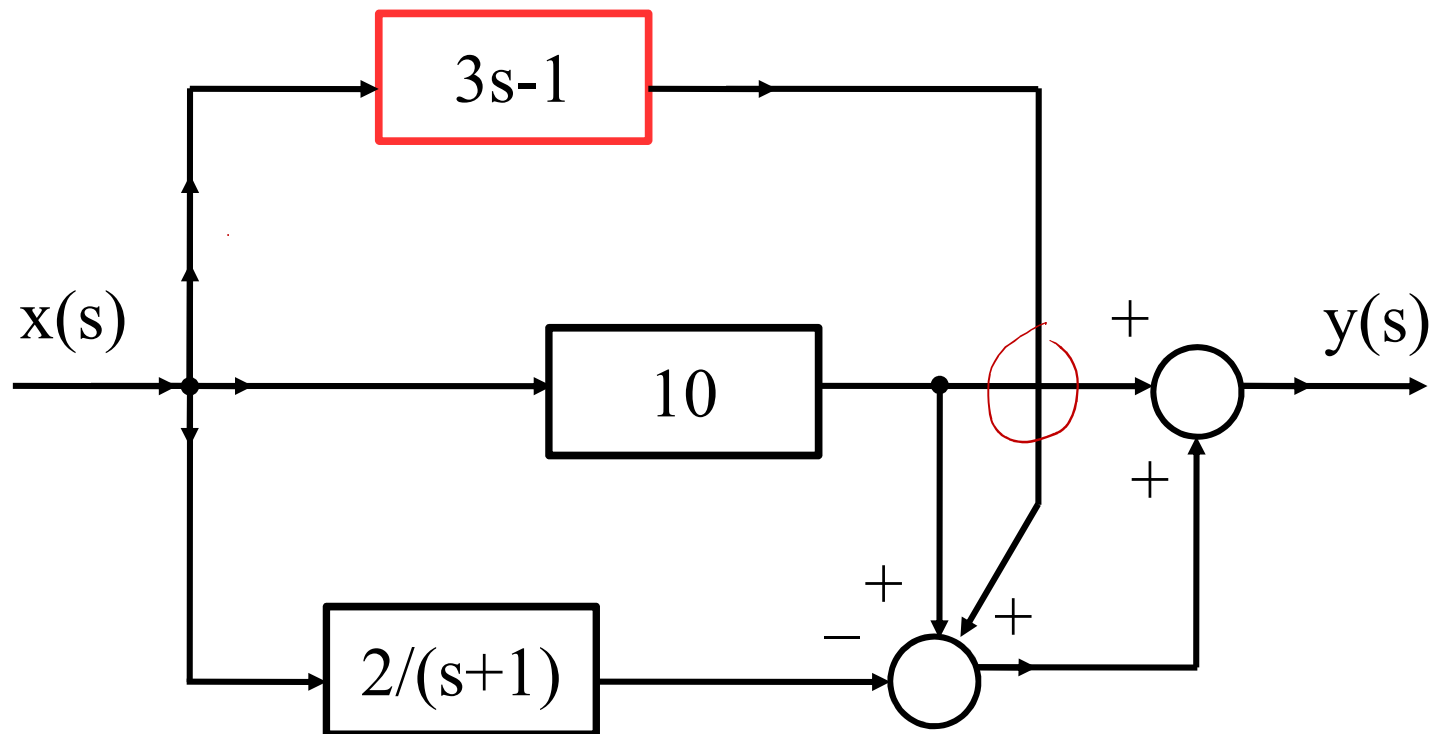
# Przykład 4



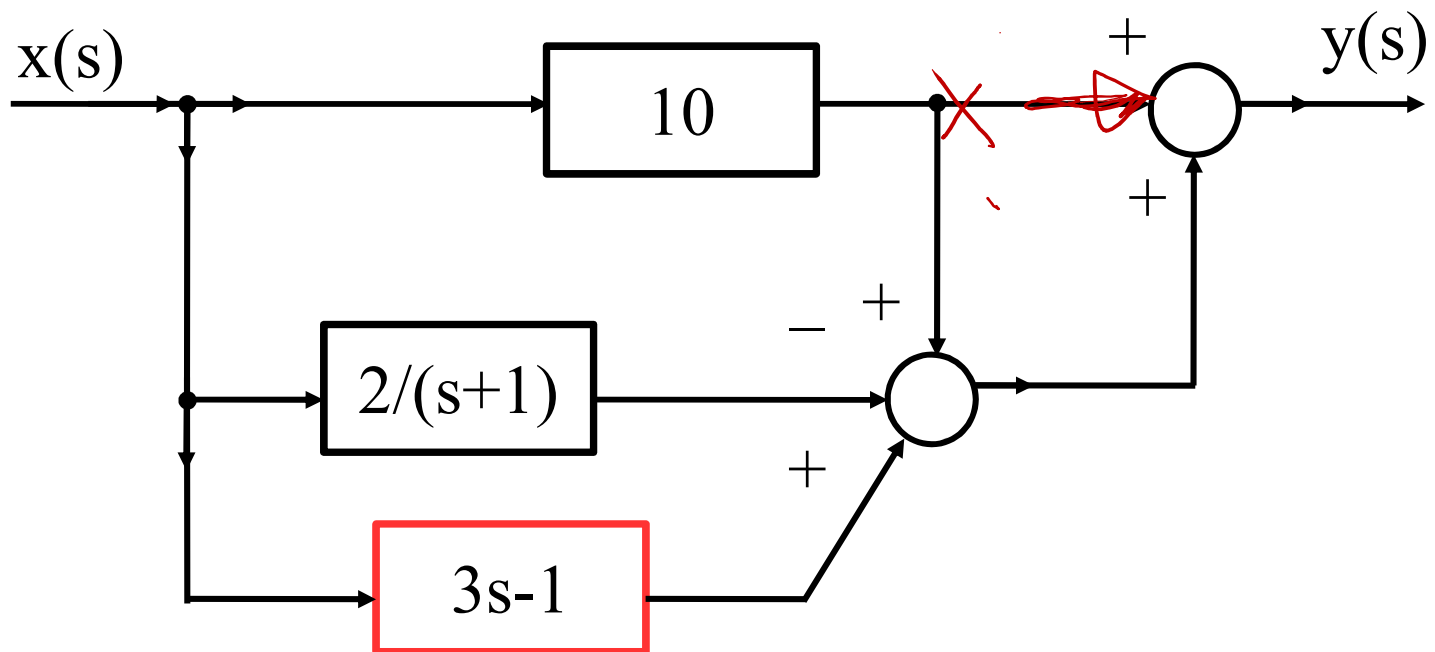
# Przykład 4



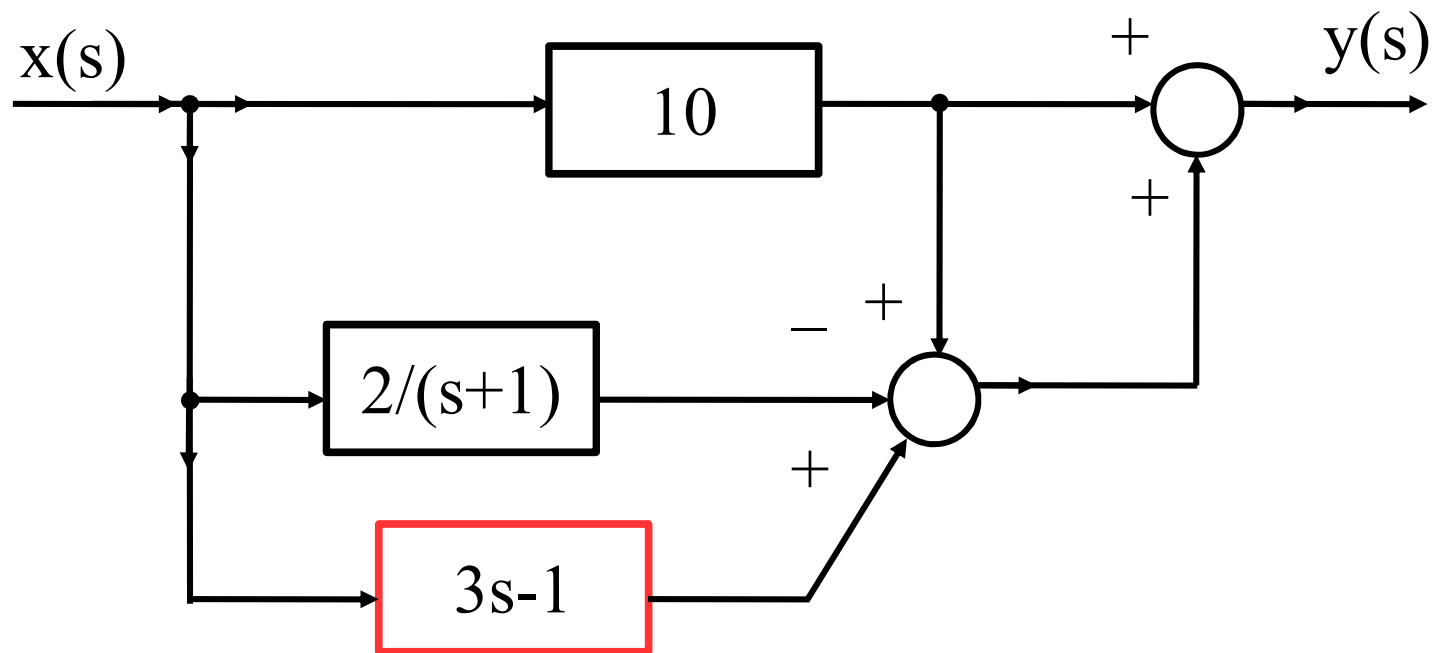
# Przykład 4



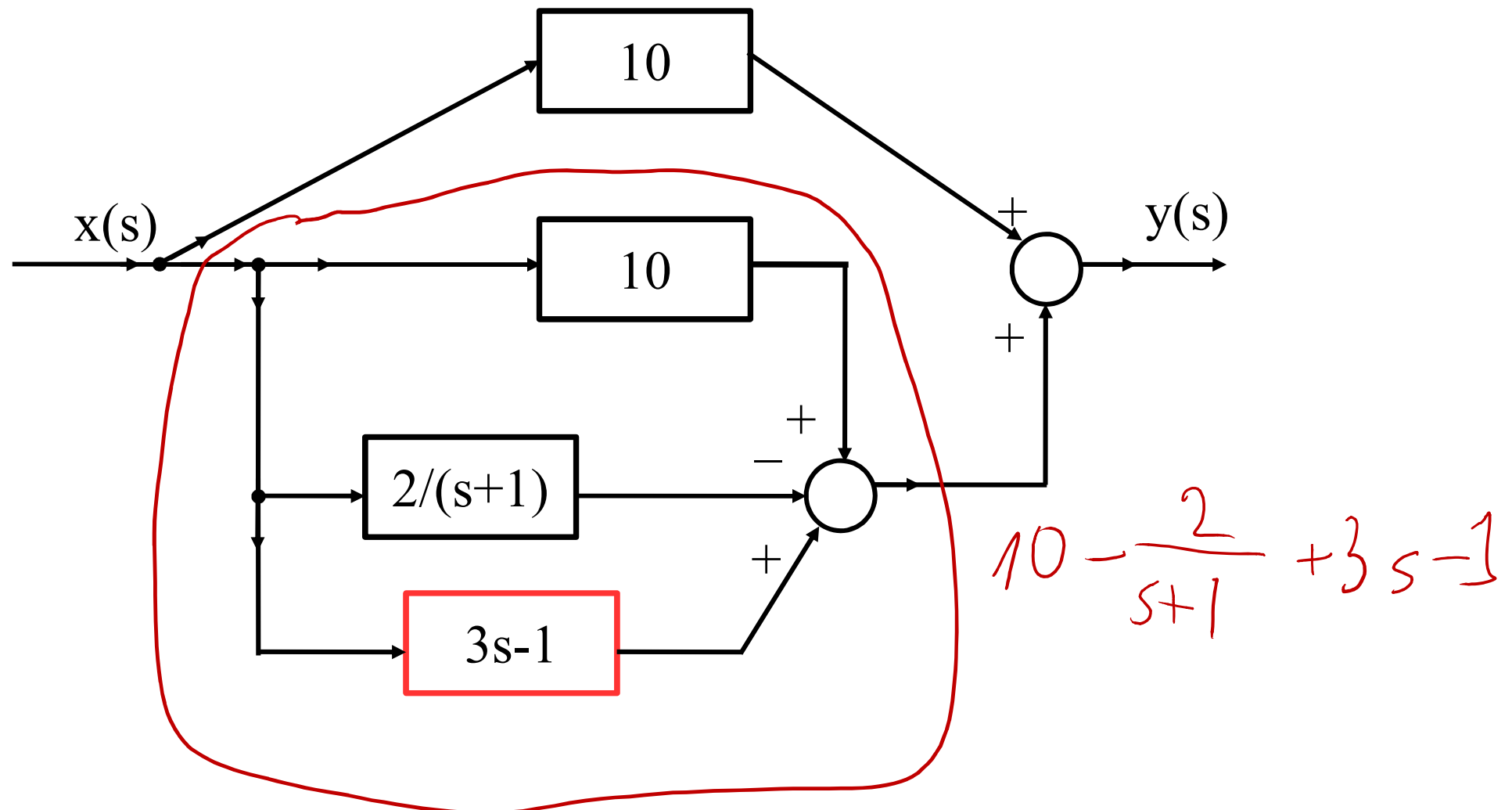
# Przykład 4



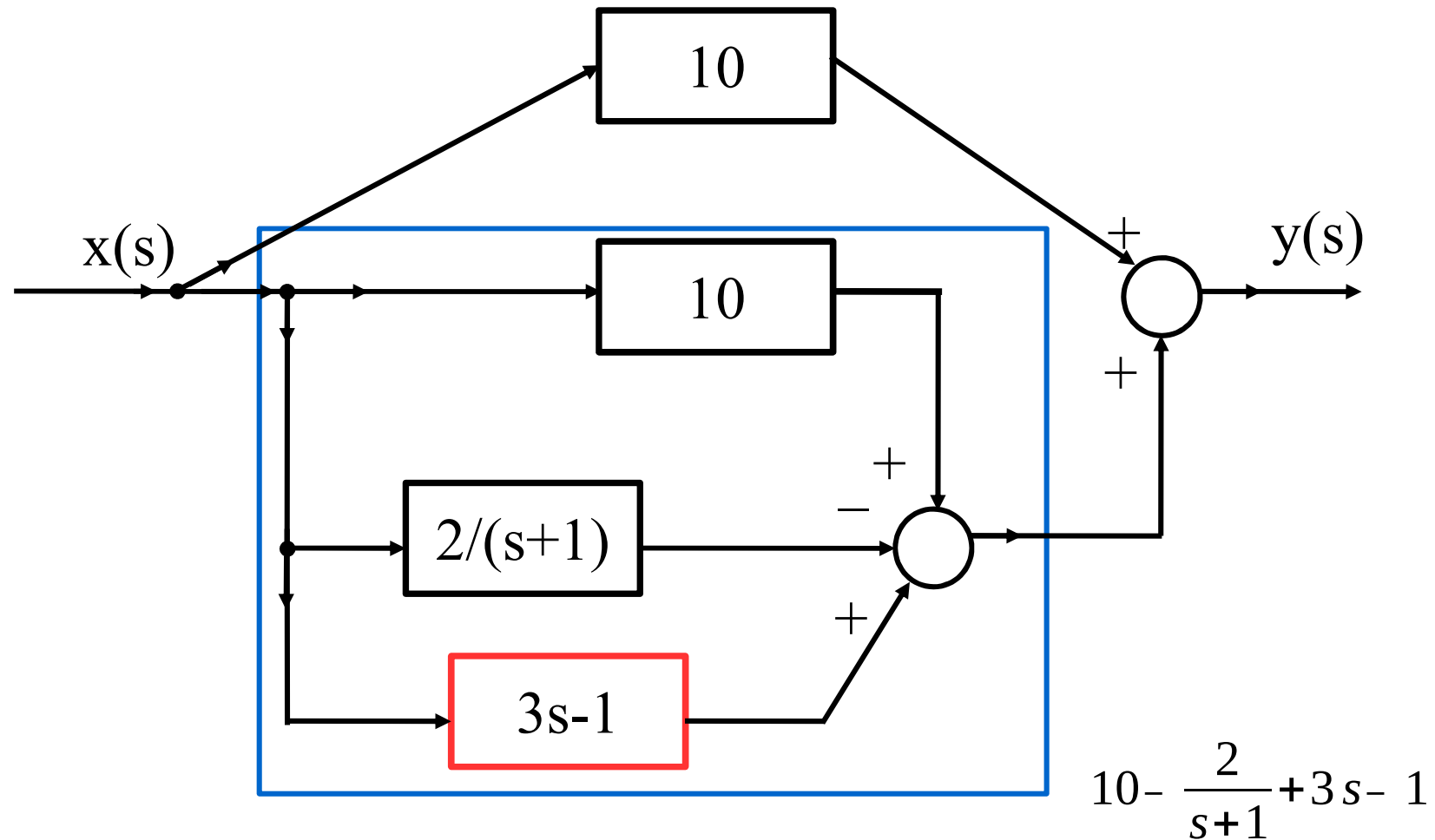
# Przykład 4



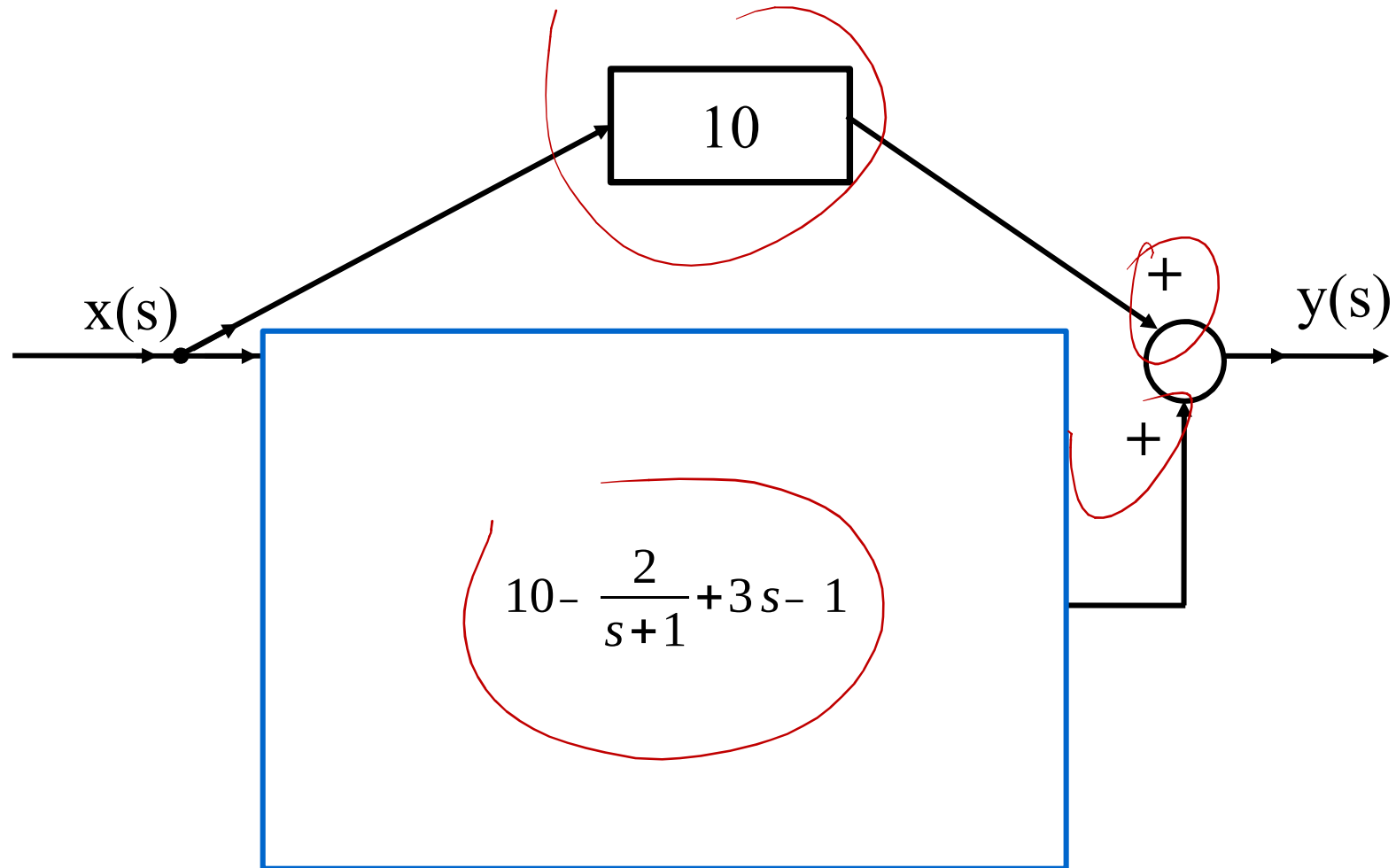
# Przykład 4



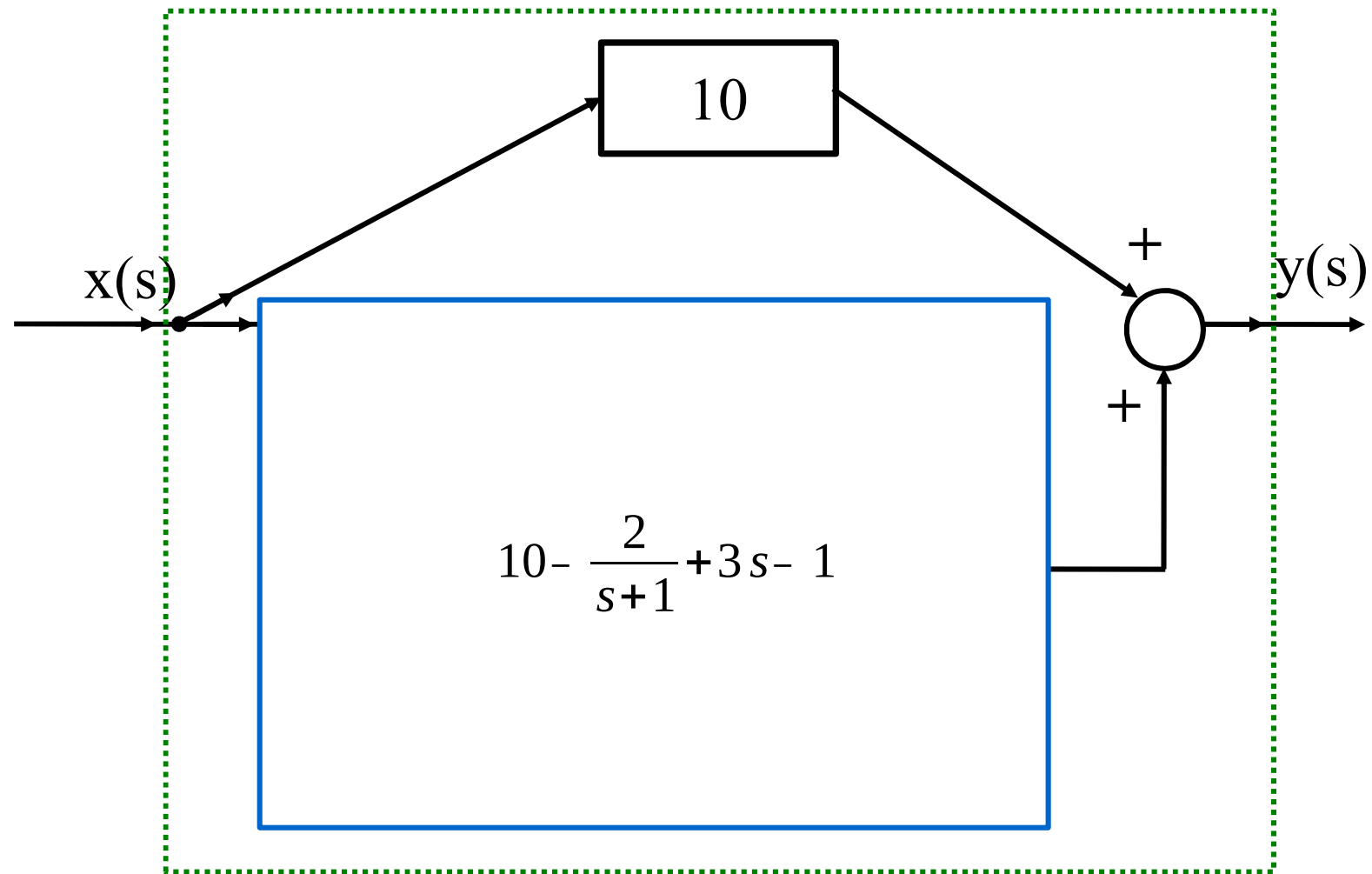
# Przykład 4



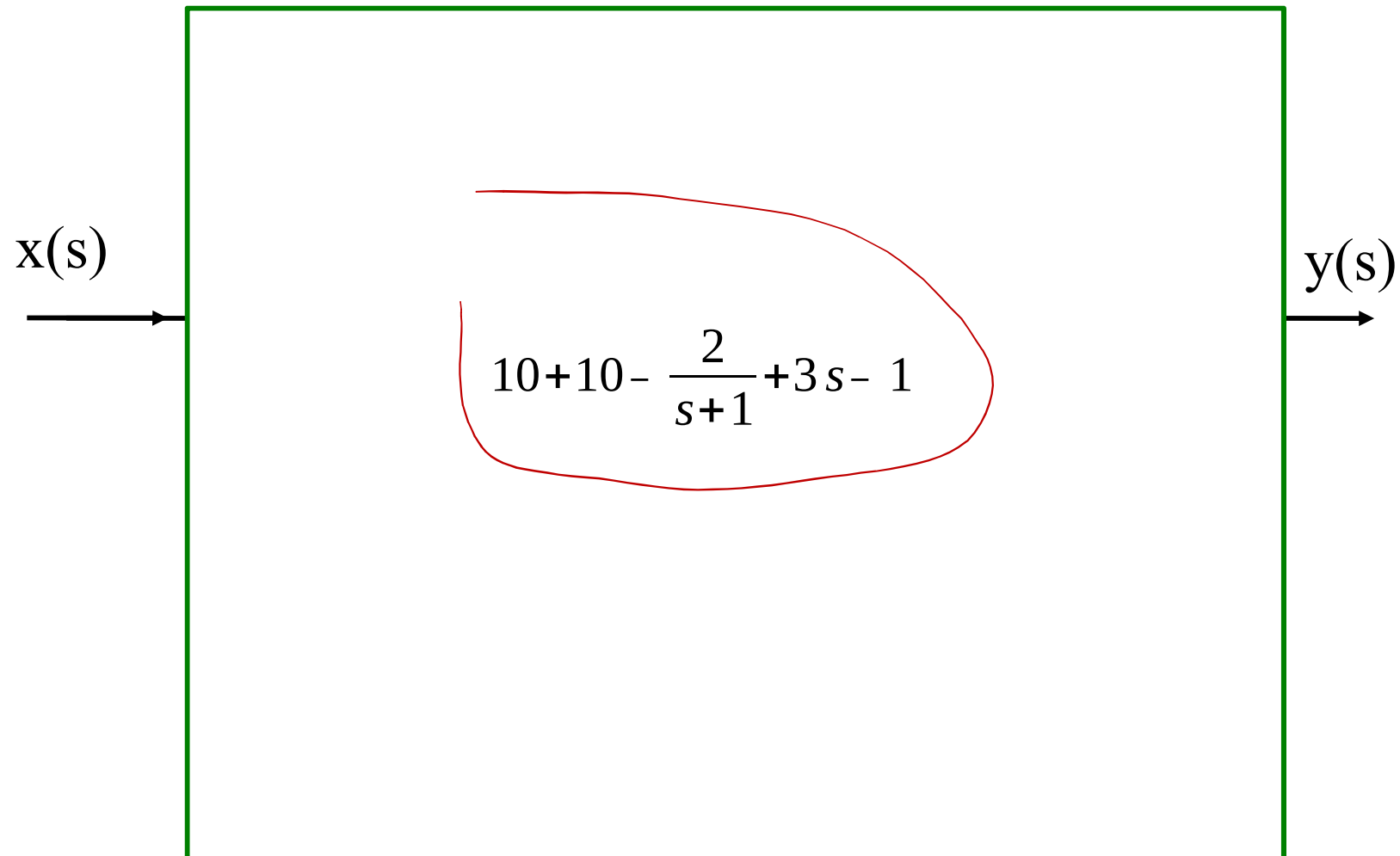
# Przykład 4



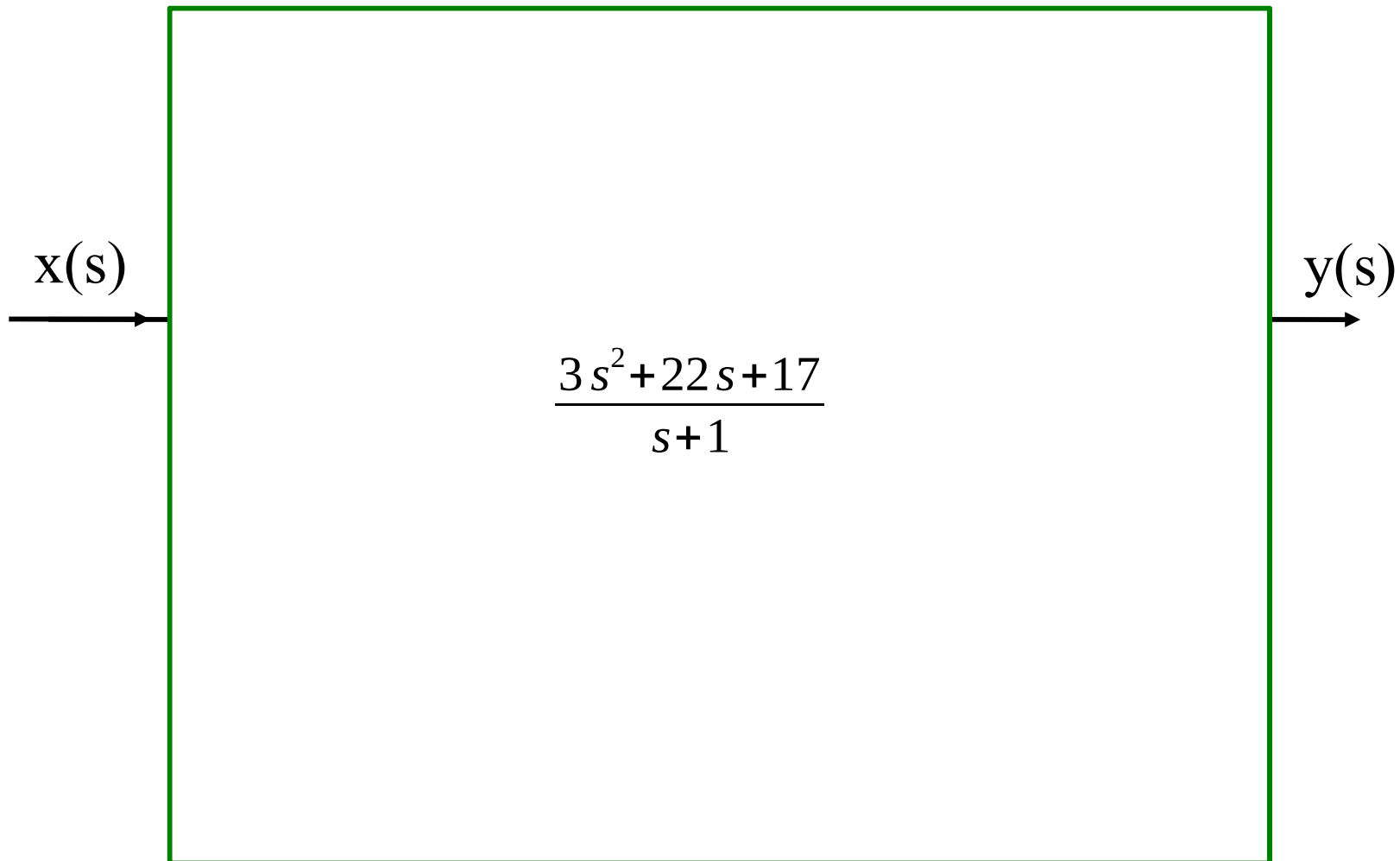
# Przykład 4



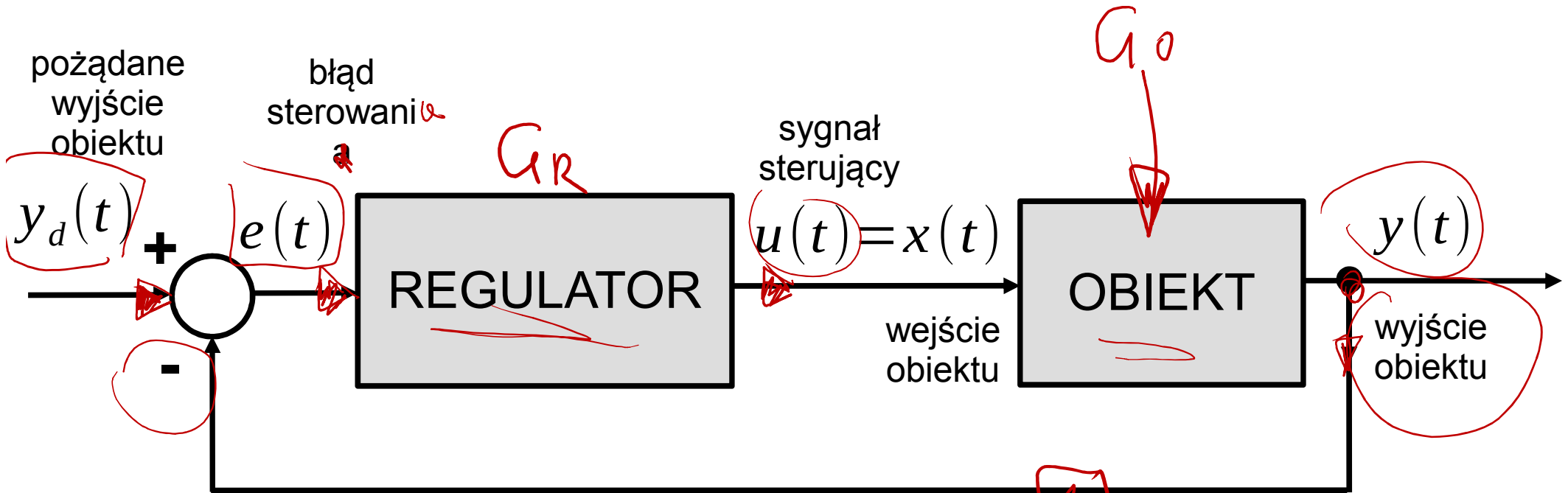
# Przykład 4



# Przykład 4



# Sterowanie w zamkniętej pętli



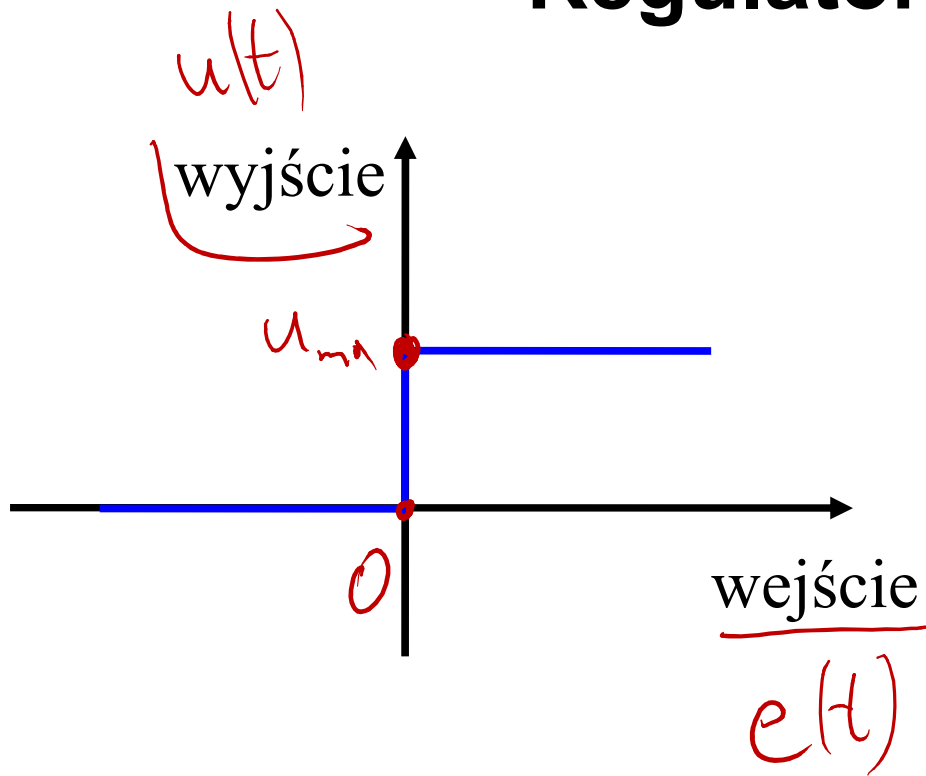
$$G_R(s) = \frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{G_R \cdot G_0}{1 + G_R \cdot G_0}$$

# Podstawowe regulatory

- dwustanowy
- trójstanowy
- Proporcjonalny (P)
- Całkujący (I)
- Różniczkujący (D)
- Proporcjonalno-całkująco-różniczkujący (PID)

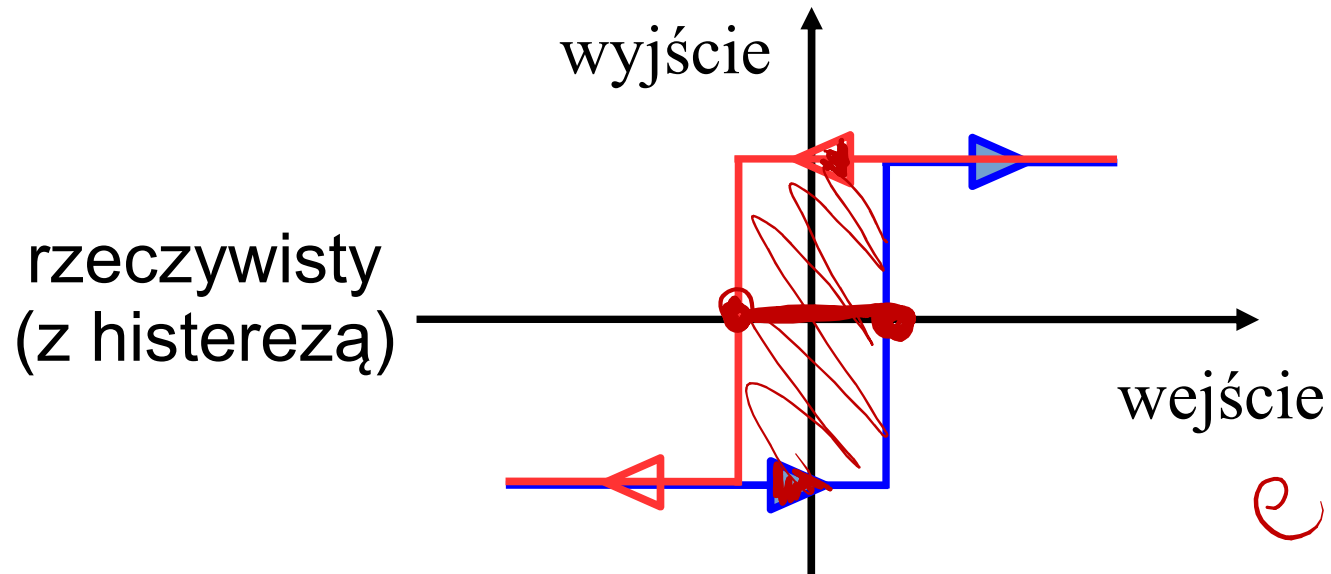
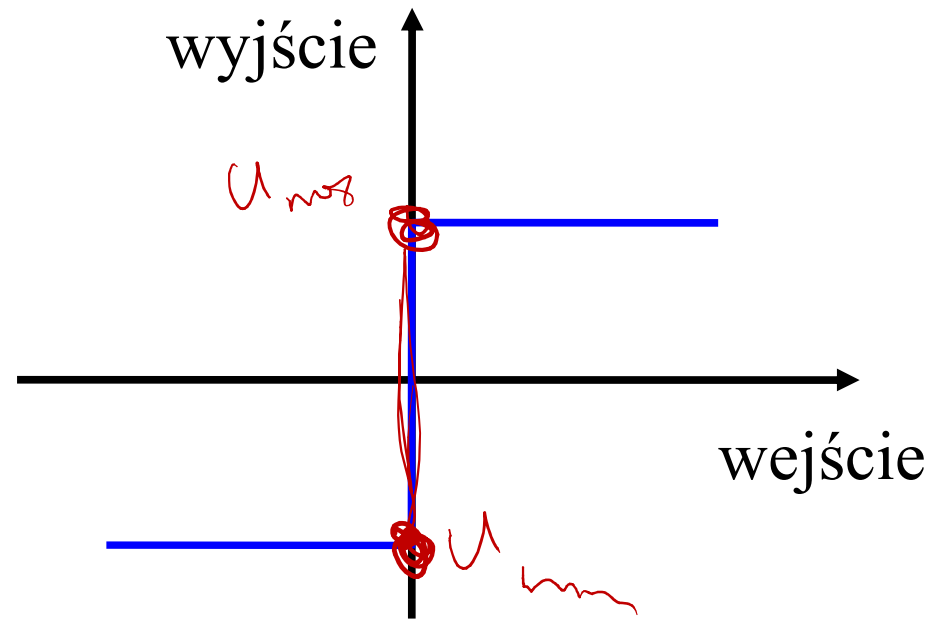
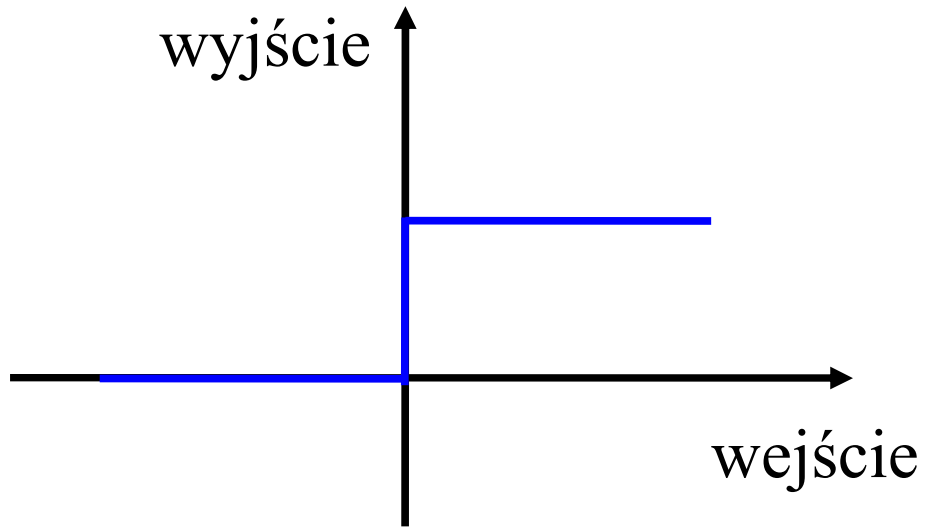


# Regulator dwustanowy

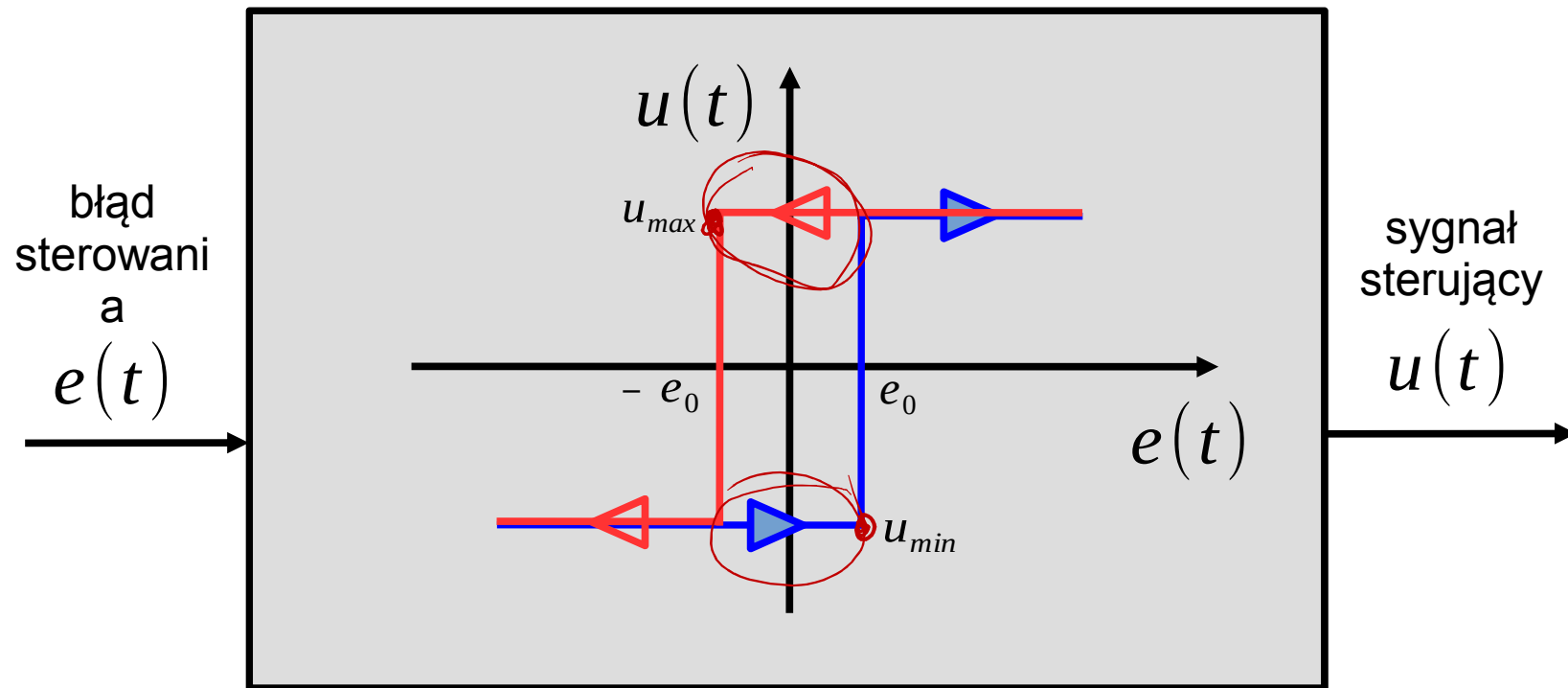


$$u(t) = \begin{cases} u_{max}; & e > 0 \\ 0; & e \leq 0 \end{cases}$$

# Regulator dwustanowy



# Regulator dwustanowy

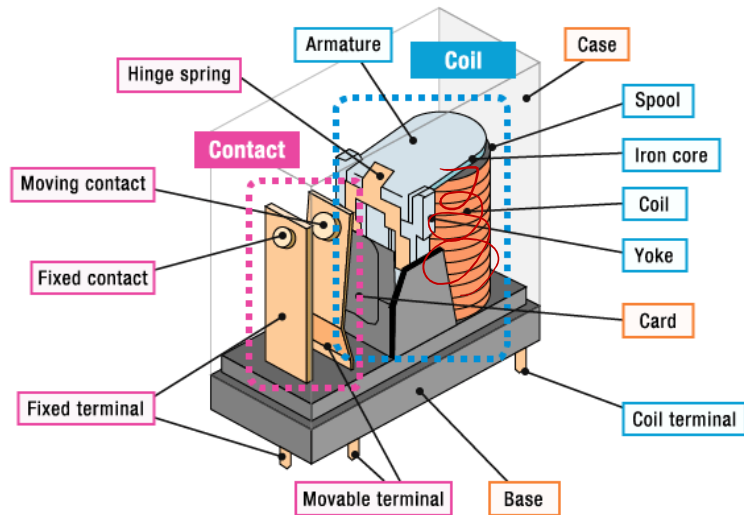


$$u(t) = \left\{ \begin{array}{l} u_{max}, \text{ jeżeli } e > e_0 \\ u_{min}, \text{ jeżeli } e < -e_0 \\ \text{bez zmian, w pozostałych przypadkach} \end{array} \right.$$

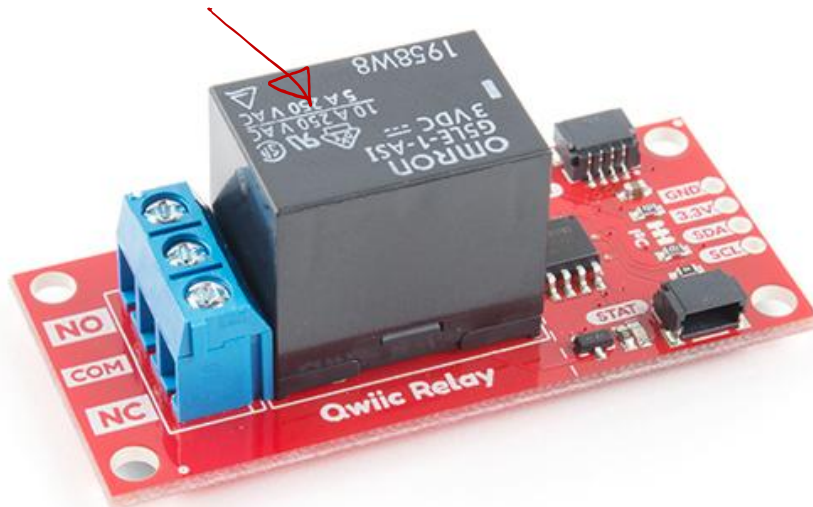
$e_0$  - histereza konstrukcyjna lub programowalna

# Regulator dwustanowy

## Przełącznik mechaniczny

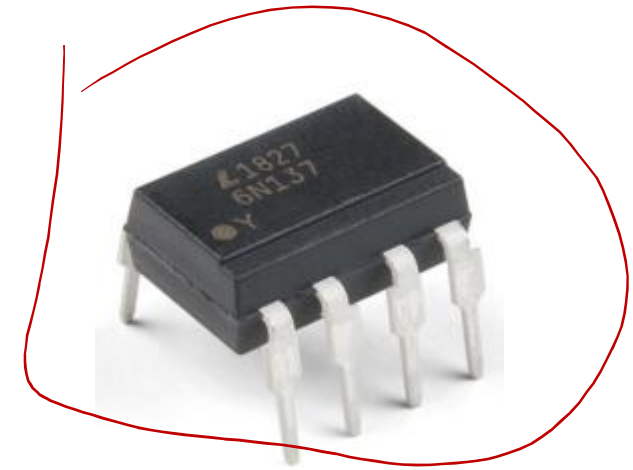


źródło: <https://www.components.omron.com/relay-basics/basic>

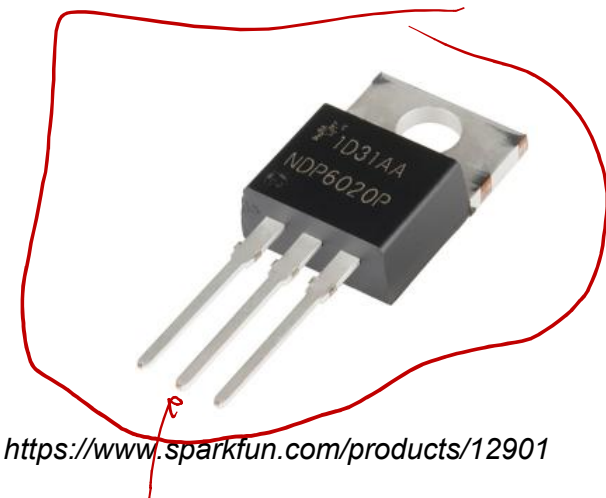


źródło: <https://www.sparkfun.com/products/15093>

## Element elektroniczny (optoizolator, MOSFET)

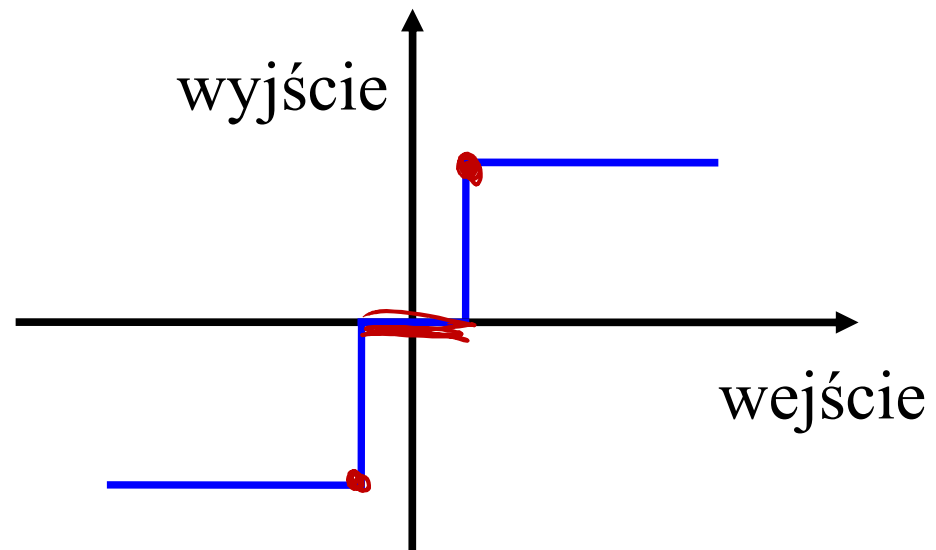


źródło: <https://www.sparkfun.com/products/15105>

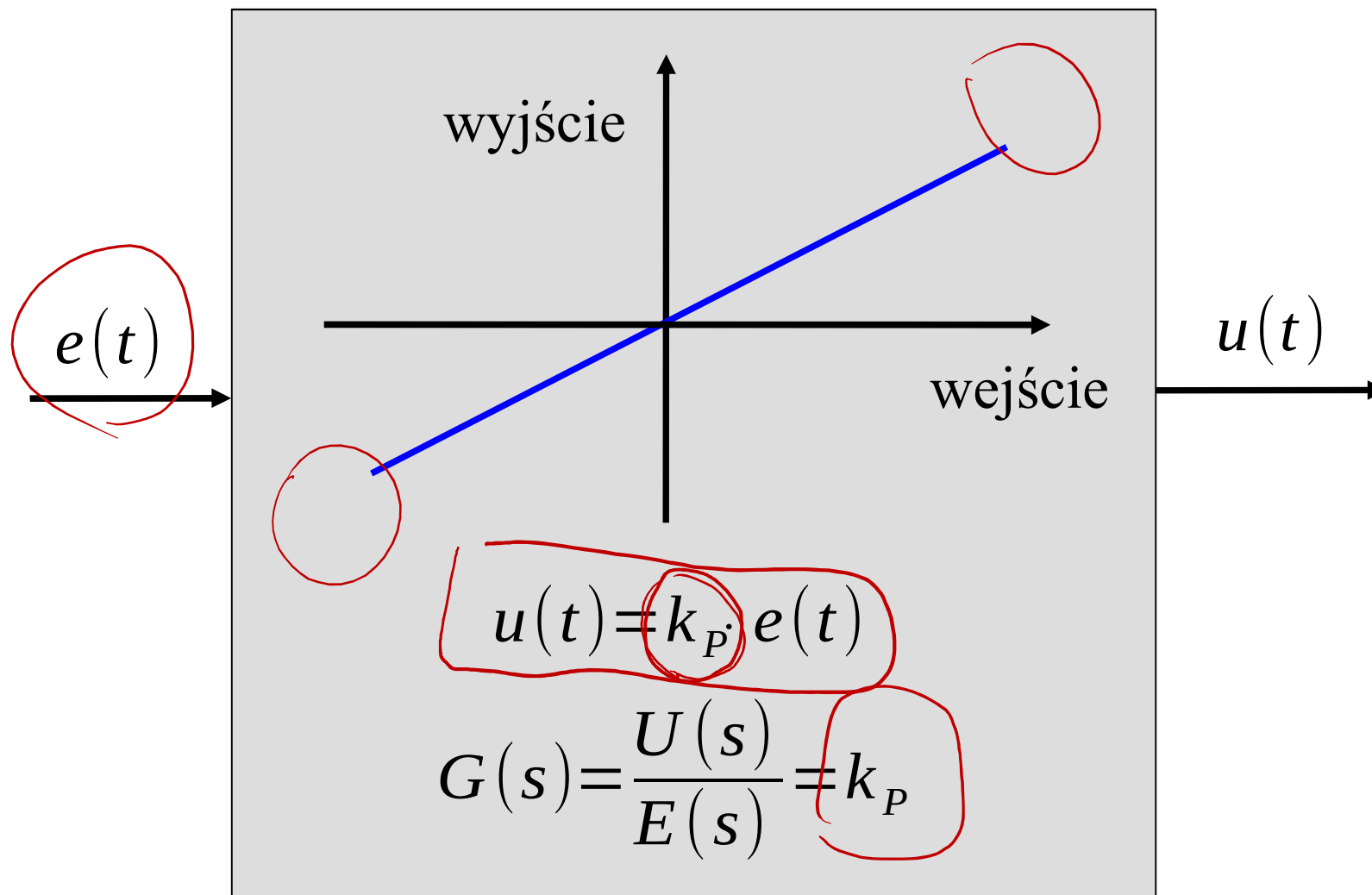


źródło: <https://www.sparkfun.com/products/12901>

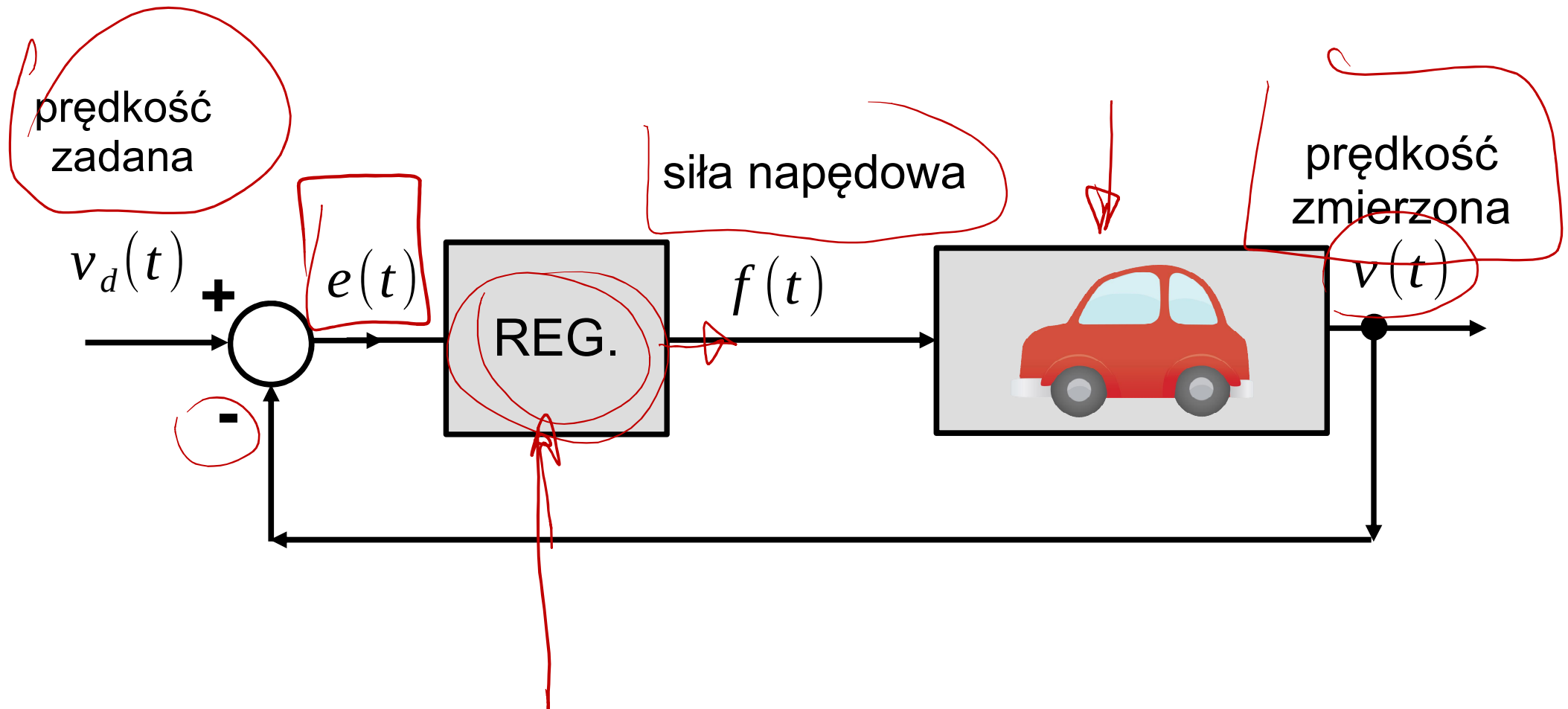
# Regulator trójstanowy



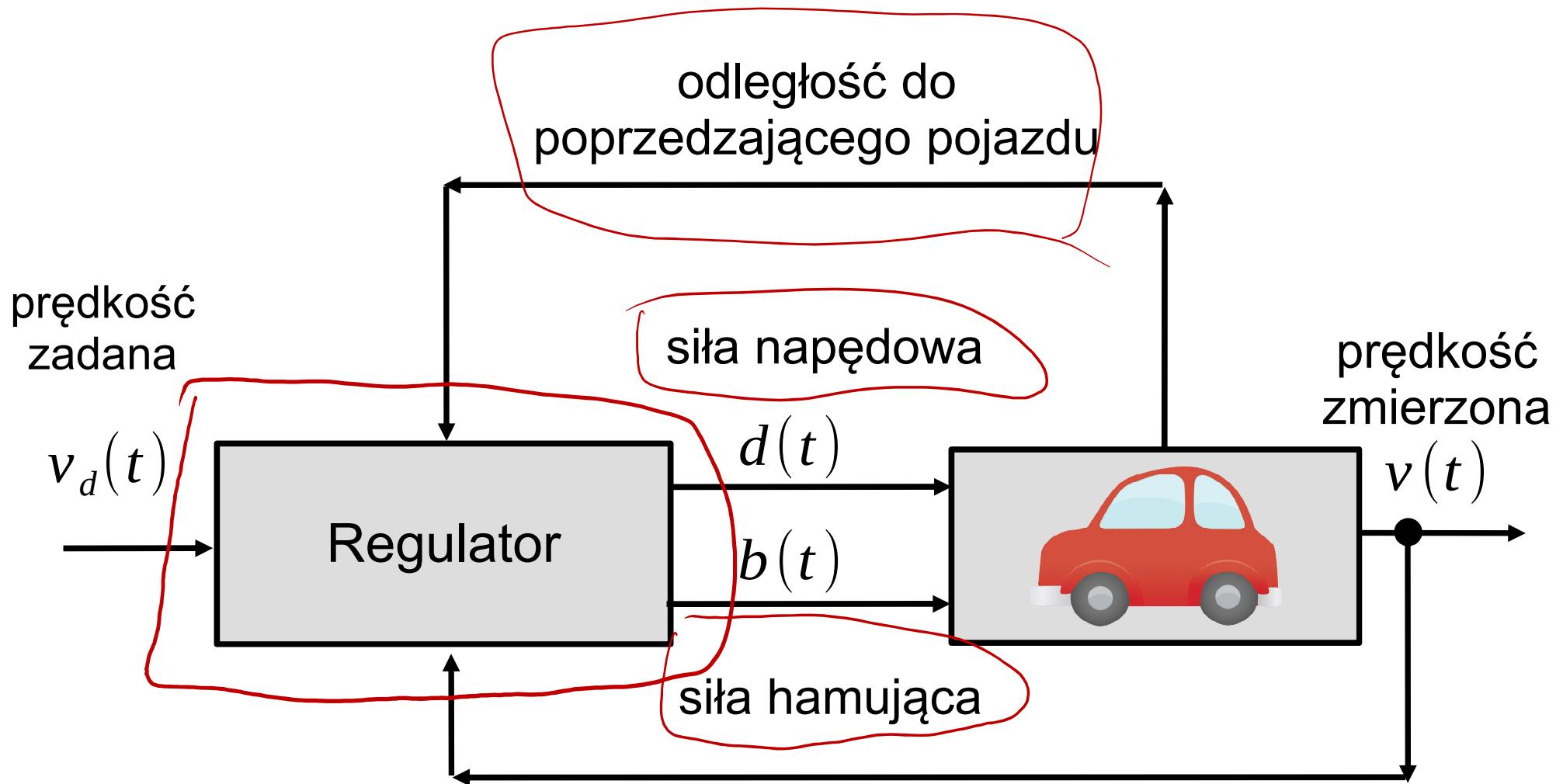
# Regulator proporcjonalny (P)



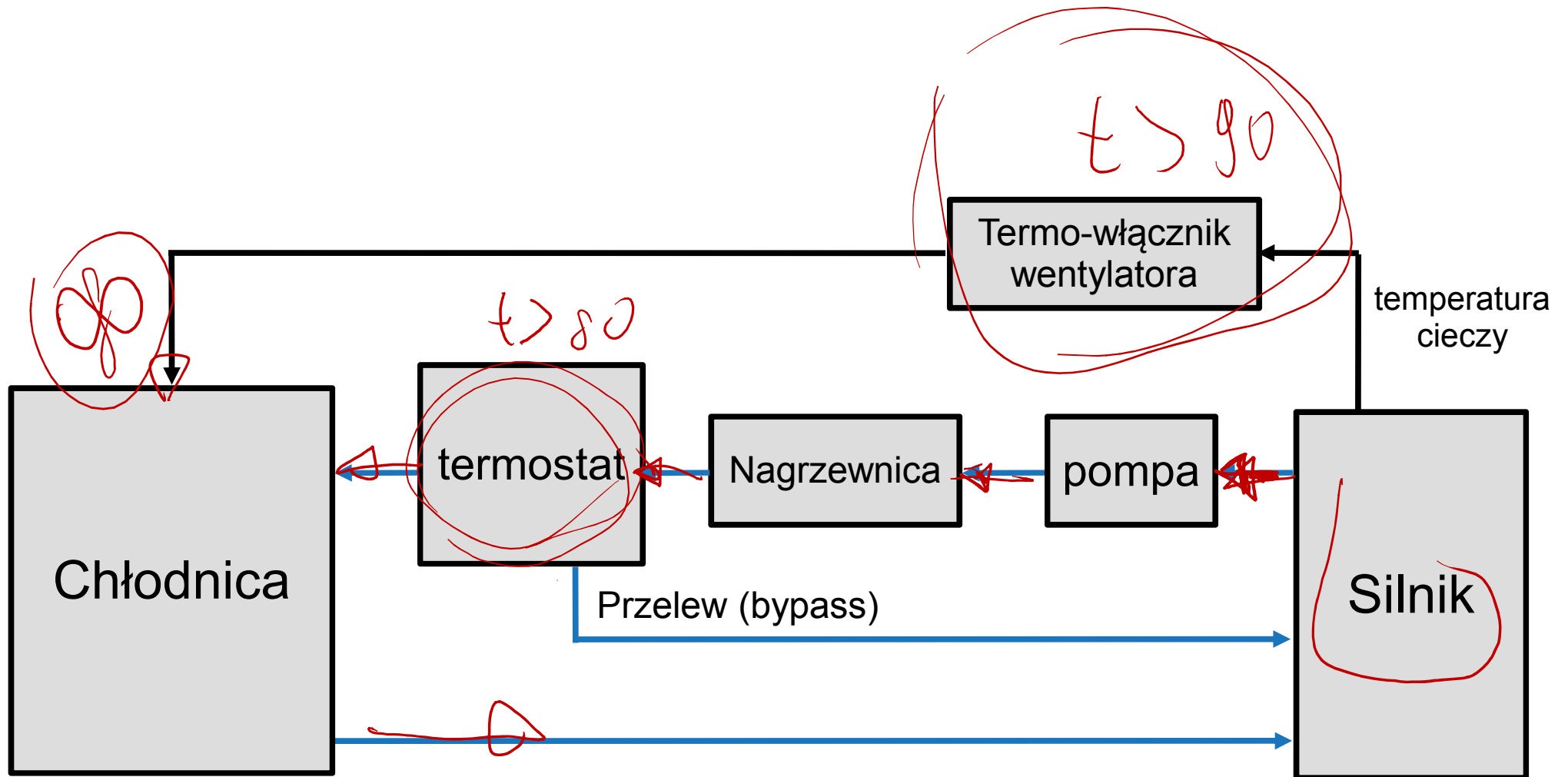
# Sterowanie prędkością (cruise control, autocruise, tempomat)



# Adaptacyjne sterowanie prędkością (adaptive cruise control)



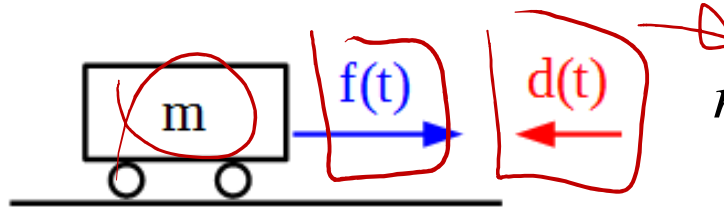
# Sterowanie temperaturą silnika



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu  
 $m$  – masa pojazdu,  
 $f(t)$  – siła napędowa,  
 $d(t)=c*v(t)$  – opór powietrza,  
 $v(t)$  – prędkość pojazdu



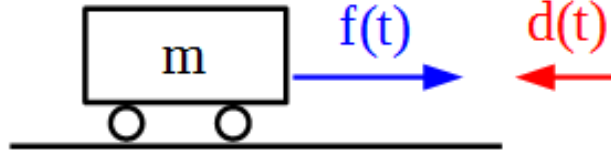
$$m \frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + c}$$

# Przykład 1

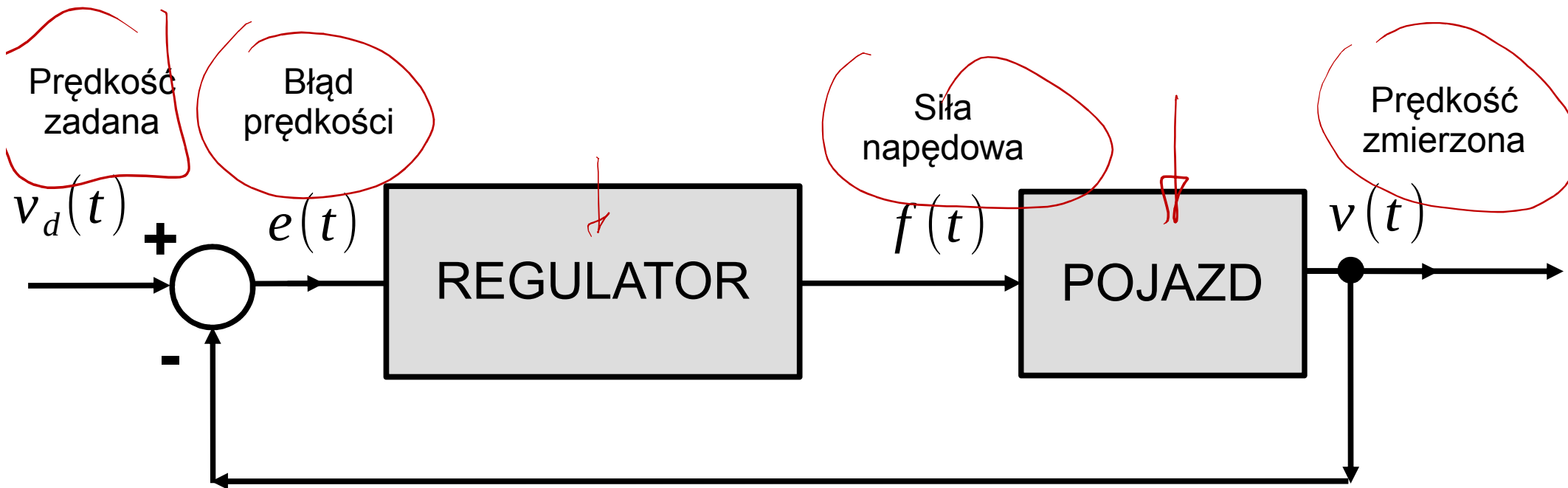
## Sterowanie prędkością (tempomat)

pojazd na płaskim podłożu  
 $m$  – masa pojazdu,  
 $f(t)$  – siła napędowa,  
 $d(t)=c*v(t)$  – opór powietrza,  
 $v(t)$  – prędkość pojazdu



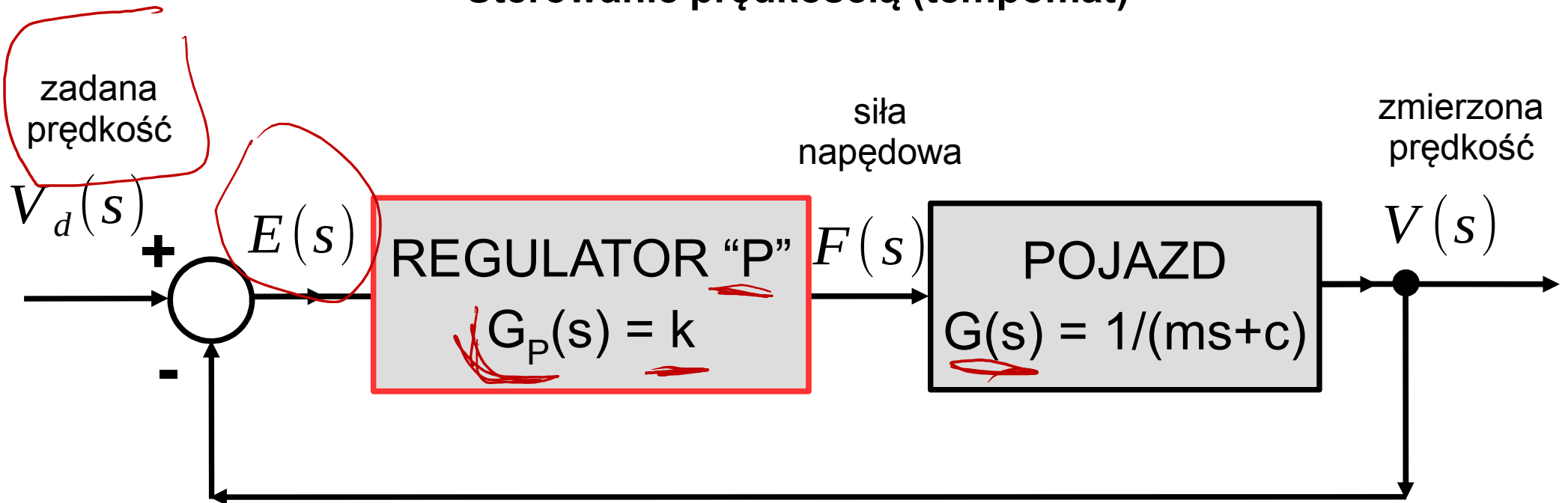
$$m \frac{dv(t)}{dt} = f(t) - d(t)$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms + c}$$



# Przykład 1

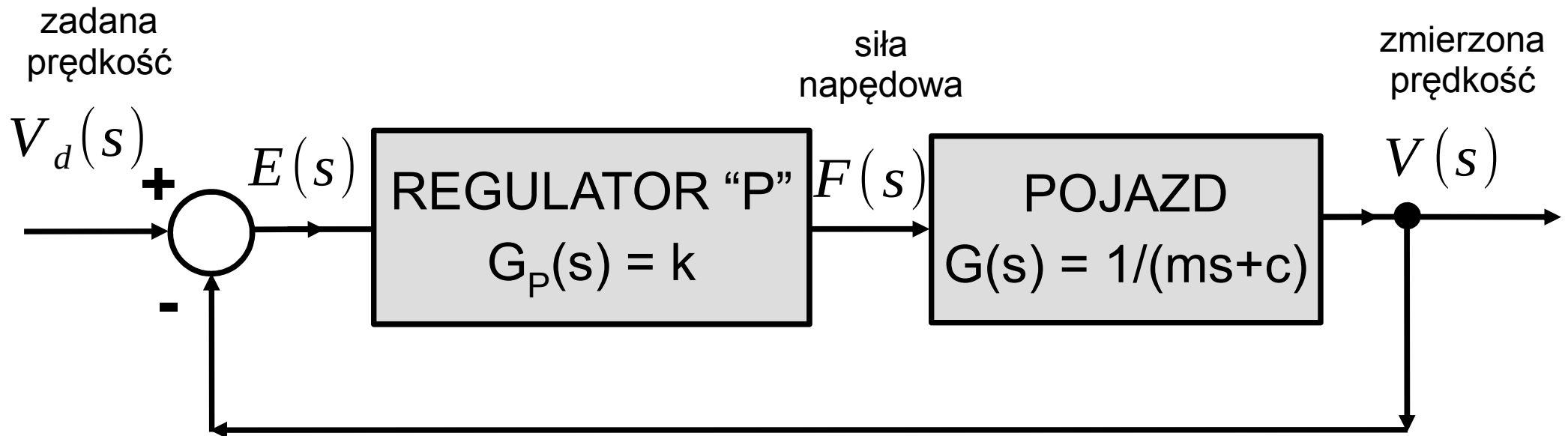
## Sterowanie prędkością (tempomat)



$$G_R(s) = \frac{V(s)}{V_d(s)} = \frac{G_p \cdot G}{1 + G_p \cdot G} = \frac{k \cdot \frac{1}{ms+c}}{1 + k \cdot \frac{1}{ms+c}}$$
$$= \frac{k}{ms+c+k}$$

# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

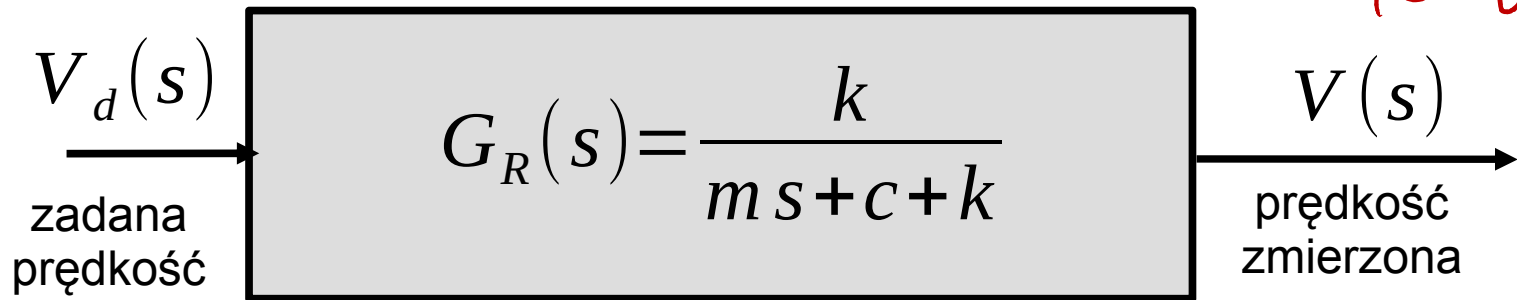


$$G_Z(s) = \frac{G_P(s)G(s)}{1 + G_P(s)G(s)}$$

$$G_Z(s) = \frac{k}{ms+c+k}$$

# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)



wejście:  $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$

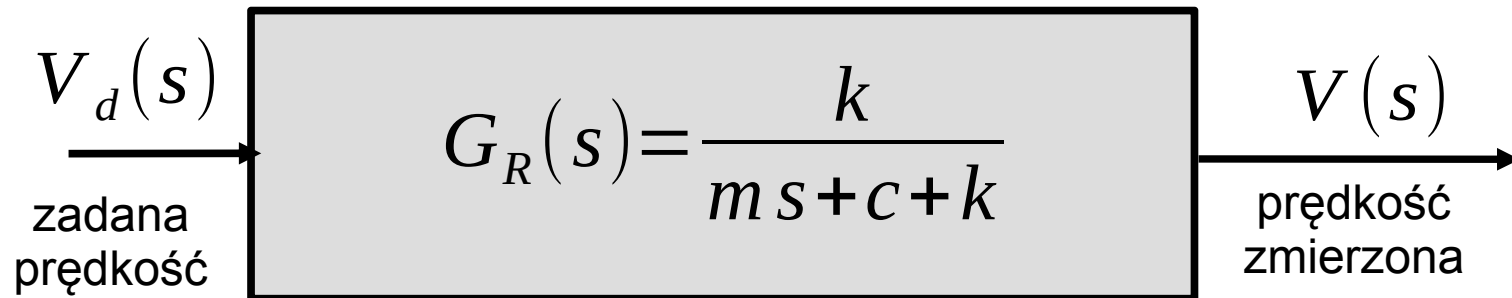
Transformata wejścia:  $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

$$V(s) = V_d(s) \cdot G_R(s) = v_0 \frac{1}{s} \frac{k}{ms + c + k} = \frac{v_0 k}{s(ms + c + k)}$$
$$= v_0 k \frac{\frac{1}{m}}{s(s + \frac{c+k}{m})} = v_0 k \frac{\frac{c+k}{m}}{c+k} \frac{1}{s(s + \frac{c+k}{m})}$$

$$v(t) = \mathcal{L}^{-1}\{V(s)\} = \frac{v_0 k}{c+k} \left( 1 - e^{-\frac{c+k}{m}t} \right)$$

# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)



wejście:  $v_d(t) = v_0 \mathbf{1}(t)$       Transformata wejścia:  $V_d(s) = v_0 \frac{1}{s}$

wyjście:

$$V(s) = V_d(s) G_Z(s) = \frac{v_0 k}{s(m s + c + k)} = \frac{v_0 k}{c + k} \frac{\frac{c + k}{m}}{s \left( s + \frac{c + k}{m} \right)}$$

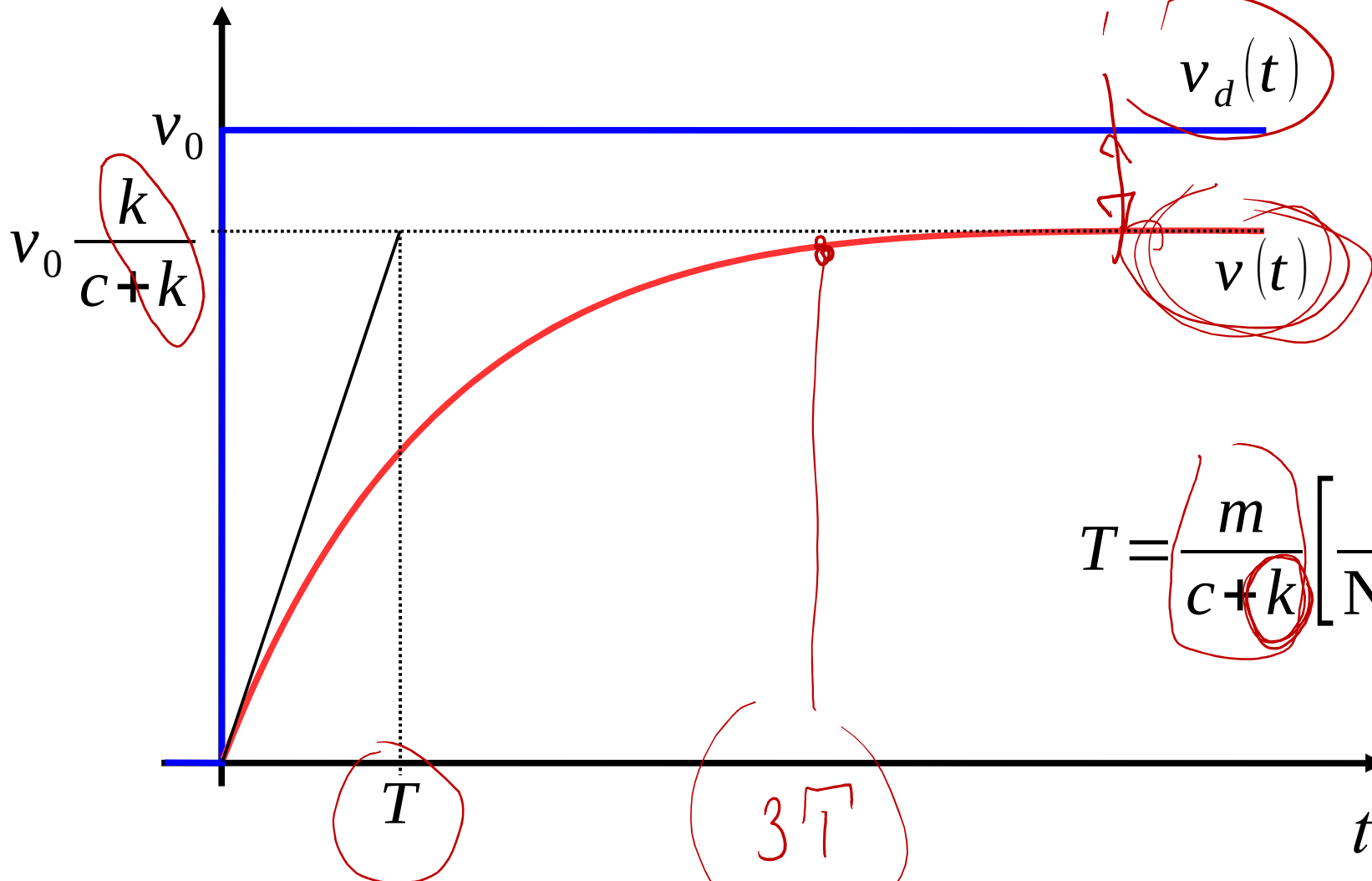
$$v(t) = \frac{v_0 k}{c + k} \left( 1 - \exp \left( - \frac{c + k}{m} t \right) \right)$$

# Przykład 1

$$\frac{k}{c+k} < 1$$

Sterowanie prędkością (tempomat)

$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



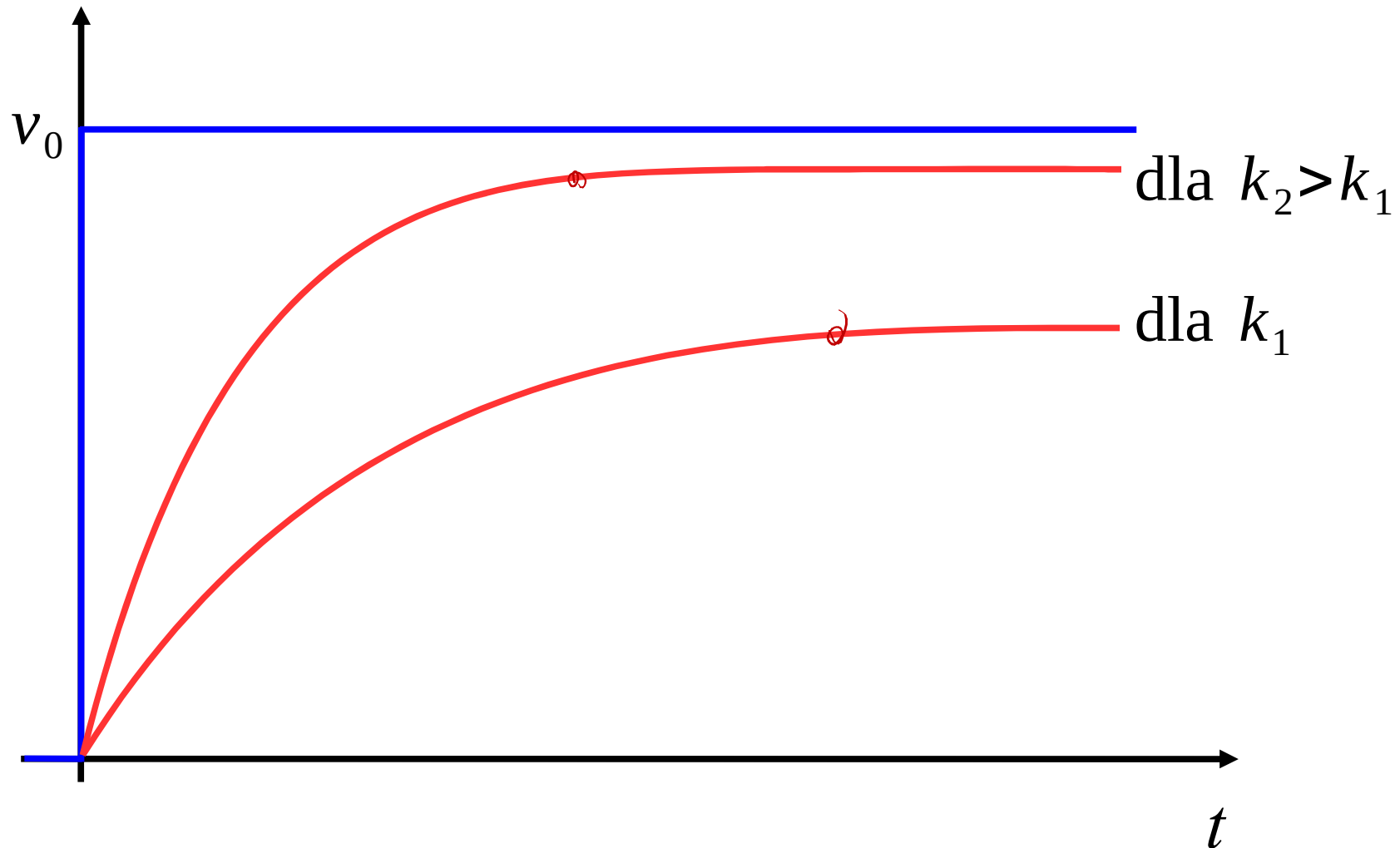
$$T = \frac{m}{c+k} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{Ns/m}} = \text{s} \right]$$

$3T$

# Przykład 1

Sterowanie prędkością (tempomat)

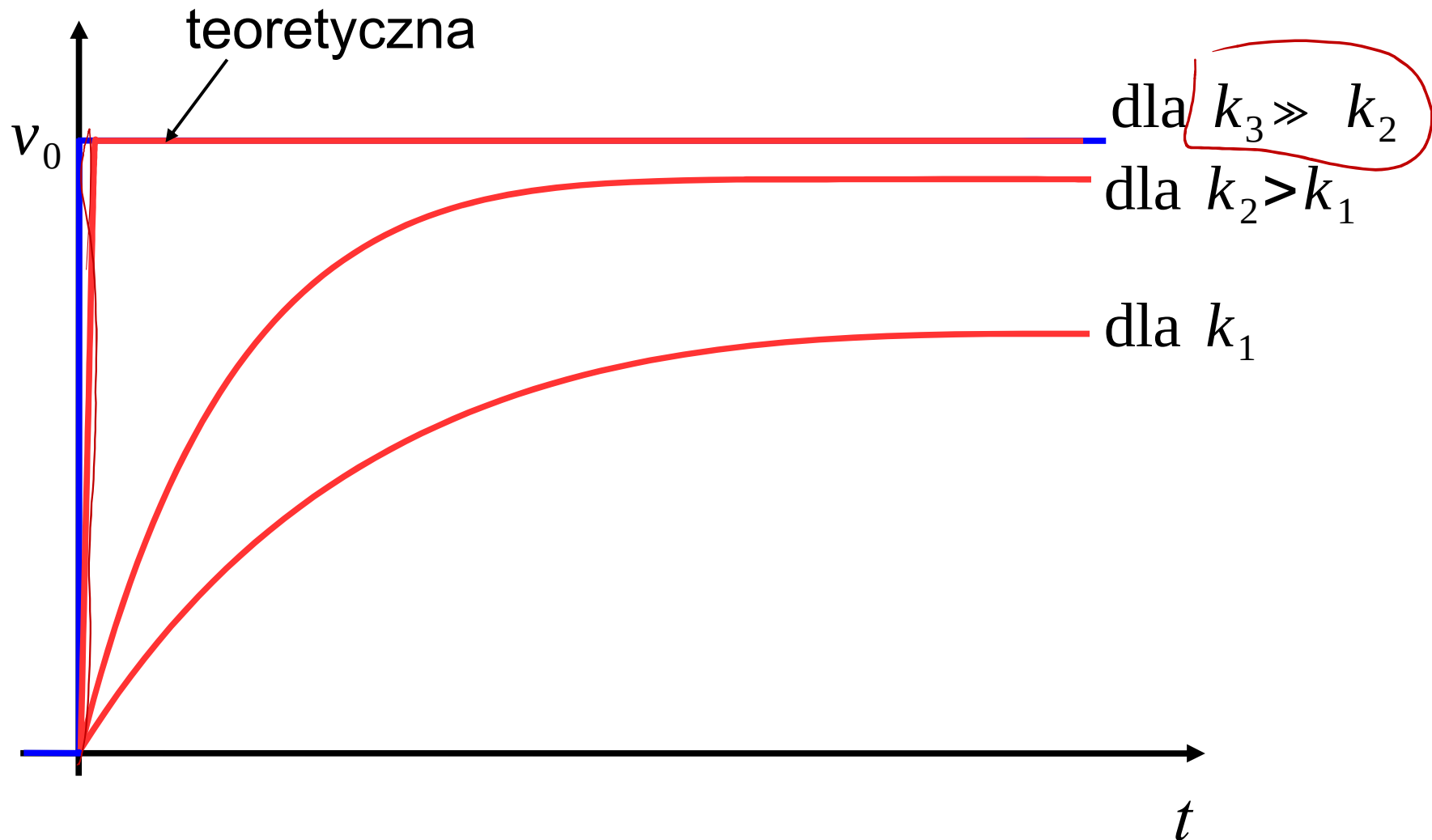
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right) \right)$$



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

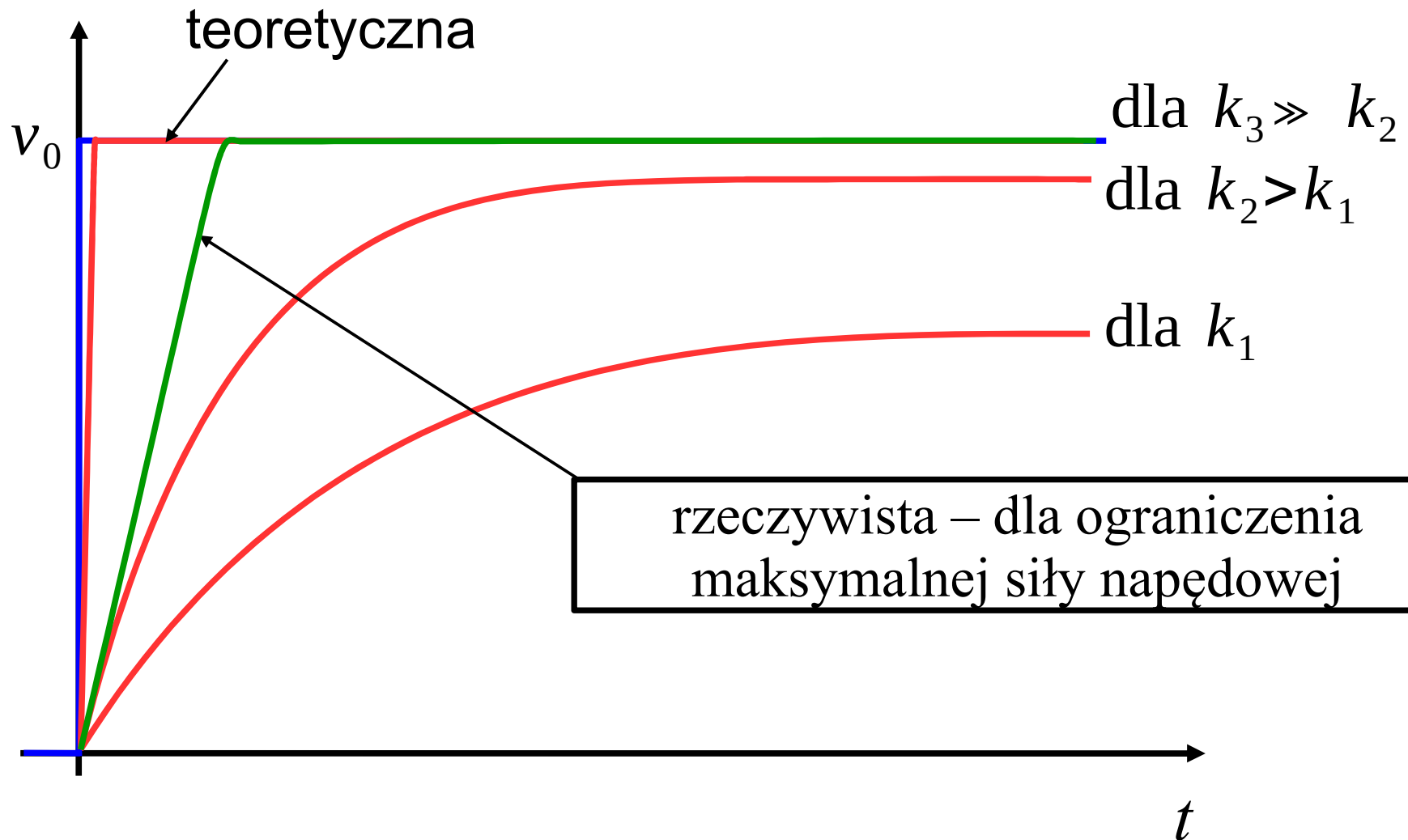
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m}t\right) \right)$$



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

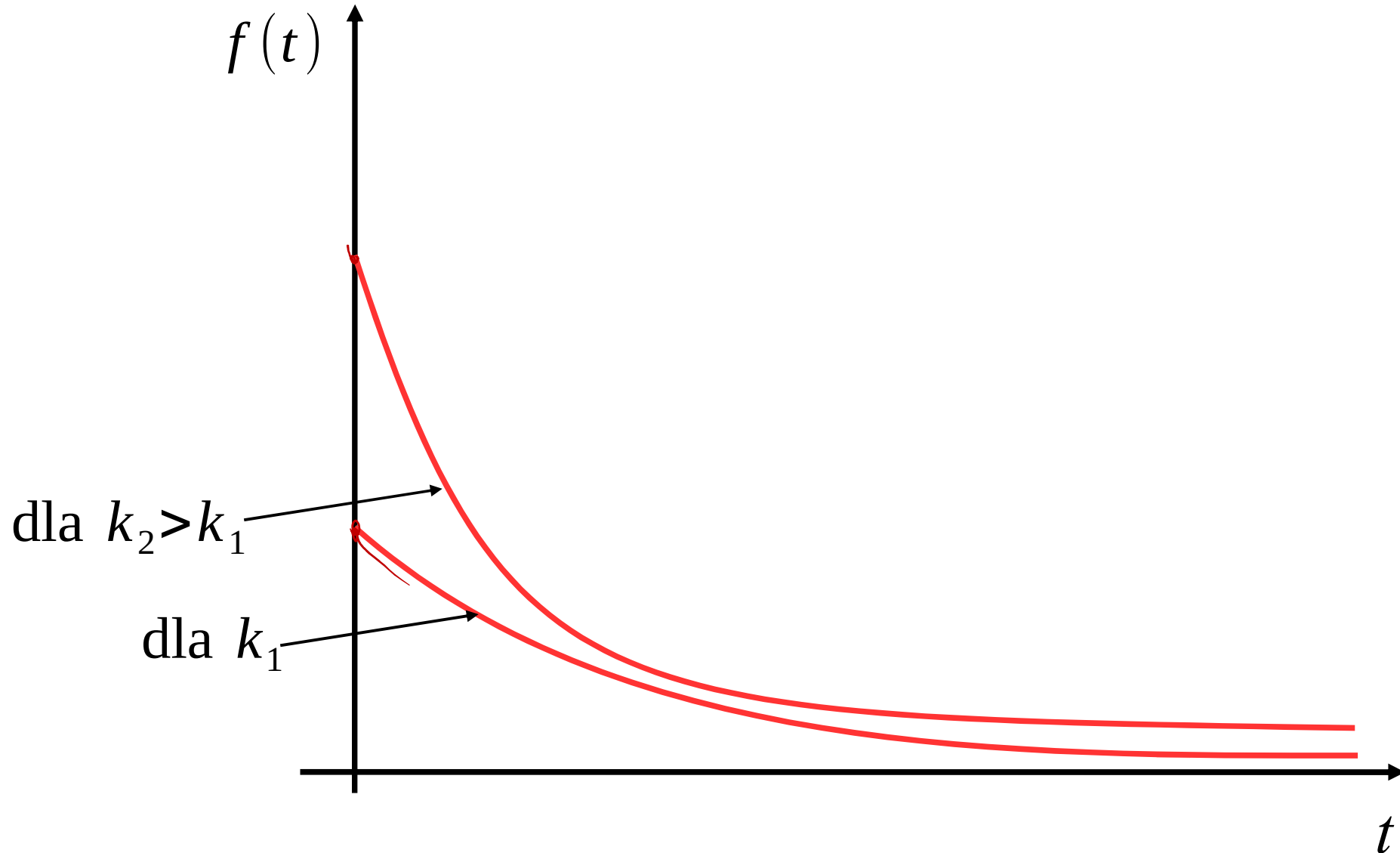
$$v(t) = v_0 \frac{k}{c+k} \left( 1 - \exp\left(-\frac{c+k}{m} t\right) \right)$$



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

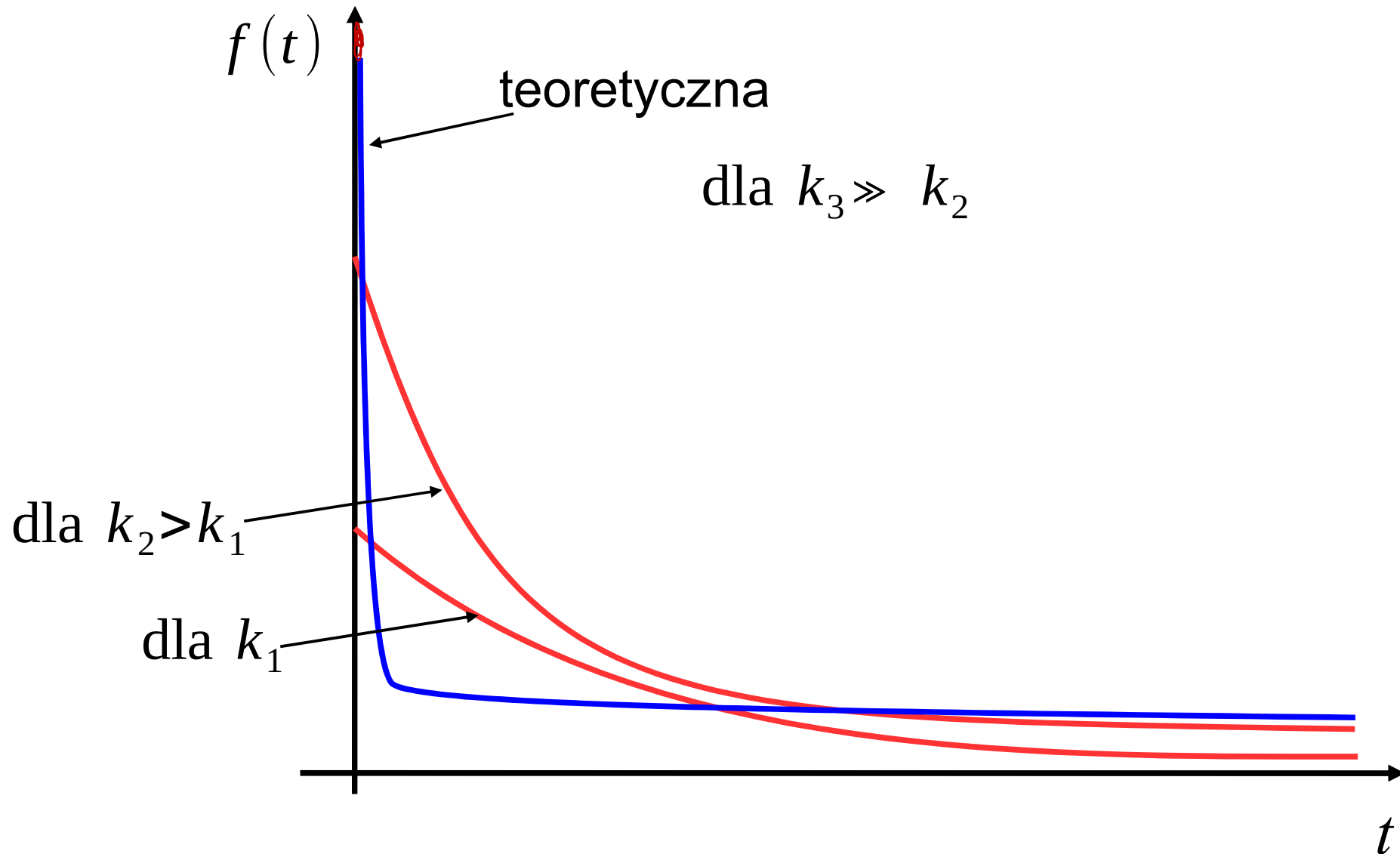
siła  
napędowa



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

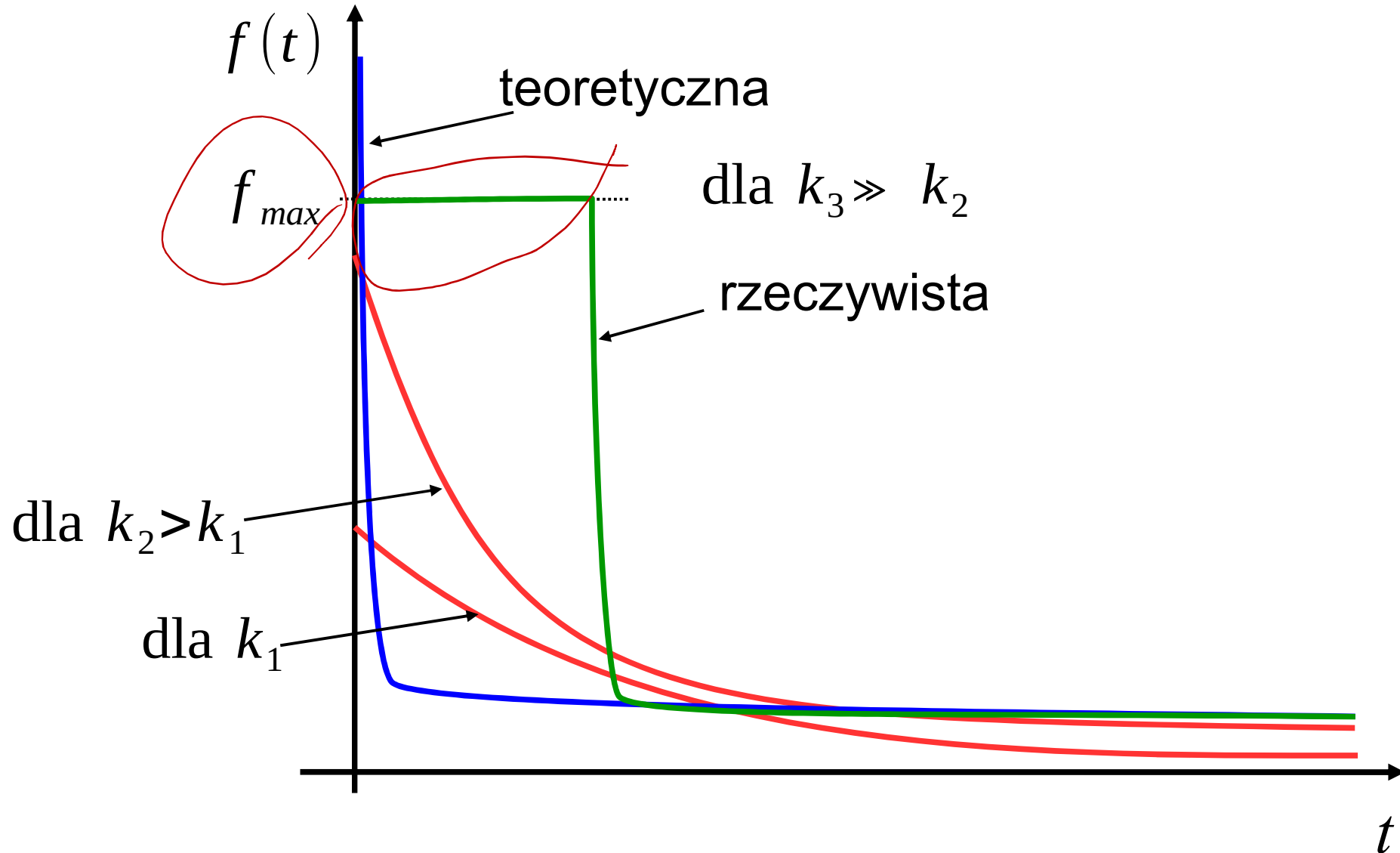
siła  
napędowa



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

siła  
napędowa



# Przykład 1

## Sterowanie prędkością (tempomat)

UWAGA!

ograniczenia wartości sygnałów

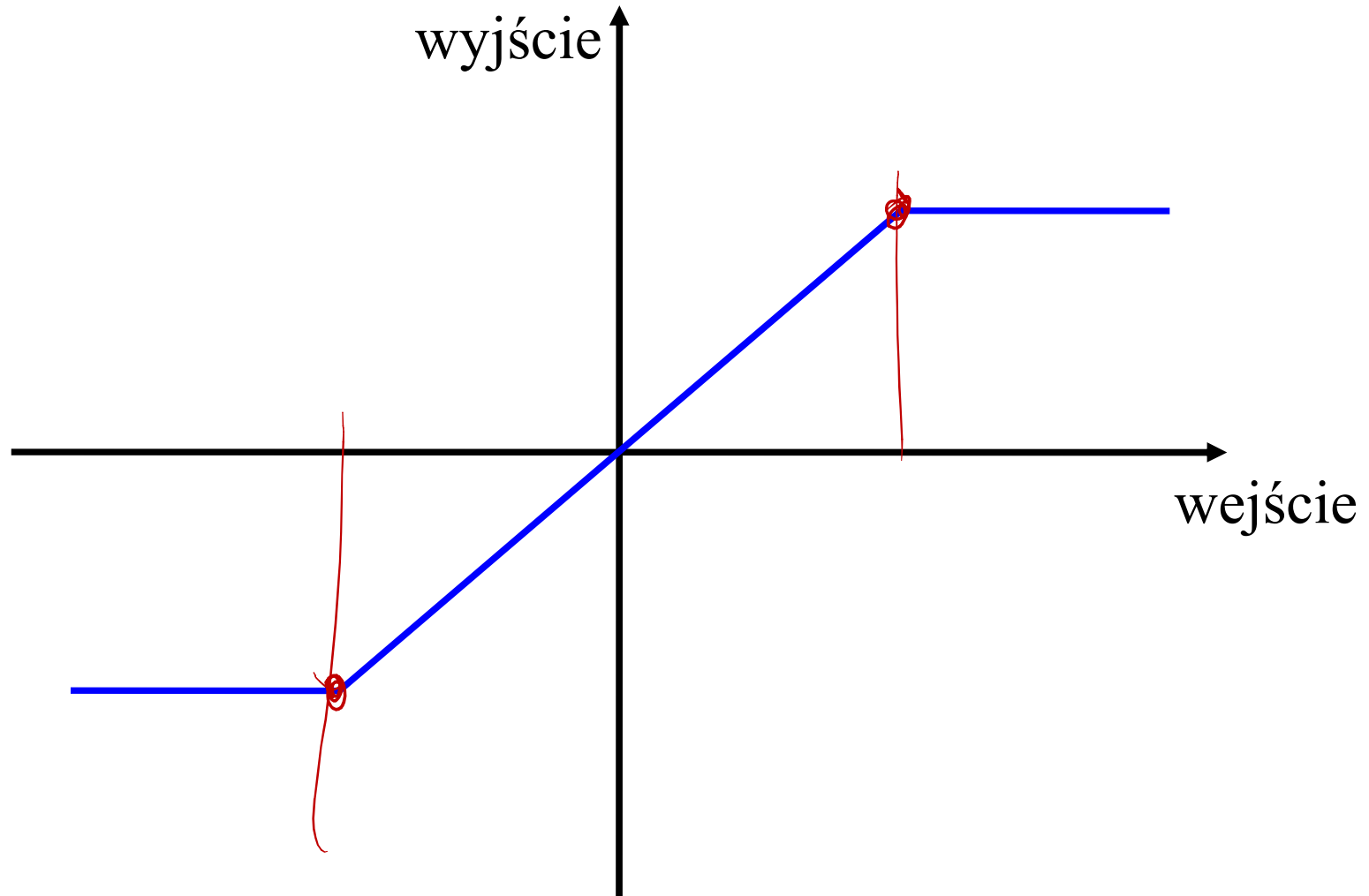
=

układ nieliniowy

=

model liniowy (opis z użyciem transmitancji) nie jest prawdziwy, ale można go stosować z ograniczeniami

# Ograniczenie wartości sygnałów (saturacja)



# Strefa nieczułości

